

# Estudio estático de un cable homogéneo bajo la acción de su propio peso: Catenaria



Augusto Beléndez



Tarsicio Beléndez

AUGUSTO BELÉNDEZ, TARSICIO BELÉNDEZ Y CRISTIAN NEIPP



Cristian Neipp

**ABSTRACT:** In this paper we design one easy to assembly and low-cost lab-experience to study experimentally the equilibrium of a cable under an uniform distributed load along its length. The load is its own weight and the curve is the well known catenary. From the experimental study of the catenary it is possible to obtain information about the internal strength along the cable, as in particular, the tension at the lowest point. A chain composed of little metallic marbles has been used as a cable and the theoretical and experimental catenaries have been compared in various cases, observing a good agreement between both of them.

## Introducción

El estudio de la estática de hilos y cables puede encontrarse en la mayoría de los textos de Mecánica (en su parte de Estática) [1-3]. Debido a una serie de propiedades como son su resistencia, poco peso y flexibilidad, los cables se utilizan en muchas ocasiones para soportar cargas y transmitir fuerzas en estructuras de la construcción (puentes, tirantes, etc.), máquinas y vehículos (correas cadenas, etc.) y otros sistemas mecánicos. Por ejemplo, se utilizan enormes cables de acero para sujetar puentes colgantes. En este caso puede suponerse que el peso del puente está uniformemente distribuido a lo largo de la horizontal. Ignorando el peso del cable (despreciable frente al del tablero del puente), la curva descrita por el cable es una parábola [1-3]. También se desplazan los teleféricos, telesillas y telecabinas sobre cables. En estas situaciones se considera que sobre el cable actúan cargas puntuales: los pesos de las cabinas que cuelgan de los mismos. Entre dos cargas puntuales, y

supuesto como en el caso anterior que el peso del cable es despreciable, la forma del cable tiene es rectilínea. Sin embargo, en muchas ocasiones los cables no se utilizan para sujetar ninguna carga, ni puntual ni distribuida. Basta que miremos a nuestro alrededor cuando circulamos por una carretera y fijarnos en las líneas de transmisión eléctrica o en las líneas telefónicas. En estos dos casos, como en otros muchos, el cable está fijo en dos puntos de sujeción, no estando sometido a ninguna carga externa salvo su propio peso que representa una carga distribuida a lo largo de la longitud del cable. Bajo estas condiciones la curva que describe el cable ya no es ni una parábola ni una línea recta sino que se trata de una catenaria.

A continuación vamos a considerar un cable cuyos dos puntos de sujeción están a la misma altura (Figura 1) considerando que su peso es la única carga importante a la que está sometido. Ya hemos señalado que la ecuación que describe la forma del cable se denomina catenaria. Como vemos en la Figura 1, podemos caracterizar geoméricamente el cable por una serie de parámetros como son su longitud,  $L$ , la diferencia de elevación entre el punto más bajo del cable y el punto de sujeción denominada flecha,  $h$ , y la distancia horizontal entre los puntos de sujeción que suele denominarse luz,  $a$  [1-3]. Si el cable está contenido en el plano  $XY$ , la forma del cable vendrá determinada por la función  $y(x)$ . Suponiendo que el cable no presenta ninguna resistencia a ser doblado (cable flexible), la fuerza interior resultante en cualquier sección recta del mismo será tangente al cable

en dicha sección. A esta fuerza interior la denominaremos tensión,  $T$ .

En el presente trabajo proponemos una experiencia de laboratorio de muy fácil diseño que nos permite determinar experimentalmente diversas características de un cable sujeto por sus extremos y sometido únicamente a su peso, analizando la forma que adquiere el cable bajo esas condiciones, es decir, estudiando teórica y experimentalmente la catenaria. Para ello utilizaremos como cable una cadena de bolitas metálicas como las que se utilizan para sujetar los tapones de los fregaderos y que pueden conseguirse en cualquier ferretería. En primer lugar determinaremos teóricamente la tensión en el punto más bajo del cable,  $T_0$ , en función de su longitud,  $L$ , y su luz,  $a$ . A continuación determinaremos  $T_0$  a partir de la medida de la flecha,  $h$ , para diversas luces, y por último obtendremos experimentalmente la catenaria midiendo las distintas coordenadas  $(x,y)$  del cable. Mención especial merece el cálculo del error absoluto de  $T_0$ . Como veremos  $T_0$  no puede despejarse en función de los parámetros carac-

