



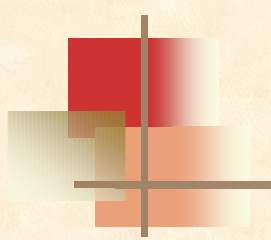
Resolución Numérica de Problemas de Transmisión de Calor. Método de las diferencias finitas.

1. División del espacio considerado en una serie de elementos cuyas propiedades vienen representadas por un punto central (nodo).

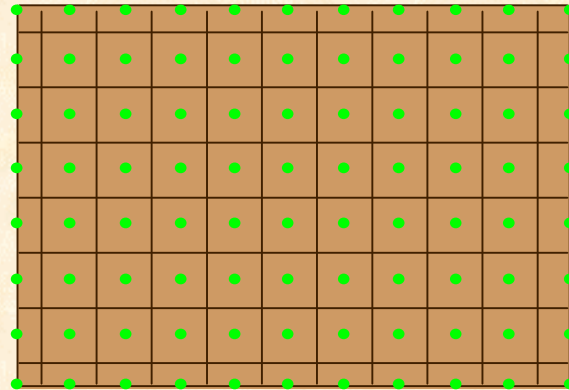
2. Aplicación de balances de energía a cada elemento, obteniendo la ecuación característica para cada nodo.

3. Resolución simultánea de todos los balances, para obtener el perfil de temperaturas.

4. Si el caso lo requiere cálculo del flujo de calor con la ley de Fourier y el perfil de temperaturas.

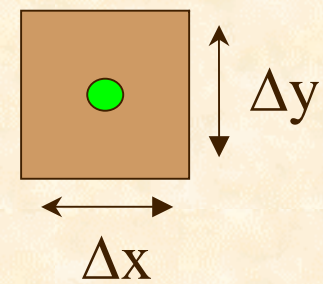
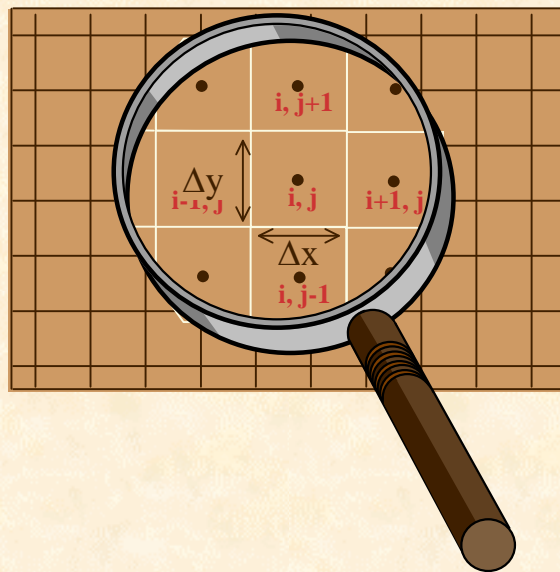


1. División del espacio considerado en una serie de elementos cuyas propiedades vienen representadas por un punto central (nodo).



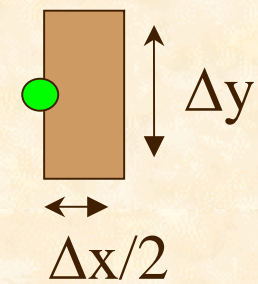
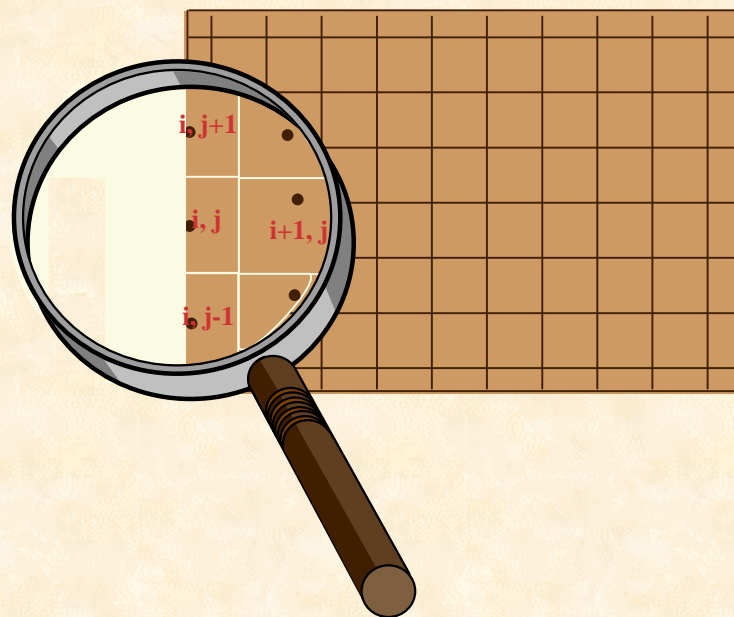
Tipos de nodos

a) *Nodos en elementos centrales*

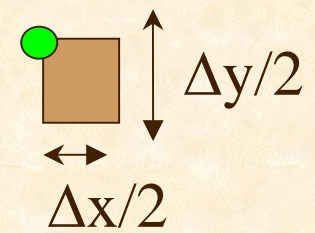
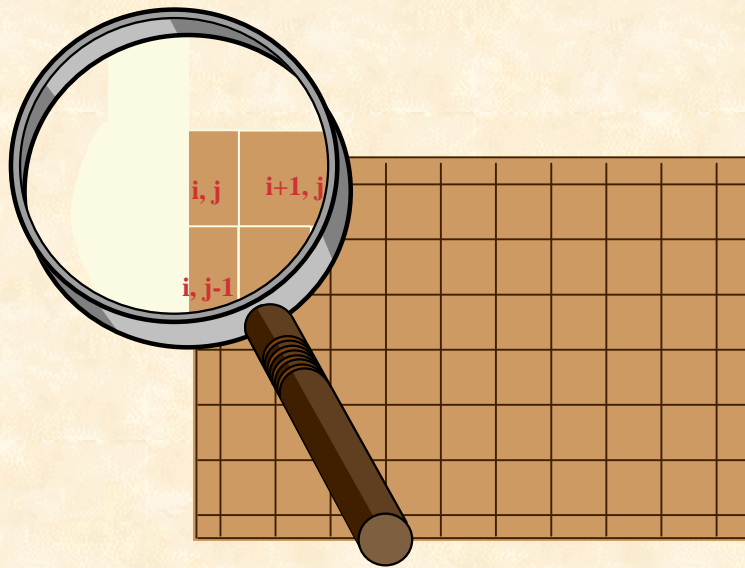


Tipos de nodos

b) Nodos en elementos laterales



c) Nodos en elementos de esquina





2. Aplicación de balances de energía a cada elemento, obteniendo la ecuación característica para cada nodo.

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

Entrada-Salida

Conducción, convección...

Generación:

Acumulación: Régimen estacionario y Régimen no estacionario



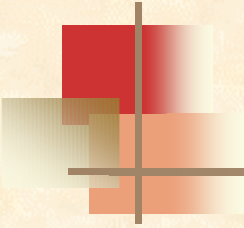
3. Resolución simultánea de todos los balances, para obtener el perfil de temperaturas.

Microsoft Excel

Referencia circular

Fórmulas que hacen referencia a sus propias celdas

Cuando una fórmula hace referencia a su propia celda, directa o indirectamente, se denomina referencia circular. Para calcular esta fórmula, Microsoft Excel deberá calcular cada celda implicada en la referencia circular utilizando los resultados de la iteración anterior. Si no se cambia el valor predeterminado de la iteración, Excel detendrá los cálculos tras 100 iteraciones o después de que todos los valores en la referencia circular cambien menos de 0,001 entre iteraciones, independientemente de cuál sea la primera.



