

Rosabel Roig-Vila (Ed.)

El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

Rosabel Roig-Vila (Ed.)

El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

EDICIÓN:

Rosabel Roig-Vila

Comité científico internacional

Prof. Dr. Julio Cabero Almenara, Universidad de Sevilla

Prof. Dr. Antonio Cortijo Ocaña, University of California at Santa Barbara

Prof. Dra. Floriana Falcinelli, Università degli Studi di Perugia

Prof. Dra. Carolina Flores Lueg, Universidad del Bío-Bío

Prof. Dra. Chiara Maria Gemma, Università degli studi di Bari Aldo Moro

Prof. Manuel León Urrutia, University of Southampton

Prof. Dra. Victoria I. Marín, Universidad de Oldenburgo

Prof. Dr. Enric Mallorquí-Ruscalleda, Indiana University-Purdue University, Indianapolis

Prof. Dr. Santiago Mengual Andrés, Universitat de València

Prof. Dr. Fabrizio Manuel Sirignano, Università degli Studi Suor Orsola Benincasa di Napoli

Comité técnico:

Jordi M. Antolí Martínez, Universidad de Alicante

Gladys Merma Molina, Universidad de Alicante

Revisión y maquetación: ICE de la Universidad de Alicante

Primera edición: octubre de 2018

© De la edición: Rosabel Roig-Vila

© Del texto: Las autoras y autores

© De esta edición:

Ediciones OCTAEDRO, S.L.

C/ Bailén, 5 – 08010 Barcelona

Tel.: 93 246 40 02 – Fax: 93 231 18 68

www.octaedro.com – octaedro@octaedro.com

ISBN: 978-84-17219-25-3

Producción: Ediciones Octaedro

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

NOTA EDITORIAL: Las opiniones y contenidos de los textos publicados en esta obra son de responsabilidad exclusiva de los autores.

45. Actividad matemática generada por los estudiantes para profesor de secundaria a partir de una planificación basada en la resolución de problemas de libros de texto

Gloria Sánchez-Matamoros García¹, Mar Moreno Moreno² y Julia Valls González³

¹Universidad de Sevilla, gsanchezmatamoros@us.es; ²Universidad de Alicante, mmoreno@ua.es;

³Universidad de Alicante, julia.valls@ua.es

RESUMEN

En la formación de profesores de secundaria hay preocupación por favorecer el desarrollo de competencias propias de su futura tarea docente, en particular, la planificación de lecciones de enseñanza y gestión del aula. El objetivo de la investigación es caracterizar cómo los estudiantes para profesor de secundaria favorecen la actividad matemática de los alumnos a través de una planificación de una lección. En esta investigación han participado 44 estudiantes del Master de Formación del Profesorado de Secundaria de las universidades de Alicante y de Sevilla. Los datos de esta investigación proceden de la práctica de planificación de una lección a partir de un problema de un libro de texto de secundaria o bachillerato, modificado para aumentar su demanda cognitiva. Los resultados indican que los estudiantes para profesor tienen dificultades en transformar las tareas de los libros de texto, en otras de mayor demanda cognitiva, y la mayoría de las planificaciones favorecen la adquisición de reglas y procedimientos. La actividad matemática que se favorece es escasa. Concluimos que la mayoría de los estudiantes para profesor prestan más atención al resultado de la tarea que al proceso de resolución que implica, por lo que desaprovechan la potencialidad de la tarea para descubrir propiedades y hacer matemáticas.

PALABRAS CLAVE: Aprendizaje estudiantes para profesor de Secundaria, planificación de una lección, demanda cognitiva y actividad matemática.

1. INTRODUCCIÓN

El diseño de los programas formativos para estudiantes para profesor de matemáticas de secundaria (EPS) se ha convertido en un tema objeto de investigación cuyo interés es creciente. Entre las competencias docentes que debe adquirir un EPS está la de planificar lecciones de enseñanza y gestionar su implementación. Dada la importancia de la resolución de problemas en el currículo de secundaria y por el potencial de los mismos para favorecer el aprendizaje matemático (Santos-Trigo y Camacho-Machín, 2009), nos planteamos caracterizar a los EPS en términos de la planificación de una lección basada en la resolución de problemas y en la gestión del aula propuesta. Para ello, se decidió diseñar un módulo sobre planificación y gestión del aula consistente en cuatro prácticas como parte del programa formativo de la asignatura de Enseñanza de las Matemáticas. A lo largo del módulo el EPS tiene la oportunidad de analizar la gestión del aula de otros profesores en activo, modificar tareas de libros de texto de secundaria obligatoria y bachillerato para aumentar la demanda cognitiva de las mismas, y finalmente diseñar una lección de aula a partir de un problema seleccionado por ellos mismos procedente de un texto escolar. Un análisis cuidadoso de cada una de las planificaciones realizada por los EPS y de la comprensión mostrada por estos acerca de cómo aumentar la demanda cognitiva de un problema, proporcionó información sobre las características de su enseñanza.

