

**COMPUTER ANALYSIS OF HOLOGRAPHIC OPTICAL
ELEMENTS USING RAY TRACING**

**PROGRAMA DE TRAZADO DE RAYOS PARA EL ANALISIS
DE ELEMENTOS OPTICOS HOLOGRAFICOS**

A. BELENDEZ*, I. PASCUAL y A. FIMIA

*Departamento Interuniversitario de Optica. Laboratorio de Optica.
Universidad de Alicante. Apdo. 99. Alicante 03080. España.*

** Departamento de Física Aplicada. E.U. Politécnica de Alicante.
Universidad Politécnica de Valencia. Alicante. España.*

ABSTRACT

In this paper we present a ray tracing method and a computer program to analyze holographic optical elements. The possibilities of this program are shown with a numerical example.

RESUMEN

Se presenta un método de trazado de rayos y el desarrollo de un programa de ordenador para realizar los trazados. Las posibilidades que ofrece dicho programa se han puesto de manifiesto con el estudio de un ejemplo numérico.

1. INTRODUCCION

Actualmente el diseño y fabricación de nuevos sistemas ópticos holográficos se encuentra en un momento de auge, impulsado por el desarrollo que ha experimentado la Holografía en las diferentes parcelas de la Optica Contemporánea. Se pueden dar como ejemplos los sistemas de barrido (1) que permiten leer las etiquetas de identificación (conocidas como "códigos de barras") de los distintos productos que se ofrecen en el mercado, los sistemas de visores holográficos (2) que ayudan a los pilotos de avión en el control de la instrumentación aérea, los concentradores solares (3), los interconectores utilizados en Optoelectrónica (4), etc. Todo ello ha necesitado de una evolución y un desarrollo de la Optica Holográfica en relación a los elementos ópticos holográficos, sobre todo en el diseño y cálculo de sistemas holográficos. Ha sido indispensable un desarrollo de todos los temas relacionados con las geometrías de obtención y reconstrucción del elemento

óptico holográfico, la función que éste va a desempeñar, el rango de longitudes de onda en que va a operar así como las posibles aberraciones que puedan aparecer. Muchos autores han abordado este campo de investigación de la Optica Holográfica. Basta citar, como ejemplo, los trabajos clásicos de Meier (5), Champagne (6) y Latta (7,8), así como los últimos publicados por Winick (9), Chen (10), Friesem (11-14), Quintanilla (15) y por nosotros mismos (16). En todos ellos se aborda el estudio de las relaciones geométricas existentes entre las coordenadas de las fuentes objeto y referencia, durante el registro, y reconstrucción e imagen, en la etapa de reconstrucción, y se obtienen las expresiones matemáticas de las aberraciones que aparecen en el haz imagen reconstruido. Estas expresiones analíticas para las aberraciones proporcionan información sobre la calidad de las imágenes en los elementos ópticos holográficos. Sin embargo, existen otras técnicas que también permiten analizar la calidad de estos sistemas holográficos y que resultan imprescindibles, sobre todo

si el elemento debe trabajar con un haz imagen convergente, tal y como sucede en los cuatro ejemplos citados anteriormente: sistemas de barrido, visores, concentradores solares e interconectores. Nos estamos refiriendo a las técnicas basadas en el Trazado de Rayos.

Esta técnica del Trazado de Rayos en elementos ópticos holográficos ha sido analizada por muchos autores desde hace más de veinte años (17-20), desarrollando expresiones analíticas para llevar a cabo este trazado, aunque, en la mayoría de ellos, no se presentan soluciones prácticas que permitan calcular dichos trazados de rayos de forma cómoda y sencilla. La necesidad de disponer de un método de trazado de rayos para analizar los elementos ópticos holográficos que diseñamos y fabricamos en nuestro Laboratorio, nos ha llevado a la confección de un programa de ordenador que permite realizar el trazado de rayos en elementos ópticos holográficos y obtener la máxima información del mismo.

El propósito del presente trabajo es presentar este sistema de trazado de rayos para elementos ópticos holográficos de volumen (considerando sólo el orden difractado +1) y describir el funcionamiento del programa de ordenador que hemos desarrollado en nuestro Laboratorio, y que permite agilizar dicho trazado. Este programa, realizado en lenguaje Basic y con un ordenador personal, proporciona los cosenos directores de los rayos difractados por el elemento holográfico así como los puntos de intersección de dichos rayos con un plano arbitrario, que al hacer coincidir con el plano perpendicular al rayo principal que pasa por el punto imagen gaussiano, nos dará toda la información sobre el tamaño del "spot" en el plano imagen. Asimismo, es posible obtener información sobre las aberraciones mediante la aplicación del concepto de desviación cuadrática media. Las distintas posibilidades de actuación que ofrece el programa las pondremos de manifiesto mediante el análisis completo de un ejemplo numérico.

2. TEORIA BASICA Y PROGRAMA DE CALCULO

2.1. Ecuaciones analíticas para el trazado de rayos

Consideremos un elemento óptico holográfico (EOH) en el cual definimos un sistema de coordenadas XYZ de modo que el plano $Z=0$ coincide con la primera superficie del elemento óptico holográfico. Si el elemento se ha registrado haciendo interferir dos frentes de onda de luz monocromática de longitud de onda λ_R , y cuyas fases en el plano $Z=0$, y en aire, son $\Phi_R(x,y)$

(del haz de referencia) y $\Phi_O(x,y)$ (del haz objeto), es posible asociar entonces al elemento óptico holográfico una función de transferencia de fase $\Phi_{EOH}(x,y)$, de modo que (9):

$$\Phi_{EOH}(x,y) = \Phi_O(x,y) - \Phi_R(x,y) \quad [1]$$

Si ahora se reconstruye el elemento óptico holográfico con luz monocromática de longitud de onda λ_C y mediante un frente de onda, denominado haz de reconstrucción, de fase $\Phi_C(x,y)$, entonces del elemento óptico holográfico emergerá un frente de onda imagen caracterizado por una fase $\Phi_I(x,y)$ de tal forma que se cumplirá:

$$\Phi_I(x,y) = \Phi_C(x,y) \pm \Phi_{EOH}(x,y) \quad [2]$$

y teniendo en cuenta la expresión [1]:

$$\Phi_I(x,y) = \Phi_C(x,y) \pm [\Phi_O(x,y) - \Phi_R(x,y)] \quad [3]$$

En todos los casos, las fases de los distintos frentes de onda en aire se escriben:

$$\Phi_j(x,y) = k_j(x,y) \cdot r_j \quad [4]$$

con $j = R, O, C, I$ y donde $k_j(x,y)$ es el vector de onda en aire, cuya dirección es la del rayo considerado y su módulo es $k_j = 2\pi/\lambda_j$, y r_j es el vector que une el punto fuente j correspondiente con el punto $P(x,y)$ de la superficie del elemento óptico holográfico (figura 1). Si el frente de onda es esférico se cumple que los vectores k_j y r_j son paralelos.

Para realizar el trazado de rayos resulta más útil caracterizar los distintos rayos mediante vectores unitarios. Por tanto, definiremos los cosenos directores de un rayo (l_j, m_j, n_j) mediante las relaciones:

$$l_j = \frac{2\pi}{\lambda_j} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} \quad [5]$$

$$m_j = \frac{2\pi}{\lambda_j} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \quad [6]$$

$$n_j = \frac{2\pi}{\lambda_j} \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} \quad [7]$$

donde $\Phi_j(x,y,z)$ es la fase de un frente de onda monocromático arbitrario de longitud de onda λ_j , propagándose en un medio homogéneo de índice de refracción n_j . Puede, mediante la Óptica Geométrica,

describirse la propagación de este frente de onda sin más que hacer uso de la Ecuación de Eikonal (21):

$$|\nabla \Phi_j| = \frac{2\pi\nu_j}{\lambda_j} \quad [8]$$

utilizando esta última expresión, la ecuación [7] puede reescribirse como:

$$n_j = \pm [\nu_j^2 - l_j^2 - m_j^2]^{1/2} \quad [9]$$

donde el signo (+) indica que el haz se propaga en la dirección positiva del eje Z, y el signo (-) corresponde a la propagación en la dirección negativa de Z. De las ecuaciones [4]-[7] se deduce que el vector de componentes (l_j, m_j, n_j) es normal al frente de onda de fase Φ_j , en el punto considerado.

En una pequeña región del espacio el frente de onda de fase Φ_j puede aproximarse mediante una onda plana, mediante (8):

$$\Phi_j(x,y,z) = \frac{2\pi}{\lambda_j} (l_j x + m_j y + n_j z) \quad [10]$$

Ahora es posible considerar que en cada entorno de un punto P(x,y) de la superficie del elemento óptico holográfico, interfieren, durante el registro, dos haces planos.

Si el haz de luz pasa de un medio de un determinado índice de refracción a otro de índice distinto —por ejemplo, paso del aire, de índice 1, al medio de registro, de índice ν — separados mediante una superficie plana, las ecuaciones de Maxwell exigen que las componentes de los vectores de onda paralelas al plano de separación (en nuestro caso, X e Y) sean continuas (21). Por tanto, si $z = 0^-$ corresponde al aire y $z = 0^+$ al medio de registro del elemento óptico holográfico, deberá cumplirse que

$$k_{jx}(x,y,z = 0^-) = k_{jx}(x,y,z = 0^+) \quad \text{y}$$

$$k_{jy}(x,y,z = 0^-) = k_{jy}(x,y,z = 0^+).$$

Esto implica que los cosenos directores l_j y m_j son iguales en aire y dentro del medio, pues la Ley de Snell nos dice que $l_j = \nu l'_j$ y $m_j = \nu m'_j$, pero también existe la relación $\lambda_j = \nu \lambda'_j$, entre las longitudes de onda en aire y en el medio, respectivamente.