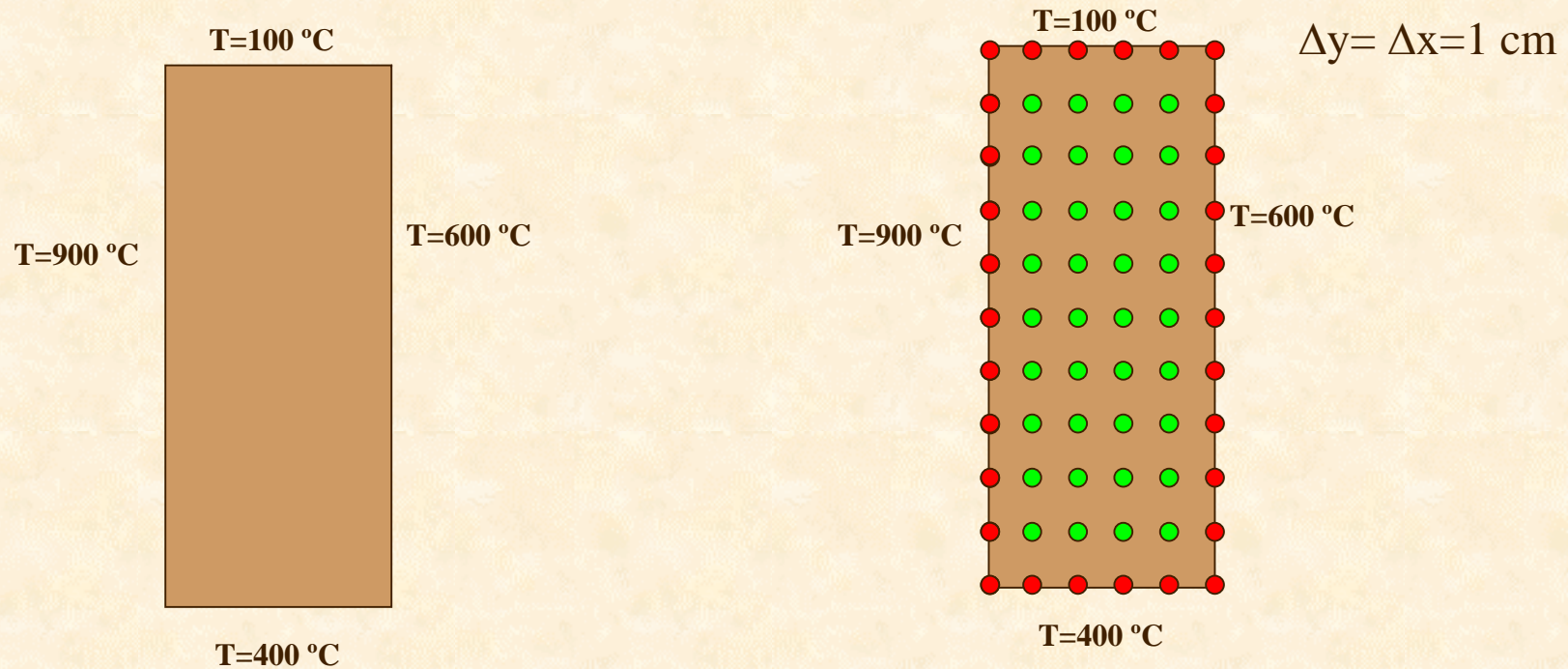
4. Si el caso requiere el cálculo del flujo de calor con la ley de Fourier o la ley de Newton del enfriamiento y el perfil de temperaturas.

$$Q = -k A \frac{dT}{dx} \cong -k \frac{\Delta T}{\Delta x} = -k(W\Delta y) \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x}$$

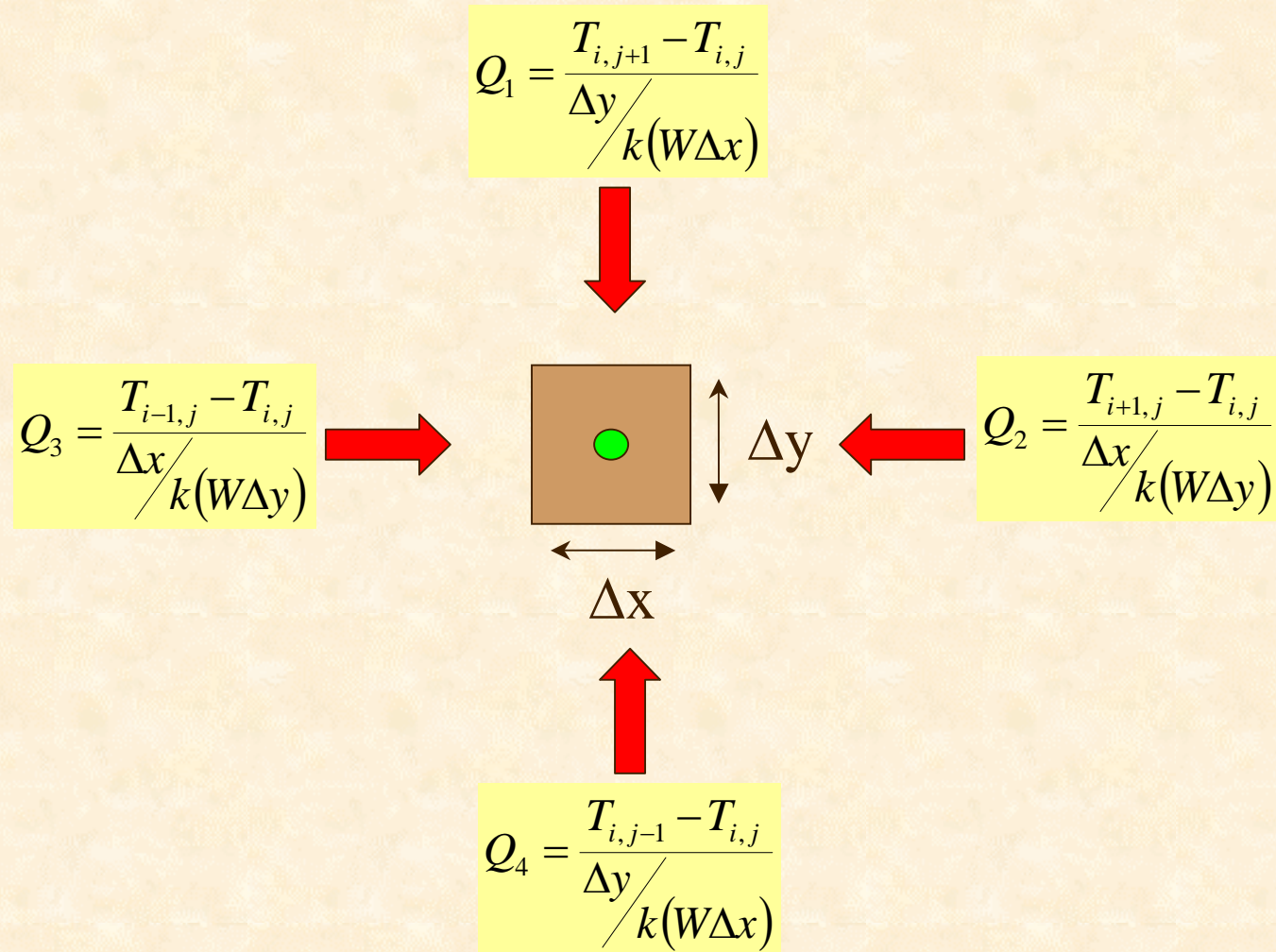
$$Q = h A(T_{\infty} - T_{i,j})$$

Caso 1: Conducción en estado estacionario.

Hállese la distribución de temperatura en los nodos de la placa representada en la figura (5 cm X 10 cm), suponiendo que en las esquinas la temperatura es el valor medio del de las dos caras en las que se encuentran. Determinése también el flujo de calor que atraviesa el plano central vertical si la conductividad de la placa es de 1 W/m°K.



Caso 1: Conducción en estado estacionario



Caso 1: Conducción en estado estacionario

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario sin generación $\longrightarrow \mathbf{G=Ac=0}$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} = 0$$

$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + T_{i+1,j} - T_{i,j} + T_{i-1,j} - T_{i,j} + T_{i,j-1} - T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

Microsoft Excel - Libro1

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

100% Arial 10 N X S

F7 =

Opciones

Ver Cálculo Modificar General Transición Listas personalizadas Gráfico Color

Cálculo

Automático Manual

Automático excepto tablas Recalcular antes de guardar

Iteración

Nº máximo de iteraciones: Cambio máximo:

Opciones del libro

Actualizar referencias remotas Guardar valores de vínculos externos

Precisión de pantalla Aceptar rótulos en las fórmulas

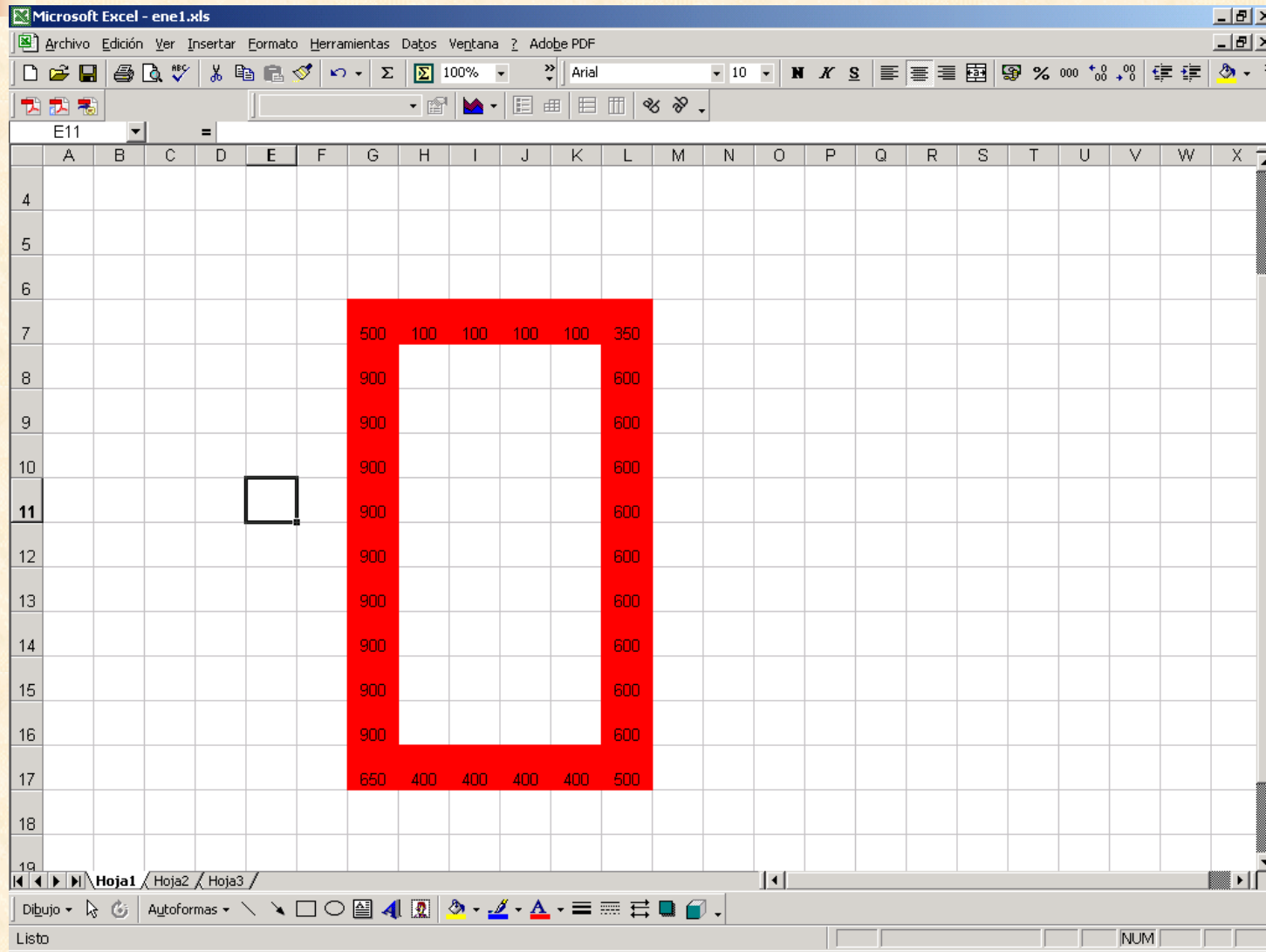
Sistema de fechas 1904

Hoja1 Hoja2 Hoja3

Dibujo Autoformas

Listo NUM

2. Estructurar la hoja de Cálculo e incluir condiciones de contorno



Microsoft Excel - ene1.xls

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

100% Arial 10

INDICE = +(H7+I8+G8+H9)/4

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
4																								
5																								
6																								
7								500	100	100	100	100	350											
8								+(H7+I8+G8+H9)/4					600											
9								900					600											
10								900					600											
11								900					600											
12								900					600											
13								900					600											
14								900					600											
15								900					600											
16								900					600											
17								650	400	400	400	400	500											
18																								

Hoja1 Hoja2 Hoja3

Dibujo Autoformas

Introducir NUM

Inicio Microsoft ... PROBLEM... PROBLEM... PROYECT... INICIATIV... Microsoft... 13:14

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

The image shows a screenshot of the Microsoft Excel application window. The title bar reads "Microsoft Excel - ene1.xls". The menu bar includes "Archivo", "Edición", "Ver", "Insertar", "Formato", "Herramientas", "Datos", "Ventana", and "?". The "Edición" menu is open, displaying options: "Deshacer Borrar Ctrl+Z", "Copiar Ctrl+C", "Pegar Ctrl+V", "Pegado especial...", "Eliminar...", "Eliminar hoja", "Buscar... Ctrl+B", and "Reemplazar... Ctrl+L".

The spreadsheet grid shows a table with the following data:

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
4																			
5																			
6																			
7			500	100	100	100	100	350											
8			900	250				600											
9			900					600											
10			900					600											
11			900					600											
12			900					600											
13			900					600											
14			900					600											
15			900					600											
16			900					600											
17			650	400	400	400	400	500											
18																			
19																			

The status bar at the bottom shows "Listo" and "NUM".

The screenshot shows a Microsoft Excel window titled "Microsoft Excel - ene1.xls". The menu bar includes "Archivo", "Edición", "Ver", "Insertar", "Formato", "Herramientas", "Datos", "Ventana", and "?", along with "Adobe PDF". The toolbar contains various icons for file operations, editing, and formatting. The active cell is H8, containing the formula $=+(H7+H8+G8+H9)/4$. The spreadsheet grid shows columns A through X and rows 4 through 18. A red border highlights a data range from G7 to L17. Within this range, a blue border highlights a sub-range from H8 to K16. The data values are as follows:

Row	G	H	I	J	K	L
7	500	100	100	100	100	350
8	900	514.6	377.5	342.5	390.2	600
9	900	680.8	553	502.2	518.5	600
10	900	755.8	651.5	594.7	581.5	600
11	900	790.8	702.5	643.7	612.8	600
12	900	804.8	724	664.7	626	600
13	900	804.4	724.1	665.3	626.4	600
14	900	788.7	702.6	645.8	614.5	600
15	900	747.9	651.9	601	585.5	600
16	900	651	555.9	520.9	526.6	600
17	650	400	400	400	400	500

The status bar at the bottom shows "Listo", "Calcular", and a summary of "Suma=22444.6921" and "NUM". The taskbar at the bottom includes the Start button and several open applications: "Microsoft...", "PROBLEM...", "PROBLEM...", "PROYECT...", "INICIATIV...", and "Microsoft...". The system clock shows "13:15".

Caso 2: Conducción en estado estacionario con convección.

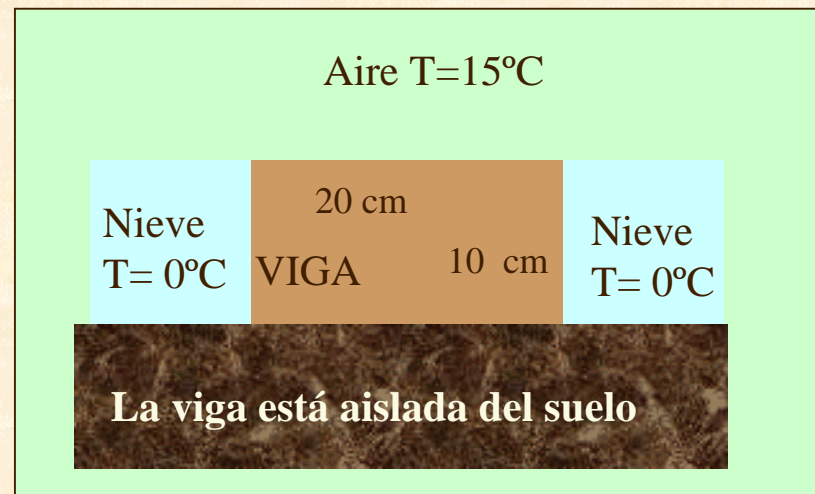
En la figura se muestra la sección transversal de una viga de hierro ($\rho=7880 \text{ kg/m}^3$, $c_p=1257 \text{ J/(kg K)}$ y $k=35.1 \text{ W/(m K)}$) de dimensiones $20 \times 10 \text{ cm}$ (y longitud muy larga) situada en el suelo y cubierta parcialmente de nieve. La nieve hace que la temperatura de las paredes laterales sea de 0°C (incluir las 4 esquinas)

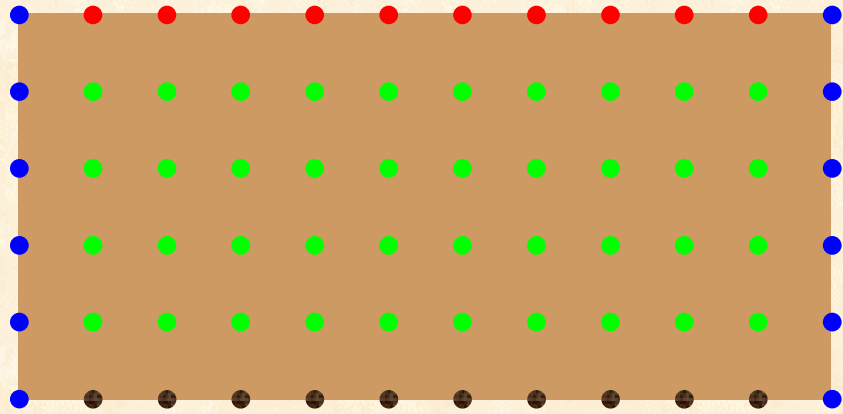
La parte superior de la viga está en contacto con aire a 15°C . El coeficiente individual de transferencia de energía entre la parte superior de la viga y el aire es de $100 \text{ W/(m}^2\text{K)}$

La parte inferior de la viga puede considerarse aislada

- 1) Obtener el perfil de temperaturas del sistema.
- 2) Determinar el flujo de calor por unidad de longitud de viga que pierde o gana la viga a través de la superficie superior en contacto con el aire.

