



Grado en Ingeniería en Sonido e Imagen en Telecomunicación

Escuela Politécnica Superior

Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

RESÚMENES DE LOS TEMAS

1. Principios de física de semiconductores
2. Cinemática
3. Dinámica
4. Trabajo y energía
5. Calor y temperatura
5. Termodinámica
7. Campo eléctrico
8. Conductores, condensadores y dieléctricos
9. Corriente eléctrica



Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 1.- PRINCIPIOS FÍSICOS DE LOS SEMICONDUCTORES

• Tipos de sólidos

Existen distintos tipos de enlaces entre los átomos, sin embargo, para sistematizar su estudio se recurre a dos tipos límites de enlace: (a) iónico (se forma entre un metal y un no metal) y (b) covalente (se forma entre no metales). No hay sustancias radicalmente iónicas o covalente, siendo estos dos tipos casos límites.

Desde un punto de vista macroscópico un sólido es una sustancia rígida o elástica, es decir, una sustancia que tiene un comportamiento elástico bajo la influencia tanto de fuerzas hidrostáticas como de esfuerzos y tensiones.

Atendiendo a su estructura, se pueden dividir los sólidos en amorfos y cristalinos. También se puede clasificar a los sólidos atendiendo al tipo predominante de enlace entre los átomos o iones que constituyen los cristales. Podemos considerar cinco tipos: covalentes, iónicos, con enlaces de hidrógeno, moleculares y metálicos.

• Bandas de energía. Conductores, aislantes y semiconductores

El concepto de *banda de energía* es de gran ayuda para entender varias propiedades de los sólidos, como la conductividad eléctrica.

Cuando los átomos se unen entre sí dando lugar a un sólido sus niveles externos de energía se solapan dando lugar a bandas. En el cero absoluto, los aislantes y los semiconductores tienen una banda de valencia llena separada por una banda prohibida de energía de una banda de conducción vacía.

En los conductores las bandas de energía ocupadas, de valencia y de conducción (bandas permitidas) están separadas por bandas prohibidas que no pueden ser ocupadas.

Solamente las bandas parcialmente llenas pueden dar lugar a corrientes eléctricas en un sólido cuando se aplica un campo eléctrico. En el lenguaje de la teoría de bandas la diferencia entre conductores y aislantes radica, pues, en el hecho de que existan o no bandas parcialmente ocupadas.

El silicio y el germanio tienen la misma estructura externa que el carbono, por lo que podemos esperar un diagrama de bandas de energía muy similar a la del diamante. Sin embargo, al ser la energía de separación E_G entre las bandas de valencia y conducción pequeña, es posible que al aumentarse la temperatura algunos electrones de la banda de valencia adquieran la energía suficiente para saltar a la banda de conducción, lo que permite el establecimiento de una corriente eléctrica al aplicar un campo eléctrico, como sucede en un conductor. Por ello reciben el nombre de *semiconductores*.

La distinción entre aislante y semiconductor reside únicamente en el valor de E_G . A la temperatura ambiente, E_G vale 1.12 eV para el Si y 0.72 eV para el Ge. En un semiconductor existen dos tipos de portadores de corriente, los electrones y los huecos, siendo la corriente total la suma de las debidas a cada tipo de portador.

• Semiconductores intrínsecos y extrínsecos

En los semiconductores puros (intrínseco) la conducción tiene lugar por medio de electrones que están presentes solo a causa del material cristalino puro (por ejemplo, Ge o Si) y no a causa de elementos extraños. La única posibilidad de que haya conducción es comunicar a los electrones una energía igual o mayor que E_G -que los hace pasar a la banda de conducción-, lo que puede conseguirse mediante excitación térmica o luminosa.

Mediante la operación de añadir a un semiconductor puro cantidades minúsculas, del orden de una parte por millón, de sustancias extrañas adecuadas o impurezas (átomos diferentes), es posible que los semiconductores presenten conductividad eléctrica para un rango de temperaturas mayor (semiconductores extrínsecos). Esta operación recibe el nombre de dopado. Así pues, las propiedades eléctricas de un semiconductor pueden cambiar de forma drástica por la adición de pequeñas concentraciones de impurezas donadoras, obteniéndose así un semiconductor tipo *n*; o con impurezas receptoras, obteniéndose un semiconductor tipo *p*.

• Ecuación del semiconductor y neutralidad eléctrica

Ecuación del semiconductor

Si n y p son las concentraciones de electrones libre y huecos en un semiconductor, respectivamente. Cuando en un semiconductor intrínseco, por excitación térmica, un electrón abandona la banda de valencia y deja tras de sí un hueco, el número de electrones libres es igual al de huecos

$$n = p = n_i = p_i$$

donde n_i y p_i son las concentraciones intrínsecas de portadores. En general, para cualquier semiconductor, los procesos de generación de pares electrón-hueco y de recombinación son continuos, y para cada temperatura se llega a un equilibrio en el que el producto np es constante. Se cumple

$$n \cdot p = n_i^2 = p_i^2 = cte. \text{ (para } T \text{ y } E_G \text{ fijas)}$$

Esta ecuación recibe el nombre de ecuación del semiconductor o ley de acción de masas, es esencial en el estudio de semiconductores y dispositivos semiconductores y es válida para semiconductores intrínsecos y extrínsecos en equilibrio térmico.

Fuera del equilibrio, esto es, cuando n y p están gobernadas en el dispositivo por condiciones externas, no se verifica la ecuación anterior.

Condición de neutralidad eléctrica

Si el semiconductor se encuentra dopado la ley de acción de masas no es suficiente para determinar la concentración de portadores. Además es preciso añadir una relación que ligue dichas concentraciones con la densidad de impurezas donadoras o aceptaras. Esta expresión viene dada por la *condición de neutralidad eléctrica*:

$$[\text{cargas positivas}] = [\text{cargas negativas}]$$

Si llamamos N_a a la concentración de impurezas aceptaras y N_d a la concentración de impurezas dadoras (en número de átomos por unidad de volumen), la condición de neutralidad eléctrica se escribe:

$$p + N_d = n + N_a$$

la cual queda suficientemente explicada si se consideran los siguientes puntos: (a) El semiconductor es eléctricamente neutro, si sobre él no actúa ningún campo externo. (b) Al añadir las densidades de impurezas dadoras y aceptaras se tienen electrones y huecos adicionales. (c) Todas las impurezas dadoras y aceptaras están ionizadas.

• Fenómenos de transporte en semiconductores

En un semiconductor pueden aparecer fenómenos de transporte de cargas debidos tanto a la aplicación de campos eléctricos como a la existencia de gradientes de concentración de portadores, es decir, cuando dicha concentración depende del punto del material semiconductor.

Los fenómenos de transporte son muy variados por lo que únicamente se considerarán los siguientes

- La conducción eléctrica debida al transporte de carga originado por la aplicación de un campo eléctrico uniforme.
- La conducción eléctrica debida a la difusión de carga originada por la existencia de un gradiente de portadores.
- El efecto Hall, en el que la aplicación de un campo magnético da lugar a un campo eléctrico (léase una diferencia de potencial).

Como en un semiconductor existen dos tipos de portadores de carga (electrones y huecos), en la expresión correspondiente a la corriente de desplazamiento (o arrastre) aparecen dos términos, uno debido a los electrones y el otro a los huecos:

$$\vec{J} = e(n\mu_n + p\mu_p)\vec{E}$$

por lo que la conductividad de un semiconductores es:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p)$$

• Dispositivos semiconductores

La unión de un semiconductor de tipo p con un semiconductor de tipo n forma un diodo de unión (unión $p-n$) que es la base para la fabricación de dispositivos semiconductores como el diodo y el transistor. Estos dispositivos juegan un papel fundamental en la electrónica contemporánea.

Un diodo contiene una unión $p-n$, mientras que un transistor de unión bipolar contiene dos uniones $p-n$ que pueden ser $p-n-p$ o bien $n-p-n$.

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 2.- CINEMÁTICA

La Mecánica se ocupa de las relaciones entre los movimientos de los sistemas materiales y las causas que los producen. La Mecánica se divide en tres partes: *Cinemática* que estudia el movimiento sin preocuparse de las causas que lo producen; *Dinámica* que estudia el movimiento y sus causas; y *Estática* que estudia las fuerzas y el equilibrio de los cuerpos.

