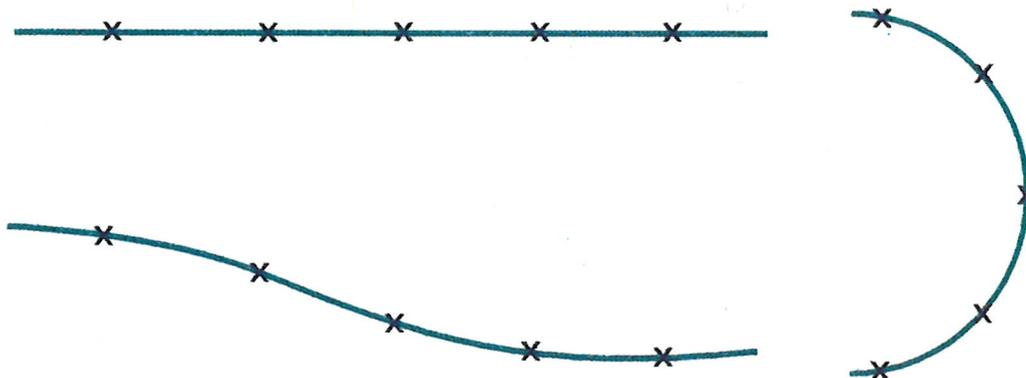


2.1 TIPOS DE MOVIMIENTOS QUE EXISTIRÍAN SEGUN LAS MAGNITUDES INVENTADAS.



A.13 Imaginad distintos tipos de movimientos que podrían ocurrir según fuera el valor de su aceleración sobre la trayectoria. Describid ejemplos de cada uno de los distintos tipos.

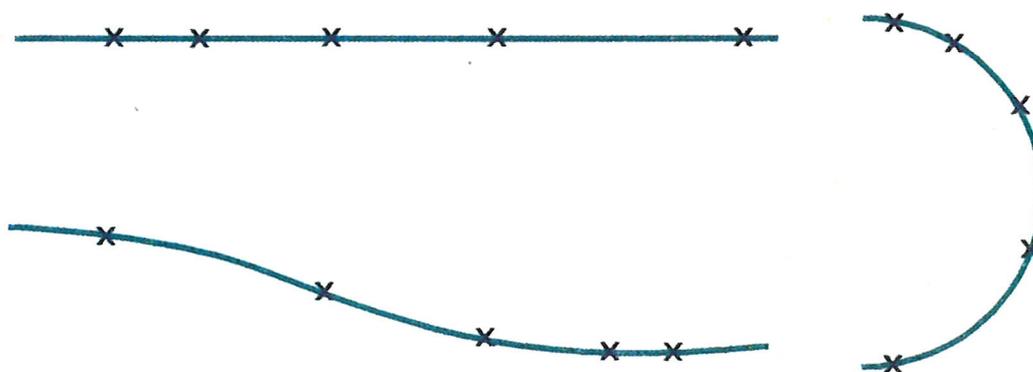
• Podemos imaginar movimientos con $a = 0$ y con $a \neq 0$. Un movimiento que no tuviera aceleración sobre la trayectoria se realizarla con rapidez constante, $v = \text{cte.}$, y, por tanto, si marcáramos la posición del móvil a intervalos iguales de tiempo, el resultado sería como se indica en la figura.



Este tipo de movimiento recibe el nombre de *movimiento uniforme* (M.U.).

