Tema 5.- EL CAMPO ELÉCTRICO (*RESUMEN)*

• Fuerza electromotriz

El trabajo por unidad de carga realizado por el campo eléctrico cuando desplazamos una carga a lo largo de la trayectoria L está expresado por la integral de línea:

$$\int_L \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{l}}$$

Para un campo electrostático:

$$\int_L \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{l}} = V_A - V_B$$

donde A y B son los puntos extremos de la trayectoria L.

La fuerza electromotriz (fem), ε, es el trabajo por unidad de carga cuando se mueve la carga por una trayectoria cerrada:

$$\varepsilon = \oint \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{l}}$$

donde el círculo sobre el símbolo de la integral indica que la trayectoria es cerrada. A este tipo de integral se le conoce como **circulación.**

Si el campo eléctrico es estático y la trayectoria cerrada:

$$\oint \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{l}} = 0$$

• Flujo del campo eléctrico

Se define el flujo del campo eléctrico a través de una superficie S como la integral de superficie del vector campo eléctrico extendida a toda la superficie:

$$\Phi_E = \int_S \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{S}}$$

Cuando se calcula el flujo a través de una superficie cerrada a ésta se la denomina **superficie gaussiana.** Las líneas de campo pueden ser utilizadas para visualizar el flujo a través de la superficie.

El flujo total puede ser positivo, negativo o cero. Cuando es positivo, el flujo es saliente y cuando es negativo, es entrante.

• Ley de Gauss para el campo eléctrico

La Ley de Gauss establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga eléctrica neta encerrada dentro de la superficie dividida por ε_0:

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0} \qquad \int_S \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{S}} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

En electrostática la Ley de Gauss es equivalente a la Ley de Coulomb.

La Ley de Gauss puede ser utilizada para encontrar el campo eléctrico producido por distribuciones de carga que posean una alta simetría. El paso crucial de este proceso es la selección de la superficie gaussiana.

• Propiedades electrostáticas de los conductores

Cuando un conductor colocado en un campo eléctrico está en equilibrio, el campo eléctrico en el interior del conductor es cero.

El campo eléctrico en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es normal a la superficie.

Todos los puntos de un conductor en equilibrio electrostático están al mismo potencial.

La superficie de un conductor en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial.

La carga eléctrica neta de un conductor en equilibrio electrostático se encuentra sobre su superficie.

El campo eléctrico en puntos muy próximos a la superficie de un conductor es perpendicular a su superficie y vale:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

• Polarización eléctrica de la materia

Existen dieléctricos apolares y polares. En los primeros, sus moléculas no tienen momento dipolar eléctrico, mientras que en los segundos las moléculas tienen un momento dipolar eléctrico permanente.

Cuando se coloca un dieléctrico apolar en un campo eléctrico, sus átomos o moléculas se convierten en dipolos eléctricos que se orientan en la dirección del campo eléctrico. si el dieléctrico es polar, sus momentos dipolares permanentes se orientan paralelos al campo exterior.

Cuando los dipolos eléctricos de una sustancia se alinean de manera espontánea (sustancias **ferroeléctricas**) o debido a la acción de un campo eléctrico externo, decimos que la sustancia está **polarizada.**

• Vector polarización

La **polarización P** de un material es una magnitud vectorial definida como el momento dipolar eléctrico del material por unidad de volumen. Si **p** es el momento dipolar eléctrico inducido por átomo o molécula y n el número de átomos o moléculas por unidad de volumen, la polarización es:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p}$$

La polarización tiene dimensiones de densidad superficial de carga y en el S.I. se mide en C/m^2.

Sobre cada una de las superficies de un material polarizado aparece una densidad superficial de carga ligada o densidad de carga de polarización, σ_{pol}, de modo que:

$$\sigma_{pol} = \mathbf{P}\cdot\mathbf{u}_N$$

donde $\mathbf{u}_N$ es el vector unitario en la dirección normal a la superficie del material.