• Posición, velocidad y aceleración

Para describir el movimiento de una partícula el primer paso es establecer un sistema de coordenadas o *sistema de referencia*. El *vector de posición* \mathbf{r} , sitúa a un objeto respecto al origen de un sistema de referencia y, en general, es función del tiempo. En coordenadas cartesianas:

$$\mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k}$$

Cuando una partícula se mueve, el extremo del vector \mathbf{r} describe una curva que se denomina trayectoria. Si s es el *espacio recorrido* por la partícula a lo largo de la trayectoria, s será función del tiempo t y la función $s = f(t)$ recibe el nombre de *ley horaria del movimiento*.

El *vector desplazamiento* $\Delta\mathbf{r}$ es el cambio del vector de posición entre dos puntos P_1 y P_2 :

$$\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

La *velocidad media* \mathbf{v}_m de una partícula es el desplazamiento del punto durante un intervalo de tiempo Δt , dividido por dicho intervalo de tiempo:

$$\mathbf{v}_m = \Delta\mathbf{r}/\Delta t$$

La *velocidad instantánea* \mathbf{v} es el valor límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero. Se cumple:

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$$

El vector velocidad instantánea es tangente a la trayectoria de la partícula en cada punto de la misma.

La *aceleración media* \mathbf{a}_m de un punto material es el cambio de la velocidad durante un intervalo de tiempo Δt , dividido por el intervalo de tiempo:

$$\mathbf{a}_m = \Delta\mathbf{v}/\Delta t$$

La *aceleración instantánea* \mathbf{a} es el valor límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo tiende a cero:

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d^2\mathbf{r}/dt^2$$

La aceleración instantánea \mathbf{a} puede descomponerse en dos vectores, uno normal a la trayectoria denominado aceleración normal o centrípeta, \mathbf{a}_N , y otro tangente a la misma que recibe el nombre de aceleración tangencial, \mathbf{a}_T . Estas componentes se conocen como *componentes intrínsecas de la aceleración*:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_N + \mathbf{a}_T$$

\mathbf{a}_T tiene en cuenta el cambio en el módulo del vector velocidad, $v = |\mathbf{v}|$ y \mathbf{a}_N tiene en cuenta el cambio en la dirección del vector velocidad \mathbf{v} :

$$a_T = \frac{dv}{dt} \quad a_N = \frac{v^2}{r}$$

donde r es el *radio de curvatura* de la trayectoria de la partícula en cada punto de la misma. Se cumple:

$$a = \sqrt{a_N^2 + a_T^2}$$

• Movimientos rectilíneos

Un movimiento rectilíneo se caracterizan por que la trayectoria es una línea recta, y el espacio recorrido coincide con el módulo del vector desplazamiento. Además el radio de curvatura es infinito y

no tienen aceleración normal.

En un *movimiento rectilíneo uniforme* la velocidad es constante y, por tanto, la aceleración es nula. Si el movimiento tiene lugar a lo largo del eje X , se cumplen las relaciones:

$$a(t) = 0 \quad v(t) = v = \text{cte.} \quad x(t) = x_0 + vt$$

En un *movimiento rectilíneo uniformemente acelerado* la aceleración es constante y se cumple:

$$a(t) = a = \text{cte.} \quad v(t) = v_0 + at \quad x(t) = x_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

• Movimientos circulares

Un movimiento circular es un movimiento plano en el que la trayectoria es una circunferencia de radio R . El espacio recorrido s puede ponerse en función del ángulo θ en la forma:

$$\theta = s/R$$

La *velocidad angular* ω es la variación de θ con el tiempo t :

$$\omega = d\theta/dt$$

Se verifica la relación:

$$\omega = v/R$$

La *aceleración angular* α es la variación de la velocidad angular ω con el tiempo t :

$$\alpha = d\omega/dt = d^2\theta/dt^2$$

Se cumple:

$$\alpha = a_T/R$$

Puede asignarse un vector $\boldsymbol{\omega}$ a la velocidad angular ω y otro $\boldsymbol{\alpha}$ a la aceleración angular α . En ambos casos los vectores son perpendiculares a la trayectoria circular de la partícula y se cumplen las relaciones:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} \quad \mathbf{a}_T = \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r} \quad \mathbf{a}_N = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$$

donde \mathbf{r} es el vector que va desde el centro de la circunferencia a la posición de la partícula.

En un *movimiento circular uniforme* la aceleración angular es nula y la velocidad angular es constante. Esto implica que no hay aceleración tangencial (el módulo de \mathbf{v} también es constante) y que la aceleración normal es constante al serlo v y el radio R . Se verifican las relaciones:

$$\alpha(t) = 0 \quad \omega(t) = \omega = \text{cte.} \quad \theta(t) = \theta_0 + \omega t$$

En un *movimiento circular uniformemente acelerado* la aceleración angular es constante. La aceleración tangencial es constante, pero no lo es la aceleración normal. Se cumple:

$$\alpha(t) = \alpha = \text{cte.} \quad \omega(t) = \omega_0 + \alpha t \quad \theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

• Composición de movimientos. Tiro parabólico

Otro ejemplo de movimiento plano es el *movimiento de un proyectil* que se lanza con velocidad constante v_0 formando un ángulo α con el eje X y se ve afectado por la aceleración de la gravedad g a lo largo del eje Y . La trayectoria es una parábola y el movimiento es la superposición de un movimiento rectilíneo uniforme en el eje X y un movimiento rectilíneo uniformemente decelerado en el eje Y . El tiempo de vuelo, t , la altura máxima, h , y el alcance, d , son:

$$t = \frac{2v_0 \text{sen} \alpha}{g}, \quad h = \frac{v_0^2 \text{sen}^2 \alpha}{2g}, \quad d = \frac{v_0^2 \text{sen} 2\alpha}{g}$$

la ecuación de la trayectoria, $y(x)$, es:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2 + x \text{tg} \alpha$$

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 3.- DINÁMICA

La Dinámica es la parte de la Mecánica que estudia la relación entre el movimiento y las causas que lo producen, es decir, las fuerzas. El movimiento de un cuerpo es un resultado directo de sus interacciones con los otros cuerpos que lo rodean y estas interacciones se describen convenientemente mediante el concepto de fuerza. La masa de un cuerpo es una medida de la resistencia del objeto a cambiar de velocidad.

• Leyes de Newton

Las leyes de Newton son leyes fundamentales de la naturaleza y constituyen la base de la mecánica.

Primera ley de Newton (ley de la inercia): Si un cuerpo en un sistema inercial no está sometido a la acción de fuerza alguna, o se halla en reposo o tiene movimiento rectilíneo y uniforme.

Segunda ley de Newton (ecuación fundamental de la Dinámica): La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo \mathbf{F} es la causa de su aceleración \mathbf{a} :

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Tercera ley de Newton (principio de acción y reacción): Si un cuerpo A ejerce una fuerza \mathbf{F}_{AB} (acción) sobre un cuerpo B, entonces el cuerpo B ejerce sobre el A una fuerza \mathbf{F}_{BA} (reacción) de igual intensidad y dirección, pero de sentido contrario:

$$\mathbf{F}_{AB} = -\mathbf{F}_{BA}$$

Las fuerzas de acción reacción actúan en cuerpos distintos. Las leyes de Newton sólo son válidas en un sistema de referencia inercial, es decir un sistema de referencia para el cual un objeto en reposo permanece en reposo si no hay fuerza neta que actúe sobre él. Cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad constante relativa a un sistema inercial es también un sistema de referencia inercial. Un sistema ligado a la Tierra es aproximadamente un sistema de referencia inercial.

• Fuerza debida a la gravedad. Peso

La ley de la Gravitación Universal fue enunciada por Newton y permite obtener la fuerza con la que se atraen dos cuerpos de masas m_1 y m_2 separados por una distancia r :

$$\mathbf{F}_{12} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \mathbf{u}_r$$

donde $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ es la constante de la gravitación universal y \mathbf{u}_r es el vector unitario en la dirección del vector \mathbf{r} que une las dos masas. La fuerza gravitatoria siempre es atractiva. La masa caracteriza dos propiedades diferentes de un objeto, su resistencia a cambiar de velocidad (masa inercial) y su interacción gravitatoria con otros objetos (masa gravitatoria). Los experimentos demuestran que ambas son proporcionales y con la elección del sistema de unidades realizada, ambas son iguales.

