



**Grado en Ingeniería en Sonido e Imagen en Telecomunicación**

Escuela Politécnica Superior

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

---

# Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

## ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS

1. Principios de física de semiconductores
2. Cinemática
3. Dinámica
4. Trabajo y energía
5. Calor y temperatura
5. Termodinámica
7. Campo eléctrico
8. Conductores, condensadores y dieléctricos
9. Corriente eléctrica



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 1.- PRINCIPIOS FÍSICOS DE LOS SEMICONDUCTORES

1.-Para el modelo de los electrones libres en el comportamiento de los metales, se considera que los electrones son partículas totalmente libres dentro del conductor. En este modelo, debido al principio de exclusión de Pauli, la probabilidad de que un estado determinado con energía  $E$  esté ocupado por un electrón es igual a  $f(E)$ , la fracción de estados con esa energía, conocida como **factor de Fermi**, que están ocupados es (distribución de Fermi-Dirac):

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

donde  $E$  es la energía,  $E_F$  es la energía de Fermi o **nivel de Fermi**,  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  J/K es la constante de Boltzmann y  $T$  es la temperatura absoluta. Determinar el valor de las energías  $E$  para las cuales el factor de Fermi (probabilidad de que un determinado estado esté ocupado), sea: (a) 1% y (b) 99%.

2.-En el modelo de electrones libres, la energía de Fermi en el cero absoluto viene dada por la expresión

$$E_F = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3}$$

donde  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  Js es la constante de Planck,  $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$  kg es la masa del electrón y  $n$  es la concentración de electrones libres. La energía de Fermi marca la línea divisoria (en energía) entre los estados con mayor probabilidad de estar ocupados ( $E < E_F$ ) y los estados con mayor probabilidad de encontrarse vacíos ( $E > E_F$ ). Determinar el valor de la energía de Fermi para el cobre en el cero absoluto sabiendo que hay un electrón libre por átomo, que la densidad del cobre es  $8.95 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup> y su masa atómica es 63.5 g/mol.

3.-La concentración de electrones libres en el cobre a bajas temperaturas es  $n = 8.45 \times 10^{28}$  m<sup>-3</sup>. Haciendo uso del modelo de electrones libres determinar la energía de Fermi para el cobre sólido así como el valor de la velocidad de un electrón cuya energía cinética sea igual a la energía de Fermi. Constante de Planck,  $h = 6.63 \times 10^{-34}$  Js, masa del electrón,  $m = 9.11 \times 10^{-31}$  kg.

4.-En el cero absoluto un semiconductor tiene una estructura de bandas de modo que la banda de valencia está totalmente llena y está separada por una banda prohibida de anchura  $E_G$  de la banda de conducción que está totalmente vacía. Sin embargo, a temperaturas ordinarias varios electrones son excitados y pasan a la banda de conducción. Si la energía de Fermi de este semiconductor está justo a la mitad de la banda prohibida, determinar el valor de la probabilidad de que se ocupe un estado en el fondo de la banda de conducción para una temperatura de 300 K, si la anchura de la banda prohibida es: (a) 0.2 eV, (b) 1 eV, (c) 5 eV. Repetir el problema para una temperatura de 320 K.

5.-Determinar, para un semiconductor de tipo  $n$ , las concentraciones de electrones y huecos en función de la concentración de impurezas donadoras  $N_D$ . Obtener el valor de  $N_D$  para que la diferencia entre las concentraciones de electrones e impurezas donadoras sea menor al 0.1 % de  $N_D$ .

6.-Se sabe que para el germanio a una temperatura de 300 K la concentración intrínseca es  $n_i = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . Determinar para esa temperatura las concentraciones de electrones libres y huecos,  $n$  y  $p$ , respectivamente, para una muestra dopada de germanio con concentraciones de impurezas aceptoras y donadoras  $N_A = 10^{13} \text{ cm}^{-3}$  y  $N_D = 2 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ , respectivamente.

7.-Para un semiconductor la concentración intrínseca  $n_i$  es una función de la temperatura y se sabe que la relación experimental que cuantifica esta dependencia es

$$n_i^2(T) = A_0 T^2 e^{-E_{G0}/kT}$$

donde  $A_0$  es una constante,  $T$  es la temperatura absoluta,  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$  es la constante de Boltzmann y  $E_{G0}$  es la anchura de la banda prohibida a la temperatura del cero absoluto. Para el germanio la anchura de la banda prohibida en el cero absoluto es  $E_{G0} = 0.78 \text{ eV}$ , mientras que la concentración intrínseca a 300 K vale  $n_i = 2.5 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ . Determinar: (a) El valor de la constante  $A_0$  para el germanio. (b) La concentración intrínseca del germanio para una temperatura de 500 K. (c) Los valores de las concentraciones de electrones libres y huecos,  $n$  y  $p$ , respectivamente, para una muestra de germanio de tipo  $n$  dopada con una concentración de impurezas donadoras  $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

8.-Una muestra de silicio de tipo  $n$  en equilibrio térmico y a una temperatura de 300 K tiene una resistividad  $\rho = 500 \text{ } \Omega \text{ m}$ , las movilidades de electrones y huecos son  $\mu_e = 0.16 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$  y  $\mu_p = 0.06 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , respectivamente, la concentración intrínseca de portadores es  $n_i = 1.4 \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$  y la densidad efectiva de estados en la banda de conducción (BC) es  $10^{25} \text{ m}^{-3}$ . Si para el nivel dador se cumple  $E_C - E_D = 0.05 \text{ eV}$ , donde  $E_C$  es la energía mínima de la banda de conducción y  $E_D$  es la energía del nivel dador, determinar: (a) Las concentraciones de electrones y huecos. (b) La energía del nivel de Fermi respecto a la energía de la BC. (c) La probabilidad de que un estado del nivel dador esté ocupado y la probabilidad de que no lo esté.

9.-Un diodo de unión  $pn$  tiene una corriente de saturación de 0.5 mA a la temperatura de 300 K. Si sabemos que el valor de la constante de Boltzmann es  $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ , determinar la corriente a esa temperatura cuando los voltajes toman valores de 1, -1, 100 y -100 mV.

10.-Un diodo de unión  $pn$  tiene una corriente de saturación de 1 nA y  $kT = 0.025 \text{ eV}$  a la temperatura ambiente. (a) Determinar el valor de la resistencia para voltajes pequeños en polarización inversa. (b) Calcular los valores de la intensidad de corriente y de la resistencia del diodo en polarización inversa cuando se aplica un voltaje de 0.5 V. (c) Calcular los valores de la intensidad de corriente y de la resistencia del diodo en polarización directa cuando se aplica un voltaje de 0.5 V.



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 2.- CINEMÁTICA

1.-La constante elástica de un muelle se ha determinado por dos procedimientos diferentes, encontrándose 8 g/cm y 7840 g/s<sup>2</sup>. ¿Son consistentes ambos resultados?