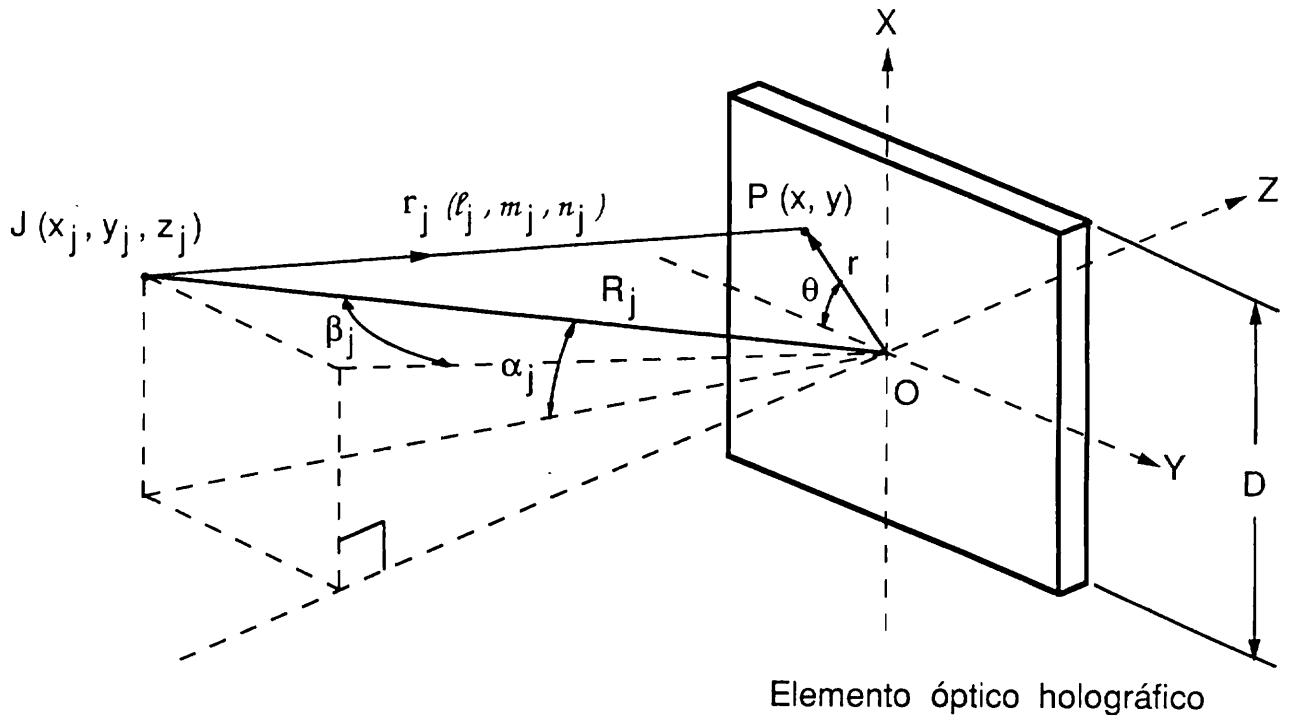


Fig. 1.— Situación del elemento óptico holográfico en un sistema de coordenadas X Y Z y definición de los distintos parámetros utilizados en el trazado de rayos.

Teniendo en cuenta todo este último razonamiento y haciendo uso de la ecuación [10] y de las relaciones [4]–[7], la expresión [3] toma la forma final:

$$l_i = l_C \pm \mu (l_O - l_R) \quad [11]$$

$$m_i = m_C \pm \mu (m_O - m_R) \quad [12]$$

$$n_i = \pm [1 - l_i^2 - m_i^2]^{1/2} \quad [13]$$

donde $\mu = \lambda_C / \lambda_R$. Estas tres ecuaciones permiten realizar el trazado de rayos en el elemento óptico holográfico.

En la figura 2 se ha representado el registro de un elemento óptico holográfico arbitrario, mostrándose un rayo del haz de referencia y otro del haz objeto que inciden en un punto P (x,y) de la superficie del mismo, y cuyos cosenos directores son (l_R, m_R, n_R) y (l_O, m_O, n_O) , respectivamente. La figura 3 corresponde a la reconstrucción con un haz del que se ha señalado un rayo de cosenos directores (l_C, m_C, n_C) que incide en

P (x,y) y el rayo imagen correspondiente (l_i, m_i, n_i) emergente desde dicho punto.

Cuando los haces de referencia, objeto y reconstrucción corresponden a frentes de onda esféricos, y considerando una fuente puntual arbitraria J (figura 1) sus cosenos directores se escriben:

$$l_j = \frac{x - x_j}{r_j} \quad [14]$$

$$m_j = \frac{y - y_j}{r_j} \quad [15]$$

$$n_j = \pm [1 - l_j^2 - m_j^2]^{1/2} \quad [16]$$

siendo r_j la distancia desde el punto fuente J a un punto P sobre la superficie del elemento (figura 1):

$$r_j = [(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + z_j^2]^{1/2} \quad [17]$$

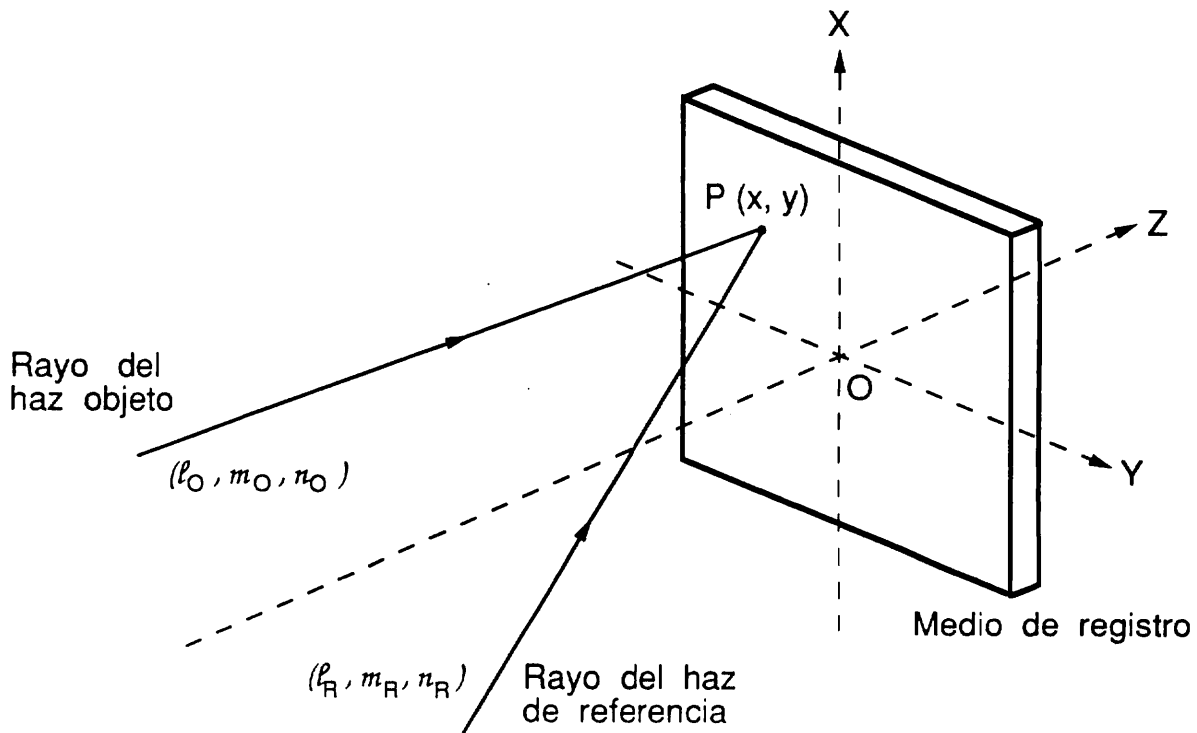


Fig. 2.— Registro del elemento óptico holográfico: Rayos y cosenos directores de los haces objeto y referencia.