Supuesta la Tierra esférica de radio R y masa M , un cuerpo de masa m situada sobre la superficie terrestre será atraído por una fuerza $F = GMm/R^2$, estando dicha masa, según la segunda ley de Newton, sometida a una aceleración g :

$$g = G \frac{M}{R^2}$$

que es la aceleración de la gravedad. El *peso* \mathbf{P} de un cuerpo es la fuerza ejercida por la Tierra sobre el cuerpo:

$$\mathbf{P} = m\mathbf{g}$$

• Aplicación de las leyes de Newton a la resolución de problemas

El procedimiento para resolver un problema de mecánica es:

(i) Hacer un dibujo del sistema e identificar el objeto (u objetos)

a los que se aplicará la segunda ley de Newton. En el dibujo usar vectores que representen las fuerzas que aparecen.

(ii) Dibujar un diagrama puntual que incluya los ejes de coordenadas para descomponer los vectores en sus componentes. Estos diagramas deben estar dibujados de modo que los cálculos siguientes se simplifiquen. Normalmente esto se consigue poniendo tantos ejes como sea posible a lo largo de las direcciones de las fuerzas, o situando un eje en la dirección de la aceleración, si esta dirección es conocida.

(iii) Usando el diagrama puntual, escribir las componentes de la segunda ley de Newton en función de las cantidades conocidas y desconocidas y resolver esas ecuaciones para cada una de las cantidades desconocidas en función de las conocidas. Finalmente, sustituir los valores numéricos de las cantidades conocidas (incluyendo sus unidades) y calcular cada una de las desconocidas.

• Momento lineal y momento angular

El *momento lineal* o cantidad de movimiento \mathbf{p} de una partícula de masa m que se mueve con una velocidad \mathbf{v} es:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Teniendo en cuenta la relación $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$, la segunda ley de Newton puede escribirse:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

La *ley de conservación del momento lineal* indica que en todo sistema aislado, es decir, no sometido a fuerzas externas, el momento lineal se conserva.

El *impulso mecánico* de una fuerza \mathbf{J} se define como:

$$\mathbf{J} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{F} dt$$

El cambio en la cantidad de movimiento de un objeto inducido por una sola fuerza impulsora aplicada al objeto está dado por:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 = \mathbf{J}$$

El *momento angular* \mathbf{L} de una partícula de masa m respecto a un punto O es:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

donde \mathbf{r} es el vector con origen el punto O y final en la posición de la partícula, y $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ es el momento lineal de la partícula. También se puede escribir:

$$\mathbf{L} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$$

lo que indica que \mathbf{L} es perpendicular al vector velocidad. Derivando la ecuación $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ respecto al tiempo se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$

es decir, la variación del momento angular de una partícula es igual al momento de la fuerza total que actúa sobre la partícula.

La *ley de conservación del momento angular* señala que si el momento de la fuerza total que actúa sobre una partícula es nulo ($\mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$), entonces el momento angular permanece constante:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \mathbf{L} = cte.$$

Si el momento angular permanece constante la trayectoria de la partícula está confinada en un plano.

Para que se cumpla $\mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$ es necesario que:

(i) $\mathbf{F} = 0$ (partícula libre)

(ii) \mathbf{F} y \mathbf{r} sean dos vectores paralelos (fuerza central).

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 4.- TRABAJO Y ENERGÍA

El trabajo y la energía se encuentran entre los conceptos más importantes de la Física, así como en nuestra vida diaria. En Física, una fuerza realiza trabajo cuando actúa sobre un objeto que se mueve a través de una distancia y existe una componente de la fuerza a lo largo de la línea del movimiento. Íntimamente asociado al concepto de trabajo se encuentra el concepto de energía. Cuando un sistema realiza trabajo sobre otro, se transfiere energía entre los dos sistemas. Existen muchas formas de energía. La energía cinética está asociada al movimiento de un cuerpo. La energía potencial es energía asociada con la configuración de un sistema, tal como la distancia de separación entre un cuerpo y la Tierra. La energía térmica está asociada al movimiento aleatorio de las moléculas dentro de un sistema y está íntimamente relacionada con la temperatura. Una de las leyes fundamentales de la naturaleza es la ley de la conservación de la energía. Si la energía de un sistema se conserva, su energía total no cambia, aunque alguna parte de ella puede que cambie de forma o naturaleza.

• Trabajo y potencia

El *trabajo* W realizado por una fuerza \mathbf{F} que actúa sobre un cuerpo mientras que éste se mueve siguiendo una trayectoria, está definido por la integral:

$$W = \int_1^2 \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

En el caso sencillo de una fuerza constante y un desplazamiento $\Delta\mathbf{r}$ en línea recta, el trabajo está dado por el producto escalar:

$$W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{r}$$

Para una fuerza variable en una dimensión (por ejemplo, a lo largo del eje X):

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x(x) \cdot dx$$

La unidad en el SI del trabajo es el julio (J).

La *potencia* P es la rapidez con que una fuerza realiza un trabajo:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

La potencia de una fuerza \mathbf{F} realizando un trabajo sobre un objeto con velocidad \mathbf{v} es:

$$\mathbf{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$$

En el SI la potencia se mide en vatios (W).

• Energía cinética. Teorema de la energía cinética

La *energía cinética* E_c de un cuerpo de masa m que se mueve con velocidad v es:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

La energía cinética es la energía asociada con el movimiento. El *teorema de la energía cinética* establece que el trabajo realizado por la fuerza resultante que actúa sobre un cuerpo es igual al cambio en la energía cinética del cuerpo:

$$W = \frac{1}{2} m v_{final}^2 - \frac{1}{2} m v_{inicial}^2 = E_{c,final} - E_{c,inicial}$$

es decir:

$$W = \Delta E_c$$

• Fuerzas conservativas y energía potencial

Una fuerza es *conservativa* si el trabajo que realiza a lo largo de una trayectoria cerrada es nulo. También se dice que el trabajo es independiente del camino seguido y depende únicamente del estado inicial y final.

El trabajo realizado por el peso de un cuerpo cerca de la superficie de la Tierra es:

$$W = -mg(y_2 - y_1)$$

y es independiente de la trayectoria que conecta los puntos inicial y final. Esta fuerza es conservativa.

La *energía potencial* E_p es una energía que depende sólo de la posición. Dos ejemplos de energía potencial son la energía potencial gravitatoria:

$$E_p = mgy$$

y la energía elástica de compresión o elongación de un muelle:

$$E_p = \frac{1}{2} k x^2$$

Para una fuerza conservativa el trabajo W y la energía potencial E_p están relacionados mediante la ecuación:

$$W = -\Delta E_p$$

y la fuerza \mathbf{F} y la energía potencial E_p están relacionadas mediante la ecuación:

$$\mathbf{F} = -\mathbf{grad} E_p = \nabla E_p$$

que en el caso unidimensional se escribe:

$$F_x = -\frac{dE_p}{dx}$$

El movimiento de un objeto puede representarse mediante una gráfica de la energía potencial. Sobre esta gráfica se pueden identificar los puntos de equilibrio.

• Conservación de la energía mecánica

La suma de las energías cinética y potencial de un sistema se denomina *energía mecánica* E :

$$E = E_c + E_p$$

Si no hay fuerzas externas que realizan trabajo sobre el sistema y todas las fuerzas internas son conservativas, la energía mecánica total del sistema permanece constante:

$$E = E_c + E_p = cte.$$

es decir, entre dos estados inicial 1 y final 2:

$$E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,2} + E_{p,2}$$

La energía total del sistema E_{sist} es la suma de sus diversos tipos de energía. Una forma de transferir energía (absorbida o cedida) de un sistema es intercambiar trabajo con el exterior. Si ésta es la única fuente de energía transferida, la ley de conservación de la energía se expresa:

$$W_{ext} = \Delta E_{sist}$$

W_{ext} es el trabajo realizado sobre el sistema por las fuerzas externas y ΔE_{sist} es la variación de la energía total del sistema. Éste es el *teorema trabajo-energía*.

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 5.- CALOR Y TEMPERATURA

Suele decirse que la temperatura es una medida del grado de calor o frío de los cuerpos, pero esta definición no es válida desde el punto de físico. Cuando un cuerpo se calienta o enfría, cambian algunas de sus propiedades físicas: La mayor parte de los sólidos y líquidos se dilatan al calentarse, si se calienta un conductor eléctrico varía su resistencia, etc. Una propiedad física que varía con la temperatura se denomina *propiedad termométrica* y un cambio de esta propiedad indica que se ha modificado la *temperatura* del objeto.