2.-Expresar las siguientes cantidades en unidades del Sistema Internacional, indicando claramente el proceso de obtención del resultado final: (a) Presión de un neumático de 1.7 kg/cm<sup>2</sup>. (b) Energía consumida de 200 kWh. (c) Constante de gravitación universal  $G = 6.7 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^2$ .

3.-En la fórmula  $v = k\sqrt{D(d-1)}$ , con  $k = 3.62$ , cuando  $D$  se expresa en metros se obtiene  $v$  en m/s, siendo  $d$  del peso específico relativo. ¿Cuál será el valor de  $k$  para que al expresar  $D$  en mm,  $v$  venga dado en cm/s?

4.-Se sabe que una ecuación que relaciona  $v$  con la distancia  $x$  es  $v^2 = C_1/x$ . (a) ¿Cuáles son las dimensiones de la constante  $C_1$ ? (b) Si la  $v$  está en m/s y  $x$  en m. ¿Cuáles son las unidades de  $C_1$ ?

5.-En las ecuaciones (1)  $x = C_1 + C_2t + C_3t^2$  y (2)  $x = C_1 \text{sen } C_2t$ , la distancia  $x$  está en metros y el tiempo  $t$  en segundos. (a) ¿Cuáles son las unidades en el S.I. de  $C_1$ ,  $C_2$  y  $C_3$ ? (b) ¿Cuáles son sus dimensiones?

6.-Si no se recuerda cuál de las tres fórmulas es la que corresponde al periodo  $T$  de un péndulo simple,  $T = 2\pi\sqrt{g/l}$ ,  $T = 2\pi\sqrt{l/g}$  o  $T = 2\pi\sqrt{m/g}$ , donde  $l$  es la longitud del hilo,  $m$  la masa y  $g$  la aceleración de la gravedad ¿Cómo puede comprobarse rápidamente?

7.-Demostrar que la fuerza, la velocidad y la aceleración pueden formar un sistema de magnitudes fundamentales para la Mecánica. ¿Qué dimensiones tendrá el volumen, la velocidad angular y la densidad en ese sistema de unidades?

8.-Dados los vectores  $\mathbf{A} = (5,3,4)$  y  $\mathbf{B} = (6,-1,2)$ . Calcular: (a) El módulo de cada uno. (b) El producto escalar de  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{B}$ . (c) El ángulo formado entre ambos, (d) Los cosenos directores de cada uno. (e) Los vectores  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$  y  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ . (f) El producto vectorial  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ .

9.-Un paralelepípedo tiene sus aristas descritas por los vectores  $\mathbf{A} = \mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{B} = 7\mathbf{j}$  y  $\mathbf{C} = \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ . Calcular su volumen siendo 1 cm el módulo de  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  y  $\mathbf{k}$ .

10.-Dado el vector  $\mathbf{a} = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$  y un punto  $A(2,1,0)$  de su línea de acción, hallar el momento de dicho vector respecto al origen de coordenadas.

11.-Un cuerpo se mueve a lo largo del eje  $x$  de acuerdo con la ley  $v(t) = t^3 + 4t^2 + 2$  m/s, y donde  $v$  es la velocidad y  $t$  es el tiempo. Si en el instante  $t_0 = 2$  s se encuentra en la posición  $x_0 = 4$  m, determinar la posición y la aceleración del cuerpo cuando  $t = 3$  s.

12.-La aceleración de un cuerpo que se desplaza a lo largo del eje  $x$  es  $a(x) = 4x - 2$  m/s<sup>2</sup>. Suponiendo que  $v_0 = 10$  m/s cuando  $x_0 = 0$  m, encontrar la velocidad  $v$  en cualquier otra posición.

**13.-**Un punto material se mueve en el plano  $xy$  de modo que las componentes cartesianas de su velocidad, expresadas en el sistema internacional, son  $v_x(t) = 4t^3 + 4t$  y  $v_y(t) = 4t$ . Si en el instante  $t_0 = 0$  s se encuentra en el punto de coordenadas (1,2), determinar la ecuación cartesiana de su trayectoria.

**14.-**Un móvil describe una trayectoria dada por las ecuaciones paramétricas  $x(t) = pt$ ,  $y(t) = \frac{1}{2}pt^2$ , siendo  $p$  una constante. Determinar: (a) La velocidad y la aceleración del móvil en función del tiempo. (b) Las componentes tangencial y normal de la aceleración. (c) El radio de curvatura de la trayectoria.

**15.-**Se lanza un cuerpo hacia arriba en dirección vertical con una velocidad de 98 m/s, desde el techo de un edificio de 100 m de altura. Encontrar: (a) La altura máxima que alcanza el cuerpo desde el suelo. (b) El tiempo cuando pasa por el lugar de lanzamiento. (c) La velocidad al llegar al suelo. (d) El tiempo total transcurrido desde que se lanza hasta que llega al suelo.

**16.-**Desde lo alto de una torre se lanza verticalmente hacia arriba una piedra con una velocidad inicial de 15 m/s. La piedra llega a una determinada altura y comienza a caer por la parte exterior de la torre. Tomando como origen de coordenadas el punto de lanzamiento, calcular: (a) La posición y la velocidad de la piedra tras 1 s y 4 s desde su lanzamiento. (b) La velocidad cuando se encuentra a 8 m por encima del punto de partida. (c) El tiempo que transcurre desde que se lanzó hasta que vuelve a pasar de nuevo por el punto de lanzamiento. Considérese  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

**17.-**Un volante de 20 cm de diámetro gira en torno a su eje a razón de 3000 r.p.m. Sabiendo que un freno lo para en 20 s, determinar: (a) La aceleración angular, supuesta constante, y el número de vueltas que da el volante hasta que se detiene. (b) Las aceleraciones tangencial y normal de un punto de la periferia del volante una vez dadas 100 vueltas y la aceleración resultante en ese punto.

**18.-**La velocidad de rotación de un faro luminoso es constante e igual a  $\omega$ . Si el faro está situado a una distancia  $d$  de una playa completamente recta, determinar: (a) La velocidad y la aceleración con que se desplaza el punto luminoso sobre la playa cuando el ángulo que forman  $d$  y el rayo luminoso es  $\theta$ .

**19.-**Un cañón dispara una bala con una velocidad de 200 m/s formando un ángulo de  $40^\circ$  con respecto a la horizontal. Determinar: (a) La velocidad y la posición de la bala después de 20 s desde su lanzamiento. (b) El alcance y el tiempo necesario para que la bala retorne al suelo.

**20.-**Desde un plano inclinado con un ángulo  $\alpha$  respecto a la horizontal es lanzada una piedra con una velocidad inicial  $v_0$  perpendicularmente al plano. ¿A qué distancia del punto de lanzamiento cae la piedra?

**21.-**Un muchacho de 1.5 m de estatura y que está parado a 15 m de distancia de un muro de 5 m de altura, lanza una piedra bajo un ángulo de  $45^\circ$  con respecto a la horizontal. ¿Con qué velocidad mínima debe lanzar la piedra para que ésta pase por encima del muro?