La planificación de lecciones, como una actividad en programas de formación docente, implica un proceso psicológico en el que los futuros profesores visualizan lo que puede suceder en el aula, anticipan las estrategias de los estudiantes y construyen un marco teórico para guiar sus acciones futuras. En la actividad de planificación de la lección, los futuros maestros/ profesores deberían:

- diseñar actividades instruccionales para abordar diferentes contenidos matemáticos secuenciando las actividades educativas con los objetivos de aprendizaje,
- anticipar las respuestas de los estudiantes, y
- pensar en las tareas de evaluación para determinar si los estudiantes comprenden los conceptos que han debido ser aprendidos.

Por esta razón, la planificación de la lección es un contexto adecuado para estudiar el razonamiento pedagógico de los futuros maestros/profesores y de cómo aprenden a enseñar (Morris, Hiebert y Spitzert, 2009).

En la revisión sistemática de las investigaciones en el ámbito de la educación matemática realizada por Stahnke, Schueler y Roesken-Winter (2016) sobre anticipación, interpretación y toma de decisiones, observaron que la mayoría de estos estudios se centraban en interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes (mirar de manera profesional el pensamiento matemático de los estudiantes) y unos pocos en la manera de anticipar posibles respuestas de los estudiantes por parte de los futuros profesores.

La anticipación de posibles situaciones de enseñanza aprendizaje que pueden darse en el aula forma parte de la planificación de una lección. En este sentido, la planificación de una lección es una herramienta conceptual que puede favorecer el desarrollo profesional de los estudiantes para profesores de matemáticas. Cada vez es más habitual en los programas de formación de profesores poner el foco de atención en la planificación de las lecciones de aula para favorecer la adquisición de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. Cuando un profesor planifica una lección de aula debe tomar decisiones sobre diferentes aspectos de la puesta en escena de la misma, anticipar posibles respuestas de sus alumnos/as, detectar posibles bloqueos que se encontrarán durante el proceso de resolución, etc.

Otro aspecto clave de la adquisición de la competencia profesional es la selección de tareas y su modificación para aumentar la demanda cognitiva. Penalva y Llinares (2011) caracterizaron las tareas en términos de la actividad matemática que pueden brindar. Asimismo, las tareas son un potente instrumento de aprendizaje de las matemáticas, por lo que existe una relación entre el aprendizaje y la gestión de las tareas en el aula. Precisamente la gestión de las tareas en el aula, la anticipación de las respuestas de los alumnos y la toma de decisiones son aspectos claves que debemos tener en cuenta.

Stein, Engle, Smith y Hughes (2008) utilizaron el nivel de demanda cognitiva de las tareas para diferenciarlas según el potencial que pueden tener para desarrollar aspectos del aprendizaje. Así los autores citados consideran un nivel muy básico de demanda cognitiva a las tareas de memorización, un nivel 2 de demanda cognitiva serían las tareas de procedimiento sin conexión, un nivel 3 o superior son las de procedimiento con conexión, y finalmente, las de mayor demanda cognitiva (nivel 4) son las que suponen “hacer matemáticas”. Las tareas de demanda cognitiva baja consisten en memorización y aplicación directa de algoritmos. Si bien puede llegar a ser muy clara la distinción entre tareas de memorización y de hacer matemáticas, puede resultar difícil decidir entre los niveles intermedios.

El hecho de que el tipo de tarea seleccionada por los EPS para la planificación sea un problema de un libro de texto es otro aspecto clave de este estudio, ya que como reitera Santos-Trigo (2007), en el ámbito internacional, se concede mucha importancia a los problemas por ser un eje organizador de los contenidos del currículo. Lesh y Zawjewski (2007) consideran que la riqueza y potencialidad de la

resolución de problemas radica en que los estudiantes transforman sus ideas, desarrollan estrategias, recursos, etc., y, desde el punto de vista de la planificación, es una oportunidad para anticipar múltiples situaciones y buscar caminos de enseñanza que favorezcan la comprensión conceptual de los estudiantes de secundaria y bachillerato. Wake, Swan y Foster (2015) consideran que la planificación de una lección es un modo de adquisición del desarrollo profesional sobre todo cuando esta se centra en los procesos de resolución de problemas.

En concreto, en nuestro trabajo analizamos la planificación de una lección realizada por los EPS a través de la transformación de problemas matemáticos con el fin de crear oportunidades de aprendizaje para que los estudiantes aprendan matemáticas. Por tanto, el objetivo de esta investigación es caracterizar cómo los EPS favorecen la actividad matemática de los alumnos a través de una planificación de una lección.

2. MÉTODO

2.1. Descripción del contexto y de los participantes

En este trabajo han participado 44 estudiantes del Master de Formación del Profesorado de Secundaria de las universidades de Alicante y de Sevilla. En el contexto de la asignatura “Enseñanza de las Matemáticas”, del Master de Formación del Profesorado de Secundaria, que se imparte en la Universidad de Alicante, se ha diseñado un módulo sobre “Planificación y Gestión del aula de Secundaria” en el que el EPS se familiariza con situaciones que implican la gestión de discusiones matemáticas en el aula, la identificación de momentos claves de una clase y el análisis de tareas matemáticas en función de la demanda cognitiva. Este módulo también ha sido implementado en el correspondiente Master de Formación del Profesorado de Secundaria y Bachillerato de la Universidad de Sevilla en la asignatura de “Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas”.