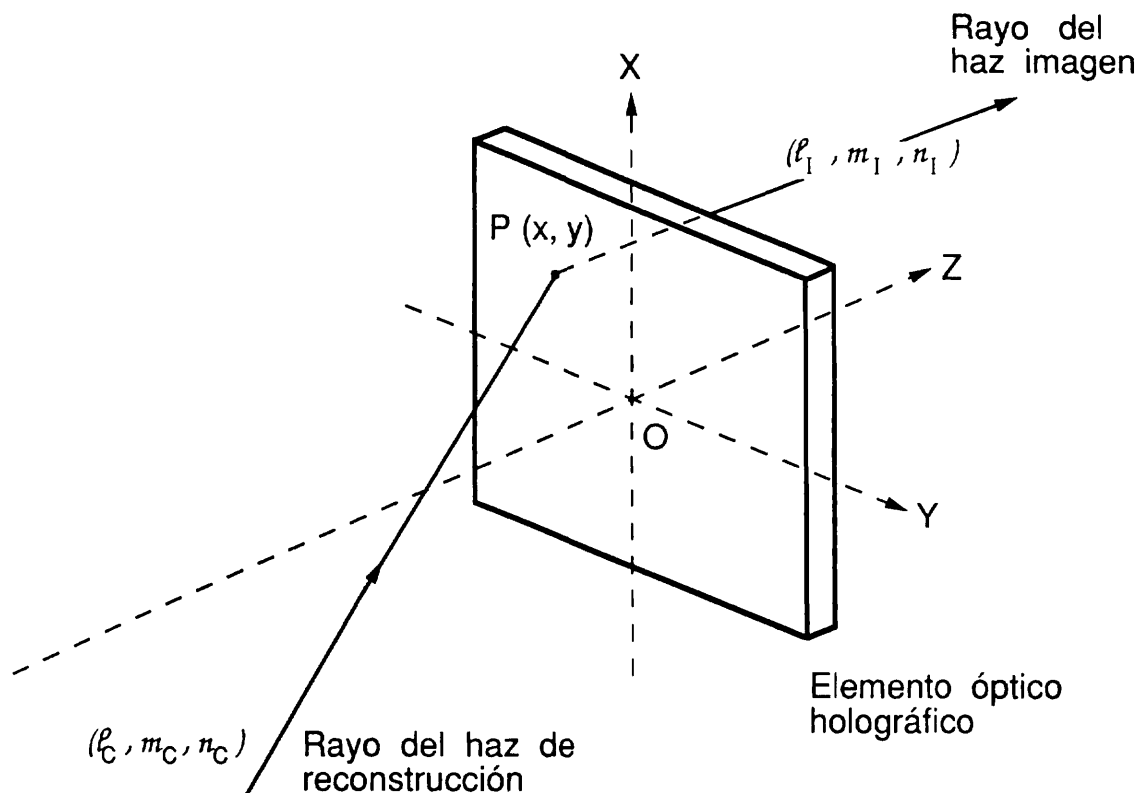


Fig. 3.— Reconstrucción del elemento óptico holográfico: Rayos y cosenos directores de los haces reconstrucción e imagen.

2.2. Funcionamiento del Programa

Con todo este desarrollo se ha confeccionado un programa de ordenador en lenguaje Basic, que permite realizar el trazado de rayos en elementos ópticos holográficos y analizar la calidad de las imágenes holográficas en ellos.

Para llevar a cabo esta evaluación se introducen como datos las características de las ondas objeto y referencia, es decir, las coordenadas (x_j, y_j, z_j) , o bien (R_j, α_j, β_j) , del punto fuente J, la longitud de onda usada en el registro, λ_R , los parámetros de la onda de reconstrucción y la longitud de onda de reconstrucción, λ_C . Asimismo, se introduce el diámetro del elemento óptico holográfico, D, el número de puntos N en la superficie del elemento óptico holográfico, sobre los que incidirán los rayos (puntos que se determinarán en coordenadas polares $P(r, \theta)$ (figura 1) y finalmente se introducen las coordenadas de un punto S del plano de análisis. El origen del elemento óptico holográfico (punto O), y dicho punto S determinarán el vector normal de este plano donde se observará la imagen,

caracterizado por los cosenos directores (l_S, m_S, n_S) tal y como se muestra en la figura 4.

Una vez introducidos estos datos, el programa está listo para realizar el trazado de rayos, desde la fuente de reconstrucción hasta el plano imagen. El programa obtiene los cosenos directores mediante las ecuaciones [14]–[17] y calcula el rayo que incide sobre cada punto P del elemento óptico holográfico.

En un punto de incidencia P sobre el elemento óptico holográfico, el rayo del haz de reconstrucción tendrá unos cosenos directores (l_C, m_C, n_C) , y el programa determina previamente, en ese punto P, los cosenos directores de los haces de referencia y objeto, (l_R, m_R, n_R) y (l_O, m_O, n_O) , respectivamente, pues una vez conocidos éstos, es posible obtener los cosenos directores del rayo imagen, (l_I, m_I, n_I) , mediante las ecuaciones [11]–[13]. Después, el programa determina la recta que, partiendo del punto P, tiene los cosenos directores del rayo imagen. Por último, se calcula la intersección de esta recta con el plano de observación, que corresponderá a un punto H, como se ve en la figura 4. El proceso se repite para los N puntos de la

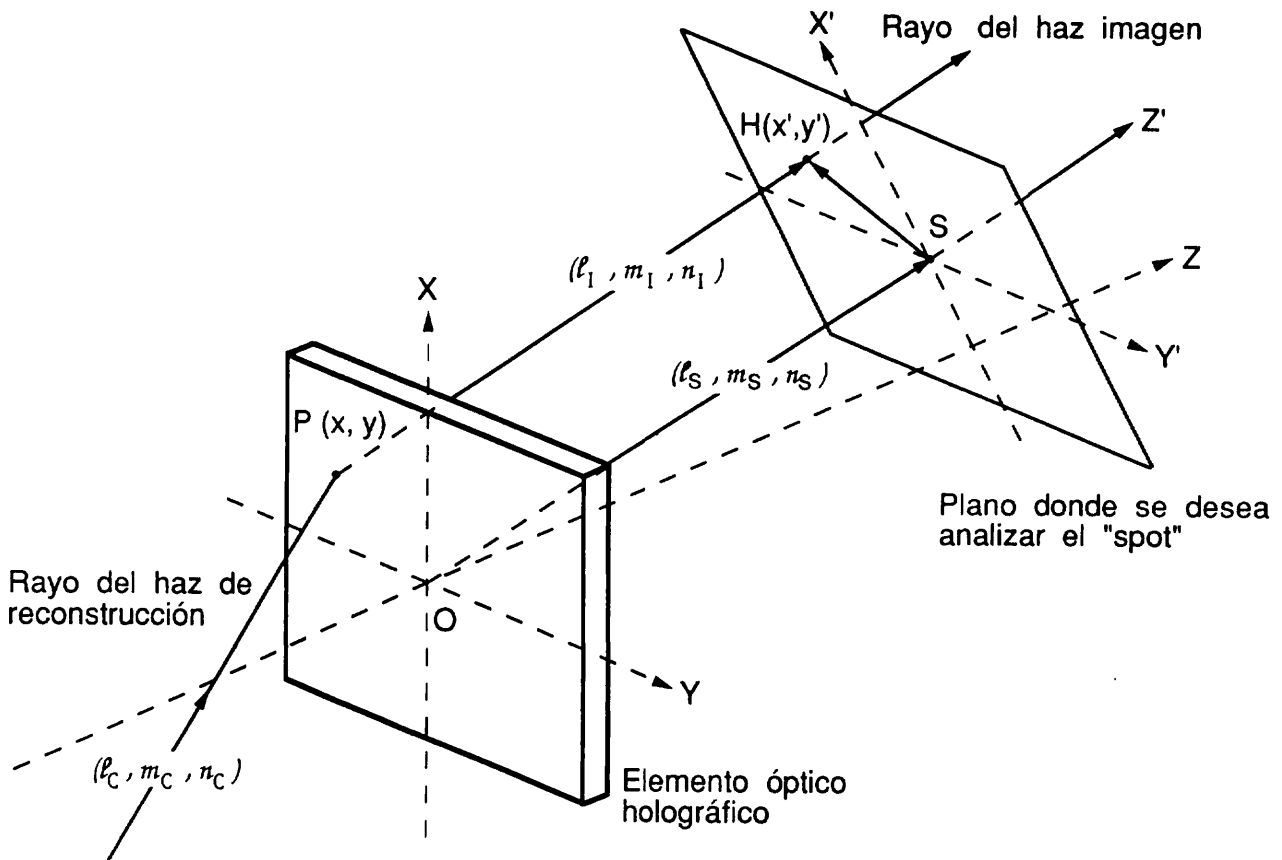


Fig. 4. — Reconstrucción del elemento óptico holográfico: Definición del plano donde se desean analizar los puntos intersección de los distintos rayos con dicho plano.

discretización de la superficie del elemento óptico holográfico.

Para analizar el punto imagen en el plano de análisis, se hace un cambio de coordenadas a un sistema $X'Y'Z'$ en dicho plano, de modo que el punto S sea el origen del nuevo sistema y el eje Z' tenga la dirección del vector OS, con lo que los puntos del plano imagen tendrán nula la componente Z' en el nuevo sistema de coordenadas.