**22.-**La cabina de un ascensor de 3 m de altura asciende con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ . Cuando el ascensor se encuentra a una cierta altura del suelo, se desprende la lámpara del techo. Calcular el tiempo que tarda la lámpara en chocar con el suelo del ascensor.

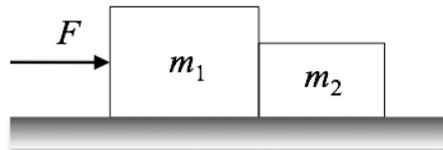


## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 3.- DINÁMICA

1.-Un bloque tiene una de 5 kg y está colgado mediante una cuerda inextensible y sin masa. Si se tira del bloque verticalmente hacia arriba con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ . (a) Determinar la tensión de la cuerda. (b) Si cuando el bloque se halla en movimiento la tensión de la cuerda se reduce a 49 N, ¿qué clase de movimiento efectuará el bloque? (c) Si la cuerda se afloja por completo se observa que el bloque recorre 2 m hacia arriba antes de detenerse, ¿con qué velocidad se movía el bloque?

2.-Dos bloques cuyas masas son  $m_1 = 20 \text{ kg}$  y  $m_2 = 15 \text{ kg}$ , respectivamente, están apoyados uno contra el otro y descansan sobre un suelo perfectamente liso, tal y como se muestra en la figura. Si sobre el bloque  $m_1$  se aplica horizontalmente una fuerza  $F = 40 \text{ N}$ , determinar: (a) la aceleración con la que se mueve el sistema. (b) Las fuerzas de interacción entre los dos bloques. Resolver el problema en el caso en el que el coeficiente de rozamiento entre los bloques y el suelo es  $\mu = 0.02$ .

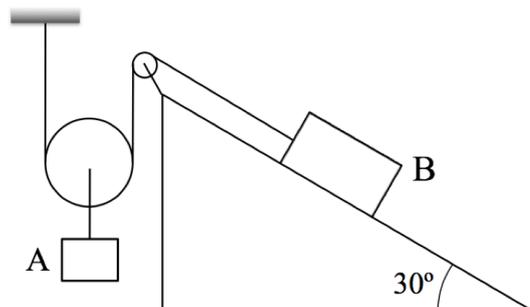


3.-Un cuerpo desliza en primer lugar sobre un plano inclinado  $30^\circ$  con respecto a la horizontal y a continuación se desplaza sobre un plano horizontal. Determinar el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y los planos si se sabe que el cuerpo recorre en el plano inclinado la misma distancia que en el horizontal, antes de detenerse.

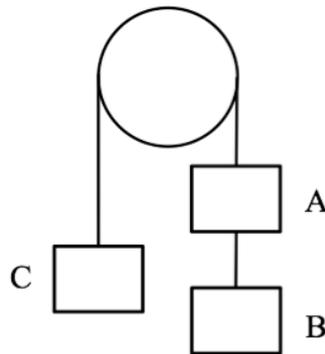
4.-Un trineo de masa  $m = 105 \text{ kg}$  desliza con velocidad  $v = 36 \text{ km/h}$  sobre una pista horizontal cubierta de nieve. Si se sabe que el coeficiente de rozamiento entre el trineo y la nieve es  $\mu = 0.025$ , determinar: (a) El tiempo transcurrido hasta que el trineo se detiene. (b) La distancia recorrida por el trineo sobre la nieve antes de detenerse.

5.-Dos bloques de masas 16 kg y 8 kg, respectivamente están situados sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Los bloques están unidos entre sí por una cuerda A y son arrastrados sobre la superficie por una segunda cuerda B, de modo que su aceleración es de  $0.5 \text{ m/s}^2$ . Determinar la tensión de la cuerda.

6.-Dos bloques A y B de masa 200 kg y 100 kg, respectivamente, se encuentran unidos entre sí tal y como se muestra en la figura. Determinar la aceleración de cada uno de los bloques sabiendo que el sistema parte del reposo, el coeficiente de rozamiento entre el bloque B y el plano inclinado es  $\mu = 0.25$  y se desprecia tanto la masa de las poleas y el rozamiento de la cuerda con las mismas.



7.-Tres masas idénticas de 2 kg cada una se suspenden de una polea fija, como se muestra en la figura. Determinar la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda entre las masas A y B.



8.- Calcular la diferencia de nivel entre los bordes externo e interno del camino de una autopista que tiene una anchura de 7.2 m para que un automóvil pueda tomar una curva de 600 m de radio a una velocidad de 80 km/h sin experimentar fuerzas laterales.

9.-Una partícula de masa  $m$  está suspendida de un hilo inextensible y sin masa cuya longitud es  $L$ . El otro extremo del hilo está fijo a un eje vertical que gira con velocidad angular constante  $\omega$ , arrastrando en su rotación tanto al hilo como a la masa  $m$ . En estas condiciones, obtener, en función de  $\omega$ , el valor del ángulo  $\theta$  que forman el hilo y la vertical.

10.-Una partícula de masa 2 kg describe una curva en el espacio cuyas ecuaciones paramétricas son  $x(t) = t^3$ ,  $y(t) = t - 2t^2$ ,  $z(t) = \frac{1}{4}t^4$ , siendo  $t$  el tiempo. Determinar, una vez transcurridos 2 s: (a) Los vectores velocidad y aceleración de la partícula así como sus módulos. (b) El vector cantidad de movimiento. (c) El momento angular respecto al origen de coordenadas. (d) La fuerza que actúa sobre la partícula.

11.-El vector de posición de una partícula de 2 kg de masa que se desplaza en el plano  $xy$ , es  $\mathbf{r}(t) = 3t\mathbf{i} + 4t^2\mathbf{j}$ . Determinar: (a) El momento respecto al origen de coordenadas de la fuerza responsable del movimiento. (b) El momento lineal de la partícula. (c) El momento angular de la partícula respecto al origen de coordenadas.

12.-Una bala sale por la boca de un rifle con una velocidad de 500 m/s. Se sabe que la fuerza resultante ejercida por los gases sobre la bala viene dada por la ecuación  $F(t) = 800 - 2 \times 10^5 t$ , en unidades del Sistema Internacional. (a) Representar gráficamente la fuerza  $F$  en función del tiempo  $t$ . (b) Hallar el tiempo que estuvo la bala dentro del rifle si el valor de la fuerza  $F$  en la boca del rifle es 200 N. (c) Hallar el impulso ejercido sobre la bala y su masa.