El módulo consta de cuatro prácticas, dos de ellas sobre análisis de casos de aula, otra sobre análisis de las tareas de un capítulo de libro de texto en términos de la demanda cognitiva y propuesta hipotética secuencia de enseñanza, y una práctica final, objeto de esta investigación, consistente en una planificación de una lección.

2.2. Instrumentos

El instrumento de recogida de datos es la práctica final (Figura 1), consistente en planificar una lección a partir de un problema de un libro de texto de secundaria obligatoria o bachillerato previamente seleccionado por el EPS.

Esta práctica, tal como se observa en la figura 1, tiene dos partes, una primera sobre la planificación específica de la lección y, una segunda, sobre la anticipación de posibles dificultades de alumnos de secundaria y bachillerato, de diferentes niveles de la progresión del aprendizaje, y gestión de la discusión en clase. En la primera parte de planificación, cada EPS debe seleccionar un problema de un libro de texto, modificarlo aumentando la demanda cognitiva, es decir, el tipo y nivel de pensamiento requerido de los estudiantes para poder participar en el problema y resolverlo con éxito (Stein, Smith, Henningsen y Silver, 2009), y justificar tanto la selección del problema como la modificación. Los EPS convierten el problema modificado en una lección de tres sesiones de duración.

La segunda parte de la práctica pone el foco de atención en la gestión de una discusión matemática en el aula, para lo cual se sugiere que los EPS anticipen posibles dificultades de alumnos que se encuentran en diferentes momentos de su aprendizaje e imaginen posibles respuestas que ayuden a los alumnos de secundaria o bachillerato a progresar.

1. Elige un problema desde algún libro de texto de la ESO o Bachillerato para el curso que lo estás planteando y modifícalo para aumentar su demanda cognitiva. Indica el objetivo de aprendizaje justificándolo de manera adecuada (Puedes usar applets o cualquier recurso que consideres). A continuación:
 - a) Resuelve el problema modificado e indica los **momentos claves de la resolución**
 - Identifica los **conceptos y procedimientos matemáticos** que aparecen en cada paso
 - Indica qué aspectos de la **actividad matemática** (particularizar, conjeturar, generalizar, comunicar, etc.) se desarrollan. **Justifica cada una de las decisiones que tomas.**
 - b) Plantea una **extensión del problema**, justificándola desde el nuevo conocimiento matemático que puede generar, indicando si permite plantear nuevos retos a los estudiantes (generar nuevos conocimientos) y cuáles son esos.
2. Para preparar la situación de enseñanza
 - a) Anticipa **3 respuestas probables de los estudiantes** que te indiquen diferentes niveles de su desarrollo conceptual de los conceptos en el apartado (a) (un estudiante con nivel de bajo, medio o alto de comprensión). Justifica tu respuesta.
 - b) **Para cada una de las tres respuestas, indica cómo guiarías a los estudiantes en su resolución.** Di por qué lo harías así (Indica las **cuestiones** a preguntar al estudiante de cada nivel y **posibles tareas alternativas**).
 - c) Imaginando una discusión en gran grupo (de esa hipotética clase) sobre las diferentes resoluciones aparecidas, **indica el orden en el que discutirías las respuestas de los estudiantes** y di por qué lo harías así. Muestra usando un diagrama de flujo la secuencia de enseñanza, las preguntas a los estudiantes y la gestión de las respuestas para generar conocimiento y promover la actividad matemática.

Figura 1. Práctica de planificación de una lección

2.3. Procedimiento

Los datos de este trabajo provienen de la planificación de la lección de matemáticas realizada por cada uno de los EPS participantes. El análisis de los datos se ha realizado en dos fases. En la primera fase se ha analizado si los EPS una vez elegido el problema del libro de texto, lo han modificado, es decir, si han transformado o cambiado alguna de sus particularidades para aumentar la demanda cognitiva. Esta primera fase ha dado lugar a dos categorías de EPS, los que no han modificado los problemas iniciales propuestos y los que los han hecho en los términos descritos. En la segunda fase, nos hemos centrado en aquellos EPS que han modificado el problema inicial, analizando qué actividad matemática han generado estos a través de la planificación realizada.

3. RESULTADOS

Esta sección se ha organizado mediante dos apartados. En el primero, se describen las características de los EPS que no han modificado el problema inicial elegido. En el segundo lugar, se describen las características de los que sí lo han modificado para aumentar su demanda cognitiva (Tabla 2).