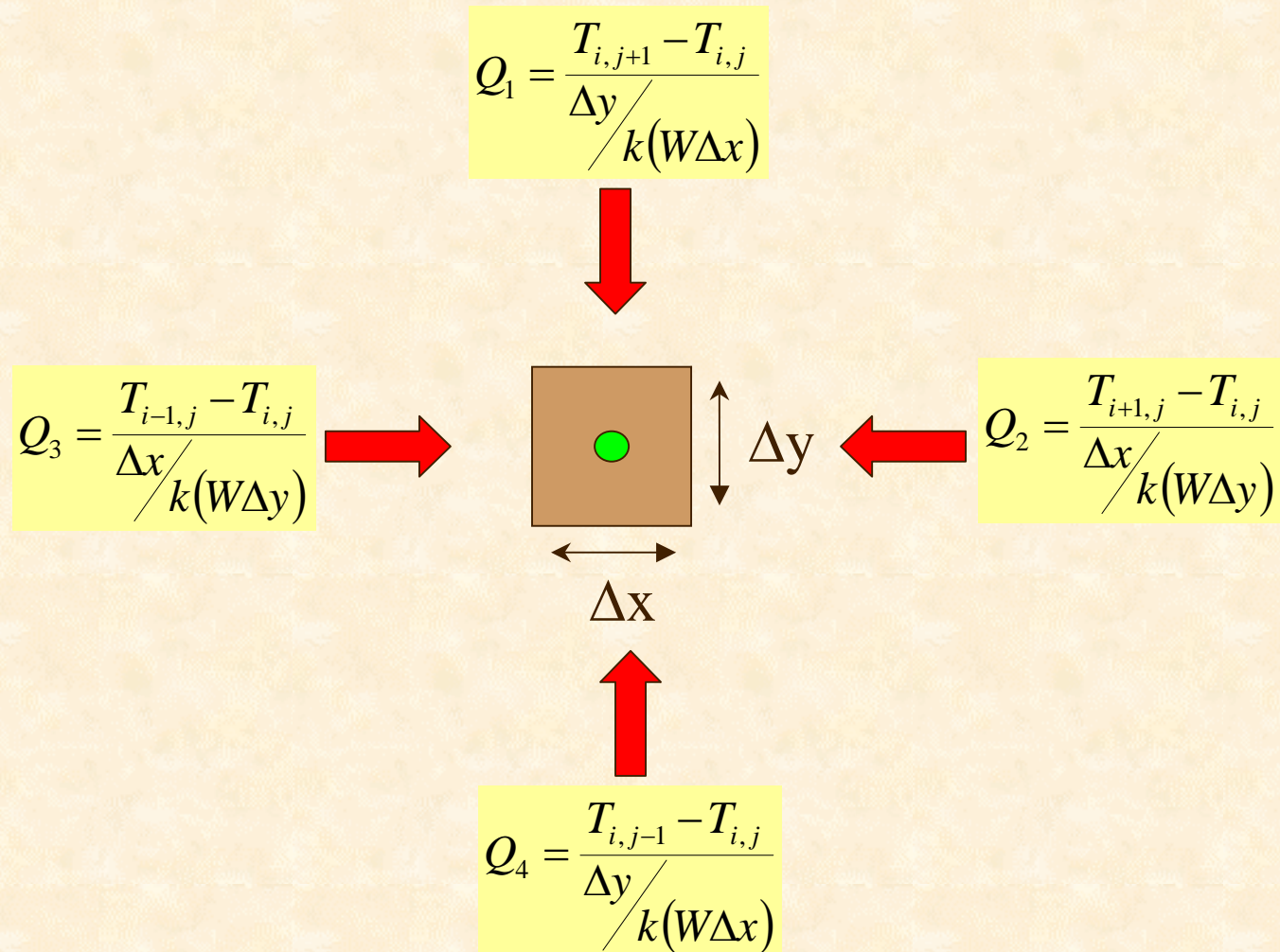
Resuélvase el problema por métodos numéricos. Tómese un valor de 2 cm para los incrementos de x e y .





- Nodos de temperatura conocida: $T=0^{\circ}\text{C}$
- Nodos en elementos centrales, con transporte de calor por conducción por sus cuatro caras
- Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras; una de ellas está aislada térmicamente.
- Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras, y transporte de calor por convección por la cuarta

Nodos en elementos centrales, con transporte de calor por conducción por sus cuatro caras



Conducción en estado estacionario

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario sin generación $\longrightarrow \mathbf{G=Ac=0}$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

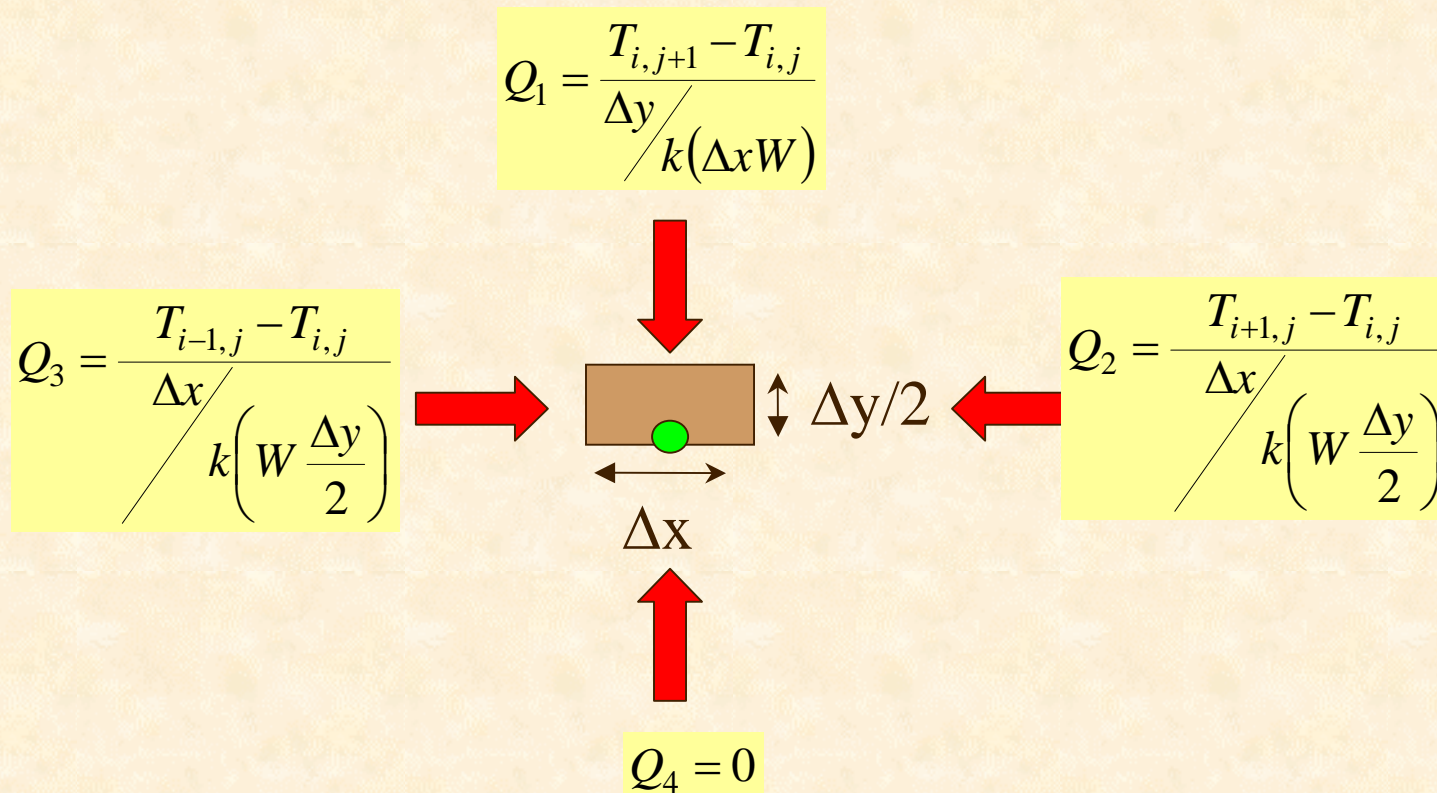
$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} = 0$$

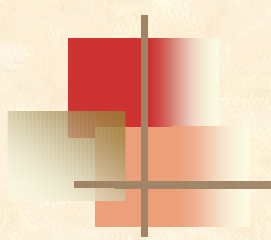
$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + T_{i+1,j} - T_{i,j} + T_{i-1,j} - T_{i,j} + T_{i,j-1} - T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras; una de ellas está aislada térmicamente.