• Equilibrio térmico y principio cero de la Termodinámica

Dos sistemas en contacto están en *equilibrio térmico* cuando sus propiedades ya no cambian con el tiempo. Para que dos sistemas estén en contacto deben estar separados por una *pared diatérmica* que facilite su interacción térmica. Una *pared adiabática* no permite esta interacción: cada sistema está aislado del otro y cada uno de ellos puede permanecer en su estado de equilibrio. El *principio cero de la Termodinámica* establece que dos sistemas que están en equilibrio térmico con un tercero lo están también entre sí. El concepto de temperatura está relacionado con el estado de equilibrio térmico de dos sistemas pues estarán en equilibrio térmico si tienen la misma temperatura.

• Termómetros y la escala de temperaturas del gas ideal

Para establecer una escala de temperatura se utiliza una propiedad termométrica. Los termómetros de gas tienen la propiedad de que todos ellos concuerdan entre sí en la medición de cualquier temperatura con tal de que la densidad del gas empleado en el termómetro sea muy baja. La temperatura del gas ideal se define mediante un límite con gases reales diluidos en un *termómetro de gas a volumen constante*. La escala de temperaturas se ajusta asignando al punto triple del agua la temperatura 273.16 K. En este estado coinciden el punto de fusión, el punto de ebullición y el punto de sublimación, y tiene lugar a una presión de vapor de 610 Pa y a una temperatura de 0.01° C. Se define la temperatura del gas ideal mediante:

$$T = 273.16 \text{ K} \frac{p}{p_3}$$

donde p es la presión del gas en el termómetro cuando está en equilibrio térmico con el sistema del que se quiere medir la temperatura y p_3 es la presión cuando el termómetro está en un baño de agua-hielo-vapor en su punto triple.

• Ley de los gases ideales

La ecuación de los gases ideales es:

$$pV = nRT$$

donde p es la presión, V el volumen, n el número de moles, T la temperatura absoluta y R la constante de los gases ideales, cuyo valor numérico depende de las unidades del resto de magnitudes físicas que aparecen en la ecuación. En unidades del SI con p en Pa, V en m^3 , n en mol y T en K:

$$R = 8.31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Si p se expresa en atmósferas (atm) y V en litros (l)

$$R = 0.082 \text{ l atm mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

• Dilatación térmica

La mayoría de las sustancias se expanden o dilatan al aumentar su temperatura y contraen cuando ésta disminuye.

(i) *Dilatación lineal*: El cambio ΔL de la longitud L_0 de un objeto al cambiar la temperatura en ΔT es:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

donde α es el coeficiente de dilatación lineal de la sustancia.

(ii) *Dilatación superficial*: El cambio ΔS de la superficie S_0 de un objeto al cambiar la temperatura en ΔT viene dado por:

$$\Delta S = \gamma S_0 \Delta T$$

donde γ es el coeficiente de dilatación superficial de la sustancia. Para una sustancia isotrópica se cumple que $\gamma = 2\alpha$.

(iii) *Dilatación cúbica*: El cambio ΔV del volumen V_0 de un objeto al cambiar la temperatura en ΔT es:

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

donde β es el coeficiente de dilatación cúbica o de expansión de volumen. Para una sustancia isotrópica se cumple que $\beta = 3\alpha$. El agua presenta una expansión térmica anómala entre 0° y 4° C, pues se contrae al aumentar la temperatura.

• Cantidad de calor: capacidad calorífica y calor específico

Si se mete una cucharita fría en una taza de café caliente, la cuchara se calienta y el café se enfría para acercarse al equilibrio térmico. La interacción que causa estos cambios en la temperatura es básicamente una transferencia de energía de una sustancia a otra. La transferencia de energía que se da exclusivamente por una diferencia de temperatura se llama *flujo de calor* o *transferencia de calor*, y al energía transferida se llama *calor*. Usamos el símbolo Q para la cantidad de calor.

La **caloría** es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 g de agua de 14.5°C a 15.5°C. La relación entre el julio y la caloría es: 1 cal = 4.186 J.

La cantidad de calor dQ suministrada a un sistema de masa m y el cambio de temperatura producido dT están relacionados, a través del *calor específico* c que depende del material:

$$dQ = mc dT \quad c = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$$

La cantidad de calor Q necesaria para elevar la temperatura de una masa m de cierto material de T_1 a T_2 es aproximadamente proporcional al cambio de temperatura $\Delta T = T_2 - T_1$ y a la masa m del material

$$Q = mc \Delta T$$

Si se conoce el número de moles n se habla de *capacidad calorífica molar* C :

$$dQ = nC dT \quad C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$$

donde $n = m/M$, siendo M la masa molecular. Se puede escribir:

$$Q = nC \Delta T$$

Para los sólidos se suele trabajar con calores específicos y capacidades caloríficas molares a presión constante (c_p y C_p), mientras que para los gases suele usarse a volumen constante (c_V y C_V).

• Calorimetría, cambios de fase y calor latente

El calor necesario para fundir una sustancia sólida es:

$$Q_f = mL_f$$

donde L_f es el *calor latente de fusión*. Para el agua a presión atmosférica $L_f = 333.5 \text{ kJ/kg} = 80 \text{ cal/g}$. El calor necesario para vaporizar un líquido es:

$$Q_v = mL_v$$

donde L_v es el *calor latente de vaporización*. Para el agua a presión atmosférica $L_v = 2257 \text{ kJ/kg} = 540 \text{ cal/g}$. En igualdad de condiciones todo cambio de fase se produce a una temperatura determinada, y mientras se está produciendo un cambio de fase no varía la temperatura del sistema.

• Propagación del calor por conducción

El calor Q es la energía transferida entre un sistema y su entorno, debido únicamente a una diferencia de temperatura entre dicho sistema y alguna parte de su entorno. El flujo de calor persiste hasta que se igualan las temperaturas. En el proceso de propagación del calor por *conducción*, el calor se transmite entre dos sistemas a través de un medio de acoplamiento. Si el medio que separa los sistemas que están a temperaturas T_1 y T_2 tiene longitud L y sección S , en el estado estacionario (T ya no cambia con el tiempo) el calor que pasa a través de una sección transversal por unidad de tiempo (corriente térmica, $H = Q/t$) es:

$$H = kS \frac{T_2 - T_1}{L}$$

donde k es la *conductividad térmica* del medio. Se define la *resistencia térmica* del medio, R , como:

$$R = \frac{L}{kS}$$

y $H = \Delta T/R$. Para una pared compuesta en el estado estacionario, su resistencia térmica equivalente es la suma de las resistencias térmicas de las paredes componentes si tienen la misma superficie. La corriente térmica H para condiciones no estacionarias y para diversas geometrías se calcula como:

$$H = -kS \frac{dT}{dx}$$

que se conoce como ley de Fourier. dT/dx es el gradiente de temperatura y H es la corriente de calor instantánea a través de un elemento de área S . El signo negativo indica que el calor fluye desde las temperaturas altas a las bajas.

• Propagación del calor por convección y radiación

En la propagación por *convección* existe transferencia de calor de un lugar a otro por un movimiento real de la sustancia caliente dando lugar a corrientes de convección macroscópicas, que pueden aparecer en fluidos en el campo gravitatorio cuya densidad varía con la temperatura (convección natural). La convección puede forzarse también con el uso de ventiladores. En el calor transferido por *radiación*, la potencia radiada P por una superficie viene dada por la ley de Stefan-Boltzmann:

$$P = e\sigma ST^4$$

donde e es la emisividad y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$ es la constante de Stefan-Boltzmann. Todos los objetos emiten energía desde sus superficies cuando están calientes y la radiación térmica es un tipo de radiación electromagnética.

En todos los mecanismos de propagación del calor, si la diferencia de temperatura entre el cuerpo y los alrededores es pequeña, la velocidad de enfriamiento del cuerpo es aproximadamente proporcional a la diferencia de temperatura (*ley de enfriamiento de Newton*).

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 6.- TERMODINÁMICA

• Trabajo

El trabajo es una transferencia de energía entre un sistema y su entorno debida al movimiento de alguna parte del entorno. el trabajo realizado por un fluido sobre su entorno es:

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV$$

El trabajo realizado por un sistema es positivo cuando se transfiere energía desde el sistema al exterior (entorno).

Trabajo en sistemas gaseosos (procesos reversibles):

(a) *Proceso isócoro* (volumen constante, $dV = 0$): $W = 0$.