Tabla 2. Características de los problemas modificados

Modifica el problema	Características			Total
	Planificación favorece aprendizaje procedimental	Planificación favorece aprendizaje conceptual		
Estudiantes	7	9		16
No modifica el problema	Características			
	Enuncia un nuevo problema	No cambia demanda cognitiva	No presenta modificación	
Estudiantes	10	14	4	28
				44

3.1. Características de los estudiantes para profesor de secundaria que no han modificado el problema

A este grupo pertenecen 28 EPS que no modificaron el problema inicial propuesto por distintas causas. 4 de estos seleccionaron los problemas del libro de texto, pero no los modificaron. 10, si bien cambiaron el problema, sus cambios no supusieron aumento de la demanda cognitiva del problema inicial. Por ejemplo, el EPS Pablo elige un problema de 2º de la ESO de aplicación del teorema de Pitágoras cuya demanda cognitiva es de procedimiento con conexión ya que el/la estudiante de secundaria debería relacionar el enunciado del problema con el teorema de Pitágoras debido a la perpendicularidad de las trayectorias de ambos coches, así como obtener las distancias recorridas a partir de la fórmula de la velocidad en movimientos uniformes ($v=s/t$); la modificación propuesta tiene la misma demanda cognitiva (Figura 2).

Problema Inicial
Dos coches parten de una ciudad a la vez y en direcciones perpendiculares. El primero lleva una velocidad de 60 km/h y el segundo de 89 km/h. ¿Qué distancia les separa al cabo de una hora?
<small>Juan. E. (2011). <i>Matemáticas 2º de ESO</i>. Editorial Santillana S. L.</small>
Problema Modificado
Dos coches parten de una ciudad a la vez y en direcciones perpendiculares. El primero lleva una velocidad de 60 km/h y el segundo de 89 km/h. ¿Qué distancia les separa al cabo de tres horas y media? ¿Y pasadas 5 horas?

Figura 2. Problema seleccionado y modificado por Pablo, estudiante para profesor de secundaria

La mitad de los EPS, 14, en vez de modificar el problema elegido inicialmente, plantearon uno nuevo que, en algunos casos, presentaba distinta demanda cognitiva. Por ejemplo, la EPS Ana planteó un problema donde se pedía a los/las estudiantes de 3º de ESO que comprobasen si dos valores dados eran soluciones de dos sistemas de ecuaciones con dos incógnitas y, para el problema modificado, se enunció un problema en el que se debían calcular las dimensiones de una parcela rectangular mediante un sistema de ecuaciones (Figura 3).

Enunciado Problema Elegido
Comprueba si $x = -2, y = 1$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones: $a) \begin{cases} 7x + 4y = -10 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$
Enunciado Problema Modificado
El perímetro de una parcela rectangular mide 130m, y el área, 1000m ² . ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?

Figura 3. Problema seleccionado y modificado por Ana, estudiante para profesora de secundaria

El nuevo problema enunciado no se puede considerar una modificación del problema inicial, dado que en este no se ha cambiado ninguna de sus particularidades. Si bien se ha pasado de un lenguaje simbólico al verbal, el sistema de ecuaciones que lo resuelve no se corresponde con ninguna de las planteadas en el problema inicial.

3.2. Características de las planificaciones de los estudiantes para profesor de secundaria que han modificado el problema aumentando la demanda cognitiva

A este grupo pertenecen 16 EPS cuyas planificaciones presentaban diferencias en cuanto al tipo de aprendizaje que favorecían. En algunos casos, sus lecciones de enseñanza favorecían aprendizajes procedimentales (7 EPS) mientras que en otros aprendizajes conceptuales (9 EPS) (Tabla 2). Un ejemplo de EPS cuya planificación favorecía el aprendizaje procedimental es el EPS Pedro que eligió un problema de 3º de ESO de resolución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas de la editorial Santillana para cuya resolución solo era necesario recordar los procedimientos de resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que aparecían en el libro de texto (procedimiento sin conexión). Para aumentar la demanda cognitiva, Pedro contextualizó el problema para cuya solución se necesitaba uno de los sistemas de ecuaciones del problema inicial (apartado a del problema inicial) (Figura 4), en este caso, el/la estudiante de secundaria debería interpretar el enunciado del problema para plantear el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, lo que supone pasar del lenguaje verbal al algebraico (procedimiento con conexión).

Problema Inicial
042 Resuelve los siguientes sistemas. $a) \begin{cases} 2x + y = 160 \\ 4x + 4y = 440 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 5x + y = 5 \end{cases}$
Problema modificado
<i>"Por el desierto va una caravana formada por camellos y dromedarios, con un total de 440 patas y 160 jorobas. ¿Cuántos camellos y dromedarios hay en la caravana? (Ayuda: Recuerda que los camellos tienen dos jorobas y los dromedarios tienen una)."</i>

Figura 4. Problema seleccionado y modificado por Pedro, estudiante para profesor de secundaria

Posteriormente, anticipó tres respuestas de tres alumnos de distinto nivel de comprensión. Para el/ la estudiante de secundaria de nivel bajo anticipó que no sería capaz de interpretar el enunciado. Para el de nivel medio anticipó que si bien tampoco interpretaría el enunciado, sí resolvería el sistema de ecuaciones resultante de su interpretación errónea por el método de reducción, pero no interpretaría las soluciones obtenidas. Por último, para el de nivel alto anticipó que resolvería correctamente el problema por el método de sustitución. La descripción de la secuencia de enseñanza en gran grupo la llevó a cabo mediante un diagrama de flujo (Figura 5) en el que no se hace referencia a los distintos niveles de comprensión por él anticipados ni las preguntas que se harían en cada caso. Su propuesta es plantear las ecuaciones en la pizarra e iniciar la resolución del mismo, paso a paso, siguiendo el procedimiento algebraico de resolución de sistemas de ecuaciones, dando explicaciones de cada paso, si fuera necesario.