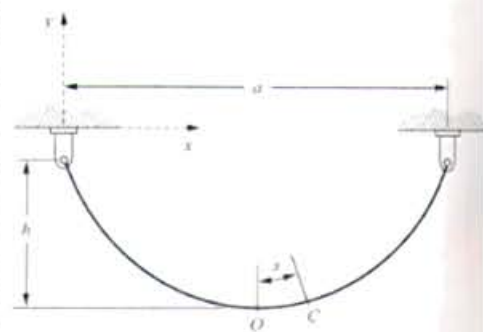


Figura 1. Cable homogéneo sometido a su propio peso (carga uniformemente distribuida a lo largo de su longitud).



terísticos del cable (longitud, peso, flecha y luz) sino que para obtener  $T_O$  hay que resolver una ecuación trascendente. Esto no presenta ningún problema pues la solución de dicha ecuación la podemos obtener numéricamente, por ejemplo, mediante el método de Newton-Raphson. Sin embargo, para el cálculo del error necesitamos las derivadas parciales de  $T_O$  respecto a los parámetros del cable. Como no disponemos de  $T_O$  en función de dichos parámetros obtendremos sus derivadas parciales, y por tanto su error absoluto, aplicando el teorema de la función implícita, lo cual es interesante para los alumnos al ser una situación que no suele aparecer normalmente en las experiencias de laboratorio que realizan. Finalmente, veremos como cuando la luz no es mucho menor que la longitud del cable, o lo que es lo mismo, cuando la flecha es pequeña, la catenaria puede aproximarse por una parábola, pues en este caso la carga uniformemente distribuida a lo largo del cable no difiere gran cosa de la misma carga distribuida uniformemente a lo largo de la dirección horizontal.

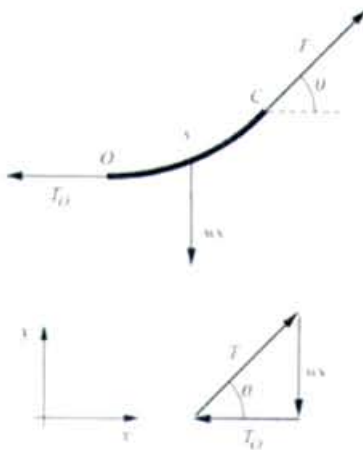


Figura 2. Segmento de cable entre los puntos  $O$  (punto más bajo) y  $C$  de la Figura 1, y fuerzas que actúan sobre el mismo.

## 2. Carga distribuida a lo largo de la longitud del cable

Consideremos un cable como el de la Figura 1 con los dos apoyos a la misma altura. El peso del cable,  $W$ , lo somete a una carga distribuida en toda su longitud,  $L$ . Llamaremos  $w = W/L$  al peso del cable por unidad de longitud. La carga que actúa sobre cada elemento de longitud  $ds$  del cable será enton-

ces  $w ds$ . La Figura 2 representa las fuerzas que actúan sobre una porción de cable de longitud  $s$  que tiene como extremo su punto más bajo  $O$ . Este segmento del cable está sometido a tres fuerzas: la tensión  $T_O$  en su extremo  $O$ , la tensión  $T$  en el otro extremo  $C$ , situado a una distancia  $s$  de  $O$ , y el peso  $ws$  de la porción.

En la Figura 2 hemos llamado  $\theta$  al ángulo que forma  $T$  con la horizontal. Del diagrama del cuerpo libre de la Figura 2, obtenemos las ecuaciones [2]:

$$T = \text{sen } \theta = ws \quad (1)$$

$$T = \text{cos } \theta = T_O \quad (2)$$

La pendiente del cable  $dy/dx = \text{tg } \theta$  será:

$$\frac{dy}{dx} = \text{tg } \theta = \frac{ws}{T_O} \quad (3)$$

A partir de la ecuación (3), y teniendo en cuenta la relación  $(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2$ , podemos obtener la expresión que proporciona la longitud del cable,  $L$ , en función de la luz,  $a$ , la densidad lineal de peso,  $w$ , y la tensión en el punto más bajo,  $T_O$ . Esta ecuación es [2]:

$$L = \frac{2T_O}{w} \text{Sh} \left( \frac{wa}{2T_O} \right) \quad (4)$$

La tensión  $t$  en un punto arbitrario del cable de coordenada horizontal  $x$  se puede calcular una vez que se conoce la tensión en el punto más bajo,  $T_O$ , haciendo uso de la ecuación:

$$T = T_O \text{Ch} \left( \frac{w(2x-a)}{2T_O} \right) \quad (5)$$

Asimismo, podemos encontrar la ecuación para la flecha,  $h$ , que en valor absoluto es:

$$h = \frac{T_O}{w} \left[ \text{Ch} \left( \frac{wa}{2T_O} \right) - 1 \right] \quad (6)$$

y la ecuación de la catenaria,  $y = y(x)$ , considerando que el origen de coordenadas está situado, como se ve en la Figura 1, en el extremo de sujeción izquierdo, viene dada por:

$$y = \frac{T_O}{w} \left[ \text{Ch} \left( \frac{w(2x-a)}{2T_O} \right) - \text{Ch} \left( \frac{wa}{2T_O} \right) \right] \quad (7)$$

De las ecuaciones anteriores vemos como conocidos  $L$ ,  $a$  y  $w$  podemos calcular la tensión  $T_O$  resolviendo numéricamente la ecuación (4). Asimismo, si medimos experimentalmente la flecha  $h$  y conocemos  $a$  y  $w$ , es posible calcular  $T_O$  resolviendo numéricamente la ecuación (6). Con el valor de  $T_O$  podemos obtener teóricamente la ecuación de la catenaria utilizando la ecuación (7) y comparar ésta con la catenaria experimental. Finalmente, si medimos experimentalmente el conjunto de  $N$  puntos  $(x_i, y_i)$  a lo largo del cable, podemos realizar un ajuste no lineal de la ecuación (7) a los puntos experimentales y determinar de este ajuste también el valor de  $T_O$ .

En el caso particular en el que la flecha  $h$  es pequeña (cable tenso),  $\text{tg } \theta$  será también pequeña y, según la ecuación (3), también lo será  $ws/T_O$  y entonces  $wa/T_O$ . En esta situación es posible sustituir en la ecuación (6) el coseno hiperbólico por su desarrollo para valores del argumento pequeño, es decir:

$$\text{Ch } z = 1 + \frac{z^2}{2} \quad (8)$$

lo que permite escribir la flecha del cable tenso como:

$$h = \frac{wa^2}{8T_O} \quad (9)$$

de donde es posible calcular fácilmente la tensión en el punto más bajo,  $T_O$ , si se conoce  $h$  utilizando la ecuación:

$$T_O = \frac{wa^2}{8h} \quad (10)$$

Del mismo modo, es posible utilizar el desarrollo del coseno hiperbólico de la ecuación (8) en la ecuación (7), obteniéndose fácilmente la ecuación cartesiana de la forma del cable en el caso de flecha pequeña (cable tenso):

$$y = \frac{w(2x-a)^2}{8T_O} - \frac{wa^2}{8T_O} \quad (11)$$

La ecuación (11) indica que en este caso la forma del cable es una parábola cuyo vértice está en el punto más bajo del mismo ( $x = a/2$ ). Estas ecuaciones se pueden obtener directamente considerando que el cable está sometido a una carga uniformemente distribuida a lo largo de la horizontal, es decir, con



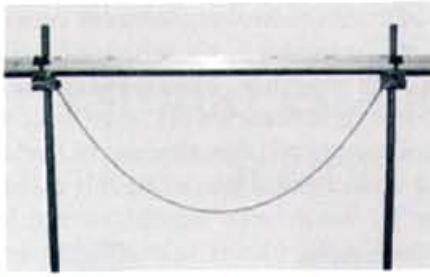


Figura 3. Fotografía del montaje experimental utilizado para el desarrollo de la práctica.

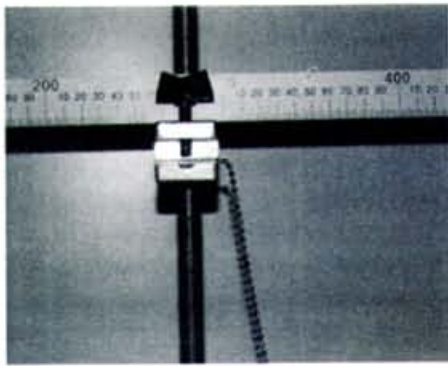


Figura 4. Fotografía del dispositivo experimental correspondiente a uno de los puntos de sujeción de la cadena.