(b) *Proceso isobárico* (presión constante, $dp = 0$):

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$$

(c) *Proceso isotermo* (temperatura constante, $dT = 0$), para un gas ideal $pV = nRT$ y si T es constante $p_1V_1 = p_2V_2$:

$$\begin{aligned}
 W &= \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = \\
 &= p_1V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_2V_2 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}
 \end{aligned}$$

(d) *Proceso adiabático* ($Q = 0$), para un gas ideal $pV^\gamma = cte.$:

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad pV^\gamma = p_1V_1^\gamma \Rightarrow p = \frac{p_1V_1^\gamma}{V^\gamma}$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1V_1^\gamma}{V^\gamma} dV = \frac{p_1V_1}{\gamma-1} \left[1 - \left(V_1/V_2 \right)^{\gamma-1} \right]$$

• Funciones de estado y ecuaciones de estado

Las *variables de estado* p , V , T y n para una sustancia están ligadas entre sí a través de una ecuación matemática que se denomina *ecuación de estado*. Por ejemplo, para un gas ideal:

$$pV = nRT$$

donde $R = 8.31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} = 2 \text{ cal}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ es la constante universal de los gases. Un estado de equilibrio de un sistema puede representarse mediante un punto en el diagrama p - V . Los *procesos cuasiestáticos* son aquellos en los que el sistema pasa a través de una sucesión de estados de equilibrio, y pueden representarse mediante curvas en un diagrama p - V .

• Primer principio de la Termodinámica. Energía interna

La relación entre la energía transferida entre un sistema y su entorno y el cambio de *energía interna* U del sistema es:

$$\Delta U = Q - W$$

El calor Q cedido al sistema y el trabajo W que éste realiza dependen de los detalles del proceso, sin embargo la energía interna es una función de estado: el cambio de energía interna $\Delta U = U_f - U_i$ depende sólo de los estados inicial (i) y final (f), y no del proceso realizado para ir de uno a otro. En la ecuación del primer principio el convenio de signos es el siguiente: $Q > 0$ si se cede calor al sistema desde el exterior y $W > 0$ si el sistema realiza trabajo sobre el exterior.

• Algunas aplicaciones del primer principio

(a) *Proceso isócoro* ($V = cte.$): El trabajo es nulo ($W = 0$) y aplicando el primer principio:

$$\Delta U = Q - W = Q$$

(b) *Proceso isobárico* ($p = cte.$): Se pueden dar ambos tipos de transferencia de energía entre el sistema y su entorno, calor Q y trabajo W .

(c) *Proceso adiabático* ($Q = 0$): $\Delta U = Q - W = -W$

(d) *Proceso isotérmico* ($T = cte.$): Un ejemplo de proceso

isotérmico es un cambio de fase.

(e) *Expansión libre de un gas ideal*: Si se tiene un recipiente con dos vasijas, en una de ellas hay un gas ideal y en la otra se ha hecho el vacío. Ambas cámaras están separadas y el recipiente aislado del exterior. Se abre la llave de paso entre las dos vasijas y el gas se expande libremente hasta que se igualan las presiones de los dos recipientes. En la expansión libre se observa que no cambia la temperatura del gas y por tanto $Q = 0$. El sistema tampoco realiza trabajo sobre su entorno $W = 0$, por tanto la energía interna no cambia $\Delta U = 0$. Como la presión y el volumen del gas han cambiado, U no es función ni de p ni de V , pero como la temperatura permanece constante, se puede concluir que *la energía interna de un gas ideal depende sólo de la temperatura*, $U(T)$. Como a volumen constante se tiene $dU = dQ = nC_VdT$ y U sólo depende de T , a presión constante también será $dU = nC_VdT$.

(f) *Proceso cíclico*: Los estados inicial y final coinciden. Como U es una función de estado, en un ciclo $\Delta U = 0$.

• Capacidades caloríficas de los gases

Capacidades caloríficas para un gas ideal monoatómico:

$$C_V = \frac{3}{2}R \quad C_p = C_V + R = \frac{5}{2}R$$

Capacidades caloríficas para un gas ideal diatómico:

$$C_V = \frac{5}{2}R \quad C_p = C_V + R = \frac{7}{2}R$$

La ecuación:

$$C_p - C_V = R$$

recibe el nombre de *relación de Meyer*. Un gas ideal que realiza un *proceso adiabático* cuasiestático experimenta cambios de presión y volumen que satisfacen la ecuación:

$$pV^\gamma = cte.$$

con $\gamma = C_p/C_V$. Para gases ideales monoatómicos $\gamma = 5/3 = 1.67$, y para gases ideales diatómicos $\gamma = 7/5 = 1.40$.

• Máquinas térmicas y segundo principio de la Termodinámica

Según la expresión de *Kelvin-Planck* del segundo principio de la Termodinámica, no es posible un ciclo en el que se extraiga calor de un foco a una sola temperatura y se convierta completamente en trabajo.

• Rendimiento de las máquinas térmicas y frigoríficas

Si una máquina térmica extrae calor Q_C de un foco caliente, realiza un trabajo W y cede calor Q_F a un foco frío, su rendimiento η es

$$\eta = \frac{W}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = \frac{Q_C - |Q_F|}{Q_C} = 1 - \frac{|Q_F|}{Q_C}$$

El rendimiento de una máquina frigorífica es:

$$\eta = \frac{Q_F}{|W|}$$

Según la expresión de *Clausius* del segundo principio, no es posible un proceso cuyo único resultado sea la transferencia de calor desde una temperatura baja a otra más alta, sin producir otro efecto.

• Ciclo de Carnot

Un proceso reversible es aquel que puede invertirse con sólo llevar a cabo cambios infinitesimales en el entorno, o alrededores, del sistema. Todo proceso que sea no reversible, es

un proceso irreversible. Una máquina de Carnot es una máquina reversible que trabaja entre dos focos a temperaturas T_C y T_F , siguiendo un ciclo formado por:

- 1.-Una expansión isoterma cuasiestática que absorbe calor del foco caliente a temperatura T_C .
- 2.-Una expansión adiabática cuasiestática hasta una temperatura más baja T_F .
- 3.-Una compresión isoterma cuasiestática que cede calor a un foco frío a temperatura T_F .
- 4.-Una compresión adiabática cuasiestática hasta el estado original (temperatura T_C).

El rendimiento del ciclo de Carnot es:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_F|}{Q_C} = 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

y es el límite superior del rendimiento de las máquinas reales que operan entre esas dos temperaturas. Según el *teorema de Carnot*, todas las máquinas térmicas reversibles que operan entre dos temperaturas, T_C y T_F , tienen el mismo rendimiento y no hay ninguna máquina que opere entre estas temperaturas con rendimiento superior a ésta.

• Temperatura termodinámica

El cociente entre las temperaturas absolutas de dos focos viene definido por el cociente entre los calores cedido y absorbido por los mismos al verificar una máquina un ciclo de Carnot entre dichos focos:

$$\frac{T_F}{T_C} = \frac{|Q_F|}{Q_C}$$

La temperatura termodinámica T de un sistema viene definida como:

$$T = 273.16 \frac{|Q|}{|Q_3|} K$$

donde Q y Q_3 son los intercambios de calor que tienen lugar en un ciclo de Carnot que opera entre el sistema y agua en su punto triple.

• Entropía

La entropía es una variable de estado. La diferencia de entropía entre dos estados próximos viene dada por:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$$

donde dQ_{rev} es el calor entregado al sistema en un proceso reversible que conecte dichos estados. La variación de entropía de un sistema puede ser positiva o negativa. La diferencia de entropía entre dos estados de un sistema viene dada por:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T}$$

donde la integral es válida para cualquier proceso reversible que conecte los dos estados. La entropía es una medida del desorden de un sistema.

• Cálculo de variaciones de entropía en diversos procesos

Cuando un sistema experimenta un proceso, el cambio de entropía sólo depende de los estados inicial y final, al ser una función de estado. Así, en un proceso real, sea reversible o irreversible, para calcular la entropía se utiliza un proceso reversible que conecte los estados inicial y final, teniendo en cuenta que el proceso reversible sólo se utiliza para el cálculo.