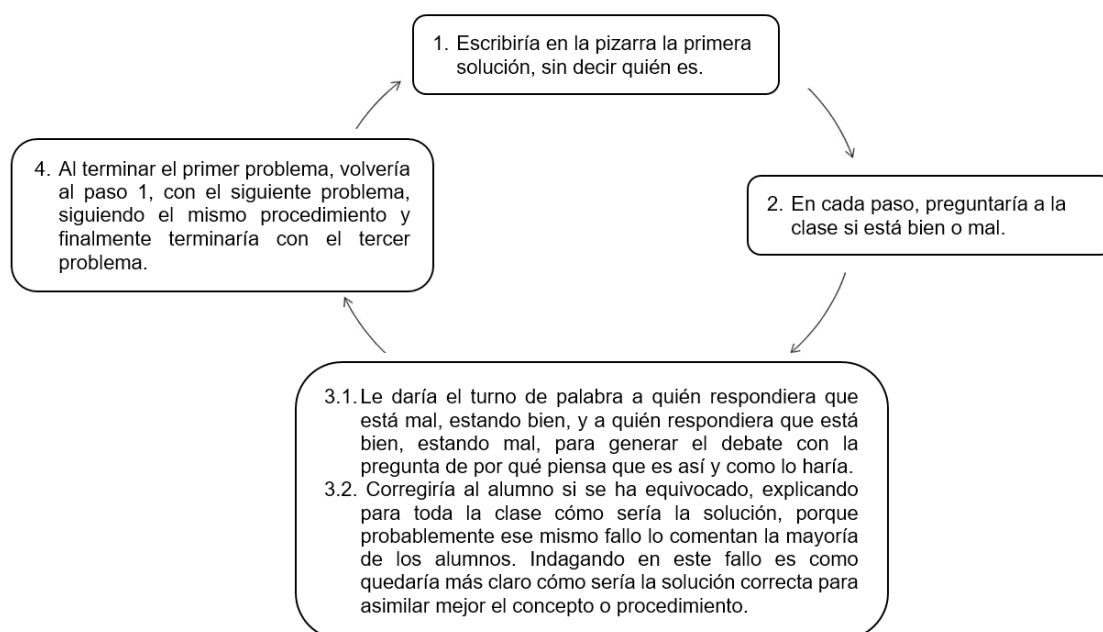
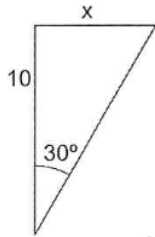


Figura 5. Diagrama de flujo presentado por Pedro para describir la secuencia de enseñanza

El resto de los EPS (9) presentaron planificaciones que favorecían un aprendizaje conceptual dado que estas evidenciaban cierta actividad matemática (conjeturar, argumentar, generalizar, etc.). Por ejemplo, la EPS María eligió un problema de trigonometría y resolución de triángulos de 4° de ESO de la opción B de la editorial Santillana. Para resolver este problema los/las estudiantes de secundaria solo deberían recordar las fórmulas trigonométricas (seno). María modificó el problema pasando de un problema de memorización a uno de procedimiento con conexión, al pedir que se calculase la distancia de un punto al centro de la circunferencia (Figura 6). Este problema generaría en los/las estudiantes de secundaria actividades matemáticas de representación, de argumentación y de construcción gráfica.

Problema Inicial

Halla el valor del lado x del siguiente triángulo rectángulo:



Matemáticas 4ºESO - Opción B. Órbita 2000. Santillana. VV.AA. Edición 2002

Problema modificado

Calcula la distancia del punto A al centro de la circunferencia:

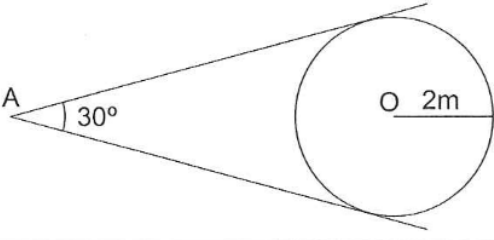


Figura 6. Problema seleccionado y modificado por María, estudiante para profesora de secundaria

Posteriormente, María anticipó tres respuestas de tres estudiantes de distinto nivel de comprensión y describió la secuencia de enseñanza que realizaría en gran grupo, mediante un diagrama de flujo. En dicha secuencia hizo referencia a los distintos momentos y a las preguntas que se harían para cada uno de los niveles de comprensión en los que se podrían encontrar los/las estudiantes del grupo clase. María con estas preguntas, al contrario que Pablo, no busca llegar directamente al procedimiento de resolución del triángulo, sino que pretende que sean los/las estudiantes de secundaria los que descubran las relaciones existentes e intuyan los conceptos que aparecen en estas relaciones. Por ejemplo, María, para el alumno de nivel bajo de comprensión (ANBC), anticipó la siguiente respuesta:

ANBC: No sé qué hacer porque no hay ningún triángulo aquí y esta es la unidad de Trigonometría. Se me ocurre trazar una línea entre el ángulo y el centro de la circunferencia, y luego otra recta perpendicular que una los dos puntos de tangencia, pero ese no es el triángulo bueno, ¿no?