$w = W/a$ , sin más que partir de la ecuación (3) escrita ahora en la forma  $tg \theta = wx/T_0$  [1].

### 3. Desarrollo experimental

Como ya hemos señalado, para el estudio experimental de la catenaria vamos a utilizar como cable una cadena de bolitas de longitud 80 cm. La cadena está formada por bolitas metálicas cuyo diámetro, determinado con ayuda de un pie de rey, es  $3,14 \pm 0,02$  mm. Las bolitas están unidas por segmentos metálicos que permiten que la cadena sea flexible. Cuando la cadena está tensa la distancia entre dos bolitas contiguas es  $1,22 \pm 0,02$  mm. Para los 80 cm de longitud de la cadena el número total de bolitas es aproximadamente 184. Los extremos de la cadena los fijamos con ayuda de dos dobles nueces de las que se encuentran en cualquier laboratorio de Física, cada una de las cuales sujetamos a la misma altura a una varilla vertical situada sobre una base soporte. Mediante dos láminas metálicas cuadradas de unos 3 cm de lado colocadas una arriba de la cadena y la otra debajo se ajusta la longitud de la cadena en las dobles nueces. La Figura 3 muestra una fotografía del montaje experimental utilizado para el

desarrollo de la práctica, mientras que la Figura 4 corresponde a un detalle de la fotografía anterior en uno de los puntos de sujeción de la cadena.

Con una balanza electrónica determinamos la masa de un trozo de cadena,  $m$ , y con una regla su longitud,  $L$ , cuando la cadena está tensa. Tomando  $g = 9,80 \pm 0,01$  m/s<sup>2</sup> calculamos su peso total  $y$ , a partir de éste, la densidad de peso por unidad de longitud para la que obtenemos:

$$w = 0,2070 \pm 0,0002 \text{ N/m}$$

Una vez conocida la longitud del cable,  $L$ , y la densidad de peso por unidad de longitud,  $w$ , se va a determinar la tensión en el punto más bajo del cable,  $T_0$ , mediante dos procedimientos distintos. El primero requiere la medida de la luz,  $a$ , y hace uso de la ecuación (4), mientras que en el segundo se obtiene experimentalmente la flecha,  $h$ , y se utiliza la ecuación (6).

#### 3.1. Determinación de $T_0$ a partir de $L$ , $a$ y $w$

En primer lugar vamos a calcular teóricamente el valor de la tensión en el punto más bajo,  $T_0$ , a partir de la longitud,  $L$ , y la luz,  $a$ , utilizando la ecuación (4). Para ello tomamos una longitud  $L = 0,800 \pm 0,001$  m y tres luces,  $a = 0,700 \pm 0,001$  m,  $a = 0,600 \pm 0,001$  m y  $a = 0,300 \pm 0,001$  m. Escribimos la ecuación (4) en la forma:

$$\text{Sh } u - \frac{L}{a} u = 0 \quad (12)$$

donde  $u = wa/2T_0$ . La ecuación (12) la resolvemos numéricamente utilizando el método de Newton-Raphson [4]. Para calcular el error absoluto de  $T_0$  utilizamos la ecuación [5]:

$$E_{T_0} = \left| \frac{\partial T_0}{\partial w} \right| E_w + \left| \frac{\partial T_0}{\partial a} \right| E_a + \left| \frac{\partial T_0}{\partial L} \right| E_L \quad (13)$$

donde  $E_w$ ,  $E_a$  y  $E_L$  son los errores absolutos de  $w$ ,  $a$  y  $L$ , respectivamente, y las derivadas parciales las obtenemos aplicando el teorema de la función implícita [6] a la función:

$$F(w, a, L, T_0(w, a, L)) = 0 \quad (14)$$

donde  $F$  es:

$$F(w, a, L, T_0) = \text{Sh}(wa/2T_0) - (wL/2T_0) \quad (15)$$

Haciendo las derivadas parciales de la ecuación (15) respecto a  $w$ ,  $a$  y  $L$  teniendo en cuenta que  $T_0$  es una función de estas tres variables, podemos despejar los valores de  $\partial T_0/\partial w$ ,  $\partial T_0/\partial a$  y  $\partial T_0/\partial L$ , respectivamente, y que vienen dados por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_0}{\partial w} &= -\frac{\partial F/\partial w}{\partial F/\partial T_0} \\ \frac{\partial T_0}{\partial a} &= -\frac{\partial F/\partial a}{\partial F/\partial T_0} \\ \frac{\partial T_0}{\partial L} &= -\frac{\partial F/\partial L}{\partial F/\partial T_0} \end{aligned} \quad (16)$$

que con ayuda de la ecuación (13) permiten calcular el error absoluto de  $T_0$ .