$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$(\mathbf{E-S})+\mathbf{G=Ac}$$

Estado estacionario sin generación \longrightarrow **G=Ac=0**

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$

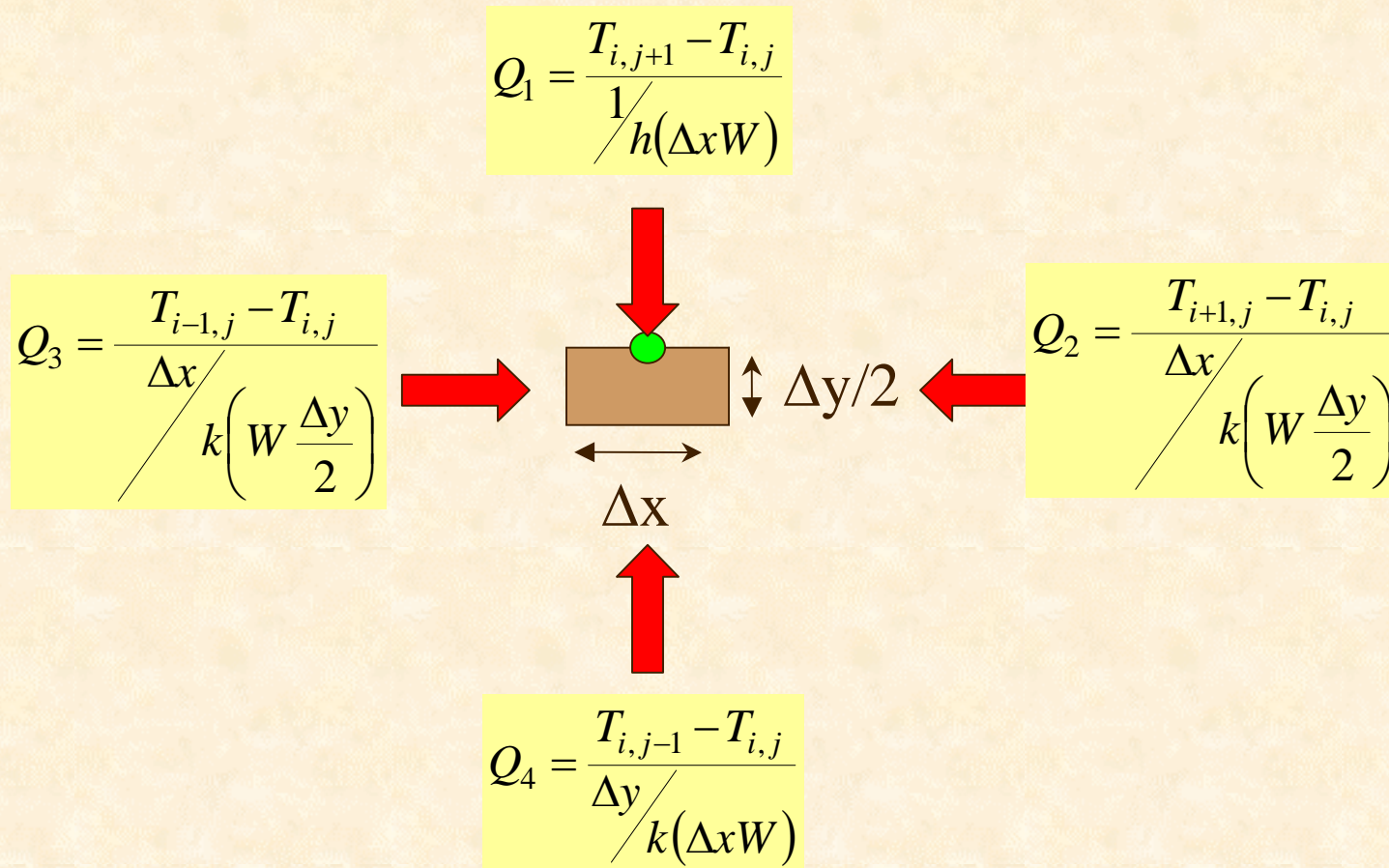
$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y}{k(W\Delta x)}} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{k\left(W\frac{\Delta y}{2}\right)}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{k\left(W\frac{\Delta y}{2}\right)}} + 0 = 0$$

$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{2} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{2} = 0$$

$$T_{i,j+1} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} - 2T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}}{2} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{4}$$

Nodos en elementos laterales, con transporte de calor por conducción por tres caras, y transporte de calor por convección por la cuarta.



$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

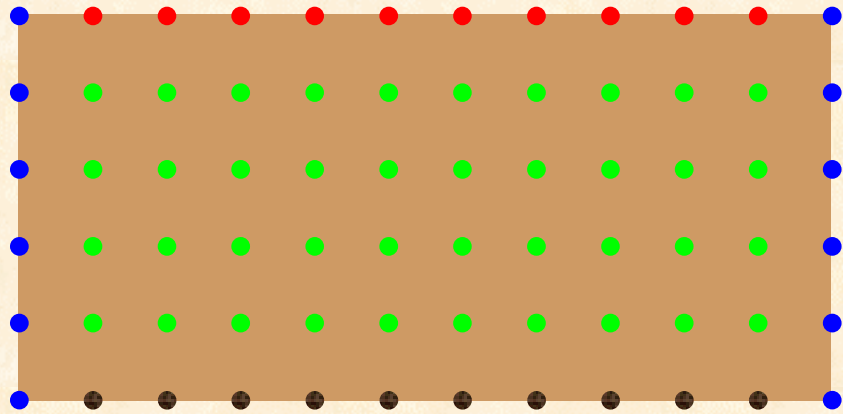
Estado estacionario sin generación $\longrightarrow \mathbf{G=Ac=0}$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0$$
$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{1/h(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k \left(W \frac{\Delta y}{2} \right)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k \left(W \frac{\Delta y}{2} \right)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{1/h(\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{1/\left(\frac{k}{2}\right)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{1/k\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{1/k} = 0$$

$$h(\Delta x)[T_{i,j+1} - T_{i,j}] + \frac{k[T_{i+1,j} - T_{i,j}]}{2} + \frac{k[T_{i-1,j} - T_{i,j}]}{2} + k[T_{i,j-1} - T_{i,j}] = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{h(\Delta x)T_{i,j+1} + k\left[\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + T_{i,j-1}\right]}{h(\Delta x) + 2k} = \frac{Bi T_{i,j+1} + \left[\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + T_{i,j-1}\right]}{Bi + 2}$$



- $T=0^{\circ}\text{C}$

- $$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

- $$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}}{2} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{4}$$

- $$T_{i,j} = \frac{Bi T_{i,j+1} + \left[\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + T_{i,j-1} \right]}{Bi + 2}$$

Microsoft Excel - ene2.xls

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

100% Arial 10

C13 =

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1					T_{∞}	15														
2					k	35.1														
3					h	100														
4			$\Delta y =$	Δx		0.02														
5																				
6						0														
7						0														
8						0														
9						0														
10						0														
11						0														
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				

$$T_{i,j} = \frac{Bi T_{i,j+1} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{2} + T_{i,j-1}}{Bi + 2}$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + \frac{T_{i,j-1}}{4}$$

Hoja1 Hoja2 Hoja3

Dibujo Autoformas

Listo MAY NUM

Microsoft Excel - ene2.xls

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

100% Arial

INDICE $\Delta y = \Delta x = \frac{+(Bi \cdot t_{inf} + (F6 + H6) / 2 + G7)}{(Bi + 2)}$

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1			T_{∞}	15																
2			k	35.1		Bi	0.057													
3			h	100																
4		$\Delta y =$	Δx	0.02																
5																				
6				0	+(Bi * tinf + (F6 + H6) / 2 + G7) / (Bi + 2)										0					
7				0	0										0					
8				0											0					
9				0											0					
10				0											0					
11				0											0					
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				

$$T_{i,j} = \frac{Bi T_{i,j+1} + \left[\frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{2} + T_{i,j-1} \right]}{Bi + 2}$$

$$T_{i,j} = \frac{T_{i,j+1}}{2} + \frac{T_{i+1,j} + T_{i-1,j}}{4}$$

Hoja1 / Hoja2 / Hoja3

Dibujo Agtoformas

Modificar MAY NUM

Microsoft Excel - ene2.xls

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

100% Arial 12

tinf = 15

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1			T _∞	15																
2			k	35.1		Bi	0.057													
3			h	100																
4		Δy=	Δx	0.02																
5																				
6				0	1.35	2.09	2.54	2.79	2.86	2.79	2.54	2.09	1.35	0						
7				0	0.87	1.51	1.93	2.17	2.25	2.17	1.93	1.51	0.87	0						
8				0	0.62	1.14	1.50	1.72	1.80	1.72	1.50	1.14	0.62	0						
9				0	0.49	0.91	1.22	1.42	1.49	1.42	1.22	0.91	0.49	0						
10				0	0.42	0.78	1.07	1.25	1.31	1.25	1.07	0.78	0.42	0						
11				0	0.39	0.75	1.02	1.19	1.25	1.19	1.02	0.75	0.39	0						
12																				
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				