Para estos estudiantes, que según la EPS no serían capaces de leer gráficamente la relación de perpendicularidad entre rectas tangentes a una circunferencia y el radio de esta en el punto de tangencia y, en consecuencia, no resolverían el problema, plantea una secuencia de enseñanza (Figura 7), basada en preguntas que les permitan leer gráficamente la relación de perpendicularidad entre las rectas tangentes y el radio, a fin de dibujar el triángulo e iniciar la resolución del problema.

Para el alumno de nivel medio de comprensión (ANMC), María anticipa la siguiente respuesta:

ANMC: ¿Cómo voy a sacar la hipotenusa si solo sé un lado? ¿Cuánto vale el otro lado? No me acuerdo qué era esto, si seno o coseno, siempre me confundo.

Para María el/la estudiante de nivel medio de comprensión dibujaría los dos triángulos definidos por las rectas tangentes, la bisectriz y los radios. Sin embargo, no resolvería el problema porque le faltarían datos para aplicar el Teorema de Tales y no recordaría las razones trigonométricas. Para los/las estudiantes del grupo clase que se encuentran en esta situación, María plantea una secuencia

de enseñanza (Figura 8), teniendo en cuenta las dificultades de estos en relación a las razones trigonométricas.

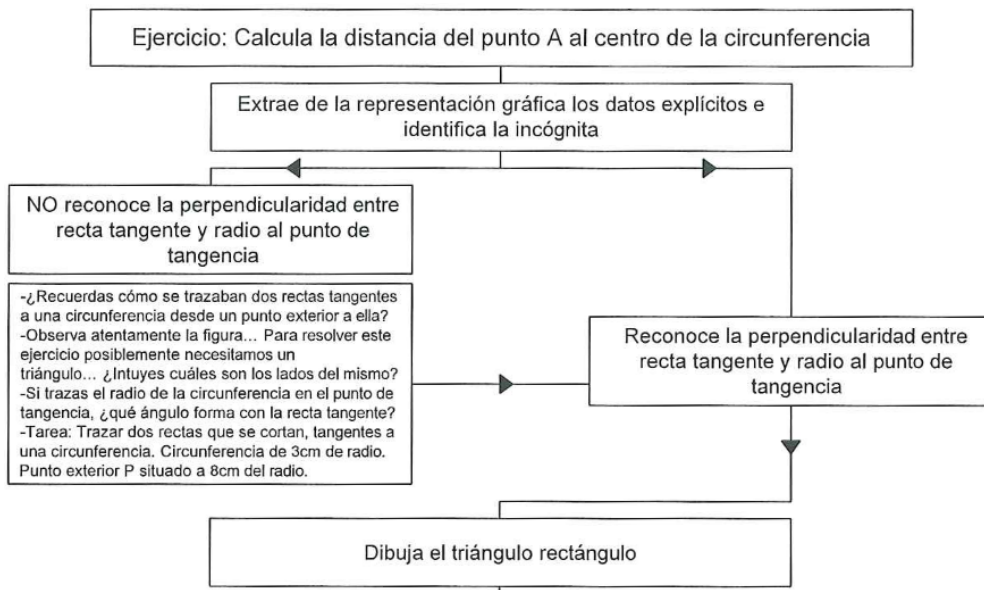


Figura 7. Sección diagrama de flujo presentado por María como secuencia de enseñanza para alumnos de nivel bajo