Si las coordenadas del punto S, en el sistema XYZ, son (x_S, y_S, z_S) , la ecuación del plano donde deseamos analizar la imagen será:

$$l_S(x-x_S) + m_S(y-y_S) + n_S(z-z_S) = 0 \quad [18]$$

y la ecuación de la recta correspondiente al rayo imagen (de cosenos directores l_I, m_I, n_I) emergente del punto P $(x_p, y_p, z_p = 0)$, se escribirá:

$$\frac{x-x_p}{l_I} = \frac{y-y_p}{m_I} = \frac{z_p}{n_I} \quad [19]$$

Por tanto, en el sistema XYZ las coordenadas del punto H, (x_H, y_H, z_H) , serán la solución del sistema formado por las ecuaciones [18] y [19], es decir:

$$n_I(y_H - y_p) = m_I z_H \quad [20]$$

$$n_I(x_H - x_p) = l_I z_H \quad [21]$$

$$l_S(x_H - x_S) + m_S(y_H - y_S) + n_S(z_H - z_S) = 0 \quad [22]$$

En el nuevo sistema de coordenadas $X'Y'Z'$ se cumplirá $z' = 0$. Los ejes X', Y' y Z' vienen determinados mediante los vectores:

$$\text{Eje } X' : (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) \quad [23]$$

$$\text{Eje } Y' : (\beta_1, \beta_2, \beta_3) \quad [24]$$

$$\text{Eje } Z' : (\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3) \quad [25]$$

donde se ha llamado:

$$\alpha_1 = n_S/A, \quad \alpha_2 = 0, \quad \alpha_3 = l_S/A \quad [26]$$

$$\beta_1 = -l_S m_S/A, \quad \beta_2 = A, \quad \beta_3 = -l_S m_S/A \quad [27]$$

$$\gamma_1 = l_S, \quad \gamma_2 = m_S, \quad \gamma_3 = n_3 \quad [28]$$

siendo A el parámetro:

$$A = [l_S^2 + n_S^2]^{1/2} \quad [29]$$

Finalmente, las coordenadas del punto H, intersección del rayo con el plano de observación, en el nuevo sistema de coordenadas X'Y'Z', serán:

$$x' = \alpha_1(x_H - x_S) + \alpha_2(y_H - y_S) + \alpha_3(z_H - z_S) \quad [30]$$

$$y' = \beta_1(x_H - x_S) + \beta_2(y_H - y_S) + \beta_3(z_H - z_S) \quad [31]$$

$$z' = \gamma_1(x_H - x_S) + \gamma_2(y_H - y_S) + \gamma_3(z_H - z_S) = 0 \quad [32]$$

2.3. Tamaño del punto imagen

Para analizar la calidad de la imagen hacemos uso de la desviación cuadrática media, $\sigma(r'_i)$, en el plano de la imagen, definida mediante (22):

$$\sigma(r'_i) = \quad [33]$$

$$= \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(x'_i - \langle x' \rangle)^2 + (y'_i - \langle y' \rangle)^2] \right]^{1/2}$$

donde (x'_i, y'_i) son las coordenadas de un punto arbitrario correspondiente a la intersección del rayo proveniente del punto (x_i, y_i) de pupila de salida del elemento óptico holográfico, con el plano de análisis,

$$r'_i = [x_i'^2 + y_i'^2]^{1/2}$$

y hemos llamado $\langle x' \rangle$ e $\langle y' \rangle$ a las coordenadas del centro geométrico de esa distribución de puntos sobre dicho plano ("centro de gravedad" del conjunto de puntos), definidas como:

$$\langle x' \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x'_i \quad [34]$$

$$\langle y' \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y'_i \quad [35]$$

Los valores $\langle x' \rangle = 0$, $\langle y' \rangle = 0$, implicarían que el centro geométrico de la distribución de puntos sobre el plano de observación coincide con el punto gaussiano.

También introducimos las desviaciones cuadráticas medias en las direcciones X' e Y', a través de las relaciones:

$$\sigma(x'_i) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x'_i - \langle x' \rangle)^2 \right]^{1/2} \quad [36]$$

$$\sigma(y'_i) = \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y'_i - \langle y' \rangle)^2 \right]^{1/2} \quad [37]$$

que nos proporcionarán información de cuánto se desvían los puntos intersección sobre el plano imagen respecto al punto medio $(\langle x' \rangle, \langle y' \rangle)$, en dichas direcciones.

La desviación cuadrática media está relacionada con la calidad de la imagen y por tanto aporta información sobre las aberraciones del haz reconstruido. Un tanto por ciento elevado de puntos sobre el plano imagen se encuentra dentro de un círculo de centro $(\langle x' \rangle, \langle y' \rangle)$ y de radio $\sigma(r'_i)$ (22), y prácticamente todos los puntos lo están dentro de un círculo de radio $2\sigma(r'_i)$.

En la figura 5 se ha esquematizado la forma de operar del programa de trazado de rayos que hemos realizado y que acabamos de describir.

ENTRADA

Coordenadas de las fuentes:	- Referencia - Objeto - Reconstrucción
Longitudes de onda de registro y reconstrucción	λ_R λ_C
Tamaño del EOH	Diámetro D
Número de puntos sobre la pupila del EOH:	- Radiales - Angulares
Coordenadas del punto S del plano donde se analiza el "spot"	

CALCULO

Punto P (x, y) sobre la pupila del EOH	
Cosenos directores:	- Haz de referencia - Haz objeto - Haz reconstrucción
Cosenos directores del haz imagen	

SALIDAS

- Tablas - Rayos emergentes de los ejes X e Y - Puntos de intersección con el plano imagen ("spot")

Fig. 5.— Esquema de trabajo del programa de trazado de rayos.

3. EJEMPLO NUMERICO

Como ejemplo que muestra el funcionamiento del programa, vamos a considerar una lente holográfica totalmente asimétrica de diámetro $D = 10$ cm, registrada con una longitud de onda $\lambda_R = 633$ nm y en la geometría de registro de la figura 6(a):

$$R_R = \infty \quad \alpha_R = 20^\circ \quad \beta_R = 0^\circ$$

$$R_O = 20 \text{ cm} \quad \alpha_O = 0^\circ \quad \beta_O = 0^\circ$$

pero que se reconstruye con una longitud de onda $\lambda_C = 405$ nm y con un haz de reconstrucción cuya geometría es idéntica al de registro (figura 6(b)), es decir:

$$R_C = \infty \quad \alpha_C = 20^\circ \quad \beta_C = 0^\circ$$

En esta situación, las aberraciones que aparecerán en el haz imagen serán debidas, únicamente, al cambio en la longitud de onda y, por tanto, se tratará de aberraciones cromáticas.

Las coordenadas del punto imagen gaussiano (G en la figura 6(b)) se obtienen haciendo uso de las expresiones (6):

$$1/R_I = 1/R_C + \mu (1/R_O - 1/R_R) \quad [38]$$

$$\text{sen } \alpha_I = \text{sen } \alpha_C + \mu (\text{sen } \alpha_O - \text{sen } \alpha_R) \quad [39]$$

El resultado que se obtiene es $R_I = 31.26$ cm y $\alpha_I = 7.08^\circ$, y escribiendo las coordenadas cartesianas del punto imagen gaussiano:

$$G (x_I = 3.85 \text{ cm}, \quad y_I = 0, \quad z_I = 31.02 \text{ cm})$$

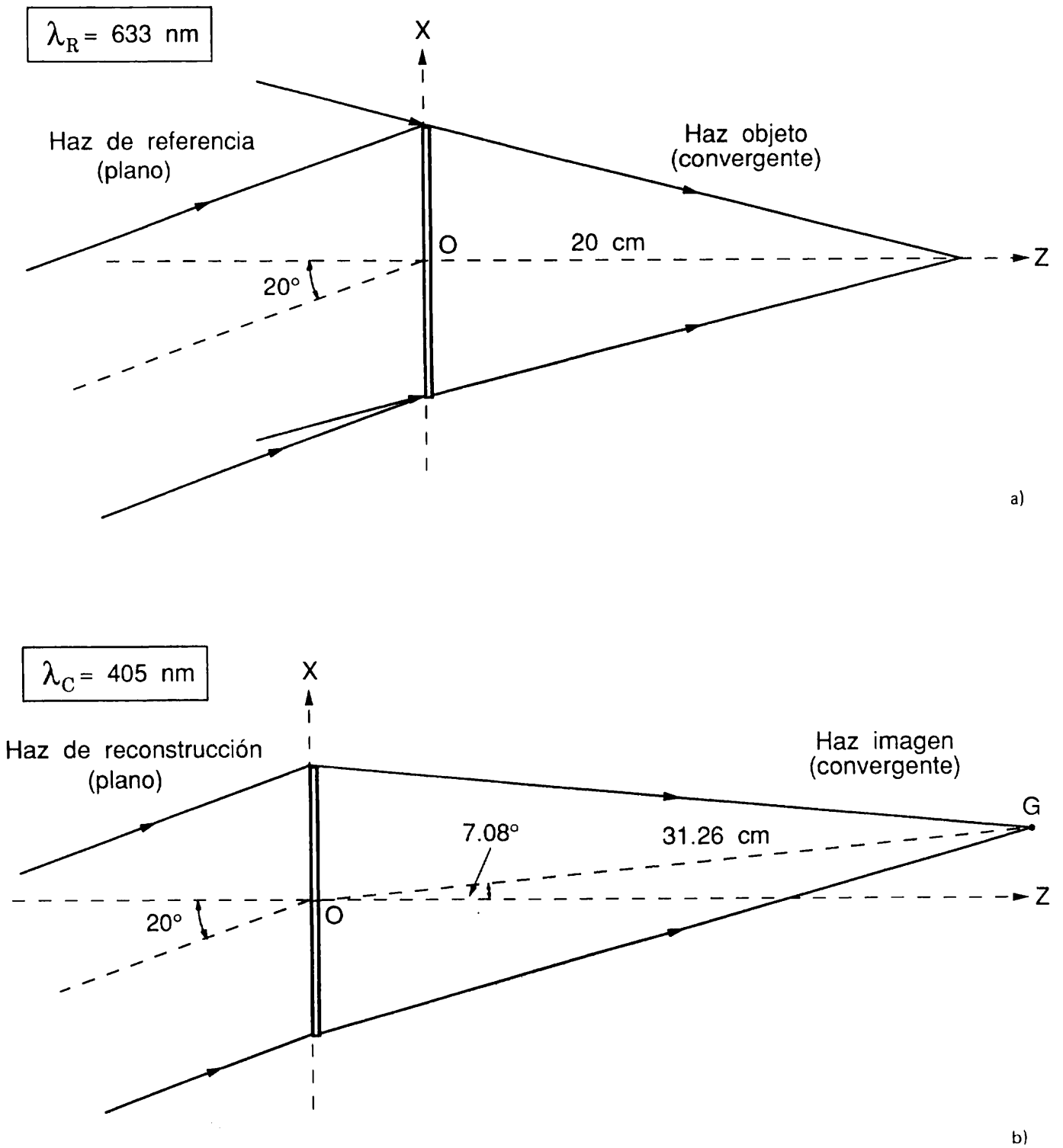


Fig. 6.— (a) Registro y (b) reconstrucción de la lente holográfica analizada en el ejemplo numérico.