Hoja1 / Hoja2 / Hoja3

Dibujo Autoformas

Listo Calcular MAY NUM

Microsoft Excel - ene2.xls

Archivo Edición Ver Insertar Formato Herramientas Datos Ventana ? Adobe PDF

100% Arial 10

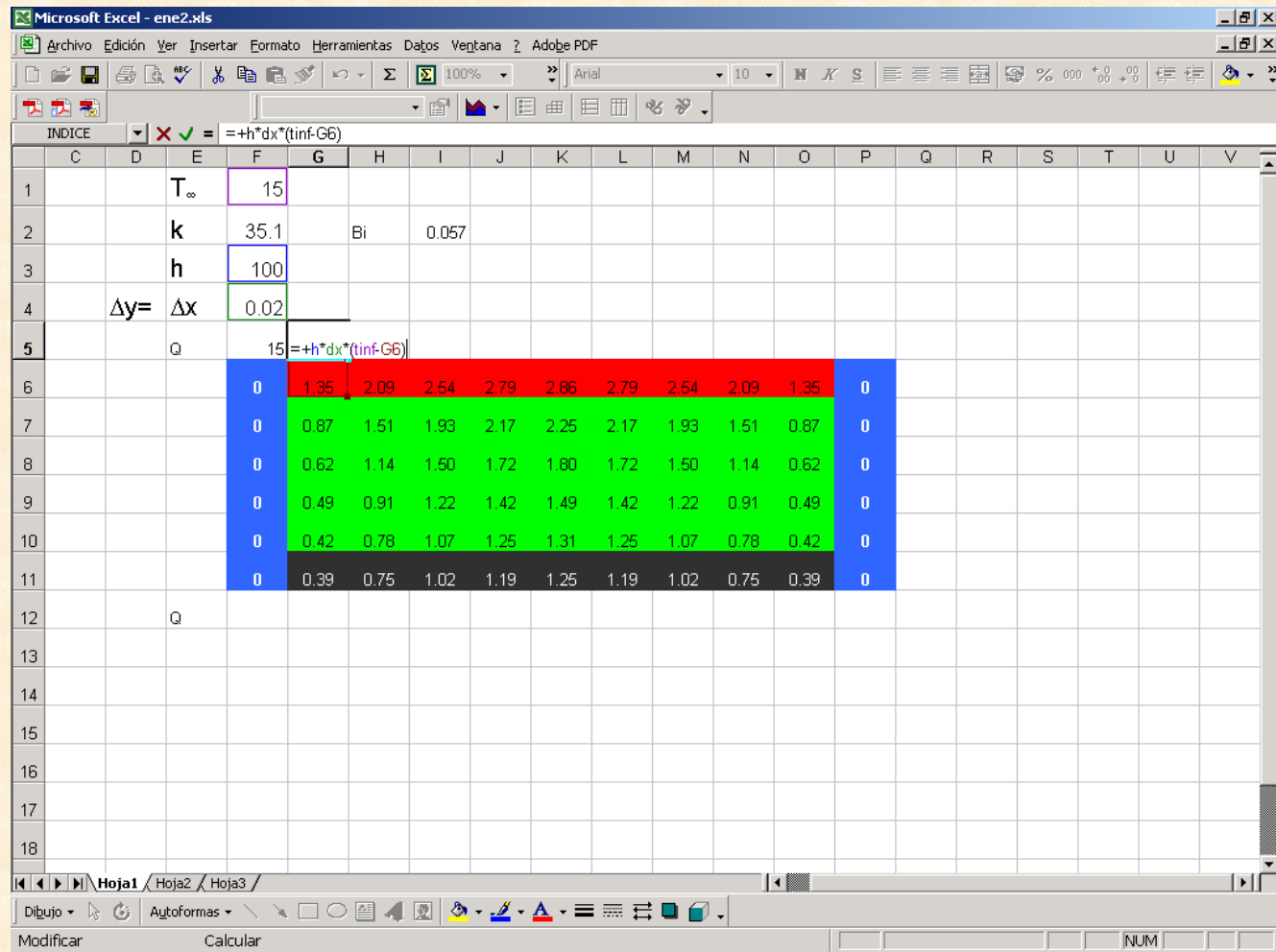
INDICE \pm \checkmark \times $=$ $+h^{0.5}dx^{*}(tinf-F6)$

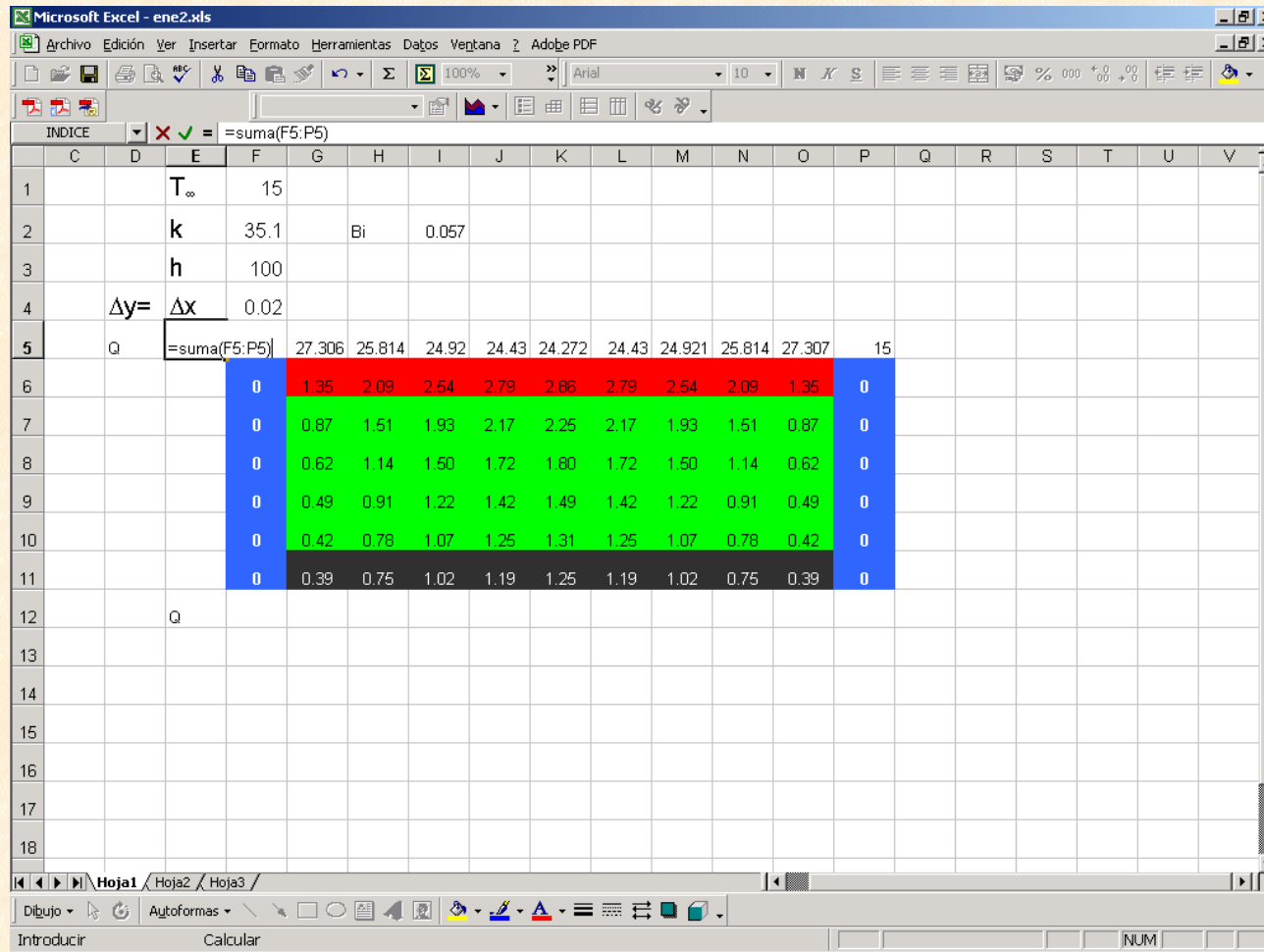
	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1			T _∞	15																
2			k	35.1		Bi	0.057													
3			h	100																
4		$\Delta y =$	Δx	0.02																
5			Q	$+h^{0.5}dx^{*}(tinf-F6)$																
6				0	1.35	2.09	2.64	2.79	2.86	2.79	2.54	2.09	1.35	0						
7				0	0.87	1.51	1.93	2.17	2.25	2.17	1.93	1.51	0.87	0						
8				0	0.62	1.14	1.50	1.72	1.80	1.72	1.50	1.14	0.62	0						
9				0	0.49	0.91	1.22	1.42	1.49	1.42	1.22	0.91	0.49	0						
10				0	0.42	0.78	1.07	1.25	1.31	1.25	1.07	0.78	0.42	0						
11				0	0.39	0.75	1.02	1.19	1.25	1.19	1.02	0.75	0.39	0						
12			Q																	
13																				
14																				
15																				
16																				
17																				
18																				

Hoja1 Hoja2 Hoja3

Dibujo Autoformas

Introducir Calcular NUM





Caso 3: Conducción en estado estacionario con convección en bloques de distintos materiales.