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 4.- TRABAJO Y ENERGÍA

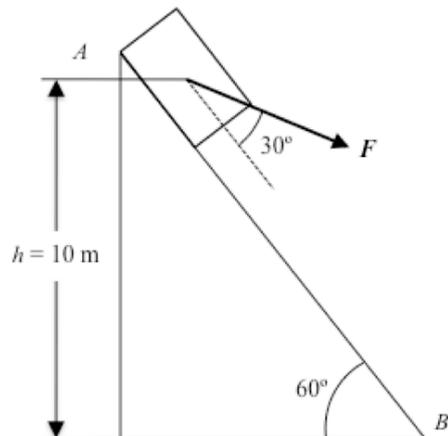
1.-Determinar el trabajo que se realiza al empujar un bloque de 1000 kg de masa una distancia de 6 m sobre un plano horizontal con velocidad constante mediante una fuerza que forma  $30^\circ$  con la horizontal si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es  $\mu = 0.3$ .

2.-Un objeto de masa  $m = 3$  kg se deja caer desde una cierta altura con velocidad inicial  $v_0 = 2$  m/s, dirigida verticalmente hacia abajo. Determinar el trabajo realizado durante un intervalo de tiempo  $t = 10$  s, contra la fuerza de resistencia del aire si se sabe que al final de este intervalo de tiempo, el objeto tiene una velocidad  $v = 50$  m/s. Se considera que la fuerza de resistencia del aire es constante.

3.-Un bloque de masa  $m = 5$  kg se lanza con una velocidad inicial  $v_0 = 5$  m/s hacia arriba por un plano inclinado que forma  $30^\circ$  con la horizontal. Si la velocidad es paralela al plano inclinado, determinar la altura a la que ascenderá el bloque: (a) Si no hay rozamiento. (b) Si el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es  $\mu = 0.1$ ?

4.- Un bloque de masa  $m = 5$  kg es lanzado con una velocidad inicial  $v_0 = 5$  m/s hacia arriba por un plano inclinado que forma  $30^\circ$  con la horizontal. Si la velocidad es paralela al plano inclinado y el bloque asciende 1.5 m por el plano inclinado, se para y regresa al punto de partida, determinar la fuerza de rozamiento que actúa sobre el bloque, así como su velocidad cuando retorna al punto de partida.

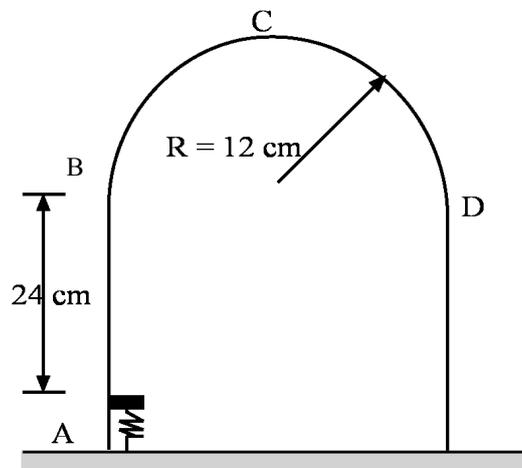
5.-Un bloque de masa  $m = 10$  kg baja deslizándose por un plano inclinado  $60^\circ$  con la horizontal, arrastrado mediante una fuerza  $F$  que forma  $30^\circ$  con el plano inclinado, tal y como se ve en la figura. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano inclinado es  $\mu = 0.2$ . (a) Calcular la aceleración con la que desciende el bloque por el plano inclinado, (b) Si el bloque está en reposo en el punto más alto A, determinar su velocidad cuando llega al punto más bajo B así como el tiempo invertido en recorrer el trayecto AB. (c) Obtener el trabajo realizado por la fuerza  $F$  así como la energía perdida por rozamiento.



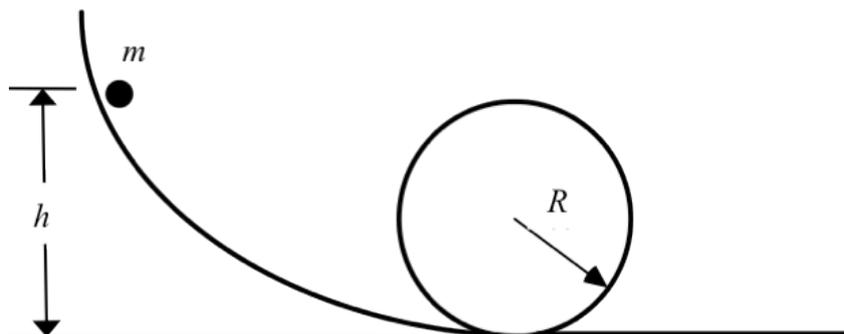
6.-Una piedra cuya masa es  $m = 200$  g se ata al extremo de una cuerda inextensible y sin masa de longitud  $L = 1$  m y se le hace girar en un plano vertical. (a) Calcular la velocidad mínima que se precisa para ello. (b) Si la velocidad se duplica, determinar la tensión de la cuerda en el punto más alto y en el más bajo. (c) Si la cuerda se rompe en el momento en que la piedra pasa por el punto más elevado, ¿cómo se moverá la piedra?

7.-Un bloque de masa  $m = 1$  kg parte del reposo y baja deslizándose por un plano inclinado que forma  $30^\circ$  con la horizontal, siendo  $\mu = 0.2$  el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano inclinado. Determinar: (a) La aceleración de bajada. (b) El tiempo que tarda el bloque en recorrer 10 m sobre el plano. (c) La velocidad del bloque cuando ha recorrido estos 10 m.

8.-Un pequeño objeto de masa  $m = 0.25 \text{ kg}$  se deja en reposo sobre una pequeña plataforma unida a un resorte en la posición A cuando el resorte está comprimido 6 cm. A continuación se suelta la plataforma de modo que el objeto es lanzado por el arco ABCDE de la figura. Determinar el mínimo valor de la constante elástica del resorte  $k$  para que el objeto recorra el arco y no lo abandone en momento alguno, si no existe rozamiento entre el objeto y el arco.



9.-Determinar la altura mínima  $h$  desde donde una bola debería dejarse caer libremente de manera que pueda completar el movimiento circular alrededor de una circunferencia vertical de radio  $R$ , suponiendo que la bola resbala sin rodar y sin fricción.



10.-Una caja B está en reposo, mientras que otra caja A se mueve hacia la derecha con una velocidad de  $0.5 \text{ m/s}$  dirigiéndose hacia la caja B. Cuando la caja A se encuentra con la caja B sufren un choque frontal de modo que la caja A rebota con una velocidad de  $0.1 \text{ m/s}$ , mientras que la caja B se mueve hacia la derecha con una velocidad de  $0.3 \text{ m/s}$ . En un segundo experimento la caja A se carga con una masa adicional de  $1 \text{ kg}$  y se lanza hacia la caja B con una velocidad de  $0.5 \text{ m/s}$ . Después de este segundo choque la caja A queda en reposo mientras que la caja B se desplaza hacia la derecha con una velocidad de  $0.5 \text{ m/s}$ . Determinar la masa de cada una de las cajas.