El rayo que une el origen del elemento óptico holográfico, O, con el punto gaussiano, G, recibe el nombre de rayo principal.

Con ayuda del programa se han encontrado las expresiones analíticas de los rayos emergentes del elemento óptico holográfico en dos direcciones

perpendiculares, X e Y (ecuación [19]). En la figura 7(a) se ha representado el conjunto de rayos en función de la coordenada X sobre la pupila de salida del elemento cuando la coordenada Y correspondiente es nula (plano XZ) y en la figura 7(b) se ha ampliado la zona de focalización para poner de manifiesto las aberraciones

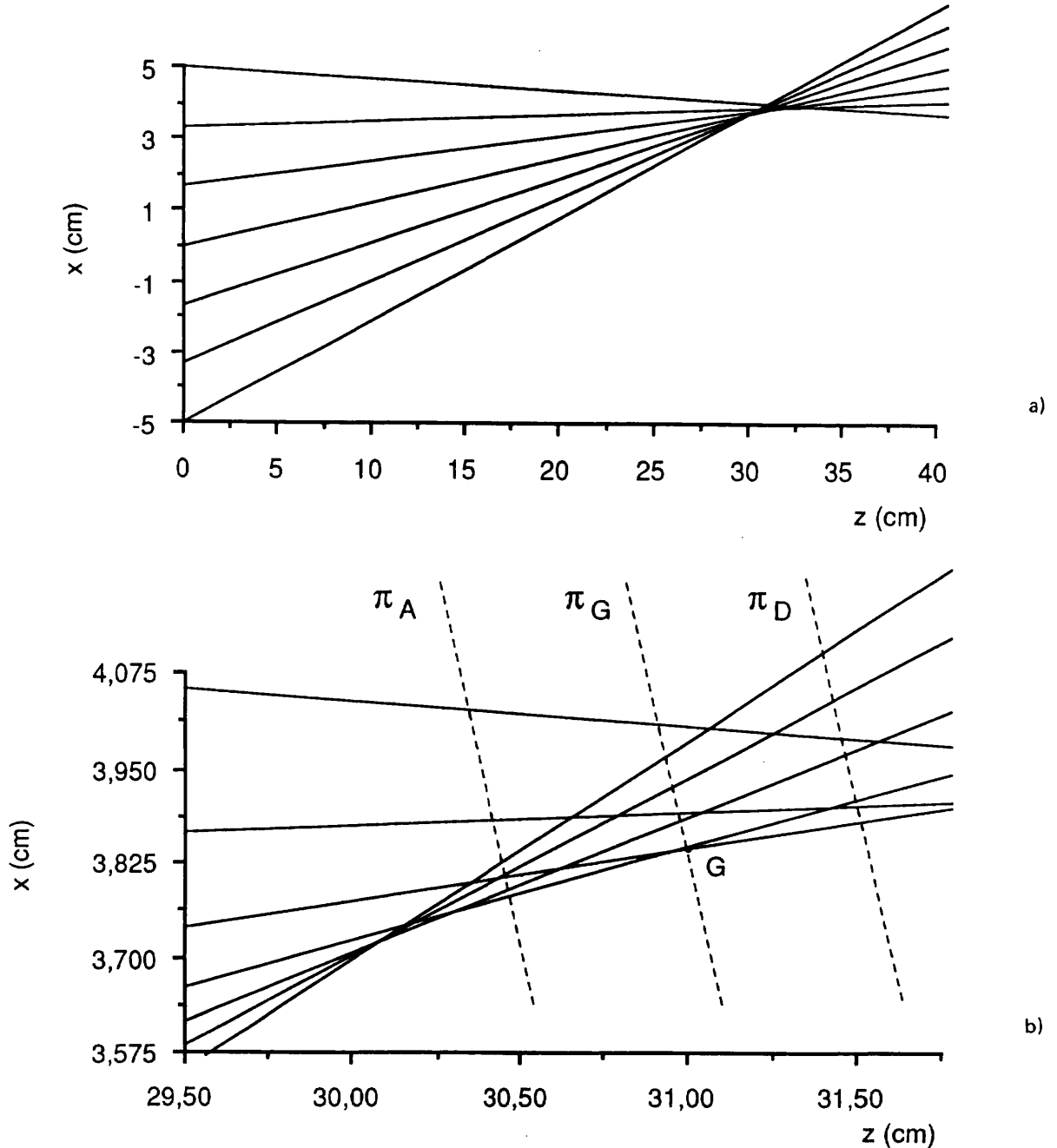


Fig. 7.— (a) Conjunto de rayos emergentes de la superficie de la lente holográfica ejemplo en función de la coordenada X de la pupila de salida del elemento óptico holográfico cuando la componente Y correspondiente es nula (plano XZ) y (b) ampliación de la zona de focalización. G es el punto imagen gaussiano.

del haz imagen. En esta última figura se ha señalado con la letra G el punto correspondiente a la imagen gaussiana calculado mediante las ecuaciones anteriores [38] y [39]. En estas figuras el plano π_G es perpendicular al rayo principal y contiene a G, mientras que los planos π_A y π_D son paralelos al plano π_G y distan de él 0.5 cm. Puede comprobarse como los rayos que más se separan de la que sería su trayectoria gaussiana son los que provienen de la región del elemento óptico holográfico correspondientes al intervalo $-5 < x < 0$ cm, pues pasan por encima del rayo principal, en este caso, el que pasa por O y G. Estos rayos tendrán más aberración de onda, tal y como se muestra en la figura 8, en la que se ha representado la aberración del frente de onda de tercer orden (6,16) en función de la coordenada de pupila X.

La figura 9 es similar a la figura 7, pero considerando los rayos emergentes del elemento óptico holográfico en la dirección Y cuando la coordenada X es nula. En este caso, todos los rayos están contenidos en el

plano YZ'. Puede verse como en esta dirección Y, sólo hay aberración esférica, tal y como se muestra en la figura 10.

Estos esquemas que muestran explícitamente las trayectorias de los rayos son muy importantes, y resultan imprescindibles al permitir encontrar la zona donde el tamaño de la imagen es menor.

Para evaluar la calidad de la imagen consideramos 49 rayos que emergen del elemento óptico holográfico (figura 11) y analizamos la intersección de estos rayos con el plano perpendicular al rayo principal y que contiene al punto imagen gaussiano antes calculado (plano π_G de las figuras 7(b) y 9(b)). La figura 12 es el resultado final del trazado de rayos en este plano π_G . En las figuras 13 y 14 se muestran los puntos de intersección de los rayos con dos planos paralelos a π_G , uno situado antes de éste (plano π_A , figuras 7(b) y 9(b)) y el otro detrás (plano π_D de las mismas figuras).