(i) *Cambio de fase*: Por ejemplo, para la fusión de un sólido como el hielo, el proceso es irreversible, pero imaginamos un proceso reversible que consista en utilizar un foco cuya temperatura sea insignificamente mayor que la del sólido, cediendo calor de forma reversible en el punto de fusión del hielo. El calor absorbido por el hielo es $Q_f = mL_f$ y como la temperatura no cambia:

$$\Delta S = S_{liq} - S_{sól} = \int_i^f \frac{dQ_{rev}}{T} = \frac{1}{T} \int_i^f dQ_{rev} = \frac{Q_{rev}}{T} = \frac{mL_f}{T}$$

(ii) *Cambio de temperatura*: Por ejemplo si se calienta agua a presión constante, se usa un proceso reversible con focos con temperaturas insignificamente más altas que la del agua:

$$\Delta S = \int_{T_i}^{T_f} \frac{dQ_{rev}}{T} = \int_{T_i}^{T_f} \frac{mc_p dT}{T} = mc_p \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = mc_p \ln \frac{T_f}{T_i}$$

(iii) *Cambio de volumen*: Por ejemplo para la expansión libre (proceso irreversible) de un gas ideal ($Q = 0$, $W = 0$, $\Delta U = 0$, $\Delta T = 0$), se imagina un proceso reversible isoterma entre dos estados (V_i, T) y (V_f, T). De acuerdo al primer principio:

$$dQ = dU + pdV = 0 + pdV = pdV$$

y como $pV = nRT$,

$$\frac{dQ}{T} = \frac{pdV}{T} = \frac{nRT}{V} \frac{dV}{T} = \frac{nRdV}{V}$$

$$\Delta S = \int_{V_i}^{V_f} \frac{dQ_{rev}}{T} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRdV}{V} = nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

• Entropía y segundo principio

El cambio de la entropía del universo es igual a la suma de los cambios de entropía de un sistema y de su entorno. Según la expresión de la entropía del segundo principio, en cualquier proceso la entropía del universo o aumenta (si el proceso es irreversible) o permanece constante (si el proceso es reversible). El aumento de entropía de un sistema aislado en un proceso irreversible está relacionado con la pérdida de la oportunidad que dicho sistema tiene para realizar trabajo ($W_{perdido} = T \Delta S$). Los procesos irreversibles pasan de estados más ordenados a estados más desordenados. La entropía está relacionada con la probabilidad: un sistema altamente ordenado tiene baja probabilidad y baja entropía.

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 7.- CAMPO ELÉCTRICO

• Introducción

Las primeras observaciones de la atracción eléctrica fueron realizadas por los antiguos griegos. Éstos observaron que al frotar el ámbar, éste atraía pequeños objetos como pajitas o plumas. ciertamente, la palabra “eléctrico” procede del vocablo griego asignado al ámbar, *elektron*.

Naturaleza eléctrica de la materia. Carga eléctrica

La carga eléctrica es una propiedad fundamental de la materia, existiendo dos tipos de carga: positiva y negativa. Dos cuerpos con el mismo tipo de carga se repelen, mientras que si tienen distinto tipo de carga, se atraen entre sí.

Cuantización y conservación de la carga eléctrica

La carga eléctrica aparece siempre como múltiplo de una carga fundamental o cuanto eléctrico, cuyo valor es:

$$e = 1.602177 \times 10^{-19} \text{ C}$$

que es la carga del electrón, en valor absoluto.

En todos los procesos observados en la Naturaleza, la carga neta o total de un sistema aislado permanece constante.

• Ley de Coulomb: Fuerza eléctrica entre cargas puntuales

La ley de Coulomb expresa la fuerza eléctrica \mathbf{F} que ejerce una carga puntual q sobre otra carga puntual q' :

$$\mathbf{F} = K \frac{qq'}{r^2} \mathbf{u}_r$$

donde \mathbf{r} es el vector que con origen en q y final en q' y $\mathbf{u}_r = \mathbf{r}/r$. K es la constante:

$$K = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \times 10^9 \text{ N C}^{-2} \text{ m}^2$$

Esta fuerza es de tipo inverso del cuadrado de la distancia, es atractiva entre cargas de distinto signo y repulsiva entre cargas del mismo signo.

• Campo eléctrico

Campo eléctrico de una carga puntual

Existe un campo eléctrico en cualquier región donde una carga eléctrica experimenta una fuerza, la cual se debe a la presencia de otras cargas en esa región. El campo eléctrico \mathbf{E} producido por una distribución de carga es la fuerza \mathbf{F} ejercida por la distribución sobre una partícula de prueba dividida por el valor de la carga q de la partícula de prueba:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q} \quad \mathbf{F} = q\mathbf{E}$$

Para una carga puntual:

$$\mathbf{E} = K \frac{q}{r^2} \mathbf{u}_r$$

donde \mathbf{u}_r es un vector unitario que va de la carga q al punto donde se evalúa el campo \mathbf{E} .

Principio de superposición

Para calcular el campo eléctrico creado por un sistema de cargas puntuales se suman los campos eléctricos que crearían cada una de las cargas del sistema por separado.

Líneas del campo eléctrico

Las características espaciales de un campo eléctrico pueden ilustrarse con líneas de fuerza o líneas de campo eléctrico, que son tangentes en cada punto a la dirección de \mathbf{E} en ese punto.

Las líneas de campo eléctrico parten de las cargas positivas y van a parar a las cargas negativas. Un campo uniforme tiene la misma intensidad, dirección y sentido en todos los puntos del espacio y se representa por líneas de campo rectilíneas, paralelas y equidistantes.

Campo eléctrico creado por una distribución continua de carga

Para una distribución continua de carga (en volumen, superficie o línea) el campo eléctrico se calcula mediante:

$$\mathbf{E} = K \int \frac{dq}{r^2} \mathbf{u}_r$$

Como ejemplo de aplicación se puede obtener el campo creado por un anillo y por un disco en puntos de sus ejes o el campo creado por un segmento rectilíneo en puntos de su mediatriz.

Movimiento de cargas en un campo eléctrico

Si la fuerza eléctrica es la única que afecta a una partícula de masa m y carga q , la segunda ley de Newton da para la aceleración $\mathbf{a} = q\mathbf{E}/m$. Cuando una partícula se mueve en un campo eléctrico uniforme, su movimiento es descrito por la cinemática del movimiento bajo aceleración constante. En particular resulta de interés estudiar el movimiento de una carga que entra en una región donde hay un campo eléctrico uniforme perpendicular al vector velocidad de la carga.

• Energía potencial eléctrica y potencial eléctrico

La fuerza eléctrica entre dos cargas está dirigida a lo largo de la línea que une las dos cargas y depende de la inversa del cuadrado de su separación, lo mismo que la fuerza gravitatoria entre dos masas. Como la fuerza gravitatoria, la fuerza eléctrica es conservativa. Existe, por tanto, una función energía potencial asociada con la fuerza eléctrica. Si se sitúa una carga de prueba en un campo eléctrico, su energía potencial es proporcional a esta carga. La energía potencial por unidad de carga es una función de la posición en el espacio de la carga y se denomina potencial eléctrico.

La fuerza eléctrica es conservativa. La *energía potencial* de una partícula de prueba en el campo creado por varias partículas fijas q_i está dada por:

$$E_p = Kq \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

(tomando el origen de energías potenciales en el infinito).

El *potencial eléctrico* de una carga q se define como:

$$V = \frac{E_p}{q} \quad E_p = qV$$

En el SI el potencial se expresa en voltios (V):

$$1 \text{ V} = 1 \text{ J/C}$$

Potencial eléctrico de una carga puntual

Para una carga puntual (con origen de potenciales en el infinito):

$$V = K \frac{q}{r}$$

Para un sistema de partículas cargadas (con origen de potenciales en el infinito):

$$V = K \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

Potencial eléctrico de una distribución continua de carga

Para una distribución continua de carga:

$$V = K \int \frac{dq}{r}$$

Aplicando esta ecuación se puede calcular el potencial, por ejemplo, de un anillo cargado en su eje.

Diferencia de potencial

La diferencia de potencial ΔV entre dos puntos 1 y 2 está relacionada con el trabajo W realizado por el campo eléctrico

$$W = -\Delta E_p = E_{p1} - E_{p2} = q(V_1 - V_2) = -q\Delta V$$

Se tiene:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_1^2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

La diferencia de potencial $V_1 - V_2$ es el valor negativo del trabajo por unidad de carga realizado por el campo eléctrico sobre una carga de prueba positiva cuando ésta se despalza del punto 1 al punto 2. La diferencia de potencial ΔV es también el trabajo positivo por unidad de carga que debe realizarse contra el campo eléctrico para desplazar la carga de 1 a 2.