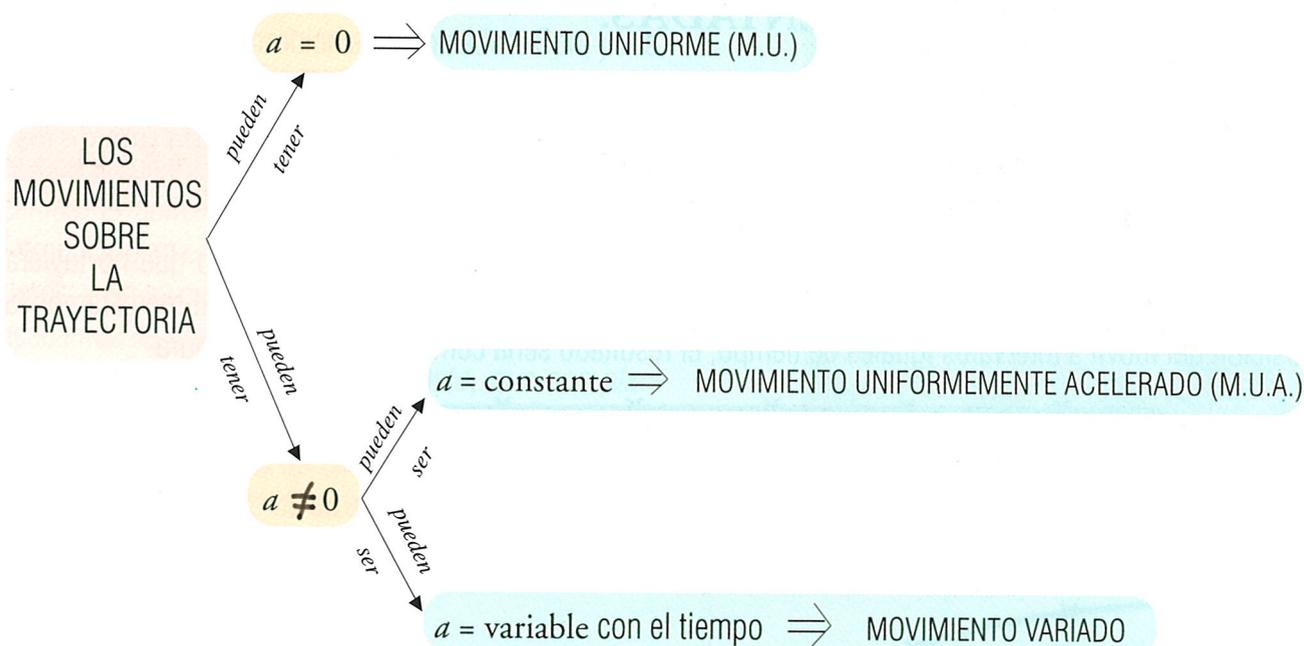
• Si el movimiento tiene aceleración sobre la trayectoria, $a \neq 0$, ésta puede ser constante —siempre igual en el tiempo— o variar con él. Si $a = \text{cte.}$, la rapidez del móvil variará pero, según nuestra propia definición, lo hará siempre al mismo «ritmo» (al ser $a = a_m = \Delta v / \Delta t = \text{cte.}$). Dicho movimiento recibe el nombre de *uniformemente acelerado* (M.U.A.).

Imaginar cómo variaría la posición de un móvil con este tipo de movimiento no es tan fácil como en el caso del movimiento uniforme de la figura anterior. Ahora, al variar continuamente la rapidez con el tiempo, el cambio de posición en intervalos iguales y sucesivos de tiempo será distinto. Podríamos fácilmente pensar en casos como los de la siguiente figura:



• Por último, si la aceleración sobre la trayectoria variara con el tiempo, la rapidez variaría, pero no con un ritmo constante, y, por tanto, el movimiento sería más irregular o «complejo» que los anteriores. No obstante, pese a estas irregularidades, siempre sería posible con las magnitudes introducidas (v_m y a_m) dar valores medios de la rapidez y aceleración sobre la trayectoria en los intervalos que se deseen si se conocen la posición y la rapidez al principio y final de dichos intervalos.

- Según lo anterior, los movimientos sobre la trayectoria podrían ser:



- Caracterizar un movimiento y diferenciarlo de otros consistirá, pues, en identificar qué tipo de movimiento es y, además, precisar el valor concreto de las magnitudes a , v y e .
- Pero, ¿cómo hacer esto con un movimiento real?; ¿existirán movimientos reales que se puedan clasificar como de un tipo determinado? Eso es lo que vamos a emprender a continuación.



A.14 Concretad un diseño experimental, realizable en la práctica, para determinar qué tipo de movimiento sobre la trayectoria tienen un coche teledirigido o una persona que corre.

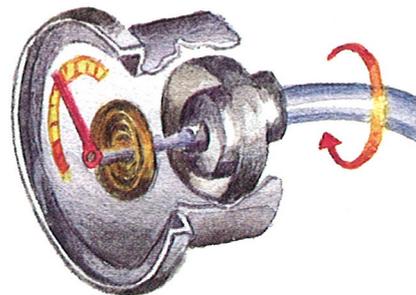
- En la práctica no es posible, en general, medir directamente la aceleración o la rapidez sobre la trayectoria de un móvil *. En cambio, es relativamente fácil medir la posición, e , en distintos instantes. Realizar mediciones de la posición en distintos instantes puede exigir diseños experimentales diferentes según la situación **.