Aberración de tercer orden

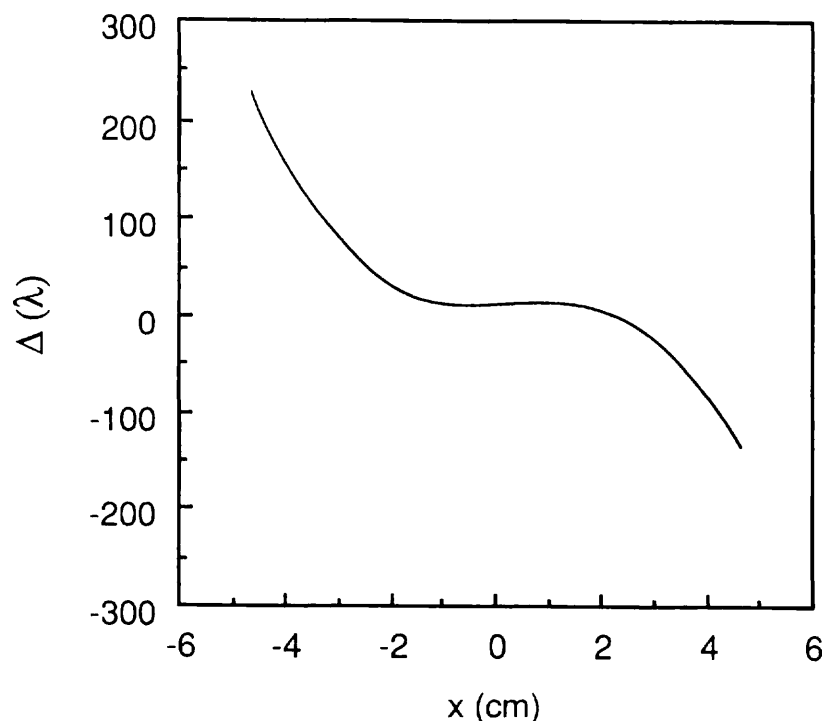
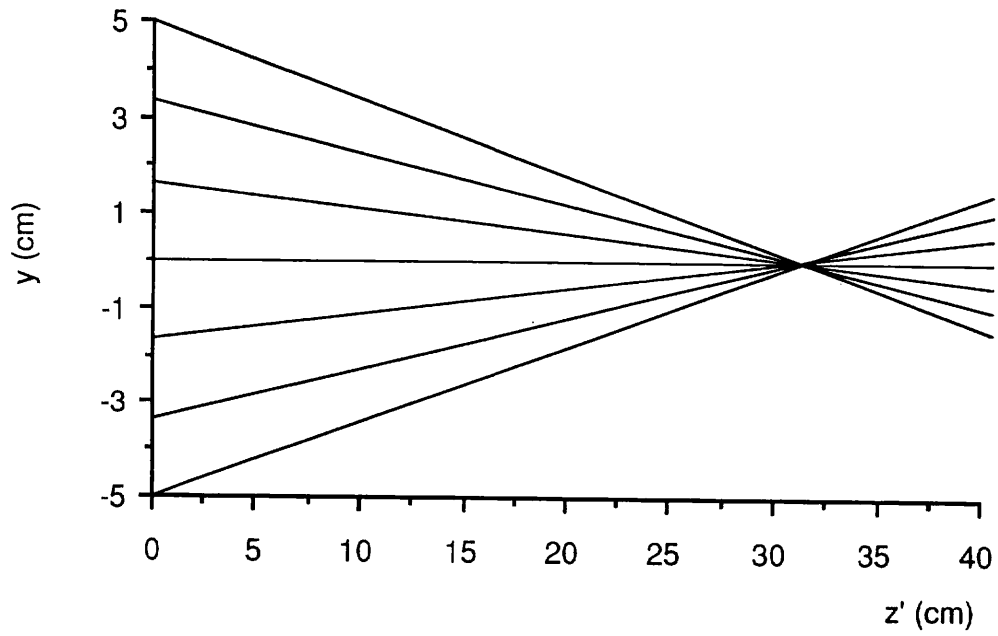
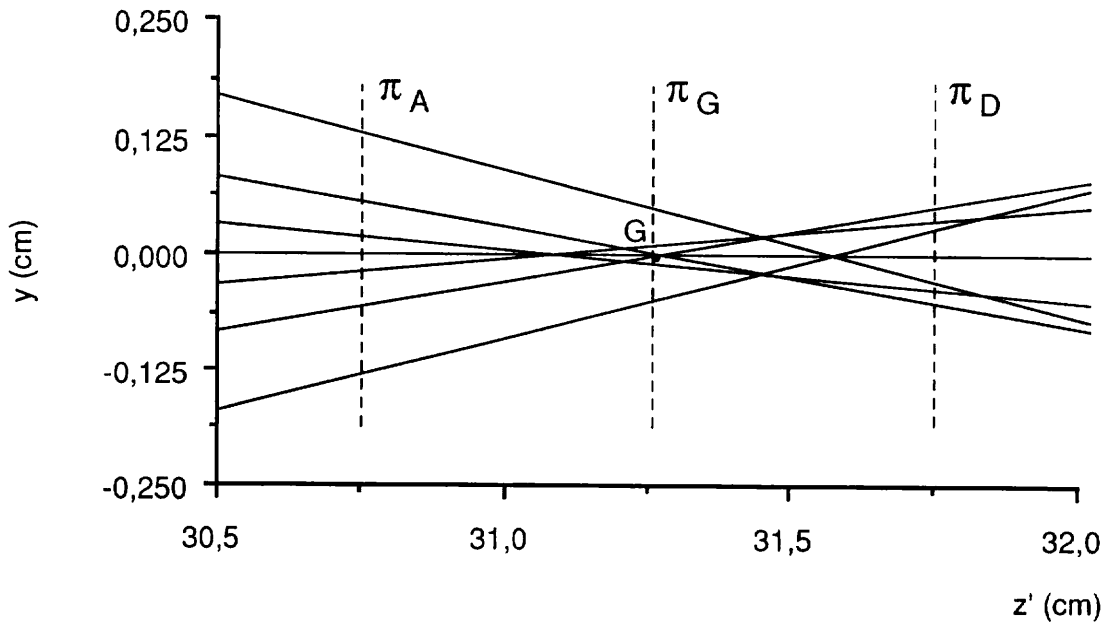


Fig. 8.— Aberración del frente de onda (esférica + coma + astigmatismo) en función de la coordenada X de la pupila de salida del elemento óptico holográfico.



a)



b)

Fig. 9.— (a) Conjunto de rayos emergentes de la superficie de la lente holográfica ejemplo en función de la coordenada Y de la pupila de salida del elemento óptico holográfico cuando la componente X correspondiente es nula (plano YZ') y (b) ampliación de la zona de focalización. G es el punto imagen gaussiano.

Aberración de tercer orden

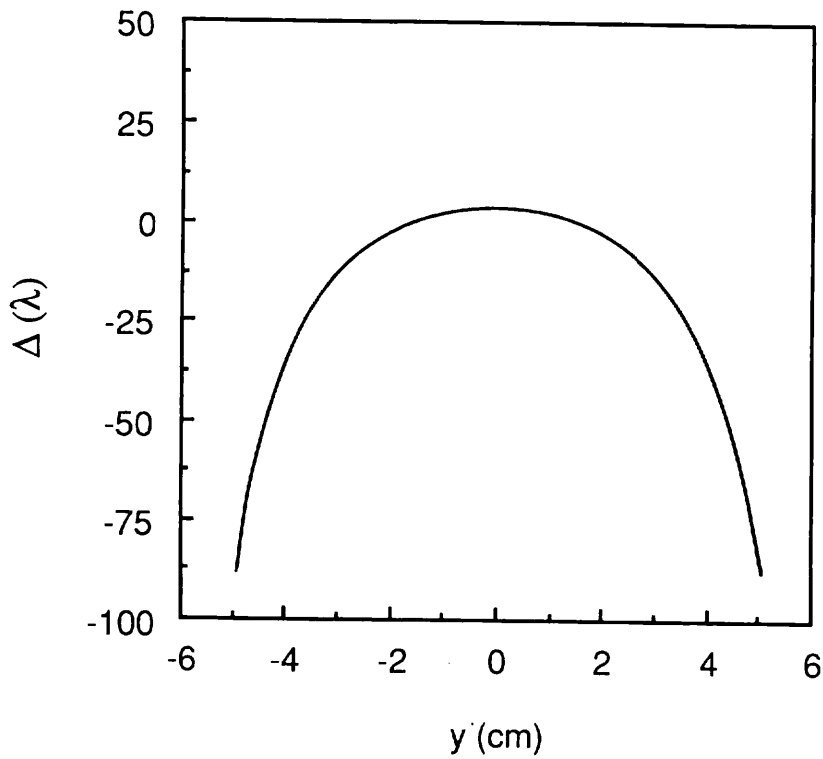


Fig. 10.— Aberración del frente de onda (esférica) en función de la coordenada Y de la pupila de salida del elemento óptico holográfico.

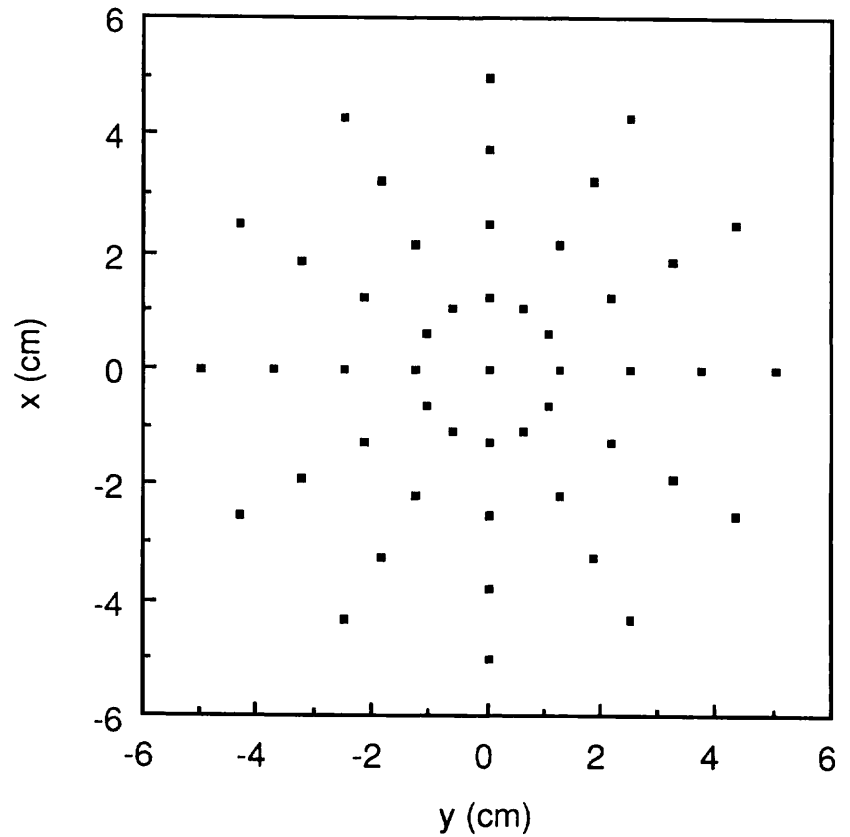
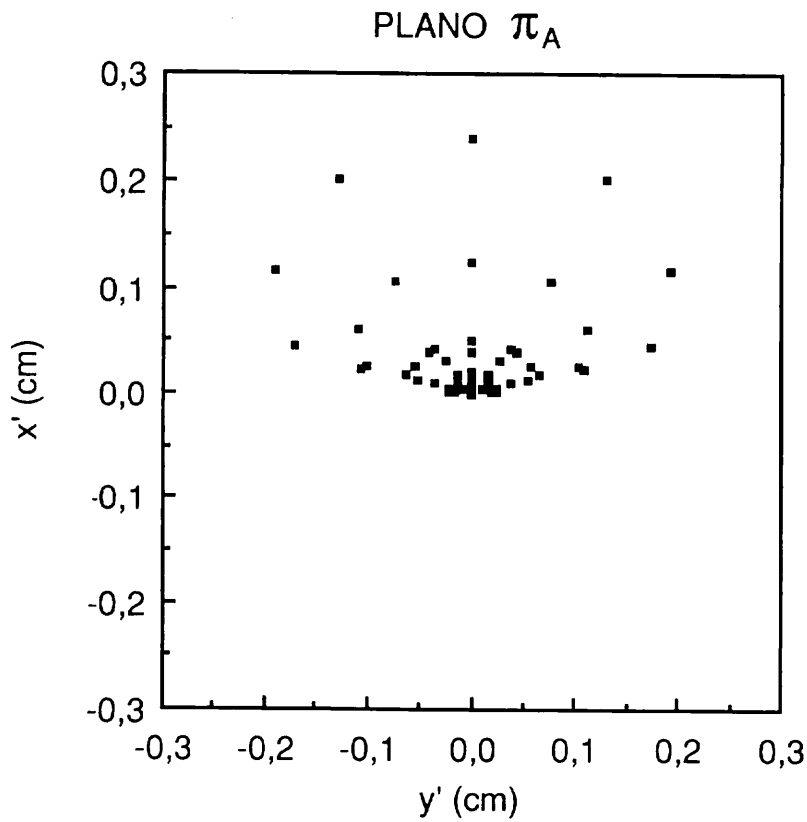