• Relación entre el potencial eléctrico y el campo eléctrico

Se cumple la siguiente relación entre el campo eléctrico \mathbf{E} y el potencial eléctrico V :

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Las líneas del campo eléctrico señalan en el sentido en el que disminuye el potencial. Si se conoce la expresión de \mathbf{E} , puede obtenerse el potencial V en un punto P por medio de la integral de línea de \mathbf{E} :

$$V = -\int_{\infty}^P \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Si se conoce V , el campo \mathbf{E} se puede encontrar por medio del gradiente de V :

$$\mathbf{E} = -\text{grad } V = -\nabla V$$

Si el campo eléctrico es constante en dirección (por ejemplo, la del eje X):

$$E_x = -\frac{dV}{dx}$$

Si el potencial sólo depende del módulo de \mathbf{r} (es decir, de r):

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

Superficies equipotenciales

Las superficies que tienen el mismo potencial eléctrico en sus puntos, es decir, $V = \text{constante}$, se conocen como *superficies equipotenciales*. Las líneas de campo son perpendiculares a las superficies equipotenciales. Para una carga puntual las superficies equipotenciales son superficies esféricas concéntricas con la carga.

• Flujo del campo eléctrico. Ley de Gauss

Se define el flujo del campo eléctrico a través de una superficie S como la integral de superficie del vector campo eléctrico extendida a toda la superficie:

$$\Phi_E = \int_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}}$$

Cuando se calcula el flujo a través de una superficie cerrada a ésta se la denomina *superficie gaussiana*. Las líneas de campo pueden ser utilizadas para visualizar el flujo a través de la superficie. El flujo total puede ser positivo, negativo o cero. Cuando es positivo, el flujo es saliente y cuando es negativo, es entrante.

La *ley de Gauss* establece que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es igual a la carga eléctrica neta encerrada dentro de la superficie dividida por ϵ_0 :

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \int_S \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{S}} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Cálculo del campo eléctrico mediante la ley de Gauss

La ley de Gauss puede ser utilizada para encontrar el campo eléctrico producido por distribuciones de carga que posean una alta simetría como líneas infinitas, planos o esferas. El paso crucial de este proceso es la selección de la superficie gaussiana.

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 8.- CONDUCTORES, CONDENSADORES Y DIELECTRICOS

• Propiedades de los conductores

Experimentalmente se comprueba que determinadas sustancias poseen la propiedad de permitir el movimiento de cargas eléctricas a través de ellas, mientras que otras impiden tal flujo. Las primeras reciben el nombre de conductores y las del segundo tipo aislantes o dieléctricos. Son conductores los metales y sus aleaciones, las soluciones acuosas de ácidos, bases y sales, etc. De todos ellos sólo se considerarán los conductores metálicos, los cuales están formados por iones positivos que ocupan posiciones fijas dando lugar a la red cristalina y los electrones que se han desprendido de los átomos metálicos circulan libre y desordenadamente en el seno del conductor, dando lugar a una especie de "gas de electrones" que es el responsable de los fenómenos de conducción eléctrica.

Propiedades generales de los conductores en equilibrio electrostático

- (i) El campo eléctrico en el interior de un conductor en equilibrio electrostático es nulo.
- (ii) La carga eléctrica neta de un conductor en equilibrio electrostático se encuentra sobre su superficie.
- (iii) El campo eléctrico en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es normal a la superficie.
- (iv) La superficie de un conductor en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial.

Campo eléctrico en las proximidades de un conductor en equilibrio electrostático

El campo eléctrico en puntos muy próximos a la superficie de un conductor es perpendicular a su superficie y vale:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

lo que se conoce como teorema de Coulomb. Éste es el campo creado por toda la carga del conductor y puede considerarse suma del campo creado por un pequeño disco de área dS y el creado por el resto del conductor. El campo E_1 creado por un pequeño disco en puntos próximos es:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

luego el campo E_2 creado por el resto de las cargas superficiales del conductor es entonces:

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

de modo que $E = E_1 + E_2$.

Conductores en un campo eléctrico

Al situar un conductor en un campo eléctrico debe anularse el campo en su interior para que se alcance el equilibrio electrostático. Ésto da lugar a una reordenación de las cargas del conductor de modo que creen un campo eléctrico en el interior del conductor que compense el campo aplicado.

Ruptura dieléctrica y efecto de puntas

Muchos materiales no conductores se ionizan en campos eléctricos muy altos y se convierten en conductores. Este fenómeno se denomina *ruptura dieléctrica* y el límite dieléctrico de un aislante es el valor máximo del campo eléctrico, E_{max} , que puede existir en ese material sin que se produzca su ruptura dieléctrica. Este valor del campo también se conoce como *resistencia dieléctrica*. Cuando ocurre la *ruptura dieléctrica* las moléculas del material se ionizan y el material comienza a conducir. En un material gaseoso como el aire $E_{max} \approx 3 \times 10^6$

V/m y este efecto va acompañado de una emisión luminosa, debida a la recombinación de los electrones con las moléculas ionizadas, fenómeno que se conoce como *descarga en arco*.

Cuando un conductor tiene forma no esférica, su superficie es equipotencial pero la densidad superficial de carga y el campo eléctrico justamente en el exterior del conductor, varían de un punto a otro. El campo eléctrico es más intenso en los puntos cercanos a las regiones del conductor de menor radio de curvatura (*efecto de puntas*). Si el conductor tiene puntas de radio de curvatura muy pequeño, la ruptura del dieléctrico que lo rodea puede producirse con potenciales relativamente bajos. Los pararrayos extraen la carga de una nube próxima antes de que el potencial de la nube alcance un valor destructivamente grande.

• Capacidad

Un conductor que tiene una carga Q y un potencial V , tiene una capacidad:

$$C = \frac{Q}{V}$$

• Condensadores

Un condensador es un dispositivo eléctrico utilizado en los circuitos para almacenar carga y energía eléctrica; está formado por dos placas conductoras con una diferencia de potencial ΔV entre ambas. La capacidad de un condensador es:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

En el SI la capacidad se mide en faradios ($1 \text{ F} = 1 \text{ C/V}$). La capacidad depende del diseño geométrico del condensador y de la naturaleza del dieléctrico que hay entre sus placas o armaduras. Para un condensador de láminas planoparalelas con vacío entre las placas:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

Condensadores en serie y en paralelo

La capacidad equivalente de un conjunto de condensadores conectados es la capacidad de un único condensador que, cuando se utiliza en lugar del conjunto, produce el mismo efecto externo. La capacidad equivalente de varios condensadores en **serie** es:

$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_1 (1/C_i)}$$

Para varios condensadores en **paralelo** la capacidad equivalente del sistema se calcula mediante la ecuación:

$$C_{eq} = \sum_1 C_i$$

• Energía electrostática

• Propiedades de los conductores

Experimentalmente se comprueba que determinadas sustancias poseen la propiedad de permitir el movimiento de cargas eléctricas a través de ellas, mientras que otras impiden tal flujo. Las primeras reciben el nombre de conductores y las del segundo tipo aislantes o dieléctricos. Son conductores los metales y sus aleaciones, las soluciones acuosas de ácidos, bases y sales, etc. De todos ellos sólo se considerarán los conductores metálicos, los cuales están formados por iones positivos que ocupan posiciones fijas dando lugar a la red cristalina y los electrones que se han desprendido de los átomos metálicos circulan libre y desordenadamente en el seno del conductor, dando lugar a una especie de "gas de electrones" que es el responsable de los fenómenos de conducción eléctrica.

Propiedades generales de los conductores en equilibrio electrostático

- (i) El campo eléctrico en el interior de un conductor en equilibrio electrostático es nulo.
- (ii) La carga eléctrica neta de un conductor en equilibrio electrostático se encuentra sobre su superficie.
- (iii) El campo eléctrico en la superficie de un conductor en equilibrio electrostático es normal a la superficie.
- (iv) La superficie de un conductor en equilibrio electrostático es una superficie equipotencial.

Campo eléctrico en las proximidades de un conductor en equilibrio electrostático

El campo eléctrico en puntos muy próximos a la superficie de un conductor es perpendicular a su superficie y vale:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

lo que se conoce como teorema de Coulomb. Éste es el campo creado por toda la carga del conductor y puede considerarse suma del campo creado por un pequeño disco de área dS y el creado por el resto del conductor. El campo E_1 creado por un pequeño disco en puntos próximos es:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

luego el campo E_2 creado por el resto de las cargas superficiales del conductor es entonces:

$$E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

de modo que $E = E_1 + E_2$.