$a$ (m)	$T_0$ (N)
$0,700 \pm 0,001$	$0,0799 \pm 0,0010$
$0,600 \pm 0,001$	$0,0460 \pm 0,0004$
$0,300 \pm 0,001$	$0,01169 \pm 0,00008$

Tabla 1

En la Tabla 1 se muestran los valores de  $T_0$  calculados junto con sus errores absolutos para los tres valores de  $a$  considerados.

#### 3.2. Determinación de $T_0$ a partir de $h$ , $a$ y $w$

A continuación medimos experimentalmente la flecha  $h$  para las tres luces antes consideradas. Para ello situamos una regla horizontal a la altura de las sujeciones y con ayuda de una regla vertical medimos la posición del punto más bajo de la cadena. Con los

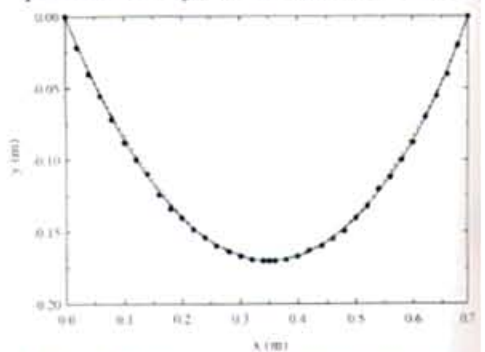


Figura 5. Valores experimentales (puntos) y catenaria teórica (línea continua) para una longitud  $L = 80$  cm y una luz  $a = 70$  cm. La línea discontinua corresponde a la aproximación parabólica.



$a$ (m)	$h$ (m)	$T_O$ (N)
$0,700 \pm 0,001$	$0,170 \pm 0,001$	$0,0798 \pm 0,0009$
$0,600 \pm 0,001$	$0,234 \pm 0,001$	$0,0462 \pm 0,0005$
$0,300 \pm 0,001$	$0,348 \pm 0,001$	$0,01168 \pm 0,00014$

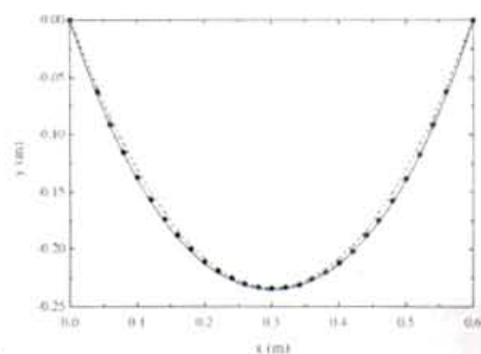
**Tabla 2**

valores experimentales de  $h$ ,  $a$  y  $w$ , y utilizando la ecuación (6), determinamos el valor de  $T_O$  numéricamente también aplicando el método de Newton-Raphson. El error absoluto de la tensión lo calculamos aplicando el teorema de la función implícita de forma análoga a como se ha hecho en el apartado anterior, pero ahora haciendo la derivada de la función implícita de la ecuación (6). Los resultados para las tres luces consideradas se muestran en la Tabla 2. Como vemos, los valores de la tensión en el punto más bajo,  $T_O$ , son prácticamente los mismos a los calculados teóricamente y que se ven en la Tabla 1.