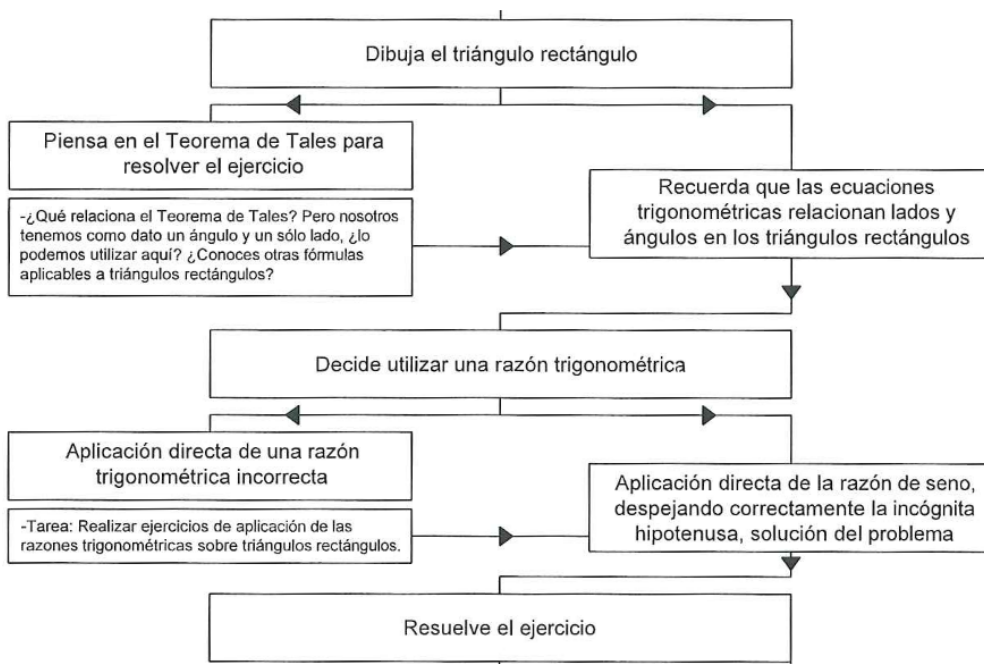


Figura 8. Sección diagrama de flujo presentado por María como secuencia de enseñanza para alumnos de nivel medio

Por último, María para un/una estudiante de nivel de comprensión alto (ANAC), aquel que resuelve correctamente el problema planteado, le propone una extensión del problema (Figura 9):

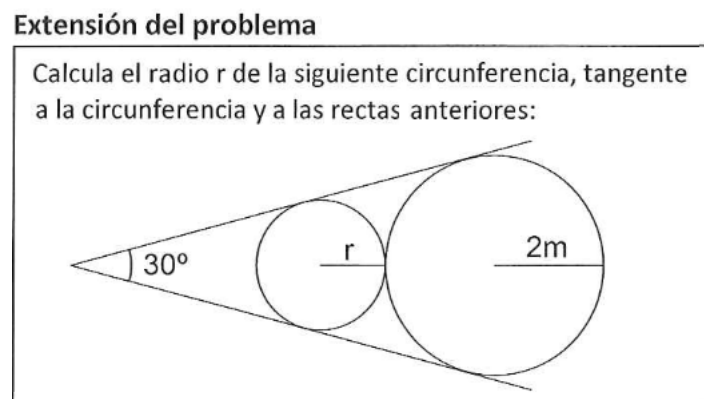


Figura 9. Extensión del problema modificado por María, estudiante para profesora de secundaria

María anticipa una respuesta del/ de la estudiante de secundaria de nivel de comprensión alto para este problema:

ANAC: No he tenido dificultad para resolver el problema, aunque no he podido calcular el radio de la circunferencia chica. No estaba seguro de cómo plantear la relación entre las dos circunferencias. He calculado todos los lados y los ángulos del primer triángulo, y todos los ángulos del segundo, los lados no los sé, pero de nada ha servido.

Ante la dificultad del/de la estudiante de nivel de comprensión alta, anticipada por María, de no recordar la propiedad de las figuras semejantes, la EPS plantea una secuencia de enseñanza para estos estudiantes en la que a través de preguntas y tareas de demanda cognitiva más baja, consigan resolver este problema (Figura 10).

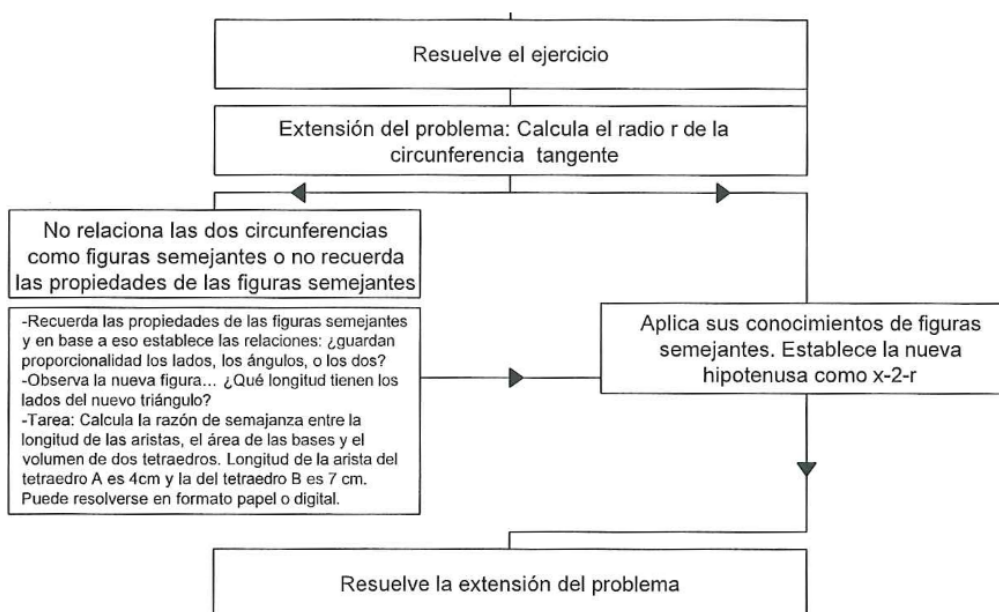


Figura 10. Sección diagrama de flujo presentado por María como secuencia de enseñanza para alumnos de nivel alto

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Los datos de este trabajo provienen de la planificación de la lección de matemáticas realizada por cada uno de los EPS. Entre las diferentes tareas que tiene que realizar un profesor cuando planifica una clase, una lección de varias sesiones o una unidad didáctica, está la propuesta de tareas (elección o elaboración propia) dentro de esa clase, lección o unidad didáctica (Smith y Stein, 2011). Para la propuesta de estas tareas es necesario que el profesor anticipe posibles respuestas de los estudiantes y posibles dificultades. Los resultados indican que los EPS participantes en este módulo de enseñanza, de ambas universidades, tienen dificultades en transformar las tareas de los libros de texto en otras de mayor demanda cognitiva o que generen otro tipo de actividad matemática.