Fig. 11.— Situación de los 49 puntos sobre la pupila de salida de la lente holográfica ejemplo de los que emergen los rayos para el estudio del "spot".

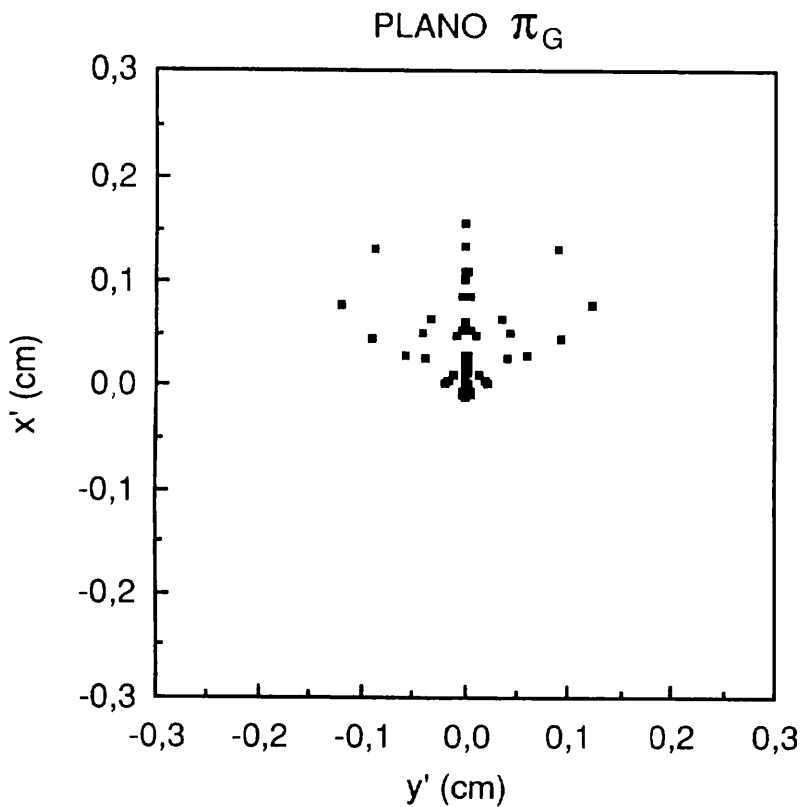


$$x_S = 3.79 \text{ cm}$$

$$y_S = 0 \text{ cm}$$

$$z_S = 30.50 \text{ cm}$$

Fig. 12.— Intersección de los 49 rayos emergentes de la superficie del elemento con el plano π_G que contiene al punto imagen gaussiano G y es perpendicular al rayo principal.



$$x_S = 3.85 \text{ cm}$$

$$y_S = 0 \text{ cm}$$

$$z_S = 31.02 \text{ cm}$$

Fig. 13.— Intersección de los 49 rayos emergentes de la superficie del elemento con el plano π_A , paralelo al plano π_G y antes de éste.

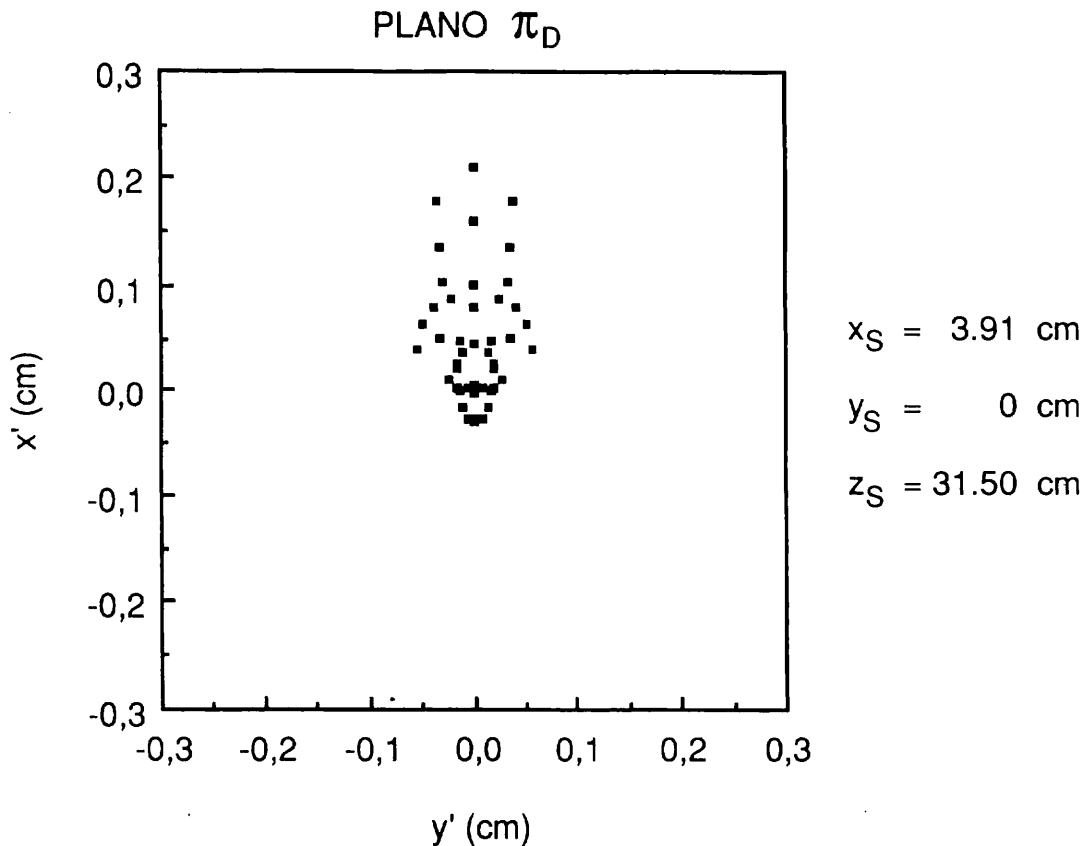


Fig. 14.— Intersección de los 49 rayos emergentes de la superficie del elemento con el plano π_D , paralelo al plano π_G y detrás de éste.

En las tablas I, II y III se presentan los resultados correspondientes al análisis de los puntos de estas imágenes en los tres planos considerados, mostrándose los valores máximos y mínimos de x'_i e y'_i , sus valores medios y el rango máximo de variación. Asimismo se analizan los resultados correspondientes a las variables $[x'_i - \langle x' \rangle]$ e $[y'_i - \langle y' \rangle]$, junto con las desviaciones cuadráticas medias correspondientes. Por último, haciendo uso de la ecuación [33] se obtienen los tres valores:

$$\text{Plano } \pi_A: \sigma_A(r'_i) = 0.0929 \text{ cm}$$

$$\text{Plano } \pi_G: \sigma_G(r'_i) = 0.0583 \text{ cm}$$

$$\text{Plano } \pi_D: \sigma_D(r'_i) = 0.0648 \text{ cm}$$

En la figura 15 se han representado los puntos de intersección de los 49 rayos con el plano imagen que pasa por el punto gaussiano G (plano π_G), junto con los círculos de radios $\sigma(r'_i)$ y $2\sigma(r'_i)$ correspondientes a G.

Por el primero de ellos pasa el 75.5% de los rayos y por el segundo el 95.5%. Se ha señalado con el signo (+) el punto promedio de la distribución de puntos, es decir, $(\langle x' \rangle, \langle y' \rangle)$. Podemos decir, por tanto, que el punto imagen es equivalente a un círculo de radio $583 \mu\text{m}$, admitiendo como valor del mismo (22) el círculo de centro el punto promedio de la distribución de puntos y cuyo radio es la desviación cuadrática media $\sigma(r'_i)$.