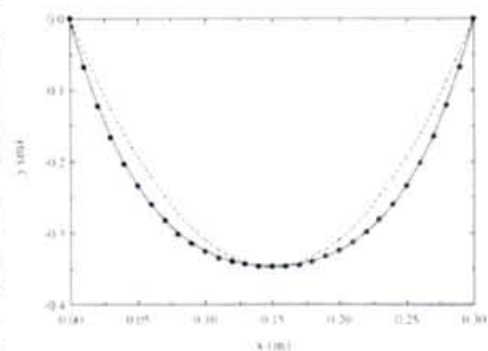
### 3.3. Determinación de la catenaria teórica y experimental

Nuestro objetivo ahora es obtener experimentalmente las catenarias para las tres luces consideradas y compararlas con las catenarias teóricas que se obtienen utilizando los valores de  $T_O$  que acabamos de calcular. Para ello mediremos las coordenadas verticales y

en función de la distancia  $x$  desde el extremo izquierdo de sujeción, utilizando dos reglas perpendiculares, una horizontal para determinar  $x$  y otra vertical para obtener  $y$ . Los valores de  $x$  los tomamos a intervalos de 2 cm para las luces de 70 cm y 60 cm, y a intervalos de 1 cm para la luz de 30 cm, todos ellos con un error absoluto de 1 mm. Las catenarias teóricas las calculamos utilizando la ecuación (7) con los valores de  $T_O$  de la Tabla 2 (o de la Tabla 1, la diferencia es inapreciable), teniendo en cuenta que  $w = 0,2070$  N/m. Además de calcular la catenaria teórica se ha calculado la parábola (ecuación (11)) correspondiente a considerar la aproximación de cable tenso (flecha pequeña), utilizando las ecuaciones (9)-(11). Para obtener las expresiones de las parábolas se han calculado previamente utilizando la ecuación (10) los valores de  $T_O$  correspondientes a las flechas experimentales,  $h$ . En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos que, como puede verse, difieren de los valores mostrados en las Tablas 1 y 2, sobre todo, y como es



**Figura 6.** Valores experimentales (puntos) y catenaria teórica (línea continua) para una longitud  $L = 80$  cm y una luz  $\alpha = 60$  cm. La línea discontinua corresponde a la aproximación parabólica.



**Figura 7.** Valores experimentales (puntos) y catenaria teórica (línea continua) para una longitud  $L = 80$  cm y una luz  $\alpha = 30$  cm. La línea discontinua corresponde a la aproximación parabólica.

lógico, para las flechas mayores. En las Figuras 5, 6 y 7 se muestran los resultados obtenidos para los tres valores de  $a$  considerados. En estas figuras los puntos corresponden a los datos experimentales, la línea continua es la catenaria teórica y la línea discontinua corresponde a la aproximación parabólica. Vemos como no existen diferencias importantes entre las catenarias teóricas y experimentales. Sin embargo, la aproximación parabólica es tanto mejor cuando la diferencia entre la longitud del cable  $L$  y la luz  $a$  es pequeña (cable tenso), como es el caso en el que  $a = 70$  cm y  $L = 80$  cm, mientras que conforme aumenta la diferencia entre  $a$  y  $L$ , la coincidencia entre la catenaria y la parábola decrece, como se ve claramente en la Figura 7.

### 3.4. Ajuste no lineal de las catenarias teóricas y experimentales

Para finalizar realizamos el ajuste no lineal de la ecuación (6) a los datos

$a$ (m)	$h$ (m)	$T_O$ (N)
$0,700 \pm 0,001$	$0,170 \pm 0,001$	$0,0746 \pm 0,0007$
$0,600 \pm 0,001$	$0,234 \pm 0,001$	$0,0398 \pm 0,0003$
$0,300 \pm 0,001$	$0,348 \pm 0,001$	$0,00669 \pm 0,00007$

**Tabla 3**

$a$ (m)	$T_O$ (N)	I.C. (N)
$0,700 \pm 0,001$	0,08018	$0,07988 - 0,08048$
$0,600 \pm 0,001$	0,04596	$0,04584 - 0,04609$
$0,300 \pm 0,001$	0,01174	$0,01171 - 0,01176$

**Tabla 4**



experimentales con ayuda del programa MATHEMATICA utilizando el paquete << *Statistics NonlinearFit* >> y los comandos *NonlinearRegress* y *NonlinearFit* [7], tomando como variable la cantidad  $w/T_0$ . La Tabla 4 muestra los resultados obtenidos para  $T_0$  junto con los intervalos de confianza (I.C.) del ajuste. Como vemos, los valores de  $T_0$  calculados no difieren de los que hemos obtenido por los dos métodos anteriores y que hemos presentado en las Tablas 1 y 2.