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

---

### Tema 5.- CALOR Y TEMPERATURA

1.-(a) Una persona utiliza una cinta métrica de acero que tiene exactamente 50 m de longitud a 20°C. ¿Qué longitud tiene en un día caluroso de verano en el que la temperatura es de 35°C? (b) La misma persona usa la cinta para medir una distancia cuando la temperatura es de 35°C y el valor que lee es 35.794 m. Determinar la distancia real si se supone que la cinta está calibrada para usarse a 20°C. El coeficiente de dilatación lineal del acero es  $\alpha = 1.2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

2.-Un frasco de vidrio de 200 cm<sup>3</sup> se llena al borde con mercurio a 20°C. ¿Cuánto mercurio se desborda si la temperatura del sistema se eleva a 100°C? El coeficiente de dilatación lineal del vidrio es  $0.4 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$  y el coeficiente de dilatación cúbica del mercurio es  $18 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

3.-La condición llamada **temperatura y presión estándar** (TPE) para un gas se define como una temperatura de 0°C = 273.15 K y una presión de 1 atm =  $1.013 \times 10^5$  Pa. Si se desea mantener un mol de un gas ideal en una habitación a TPE, ¿qué tamaño debe tener el recipiente?

4.-En un motor de automóvil, una mezcla de aire y gasolina se comprime en los cilindros antes de encenderse. Un motor representativo tiene una relación de compresión de 9 a 1, lo que implica que el gas en los cilindros se comprime a 1/9 de su volumen original. La presión inicial es de 1 atm y la temperatura inicial es de 27°C. Si la presión después de la compresión es de 21.7 atm, determinar la temperatura del gas comprimido.

5.-Un tanque de buceo típico tiene un volumen de 11 litros y una presión manométrica, cuando está lleno, de  $2.10 \times 10^7$  Pa. El tanque “vacío” contiene 11 litros de aire a 21°C y 1 atm ( $1.013 \times 10^5$  Pa). Cuando el tanque se llena con aire caliente de una compresora, la temperatura es de 42°C y la presión manométrica es de  $2.10 \times 10^7$  Pa. ¿Qué masa de aire se agregó? (El aire es una mezcla de gases: aproximadamente 78% de nitrógeno, 21% de oxígeno y 1% de otros gases; su masa molecular media es de 28.8 g/mol).

6.-Sabiendo que la presión  $p$  varía con la altura  $y$  mediante la ecuación general  $\frac{dp}{dy} = -\rho g$ , donde  $\rho$  es la densidad y  $g$  la aceleración de la gravedad, determinar la variación de la presión atmosférica con la altura en la atmósfera terrestre, suponiendo que la temperatura es 0°C en todos sus puntos. Ignorar la variación de  $g$  con la altura.

7.-Se está diseñando un elemento de circuito electrónico hecho con 23 mg de silicio cuya resistencia eléctrica es  $R = 1850 \Omega$ , de modo que la corriente que pasa por él es  $I = 2 \text{ mA}$ . Si el diseño no contempla la eliminación de calor del elemento, ¿con qué rapidez aumentará su temperatura? El calor específico del silicio es  $705 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

8.-Un estudiante de física desea enfriar 250 g de una cola baja en calorías (casi agua pura), que está a 25°C, agregándole hielo que está a -20°C. ¿Cuánto hielo debe agregar para que la temperatura final sea 0°C con todo el hielo derretido, si puede despreciarse la capacidad calorífica del recipiente? Calores específicos: agua,  $4190 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , hielo,  $2100 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Calor latente de fusión del hielo, 334 J/kg.

9.-Un ingeniero que está de visita en una obra para revisar su infraestructura común de telecomunicaciones, bebe su café matutino de una taza de aluminio de masa 120 g. La taza está inicialmente a una temperatura de 20°C cuando vierte sobre ella 300 g de café que inicialmente estaba a 70°C. ¿En qué temperatura final alcanzan la taza y el café el equilibrio térmico? El calor específico del aluminio es  $910 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . Suponer que el calor específico del café es el mismo que el del agua,  $4190 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , y que no hay intercambio de calor con el entorno.

10.-Una olla gruesa de cobre de 2 kg (incluida la tapa) está a una temperatura de 150°C y se vierten en ella 100 g de agua a 25°C y rápidamente se tapa la olla para que no pueda escapar el vapor. Determinar la temperatura final de la olla y de su contenido y determinar la fase (líquido o gas) del agua. Suponer que no se pierde calor al entorno. Los calores específicos del agua y el cobre son  $4190 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  y  $390 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , respectivamente.

11.-Una habitación a 20°C tiene un vidrio de ventana de 2 m de ancho y 2.5 m de alto, siendo su espesor 3 mm. Determinar el calor perdido por minuto por conducción a través de la ventana, siendo la temperatura del aire exterior de 12°C. La conductividad térmica del vidrio es  $0.0025 \text{ cal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

12.-Una caja de espuma de poliestireno para mantener frías las bebidas tiene un área de pared total (incluida la tapa) de  $0.8 \text{ m}^2$  y un espesor de pared de 2 cm, y está llena con hielo, agua y latas de cola baja en calorías a 0°C. Determinar la razón del flujo de calor hacia el interior si la temperatura exterior es de 30°C. ¿Cuánto hielo se derrite en un día? La conductividad térmica de la espuma de poliestireno es  $0.01 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$  y el calor de fusión del hielo es  $3.34 \times 10^5 \text{ J/kg}$ .

13.-Una nevera está construida de madera ( $k_{madera} = 0.0006 \text{ cal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) de 1.75 cm de espesor, forrada interiormente de corcho ( $k_{corcho} = 0.0012 \text{ cal cm}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ) de 3 cm de espesor. Si la temperatura en la superficie interior del corcho es 0°C y la de la superficie exterior de la madera 12°C, ¿Cuál es la temperatura en la interfase madera-corcho?

14.- Una barra de acero de 10 cm de longitud se suelda a tope con una de cobre de 20 cm de longitud, siendo por tanto la longitud del sistema 30 cm. Ambas barras están perfectamente aisladas por sus costados y tienen la misma sección transversal cuadrada de 2 cm de lado. El extremo libre de la barra de acero se mantiene a 100°C en contacto con vapor de agua, y el de la barra de cobre se mantiene a 0°C colocándolo en contacto con hielo. Determinar la temperatura en la unión de las dos barras y la razón de flujo de calor total. Las conductividades térmicas del acero y el cobre son  $50.2 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$  y  $385 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , respectivamente.

15.-Una pared de espesor  $h$  se ha formado colocando, una encima de la otra, dos planchas rectangulares de espesor  $h$ , secciones  $S$  y  $S'$ , y conductividades  $k$  y  $k'$ , respectivamente. Si cada una de las caras de la pared completa se encuentra a temperaturas  $T_1$  y  $T_2$ , respectivamente, determinar, en el régimen estacionario, el flujo de calor que atraviesa la pared por unidad de tiempo, así como la conductividad equivalente de la pared.