En la figura se muestra una estructura muy profunda (profundidad= W) adosada a un horno cuya pared está a 500°C . Consta de :

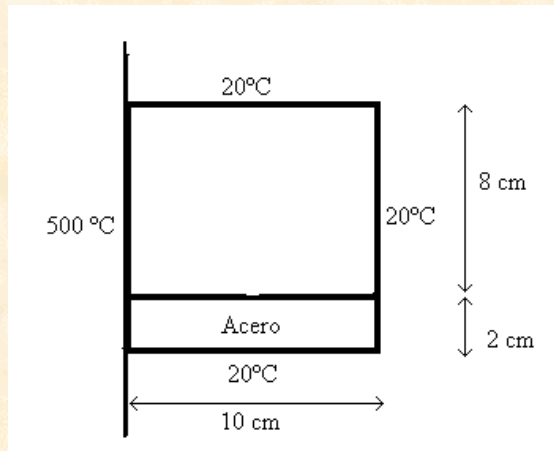
- a) una lámina de acero ($k= 40 \text{ W/mK}$) de 2 cm de espesor que sirve de soporte a otros dos materiales
- b) un bloque de material ($k = 10 \text{ W/mK}$) de 8 cm de altura y 10 cm de anchura, unido a la superficie del horno

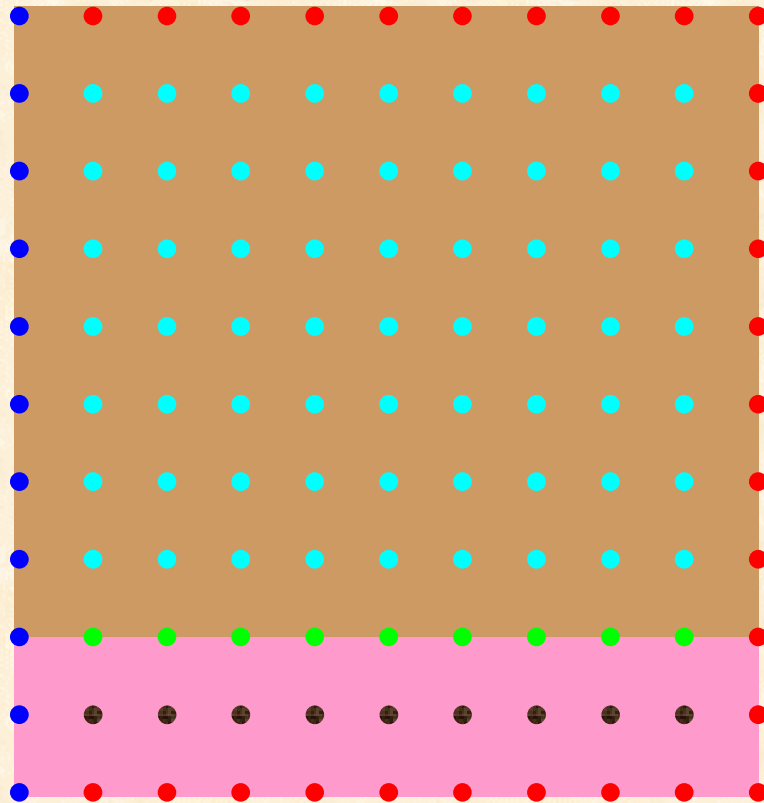
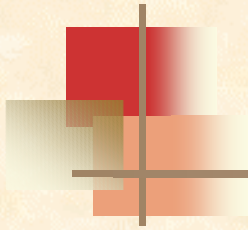
El sistema, excepto por la zona unida a la pared del horno está totalmente rodeado de aire a 20°C . El aire de alrededor circula rápidamente de modo que el coeficiente de convección entre el aire y los distintos materiales es lo suficientemente alto para considerar que la temperatura superficial de éstos es 20°C .

A través del acero circula una corriente eléctrica que libera una energía de $15\,000 \text{ W/m}^3$.

- a) obtener el perfil de temperaturas del sistema
- b) determinar el flujo de calor por unidad de anchura del sistema que se pierde al aire

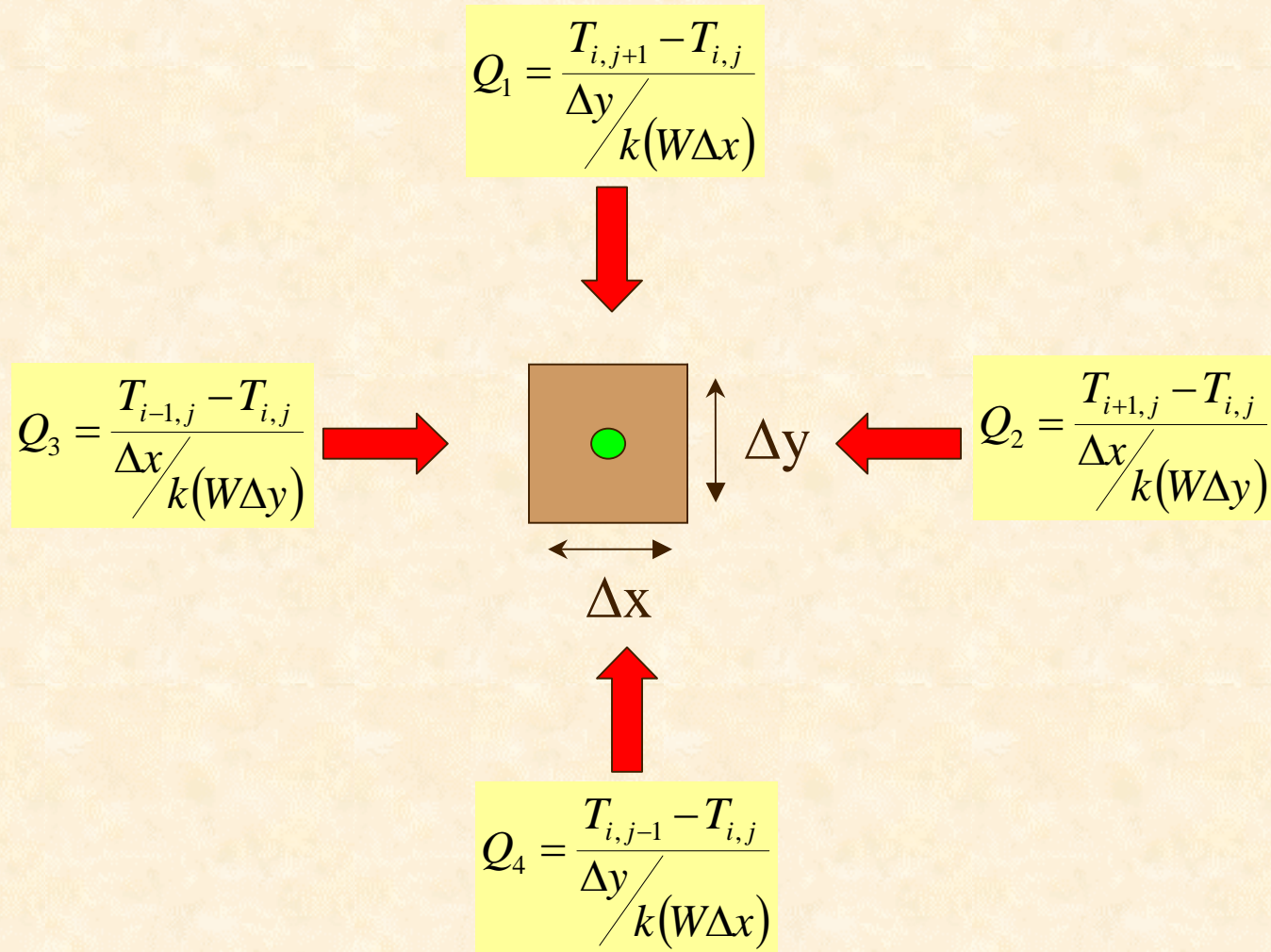
Resuélvase el problema por métodos numéricos. Tómese un valor de 1 cm para los incrementos de x e y .