Conocer el punto $(\langle x' \rangle, \langle y' \rangle)$ y $\sigma(r'_i)$ resulta imprescindible en los sistemas que trabajan con haz imagen convergente. Así por ejemplo, si se tratara de un interconector de fibra óptica tendríamos que hacer coincidir el centro geométrico de la sección de la fibra con el punto $(\langle x' \rangle, \langle y' \rangle)$, con lo que aseguraríamos que el número de rayos (y por tanto la intensidad del haz) que pasan del elemento holográfico a la fibra estaría distribuido de forma homogénea en torno a ese punto central. Además, interesaría, en este caso, que el radio de la fibra óptica fuese del mismo orden de magnitud que $\sigma(r'_i)$, para minimizar las pérdidas de luz en la interconexión.

TABLA I

Resultados correspondientes al análisis de los puntos intersección de los 49 rayos emergentes de la superficie del elemento óptico holográfico con el plano π_A .

PLANO π_A

Variable: x_i'		Observaciones: 49	
Mínimo:	0.0 cm	Máximo:	0.24055 cm
Rango:	0.24055 cm	Media: $\langle x' \rangle =$	0.04460 cm
Variable: y_i'		Observaciones: 49	
Mínimo:	-0.19141 cm	Máximo:	0.19141 cm
Rango:	0.38282 cm	Media: $\langle y' \rangle =$	0.0 cm
Variable: $x_i' - \langle x' \rangle$		Observaciones: 49	
Mínimo:	-0.04460 cm	Máximo:	0.19596 cm
Rango:	0.24055 cm	Media:	0.0 cm
Desviación cuadrática media: $\sigma_A(x_i') = 0.0544$ cm			
Variable: $y_i' - \langle y' \rangle$		Observaciones: 49	
Mínimo:	-0.19143 cm	Máximo:	0.19143 cm
Rango:	0.38282 cm	Media:	0.0 cm
Desviación cuadrática media: $\sigma_A(y_i') = 0.0753$ cm			

TABLA II

Resultados correspondientes al análisis de los puntos intersección de los 49 rayos emergentes de la superficie del elemento óptico holográfico con el plano π_G .

TABLA II:

PLANO π_G

Variable: x_i'	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.00839 cm	Máximo: 0.15823 cm
Rango: 0.16662 cm	Media: $\langle x' \rangle = 0.04494$ cm
Variable: y_i'	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.12001 cm	Máximo: 0.12001 cm
Rango: 0.24002 cm	Media: $\langle y' \rangle = 0.0$ cm
Variable: $x_i' - \langle x' \rangle$	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.05333 cm	Máximo: 0.11329 cm
Rango: 0.16662 cm	Media: 0.0 cm
Desviación cuadrática media: $\sigma_G(x_i') = 0.0426$ cm	
Variable: $y_i' - \langle y' \rangle$	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.12001 cm	Máximo: 0.12001 cm
Rango: 0.24002 cm	Media: 0.0 cm
Desviación cuadrática media: $\sigma_G(y_i') = 0.0398$ cm	

TABLA III

Resultados correspondientes al análisis de los puntos intersección de los 49 rayos emergentes de la superficie del elemento óptico holográfico con el plano π_D .

PLANO π_D

Variable: x_i'	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.02838 cm	Máximo: 0.21309 cm
Rango: 0.24147 cm	Media: $\langle x' \rangle = 0.04526$ cm
Variable: y_i'	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.05434 cm	Máximo: 0.05434 cm
Rango: 0.10868 cm	Media: $\langle y' \rangle = 0.0$ cm
Variable: $x_i' - \langle x' \rangle$	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.07364 cm	Máximo: 0.16783 cm
Rango: 0.24147 cm	Media: 0.0 cm
Desviación cuadrática media: $\sigma_D(x_i') = 0.0560$ cm	
Variable: $y_i' - \langle y' \rangle$	Observaciones: 49
Mínimo: - 0.05434 cm	Máximo: 0.05434 cm
Rango: 0.10868 cm	Media: 0.0 cm
Desviación cuadrática media: $\sigma_D(y_i') = 0.0246$ cm	

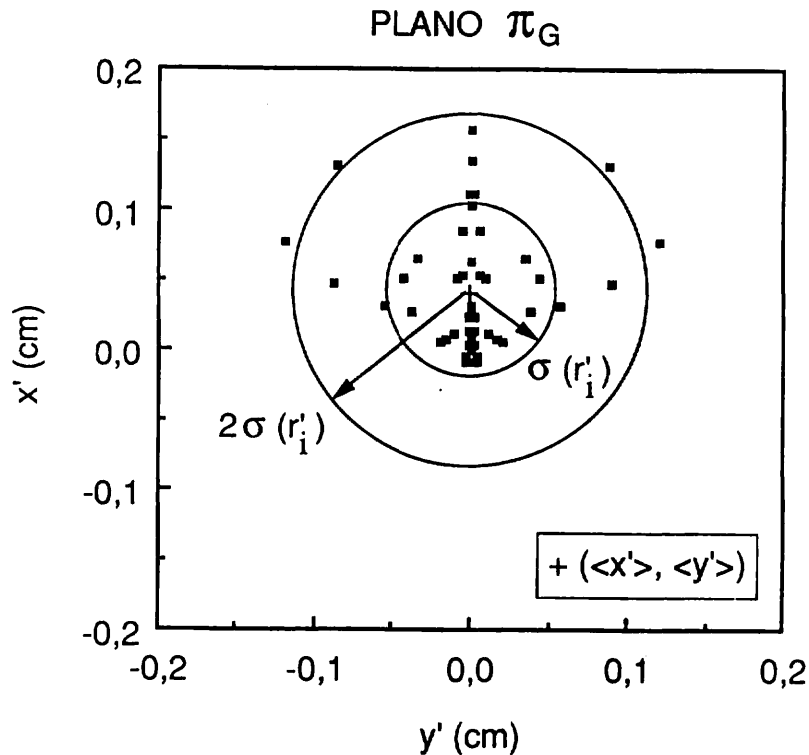


Fig. 15.— Puntos de intersección de los 49 rayos con el plano imagen π_G que pasa por el punto gaussiano G, junto con los círculos de radios $\sigma(r'_i)$ y $2\sigma(r'_i)$ centrados en el punto medio $\langle x' \rangle, \langle y' \rangle$ de la distribución de puntos.

4. CONCLUSIONES

El método de trazado de rayos que se ha descrito, así como el programa que hemos confeccionado, permiten analizar las características del haz imagen en elementos ópticos holográficos. Por una parte, es posible obtener gráficamente las trayectorias de los rayos que emergen de la superficie del elemento óptico holográfico, pues el programa proporciona los cosenos directores y las ecuaciones analíticas de dichos rayos. Por otra parte, puede analizarse la calidad de este haz imagen mediante el estudio de los puntos intersección de los rayos con un plano arbitrario, tal y como se ha puesto de manifiesto en el ejemplo numérico analizado.

BIBLIOGRAFIA

1. G.H. SINCERBOX: "Holographic scanners: Applications, performance and design", en Optical Engineering, vol. 8, "Laser beam scanning", G.F. Marshall, ed. (Marcel Dekker, New York, 1985).
2. R.L. FISHER: *Opt. Eng.*, **28**, 616 (1989).
3. C.G. STOJANOFF, R. KUBITZEK y St. TROPARTZ: *Proc. SPIE*, **1016**, 226 (1988).
4. R.K. KOSTUK, Y. HUANG, D. HETHERINGTON y M. KATO: *Appl. Opt.*, **28**, 4939 (1989).
5. R.W. MEIR: *J. Opt. Soc. Am.*, **55**, 987 (1965).
6. E.B. CHAMPAGNE: *J. Opt. Soc. Am.*, **57**, 51 (1967).
7. J.N. LATTA: *Appl. Opt.*, **10**, 599 (1971).
8. J.N. LATTA: *Appl. Opt.*, **10**, 609 (1971).
9. K.A. WINICK: *J. Opt. Soc. Am.*, **72**, 143 (1982).
10. H. CHEN, R.R. HERSHEY y E.N. LEITH: *Appl. Opt.*, **26**, 1983 (1987).
11. Y. AMITAI y A.A. FRIESEM: *J. Opt. Soc. Am. A*, **5**, 702 (1988).
12. Y. AMITAI y A.A. FRIESEM: *Opt. Lett.*, **13**, 883 (1988).
13. Y. AMITAI, A.A. FRIESEM y V. WEISS: *Appl. Opt.*, **28**, 3405 (1989).
14. Y. AMITAI, A.A. FRIESEM y V. WEISS: *J. Opt. Soc. Am. A*, **7**, 80 (1990).
15. I. ARIAS y M. QUINTANILLA: *Opt. Pur. Apl.*, **23**, 111 (1990).
16. A. BELENDEZ, L. CARRETERO, I. PASCUAL y A. FIMIA: *Opt. Pur. Apl.*, **24**, 93 (1991).
17. I.A. ABRAMOWITZ y J.M. BALLANTYNE: *J. Soc. Opt. Am.*, **57**, 1522 (1967).
18. J.N. LATTA: *Appl. Opt.*, **10**, 2698 (1971).
19. W.T. WELFORD: *Opt. Commun.*, **8**, 239 (1973).
20. H.W. HOLLOWAY y R.A. FERRANTE: *Appl. Opt.*, **20**, 2081 (1981).
21. M. BORN y E. WOLF: "Principles of Optics", Cap. 3 (Pergamon Press, Oxford, 1987).
22. Y. ISHII y K. MURATA: *Opt. Commun.*, **47**, 303 (1983).