16.-Una placa delgada cuadrada, de 10 cm de lado, se calienta en una forja de herrero a 800°C. Si su emisividad es de 0.6, determinar la razón total de emisión total de energía por radiación, sabiendo que el valor de la constante de Stefan-Boltzmann es  $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$ .

17.-Si el área superficial total del cuerpo humano es de  $1.2 \text{ m}^2$  y la temperatura superficial es de 30°C, determinar la razón total de radiación de energía del cuerpo. Si el entorno está a 20°C, determinar la razón *net* de pérdida de calor del cuerpo por radiación. La emisividad del cuerpo humano es muy cercana a la unidad, sea cual sea la pigmentación de la piel.



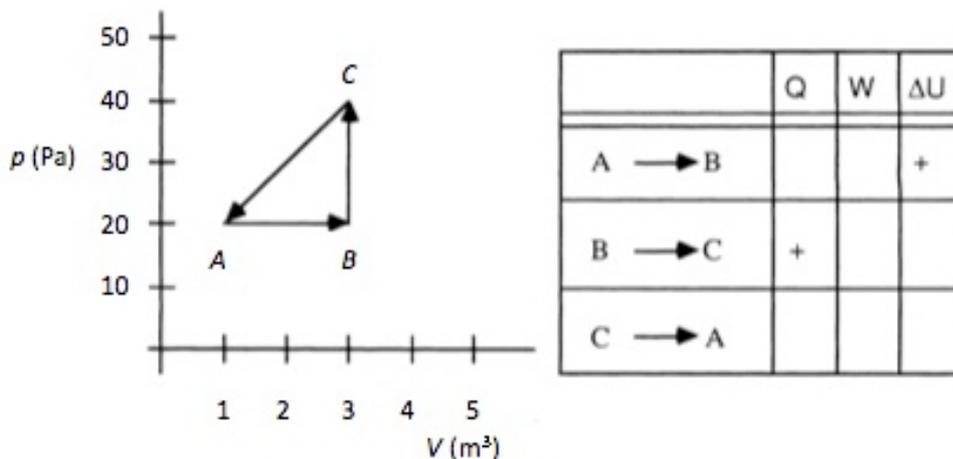
## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 6.- TERMODINÁMICA

1.-Indicar los signos del calor y el trabajo en los siguientes procesos: (a) Un yunque se golpea con un martillo y luego se enfría. (b) El CO<sub>2</sub> de una bala rígida se calienta aumentando su temperatura y presión. (c) Una mezcla de H<sub>2</sub> y O<sub>2</sub> en un cilindro de paredes adiabáticas explota por la acción de una chispa y el émbolo se desplaza con aumento de volumen. (d) Un muelle metálico se comprime bruscamente.

2.-En cierto proceso se suministran a un sistema 500 cal de calor y al mismo tiempo se realizan sobre el mismo 100 J de trabajo mecánico. Determinar la variación de la energía interna.

3.-Un sistema termodinámico realiza un proceso desde un estado inicial A hasta otro estado B y a continuación regresa nuevamente al A, pasando por el estado C, como se muestra en la trayectoria A-B-C-A en el diagrama  $p$ - $V$  de la figura. (a) Completar la tabla de la figura colocando los signos correspondientes (+) o (-) como convenga a las cantidades termodinámicas relacionadas en cada proceso. (b) Calcular el valor numérico del trabajo hecho por el sistema durante el ciclo completo A-B-C-A.



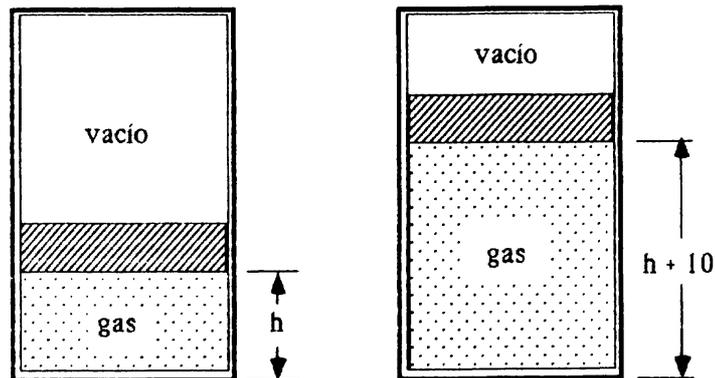
4.-Un mol de gas perfecto a 0°C y 1 atm se comprime reversible y adiabáticamente hasta que su temperatura se eleva a 10°C. Entonces se expande reversible e isotérmicamente hasta que su presión es de nuevo de 1 atm. Determinar: (a) La presión alcanzada después de la compresión adiabática. (b) El valor total de la variación de su energía interna. (c) El calor y el trabajo netos de todo el proceso. Considerar  $C_p = 20.5 \text{ J K}^{-1}\text{mol}^{-1}$  y  $R = 8.3 \text{ J K}^{-1}\text{mol}^{-1}$ .

5.-Un litro de oxígeno (O<sub>2</sub>) a presión y temperatura normales se expansiona hasta un volumen de 3 L. (1) Isotérmicamente, (2) isobáricamente. Calcular, en cada caso: (a) La presión final. (b) La temperatura final. (c) La variación de energía interna. (d) El trabajo realizado. (e) El calor suministrado. ( $C_p = 7 \text{ cal K}^{-1}\text{mol}^{-1}$ ).

6.-Demostrar la Ley de Reech: “la pendiente de las adiabáticas es  $\gamma$  veces mayor que la pendiente de las isotermas”.

7.-Se comprimen reversible y adiabáticamente 20 g de  $N_2$  desde un volumen inicial de 17 litros a otro final de 11 litros, siendo la temperatura inicial de  $27^\circ C$ . Determinar el trabajo realizado sobre el sistema así como su variación de energía interna.

8.-Un décimo de mol de un gas ideal diatómico se encuentra en la parte inferior del recipiente de la figura, el pistón tiene una superficie de  $50 \text{ cm}^2$  y una masa de 100 kg y se encuentra a una altura  $h$ , siendo la temperatura inicial de 273 K. Se calienta el gas y el pistón sube 10 cm. Determinar el valor de la altura  $h$ , la temperatura final, la variación de energía interna y el calor suministrado.



9.-Se tienen  $200 \text{ cm}^3$  de aire seco a  $10^\circ C$  y 10 atm que se expansionan hasta que la presión desciende hasta un valor de 1 atm. Determinar el volumen final y la temperatura final si la expansión es: (a) isotérmica, (b) adiabática. Calcular el trabajo realizado en cada caso. ( $C_v = 5 \text{ cal K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ ).

10.-Una máquina térmica funciona entre las temperaturas  $127^\circ C$  y  $27^\circ C$  y toma 1200 J del foco caliente. Su rendimiento es el 80% del de una máquina de Carnot funcionando entre las mismas temperaturas. Determinar: (a) El trabajo realizado. (b) El calor cedido al foco frío. (c) La variación de la entropía del universo por ciclo.