- Condición de contorno. $T = 500^{\circ}\text{C}$
- Condición de contorno. $T = 20^{\circ}\text{C}$
- Conducción por las 4 caras. Un único material
- Conducción por las 4 caras. Un único material
- Conducción por las 4 caras. Elemento constituido por dos materiales

Conducción en estado estacionario



Conducción en estado estacionario

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario



Ac=0

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + \text{Generacion} = 0$$

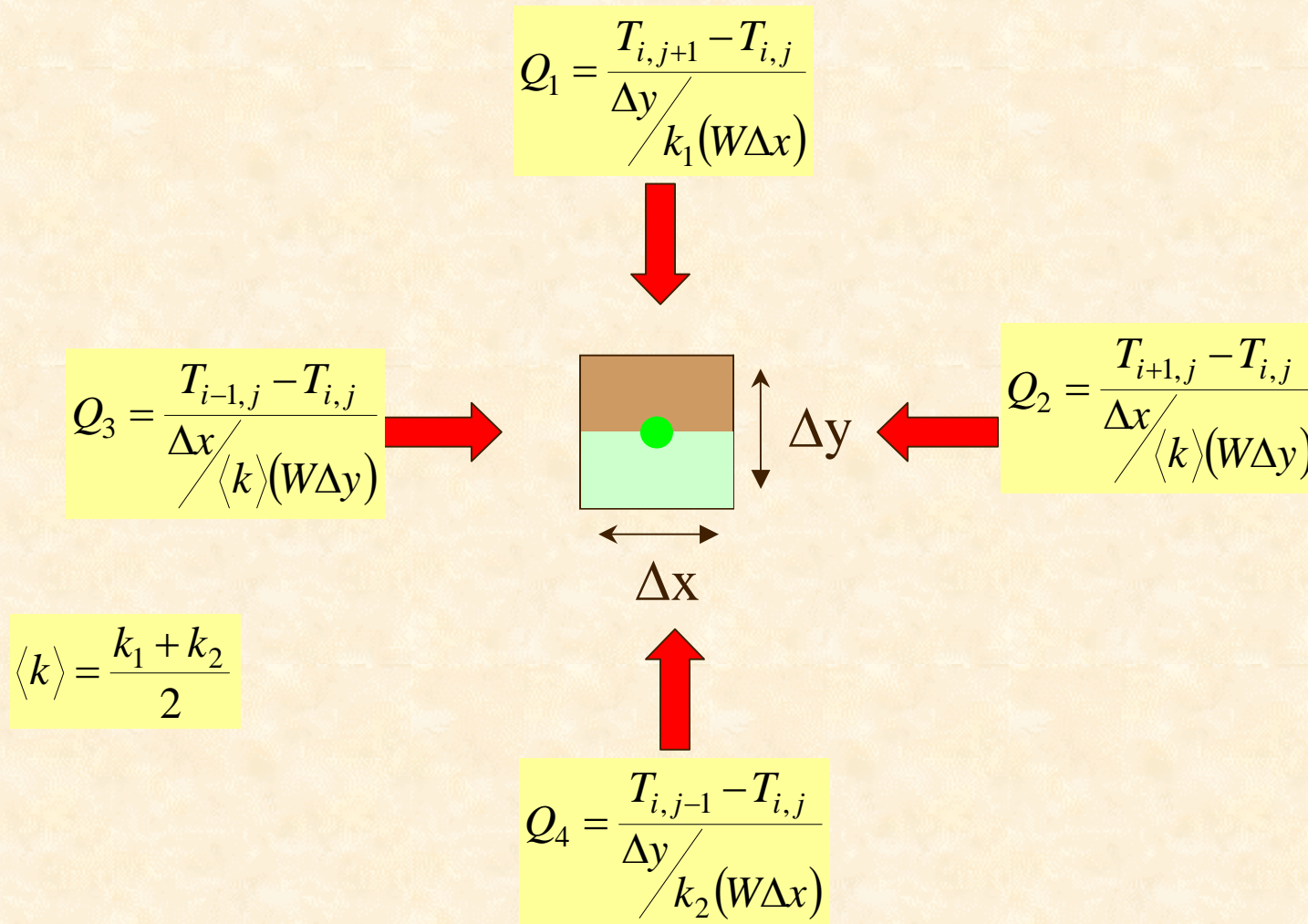
$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k(W\Delta x)} + \phi \Delta x \Delta y W = 0$$

$$T_{i,j+1} - T_{i,j} + T_{i+1,j} - T_{i,j} + T_{i-1,j} - T_{i,j} + T_{i,j-1} - T_{i,j} + \frac{\phi}{k} \Delta x^2 = 0$$

$$T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} + \frac{\phi}{k} \Delta x^2 - 4T_{i,j} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{\frac{\phi}{k} \Delta x^2 T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1}}{4}$$

Conducción en estado estacionario



Conducción en estado estacionario

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario



$$\mathbf{Ac=0}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + \text{Generacion} = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y}{k_1(W\Delta x)}} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{\langle k \rangle (W\Delta y)}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{\langle k \rangle (W\Delta y)}} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y}{k_2(W\Delta x)}} + \phi \Delta x \frac{\Delta y}{2} W = 0$$

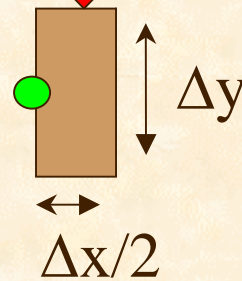
$$k_1(T_{i,j+1} - T_{i,j}) + \langle k \rangle (T_{i+1,j} - T_{i,j}) + \langle k \rangle (T_{i-1,j} - T_{i,j}) + k_2(T_{i,j-1} - T_{i,j}) + \phi \Delta x \frac{\Delta y}{2} W = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{k_1 T_{i,j+1} + k_2 T_{i,j-1} + \langle k \rangle (T_{i+1,j} + T_{i-1,j}) + \phi \Delta x \frac{\Delta y}{2} W}{k_1 + k_2 + 2\langle k \rangle}$$

Celdas en elementos laterales con convección por una de sus caras

$$Q_1 = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k \left(\frac{\Delta x}{2} W \right)}$$

$$Q_3 = \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{1/h(W\Delta y)}$$



$$Q_2 = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k(W\Delta y)}$$

$$Q_4 = \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k \left(\frac{\Delta x}{2} W \right)}$$

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario



Ac=0

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k \left(W \frac{\Delta x}{2} \right)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k (W \Delta y)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{1/h(W \Delta y)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k \left(W \frac{\Delta x}{2} \right)} + \phi \frac{\Delta x}{2} \Delta y W = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{1/k \left(\frac{1}{2} \right)} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{1/k(1)} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{1/h(\Delta x)} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{1/k \left(\frac{1}{2} \right)} + \frac{\phi \Delta x^2}{2} = 0$$

$$k \left[\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{2} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{1} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{2} \right] + h(\Delta x) [T_{i-1,j} - T_{i,j}] + \frac{\phi \Delta x^2}{2} = 0$$

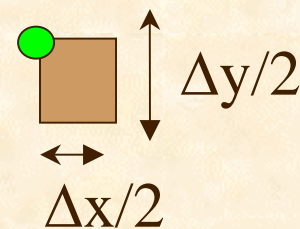
$$k \left[\frac{T_{i,j+1} + T_{i,j-1}}{2} + T_{i+1,j} - 2T_{i,j} \right] + h(\Delta x) [T_{i-1,j} - T_{i,j}] + \frac{\phi \Delta x^2}{2} = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{k \left[\frac{T_{i,j+1} + T_{i,j-1}}{2} + T_{i+1,j} \right] + h(\Delta x) T_{i-1,j} + \left(\frac{\phi \Delta x^2}{2} \right)}{2k + h(\Delta x)} = \frac{\left[\frac{T_{i,j+1} + T_{i,j-1}}{2} + T_{i+1,j} \right] + Bi T_{i-1,j} + \left(\frac{\phi \Delta x^2}{2k} \right)}{2 + Bi}$$

Celdas en elementos laterales con convección por dos de sus caras

$$Q_1 = \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\Delta y / k \left(\frac{\Delta x}{2} W \right)}$$

$$Q_3 = \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{1 / h \left(W \frac{\Delta y}{2} \right)}$$



$$Q_2 = \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x / k \left(W \frac{\Delta y}{2} \right)}$$

$$Q_4 = \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\Delta y / k \left(\frac{\Delta x}{2} W \right)}$$

$$\mathbf{E+G=S+Ac}$$

$$\mathbf{(E-S)+G=Ac}$$

Estado estacionario



Ac=0

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\frac{1}{h\left(W \frac{\Delta x}{2}\right)}} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{\Delta x}{k\left(W \frac{\Delta y}{2}\right)}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\frac{1}{h\left(W \frac{\Delta y}{2}\right)}} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\frac{\Delta y}{k\left(W \frac{\Delta x}{2}\right)}} + \phi \frac{\Delta x}{2} \frac{\Delta y}{2} W = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\frac{1}{h\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{1}{k\left(\frac{1}{2}\right)}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\frac{1}{h\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\frac{1}{k\left(\frac{1}{2}\right)}} + \phi \frac{\Delta x^2}{4} = 0$$

$$\frac{T_{i,j+1} - T_{i,j}}{\frac{1}{h\Delta x}} + \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\frac{1}{k}} + \frac{T_{i-1,j} - T_{i,j}}{\frac{1}{h\Delta x}} + \frac{T_{i,j-1} - T_{i,j}}{\frac{1}{k}} + \phi \frac{\Delta x^2}{4} = 0$$

$$h\Delta x [T_{i,j+1} + T_{i-1,j} - 2T_{i,j}] + \frac{\phi \Delta x^2}{4} + k [T_{i+1,j} + T_{i,j-1} - 2T_{i,j}] = 0$$

$$T_{i,j} = \frac{h\Delta x [T_{i,j+1} + T_{i-1,j}] + k [T_{i+1,j} + T_{i,j-1}] + \left(\frac{\phi \Delta x^2}{4}\right)}{2h\Delta x + 2k} = \frac{Bi [T_{i,j+1} + T_{i-1,j}] + [T_{i+1,j} + T_{i,j-1}] + \left(\frac{\phi \Delta x^2}{4k}\right)}{2Bi + 2}$$