La mayoría de las planificaciones de estos EPS favorecen la adquisición de reglas y procedimientos, independientemente del curso o nivel al que corresponda la tarea, primer o segundo ciclo de educación secundaria obligatoria o de Bachillerato. Las planificaciones de estos EPS no favorecen la actividad matemática. Son pocos los que en la modificación de la tarea inicial promueven una actividad matemática más rica y variada que la que promovía la tarea inicial.

Las tareas profesionales: planificación, anticipación de respuestas y dificultades de los estudiantes, etc., habitualmente se aprenden como resultado de la experiencia profesional, sin embargo, consideramos que es importante iniciar a los futuros profesores en las mismas, en los cursos de formación, con el objetivo de familiarizarse con los retos que les supondrá su vida profesional (Smith y Stein, 2011; Didis, Erbas, Cetinkaya, Cakiroglu, y Alacaci, 2016).

Algunos EPS mostraron más atención a los resultados que al proceso de resolución, quitando importancia a que los estudiantes pudieran realizar actividad matemática como por ejemplo: conjeturar, probar, argumentar, conectar diferentes modos de representación. Estos EPS ponen su atención en la adquisición de procedimientos y en mostrar a los/las estudiantes las reglas que proporcionan la solución del problema elegido.

Así por ejemplo, para algunos EPS la identificación de los momentos claves durante el proceso de resolución del problema dentro de la planificación consistía en identificar las variables, proporcionar una fórmula, etc. Sin embargo, otros EPS fueron capaces de transformar los problemas y gestionar la planificación conduciendo a los/las estudiantes, mediante preguntas interesantes al descubrimiento de propiedades y relaciones. La clave del aprovechamiento de la resolución de problemas en la planificación de una lección para generar actividad matemática, como afirma Santos-Trigo y Camacho-Machín (2009), depende del tipo de preguntas que sea capaz de formular el EPS, motivo por el cual se debe prestar especial atención a este hecho en los programas formativos.

No hemos encontrado relación directa entre la demanda cognitiva de la tarea modificada y la actividad matemática generada a través de las preguntas propuestas por el/la EPS para la gestión del aula, ya que planificaciones que incluían una tarea de procedimientos sin conexión, en ciertos casos, conducían a situaciones de aula muy ricas y reflexivas, mientras en otros casos, tareas de procedimientos con conexión, cuya demanda cognitiva es superior, no eran aprovechadas por los/las EPS para favorecer la discusión y reflexión sobre los conceptos involucrados. Este hecho podría explicarse también desde las concepciones y creencias propias de cada EPS que determinan la toma de decisiones y la gestión futura de la enseñanza. Todo ello nos lleva a considerar la complejidad de la adquisición y desarrollo de esta competencia profesional y la necesidad de tratar este contenido en los programas de formación de los EPS.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo contó con una ayuda del Proyecto EDU2017-87411-R, MINECO/ FEDER, España, y del Programa de Redes-I3CE de investigación en docencia universitaria del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Alicante (convocatoria 2017-18). Ref.: 3986.

5. REFERENCIAS

- Didis, M. G., Erbas, A. K., Cetinkaya, B., Cakiroglu, E., & Alacaci, C. (2016). Exploring prospective secondary mathematics teachers' interpretation of student thinking through analysing students' work in modelling. *Mathematics Education Research Journal*, 28, 349-378.
- Morris, A. K., Hiebert, J., & Spitzert, S. (2009). Mathematical knowledge for teaching in planning and evaluating instruction: What can preservice teachers learn? *Journal for Research in Mathematics Education*, 40, 491-529.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763–804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Penalva, C., & Llinares, S. (2011). Tareas matemáticas en la educación secundaria. En J. M. Goñi (Coord.), *Didáctica de las matemáticas. Formación del profesorado. Educación Secundaria*, 12-Vol.II (pp. 27-51). Barcelona: Editorial Graó-MEC.
- Santos-Trigo, M., & Camacho-Machín, M. (2009). Towards the construction of a framework to deal with routine problems to foster mathematical inquiry. *PRIMUS: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 19(3), 260-279.
- Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision making: A systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education*, 48, 1–27. doi: 10.1007/s11858-016-0775-y.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: a casebook for professional development*. Nueva York: Teachers College Press.
- Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. *ZDM Mathematics Education*, 39, 523-536.
- Santos-Trigo, M., & Camacho-Machín, M. (2009). Towards the construction of a framework to deal with routine problems to foster mathematical inquiry. *PRIMUS*, 19(3), 260-279.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.
- Wake, G., Swan, M., & Foster, C. (2016). Professional learning through the collaborative design of problem-solving lessons. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19(2-3), 243-260.