#### 4. Conclusiones

La utilización de una simple cadena de bolitas metálicas nos ha permitido el estudio experimental de la catenaria, es decir, la curva que adopta un cable cuando está sometido como única carga a su propio peso. En el desarrollo de las experiencias hemos tenido que utilizar diversos conceptos matemáticos de interés en cualquier trabajo con valores experimentales como ha sido la resolución de ecuaciones por métodos numéricos. Asimismo creemos que

resulta muy interesante e ilustrativo para los alumnos el cálculo del error absoluto de la tensión en el punto más bajo utilizando el teorema de la función implícita. Hemos comprobado como los resultados experimentales coinciden con la ecuación teórica de la catenaria. Es evidente que las experiencias se podrían generalizar a la situación en la que los puntos de sujeción no están a la misma altura. Por último es importante señalar que se trata de una experiencia sencilla, fácil de montar y de muy bajo coste que nos permite estudiar experimentalmente la estática de hilos y cables a partir de una serie de medidas sencillas, como son las longitudes y las masas.

#### Referencias

[1] RILEY, W. F. y STURGES, L. D., "Ingeniería Mecánica: Estática". Reverté, Barcelona (1995).  
 [2] BELMAR, F., GARMENDIA, A. y LLINARES, J., "Curso de Física Aplicada: Estática". Universidad Politécnica de Valencia (1987).

[3] BEDFORD, A., y FOWLER, W., "Mecánica para Ingeniería: Estática". Addison-Wesley Iberoamericana, Wilmington (1996).  
 [4] MICHAVILA, F. y GAVETE, L., "Programación y cálculo numérico". Reverté, Barcelona (1985).  
 [5] BELÉNDEZ, A., BERNABEU, J. G., VERA, J., PASTOR, C. y MARTÍN, A., "Prácticas de Física". Universidad Politécnica de Valencia (1988).  
 [6] AYRES Jr., F. "Cálculo Diferencial e Integral". McGraw-Hill, México (1984).  
 [7] "Mathematica 4, Standard Add-on Packages". Wolfram Research, Champaign (1999).

**Augusto Beléndez y  
Cristian Neipp**  
*están en el Dpto. de Física, Ing. de  
Sistemas y Teor. de la Señal de la  
Univ. de Alicante*

**Tarsicio Beléndez**  
*está en el Dpto. de Tecnología de  
Materiales de la Univ. Miguel  
Hernández de Elche.*

## SUSCRÍBETE A LA

## REVISTA ESPAÑOLA DE FISICA

A partir del próximo año se editarán 5 números anuales de esta revista. Ello traerá como consecuencia un ligero aumento de los precios de suscripción que serán los siguientes:

NOMBRE O INSTITUCIÓN: .....  
 DIRECCIÓN: ..... POBLACIÓN: .....  
 CÓDIGO POSTAL: ..... TELÉFONO: ..... NIF ó CIF: .....  
 desea suscribirse durante un año a la REVISTA ESPAÑOLA DE FÍSICA bajo las siguientes condiciones:

<b>Modalidad</b>	{	ESPAÑA:			<b>Forma de pago</b>	{	<input type="checkbox"/> Adjunto talón
		<input type="checkbox"/> Institucional	6.500	ptas.			<input type="checkbox"/> Domiciliación bancaria**
		<input type="checkbox"/> Individual	4.500	ptas.			<input type="checkbox"/> Transferencia bancaria a la cuenta 2038.1048.6.000.768.146
		<input type="checkbox"/> Estudiante*	3.500	ptas.			

\* En caso de estudiante: Curso ..... Centro .....  
 \*\* Indique abajo los datos necesarios para la misma

#### DOMICILIACIÓN BANCARIA\*\*\*:

NOMBRE DEL TITULAR: .....  
 NOMBRE DE LA ENTIDAD BANCARIA: .....  
 CÓDIGO DE LA ENTIDAD BANCARIA (4 dígitos) — — — — CÓDIGO DE LA SUCURSAL (4 dígitos) — — — —  
 NÚMERO DE LA CUENTA CORRIENTE O LIBRETA DE AHORROS: .....  
 (La renovación es automática, mientras no se indique lo contrario)  
 ..... de ..... de 19.....

\*\*\* Es importante consignar todos estos datos para una correcta gestión.

Enviar a AULA DOCUMENTAL DE INVESTIGACIÓN, Martín de los Heros, 66. - Tels.: (91) 542 82 82 / 541 87 97  
 Fax: 559 30 60 - 28008 MADRID