11.-Determinar el valor en julios de la energía mecánica que gasta un refrigerador de Carnot para extraer 1 J a  $0^\circ C$  y darlo a un cuerpo a  $100^\circ C$ , y la cantidad total de julios que se dan al cuerpo caliente.

12.-Un sistema absorbe 300 cal de un foco a 300 K y 200 cal de un foco a 400 K. Vuelve a su estado original realizando un trabajo de 100 cal y cediendo 400 cal a un tercer foco a una temperatura  $T$ . (a) ¿Cuál es la variación de entropía del sistema para el ciclo completo y cual es el rendimiento del ciclo? (b) Si el ciclo es reversible, ¿cuál es el valor de la temperatura  $T$ ?

13.-Un motor de un buque funciona según un ciclo de Carnot ideal que extrae calor del agua del mar a  $18^\circ C$  y cede una parte a un depósito de hielo seco a  $-78^\circ C$ . Si el motor debe desarrollar una potencia de 8000 CV, ¿cuánto hielo seco se consumirá durante la marcha de un día? Calor latente de sublimación del hielo seco,  $L_s = 137 \text{ cal/g}$ . 1 CV (caballo de vapor) = 736 W.

14.-Calcular la variación de entropía cuando se llega al equilibrio al mezclar en un recipiente aislado 100 g de hielo a  $0^\circ C$  y 20 g de vapor de agua a  $100^\circ C$ . Los calores latentes de fusión y vaporización del hielo y del vapor de agua son  $L_f = 80 \text{ cal/g}$  y  $L_v = 540 \text{ cal/g}$ , respectivamente.



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

---

### Tema 7.- CAMPO ELÉCTRICO

1.-En dos vértices contiguos de un cuadrado de 1 m de lado se tienen cargas eléctricas positivas de  $2 \times 10^{-6}$  C y en los otros dos de  $5 \times 10^{-6}$  C. Hallar el campo eléctrico y el potencial en el centro del cuadrado.

2.-Dos cargas de signos contrarios y de  $10^{-8}$  C están situadas a una distancia de 10 cm en el vacío formando un dipolo eléctrico. Determinar la intensidad del campo eléctrico que el dipolo produce en los siguientes puntos. (a) A una distancia de 5 cm de la carga positiva en la prolongación del segmento que une las cargas. (b) En un punto de dicho segmento a 4 cm de la carga positiva. (c) En un punto que equidiste 10 cm de ambas cargas.

3.-Existe un campo eléctrico uniforme entre dos placas paralelas con cargas opuestas. Se libera un electrón desde el reposo sobre la superficie de la placa negativa y alcanza la superficie de la placa opuesta, colocada a una distancia  $d = 2.0 \times 10^{-2}$  m de la otra, en un intervalo de tiempo  $t = 15$  ns. (a) Calcular la intensidad del campo eléctrico y (b) la velocidad del electrón cuando llega a la segunda placa. (c) ¿Cuál es la diferencia de potencial que hay entre las placas?

4.-Un electrón de masa  $m = 9.1 \times 10^{-31}$  kg y de carga eléctrica  $q = -1.6 \times 10^{-19}$  C se proyecta en el interior de un campo eléctrico uniforme  $E = 2000$  N/C con una velocidad inicial  $v_0 = 10^6$  m/s perpendicular al campo. (a) Hallar las ecuaciones del movimiento del electrón. (b) ¿Cuánto se habrá desviado el electrón si ha recorrido 1 cm sobre el eje OX, suponiendo que este eje determina la dirección de entrada del electrón?

5.-Un anillo de radio  $a$  tiene una carga  $q$  distribuida uniformemente a lo largo de su circunferencia. Calcular el campo eléctrico y el potencial eléctrico en puntos a lo largo del eje perpendicular que pasa por el centro del anillo, en función de la distancia a dicho centro.

6.-Calcular el campo eléctrico y el potencial creados por: (a) una línea de longitud  $L$  cargada con una densidad lineal de carga constante  $\lambda$  ( $E$  y  $V$  en puntos de su mediatriz); (b) una línea infinita cargada con una densidad lineal de carga constante  $\lambda$ .

7.-Una carga positiva está distribuida uniformemente en un volumen esférico de radio  $R$  siendo  $\rho$  la densidad de carga por unidad de volumen. Determinar el valor del campo eléctrico.

9.-Una esfera de radio  $R$  posee una densidad volumétrica de carga proporcional a la distancia al centro  $\rho = Ar$  para  $r \leq R$  y  $\rho = 0$  para  $r > R$ , siendo  $A$  una constante. Hallar: (a) El valor de la constante  $A$  si la carga total de la esfera es  $Q$ ; (b) el campo eléctrico tanto en el interior como en el exterior de la distribución de carga.

10.-En cada uno de los tres planos indefinidos  $x = -2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$  m, existe una distribución de carga superficial  $\sigma_1 = 2$  C/m<sup>2</sup>,  $\sigma_2 = 4$  C/m<sup>2</sup>,  $\sigma_3 = -3$  C/m<sup>2</sup> respectivamente. Hállense el campo eléctrico y el potencial en todo el espacio, tomando como origen de potenciales  $x = 0$  m.



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 8.- CONDUCTORES, CONDENSADORES Y DIELECTRICOS

1.-Sean dos esferas conductoras concéntricas de radios  $a < b$ . La interior está a un potencial  $V_1$  y la exterior a un potencial  $V_2$ . Determinar la carga sobre cada una de ellas.

2.-Considérese dos esferas concéntricas y aisladas de radios  $a$  y  $b$  siendo  $a < b$ , estando la de radio  $a$  descargada y la de radio  $b$  con una carga total  $Q$  sobre su superficie. Se conecta la esfera interior a tierra sin tocar la exterior para nada. ¿Cuál será la carga que se induce en la esfera de radio  $a$ ? ¿Cuál será el potencial en los puntos comprendidos entre las dos esferas?

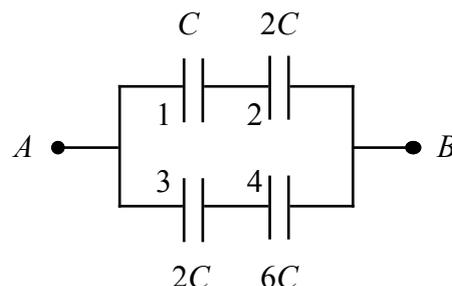
3.-Dos superficies esféricas concéntricas, de espesor despreciable y radios  $R_1 = 5$  cm y  $R_2 = 10$  cm, se colocan a potenciales  $V_1 = 30000$  V y  $V_2 = 18000$  V, respectivamente. A continuación se conecta la superficie interna a tierra. ¿A qué potencial queda la externa?