Conductores en un campo eléctrico

Al situar un conductor en un campo eléctrico debe anularse el campo en su interior para que se alcance el equilibrio electrostático. Ésto da lugar a una reordenación de las cargas del conductor de modo que creen un campo eléctrico en el interior del conductor que compense el campo aplicado.

Ruptura dieléctrica y efecto de puntas

Muchos materiales no conductores se ionizan en campos eléctricos muy altos y se convierten en conductores. Este fenómeno se denomina *ruptura dieléctrica* y el límite dieléctrico de un aislante es el valor máximo del campo eléctrico, E_{max} , que puede existir en ese material sin que se produzca su ruptura dieléctrica. Este valor del campo también se conoce como *resistencia dieléctrica*. Cuando ocurre la *ruptura dieléctrica* las moléculas del material se ionizan y el material comienza a conducir. En un material gaseoso como el aire $E_{max} \approx 3 \times 10^6$ V/m y este efecto va acompañado de una emisión luminosa, debida a la recombinación de los electrones con las moléculas ionizadas, fenómeno que se conoce como *descarga en arco*.

Cuando un conductor tiene forma no esférica, su superficie es equipotencial pero la densidad superficial de carga y el campo eléctrico justamente en el exterior del conductor, varían de un punto a otro. El campo eléctrico es más intenso en los puntos cercanos a las regiones del conductor de menor radio de curvatura (*efecto de puntas*). Si el conductor tiene puntas de radio de curvatura muy pequeño, la ruptura del dieléctrico que lo rodea puede producirse con potenciales relativamente bajos. Los pararrayos extraen la carga de una nube próxima antes de que el potencial de la nube alcance un valor destructivamente grande.

• Capacidad

Un conductor que tiene una carga Q y un potencial V , tiene una capacidad:

$$C = \frac{Q}{V}$$

• Condensadores

Un condensador es un dispositivo eléctrico utilizado en los circuitos para almacenar carga y energía eléctrica; está formado por dos placas conductoras con una diferencia de potencial ΔV entre ambas. La capacidad de un condensador es:

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

En el SI la capacidad se mide en faradios (1 F = 1 C/V). La capacidad depende del diseño geométrico del condensador y de la naturaleza del dieléctrico que hay entre sus placas o armaduras. Para un condensador de láminas planoparalelas con vacío entre las placas:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

Condensadores en serie y en paralelo

La capacidad equivalente de un conjunto de condensadores conectados es la capacidad de un único condensador que, cuando se utiliza en lugar del conjunto, produce el mismo efecto externo. La capacidad equivalente de varios condensadores en **serie** es:

$$C_{eq} = \frac{1}{\sum_1 (1/C_i)}$$

Para varios condensadores en **paralelo** la capacidad equivalente del sistema se calcula mediante la ecuación:

$$C_{eq} = \sum_1 C_i$$

• Energía electrostática

La energía de un condensador es la energía potencial de las cargas que hay en sus placas:

$$U = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV$$

Cuando se asocia esta energía con el campo eléctrico, la **densidad de energía** u_E en el espacio ocupado por el campo (en el vacío) es:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

En un medio material basta sustituir ϵ_0 por ϵ . La energía eléctrica total U en un volumen \mathcal{V} se calculará mediante la integral:

$$U = \int_{\mathcal{V}} u_E d\mathcal{V}$$

• Dieléctricos

Propiedades electrostáticas de los dieléctricos

Cuando se introduce un dieléctrico entre las armaduras de un condensador en que había el vacío entre las placas, la capacidad aumenta de modo que:

$$C = \epsilon_r C_0$$

mientras que la diferencia de potencial y el campo eléctrico disminuyen:

$$V = V_0/\epsilon_r \quad E = E_0/\epsilon_r$$

Existen dieléctricos apolares y polares. En los primeros, sus moléculas no tienen momento dipolar eléctrico, mientras que en los segundos las moléculas tienen un momento dipolar eléctrico permanente.

Cuando se coloca un dieléctrico apolar en un campo eléctrico, sus átomos o moléculas se convierten en dipolos eléctricos que se orientan en la dirección del campo eléctrico. Si el dieléctrico es polar, sus momentos dipolares permanentes se orientan paralelos al campo exterior.

Cuando los dipolos eléctricos de una sustancia se alinean de manera espontánea (sustancias *ferroeléctricas*) o debido a la acción de un campo eléctrico externo, decimos que la sustancia está *polarizada*.

Un dieléctrico polarizado tiene cargas sobre su superficie y, a menos que la polarización sea uniforme, también en su volumen. Estas *cargas de polarización*, sin embargo, están congeladas en el sentido de que están ligadas a los átomos o moléculas y no tienen libertad de movimiento en el dieléctrico. En un conductor, las cargas sí que son capaces de moverse con libertad y se denominan *cargas libres*.

Fundamentos Físicos de la Ingeniería I

Tema 9.- CORRIENTE ELÉCTRICA

• Introducción

Un conductor es un material en el cual algunas de las partículas cargadas se pueden mover libremente; estas partículas son los portadores de carga del conductor. Por ejemplo, podemos pensar en un metal como una estructura de iones positivos localizados en posiciones de red fijas, y entre éstos se distribuyen los electrones libres. La carga del conjunto de los electrones libres es igual y opuesta a la carga del conjunto de los iones, resultando un material neutro. Los electrones libres pueden moverse entre la red de iones, y constituyen los portadores de carga en el metal.

• Corriente y movimiento de cargas. Densidad de corriente

Una *corriente eléctrica* consiste en un flujo de partículas cargadas. La intensidad I de la corriente eléctrica caracteriza la carga que fluye a través de un elemento de circuito:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

El sentido de la corriente corresponde con el sentido de la velocidad de arrastre \mathbf{v} de los portadores de carga positivos. En el SI la intensidad I se expresa en amperios (A). La *densidad de corriente* \mathbf{j} es el flujo de carga en un punto interior de un medio conductor:

$$\mathbf{j} = nq\mathbf{v}$$

donde n es el número de portadores de carga por unidad de volumen y \mathbf{v} es la velocidad de desplazamiento o arrastre de los portadores de carga que es contante, ya que los sucesivos choques de los portadores de carga en el metal con los iones de la red hacen que la velocidad de desplazamiento de los mismos sea en promedio constante. Si \mathbf{j} es uniforme, su módulo j viene dado por:

$$j = \frac{I}{S}$$

y en el caso general:

$$I = \int_S \mathbf{j} \cdot d\mathbf{S}$$

Por convenio se toma como sentido de la corriente eléctrica el de los portadores de carga positivos. en el caso en el que los portadores de carga sean negativos, el sentido de la corriente es contrario al sentido de movimiento de los portadores de carga negativos.

• Ley de Ohm. Conductividad, resistividad y resistencia

Para un conductor a temperatura constante, la ley de Ohm establece que el cociente entre la diferencia de potencial V que hay entre dos puntos de un conductor y la corriente eléctrica I que circula por el conductor es una constante conocida como *resistencia eléctrica*, R :

$$\frac{V}{I} = R \Rightarrow V = RI$$

En este caso se dice que el conductor es óhmico. En el SI la resistencia R se expresa en ohmios (Ω).

Para un conductor de longitud l y sección S , la ley de Ohm puede escribirse en la forma:

$$j = \frac{l}{RS} E = \frac{1}{\rho} E = \sigma E$$

donde $\sigma = 1/\rho$ es la *conductividad* del material y ρ es su *resistividad*. σ se expresa en $\Omega^{-1}\text{m}^{-1}$. Se cumple:

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

Para los metales la resistividad aumenta cuando lo hace la temperatura. La ley de Ohm puede escribirse de forma general como:

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$$

y la velocidad de arrastre para los electrones se escribe como:

$$\mathbf{v} = -\frac{\sigma}{en} \mathbf{E}$$

• Resistencias en serie y en paralelo

Para resistencias conectadas en serie, la resistencia equivalente se calcula mediante:

$$R_{eq} = \sum_i R_i$$

y para resistencias conectadas en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

• Aspectos energéticos de la corriente eléctrica. Ley de Joule

Para mantener una corriente eléctrica es necesario un suministro de energía ya que las cargas deben de ser aceleradas por el campo eléctrico. La energía por unidad de tiempo o potencia requerida para mantener una corriente se obtiene como $P = IV$. En el SI la potencia P se expresa en vatios (W). Para conductores que obedecen la ley de Ohm $V = RI$ y por tanto:

$$P = IV = IR^2 = \frac{V^2}{R} \quad (\text{ley de Joule})$$