• Desplazamiento eléctrico

Un dieléctrico polarizado tiene cargas sobre su superficie y, a menos que la polarización sea uniforme, también en su volumen. Estas **cargas de polarización**, sin embargo, están congeladas en el sentido de que están ligadas a los átomos o moléculas y no tienen libertad de movimiento en el dieléctrico. En un conductor, las cargas sí que son capaces de moverse con libertad y se denominan **cargas libres**. Se cumple la relación:

$$\sigma_{libre} = \varepsilon_o E + P$$

y se define el vector **desplazamiento eléctrico**, **D**, como:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_o\mathbf{E} + \mathbf{P}$$

que se expresa en C/m^2. La densidad de carga libre está relacionada con **D** mediante la ecuación:

$$\sigma_{libre} = \mathbf{D}\cdot\mathbf{u}_N$$

La carga libre total sobre un conductor es entonces:

$$q_{libre} = \int_S \sigma_{libre}\, dS = \int_S \vec{\mathbf{D}}\, d\vec{\mathbf{S}}$$

donde S es una superficie cerrada.

• Susceptibilidad y permitividad eléctrica

En general, el vector **P** es proporcional al campo eléctrico aplicado **E**:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0\chi_e\mathbf{E}$$

χ_e es la **susceptibilidad eléctrica** del material. Cuando la relación entre **P** y **E** es lineal, se puede escribir:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \varepsilon_0\chi_e\mathbf{E} = (1 + \chi_e)\varepsilon_0\mathbf{E} = \varepsilon\mathbf{E}$$

la cantidad:

$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

es la permitividad relativa del medio y $\varepsilon = \varepsilon_r\varepsilon_0$ es la **permitividad** del medio. Cuando la relación $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ es válida para un medio, podemos escribir:

$$q_{libre} = \int_S \varepsilon\vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{S}}$$

donde S es una superficie cerrada, y si el medio es homogéneo (ε constante):

$$\int_S \vec{\mathbf{E}}\, d\vec{\mathbf{S}} = \frac{q_{libre}}{\varepsilon}$$

• Capacidad y condensadores

Un condensador es un dispositivo eléctrico utilizado en los circuitos para almacenar carga y energía eléctrica; está formado por dos placas conductoras separadas por un dieléctrico. La capacidad de un condensador es:

$$C = \frac{Q}{V}$$

En el S.I. la capacidad se mide en faradios (1 F = 1 C/V). La capacidad depende del diseño geométrico del condensador y de la naturaleza del dieléctrico que hay entre sus placas o armaduras. Para un condensador de láminas planoparalelas con vacío entre las placas:

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

Cuando se introduce un dieléctrico entre las armaduras de un condensador en que había el vacío entre las placas, la capacidad aumenta de modo que:

$$C = \varepsilon_r C_0$$

mientras que la diferencia de potencial y el campo eléctrico disminuyen:

$$V = V_0/\varepsilon_r \qquad E = E_0/\varepsilon_r$$

La capacidad equivalente de un conjunto de condensadores conectados es la capacidad de un único condensador que, cuando se utiliza en lugar del conjunto, produce el mismo efecto externo. La capacidad equivalente de varios condensadores en **serie** es:

$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_i (1/C_i)}$$

Para varios condensadores en **paralelo**:

$$C_{eq} = \sum_i C_i$$

• Energía del campo eléctrico

La energía de un condensador es la energía potencial de las cargas que hay en sus placas:

$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

Cuando se asocia esta energía con el campo eléctrico, la **densidad de energía** u_E en el espacio ocupado por el campo (en el vacío) es:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

En un medio material basta sustituir ε_0 por ε. La energía eléctrica total U en un volumen V se calculará mediante la integral:

$$U = \int_V u_E\, dV$$

En forma diferncial la Ley de Gauss puede escribirse utilizando la divergencia:

$$\mathrm{div}\,\vec{\mathbf{E}} \equiv \vec{\nabla}\,\vec{\mathbf{E}} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$