4.-Una esfera conductora, de radio  $R_1$  y carga  $Q$  se une mediante un hilo conductor, de capacidad despreciable, a otra esfera de radio  $R_2$  ( $R_2 < R_1$ ), inicialmente descargada. Suponiendo que las esferas están lo suficientemente alejadas entre sí para que los fenómenos de influencia entre ambas sean despreciables, calcular: (a) Las cargas  $Q_1$  y  $Q_2$  de cada una de las esferas. (b) El potencial. (c) Densidad superficial de carga en cada esfera. (d) Repetir el problema suponiendo que la distancia entre los centros de las dos esfera es  $d$ .

5.-Una lámina de cobre de espesor  $b$ , se introduce dentro de las láminas planas de un condensador. La lámina de cobre se encuentra situada exactamente a la mitad de la distancia  $d$  entre las placas. ¿Cuál es la capacidad del condensador antes y después de introducir la lámina?

6.-Las láminas de un condensador plano están separadas  $d = 5$  mm y tienen una superficie  $S = 2$  m<sup>2</sup>. Entre ellas se introducen dos dieléctricos, uno con espesor 2 mm y permitividad relativa 5, el otro de 3 mm y permitividad relativa 2. El condensador se carga a  $3.54 \times 10^{-5}$  C. Calcular: (a) El campo eléctrico en cada dieléctrico. (b) La diferencia de potencial entre las láminas del condensador. (c) La capacidad del condensador.

7.-Dado el sistema de la figura, calcular la energía almacenada por cada condensador si la diferencia de potencial entre los puntos  $A$  y  $B$  es  $V = 20$  V, siendo  $C = 4$  μF.



**8.-**Dos condensadores en paralelo tienen una energía de  $9 \times 10^{-4}$  J cuando entre sus armaduras se establece una diferencia de potencial de 5000 V. Cuando los mismos condensadores se conectan en serie y se establece la misma diferencia de potencial entre las armaduras extremas, la energía es de  $2 \times 10^{-4}$  J. Hallar sus capacidades.

**9.-**En un condensador de placas paralelas de área  $S$  y una separación  $d$ , una batería carga las placas comunicándoles una diferencia de potencial  $V_0$ , entonces se desconecta la batería y se introduce una placa de dieléctrico con espesor  $d$ . Calcúlese la energía antes y después de introducir el dieléctrico.

**10.-**(a) Calcular la energía almacenada en una esfera conductora de radio  $R$  y con carga total  $Q$ .  
(b) ¿Cuál sería la energía almacenada si se tratara de una esfera no conductora de radio  $R$  y carga  $Q$  uniformemente distribuida en todo su volumen?



## Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

### Tema 9.- CORRIENTE ELÉCTRICA

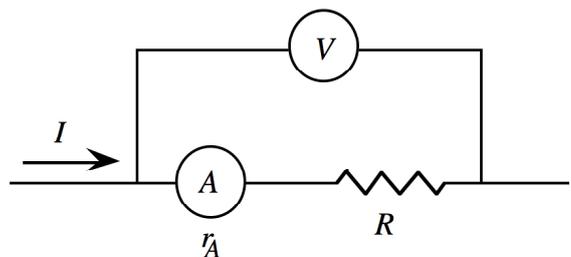
1.- Por un conductor de cobre de 1 cm de diámetro pasa una corriente de 100 A. Sabiendo que en el cobre hay  $8.5 \times 10^{22}$  electrones por  $\text{cm}^3$  y que su resistividad es  $1.72 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ . Calcular: (a) la densidad de corriente en  $\text{A}/\text{m}^2$ ; (b) la velocidad de los electrones libres; (c) campo eléctrico en el interior del conductor.

2.-Determinar la densidad de portadores  $n$  de un alambre de cobre suponiendo que hay un portador (electrón) por cada átomo de cobre. Si la máxima corriente recomendada para un alambre de cobre de 0.81 mm de radio de los que se usan en las viviendas es 15 A, ¿cuál sería la velocidad de arrastre de los electrones?

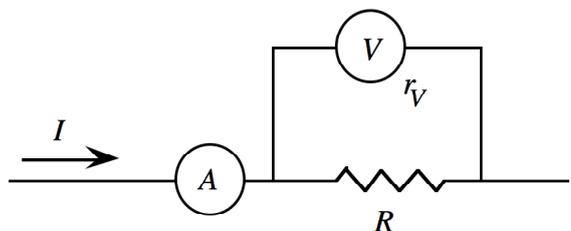
3.-Un alambre de cobre, cuya resistividad es  $1.72 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$  a  $20^\circ\text{C}$ , tiene un diámetro de 1.02 mm y trasporta una corriente de 1.67 A. Determinar a  $20^\circ\text{C}$ : (a) El valor del campo eléctrico en el interior del alambre. (b) La diferencia de potencial entre dos puntos del alambre separados una distancia de 50 m. (c) La resistencia de un trozo de 50 m de longitud de este alambre. (d) El valor de la resistencia a las temperaturas de  $0^\circ\text{C}$  y  $100^\circ\text{C}$ , si el coeficiente de resistividad del cobre es  $\alpha = 0.00393 (\text{C}^\circ)^{-1}$ .

4.-Dos resistencias iguales se conectan en serie a una tensión  $V$ . Posteriormente se montan en paralelo conectándolas a la misma tensión  $V$ . ¿En cuál de los montajes se disipa mayor potencia?

5.-Para medir la resistencia  $R$  se coloca un amperímetro de resistencia  $r_A$  en serie con la resistencia y un voltímetro en paralelo al conjunto, como se ve en la figura. (a) Obtener el valor de  $R$  en función de los valores  $I_m$  y  $V_m$  medidos por el amperímetro y el voltímetro. (b) Obtener  $R$  en el caso particular en que  $V_m/I_m \gg r_A$ . (c) Si  $V_m = 23 \text{ V}$ ,  $I_m = 62 \text{ mA}$  y  $r_A = 14 \Omega$ , determinar  $R$ .



6.-Para medir la resistencia  $R$  se coloca un voltímetro de resistencia  $r_V$  en paralelo con la resistencia y un amperímetro en serie con el conjunto, como se ve en la figura. (a) Obtener el valor de  $R$  en función de los valores  $I_m$  y  $V_m$  medidos por el amperímetro y el voltímetro, respectivamente. (b) Obtener  $R$  en el caso particular en que  $V_m/I_m \ll r_V$ . (c) Si  $V_m = 43 \text{ V}$ ,  $I_m = 16 \text{ mA}$  y  $r_V = 62 \text{ M}\Omega$ , determinar  $R$ .



7.-Un concepto útil cuando se estudian componentes de circuito no óhmicos es la *resistencia dinámica*,  $R_{din} = dV/dI$ . Sabiendo que para un diodo de unión *pn*,  $I(V) = I_0[\exp(eV/kT) - 1]$ , donde  $I_0$  es un parámetro que depende de cada diodo,  $k$  es la constante de Boltzmann,  $T$  es la temperatura absoluta y  $e$  es el valor de la carga del electrón, obtener una expresión para su resistencia dinámica.