* A menos que lleve velocímetro, como muchos vehículos.

** Los cuentakilómetros y velocímetros de los coches funcionan mediante un mecanismo que cuenta las vueltas que dan las ruedas.



El descenso de un esquiador se puede controlar con un dispositivo como el de la figura, que mide el tiempo para determinados desplazamientos.



Esquema del funcionamiento del velocímetro de un coche.

- En todos los casos, lo que se obtiene es una tabla de valores de e , o de v , en distintos instantes; valores que pueden ser representados para dar una idea global y rápida de la variación de la magnitud medida con el tiempo. Dichas representaciones gráficas serán líneas en las que cada punto corresponderá a un instante del reloj tomado sobre la escala del eje de abscisas, y su correspondiente posición, o rapidez, tomada sobre la escala del eje de ordenadas.

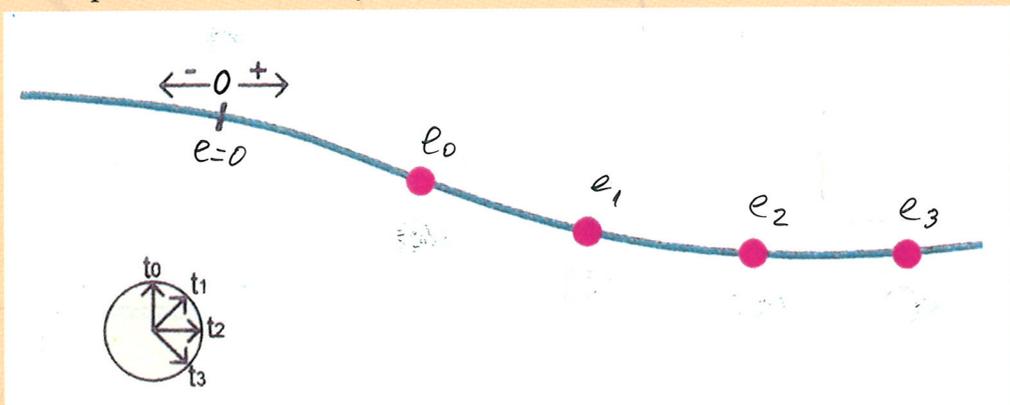
Por tanto, es necesario, que estudiemos cómo serían las gráficas de $e = f(t)$ y $v = f(t)$, para los movimientos-tipo; y la información que puede extraerse de ellas. De este modo, a partir de los datos obtenidos para un movimiento real, podremos decidir si se ajusta a alguno de los tipos estudiados (en su totalidad o en alguno de sus tramos) y obtener el valor de las magnitudes que permitan diferenciarlo de otros movimientos del mismo tipo.

2.1.1 GRÁFICAS DEL MOVIMIENTO UNIFORME Y DEL MOVIMIENTO UNIFORMEMENTE ACELERADO.

- Empezaremos, pues, por plantear cómo serán las gráficas de un movimiento uniforme (M.U.) y de un movimiento uniformemente acelerado (M.U.A.).

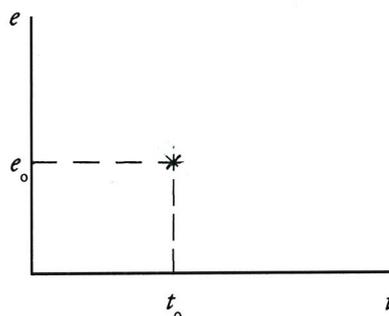


A.15 Se han marcado sucesivas posiciones sobre la trayectoria de un M.U., en los instantes que marcan los relojes.

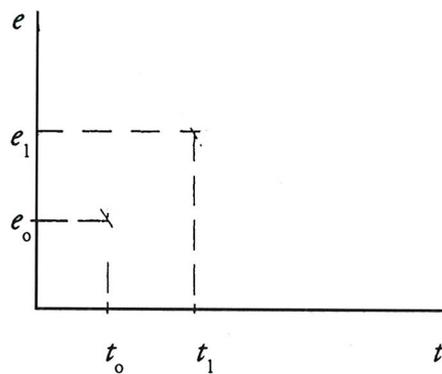


Representad las gráficas de la evolución de la posición y de la rapidez a lo largo del tiempo. (Si se considera necesario, dad posibles valores de las posiciones, que ayuden a dibujar las gráficas.)

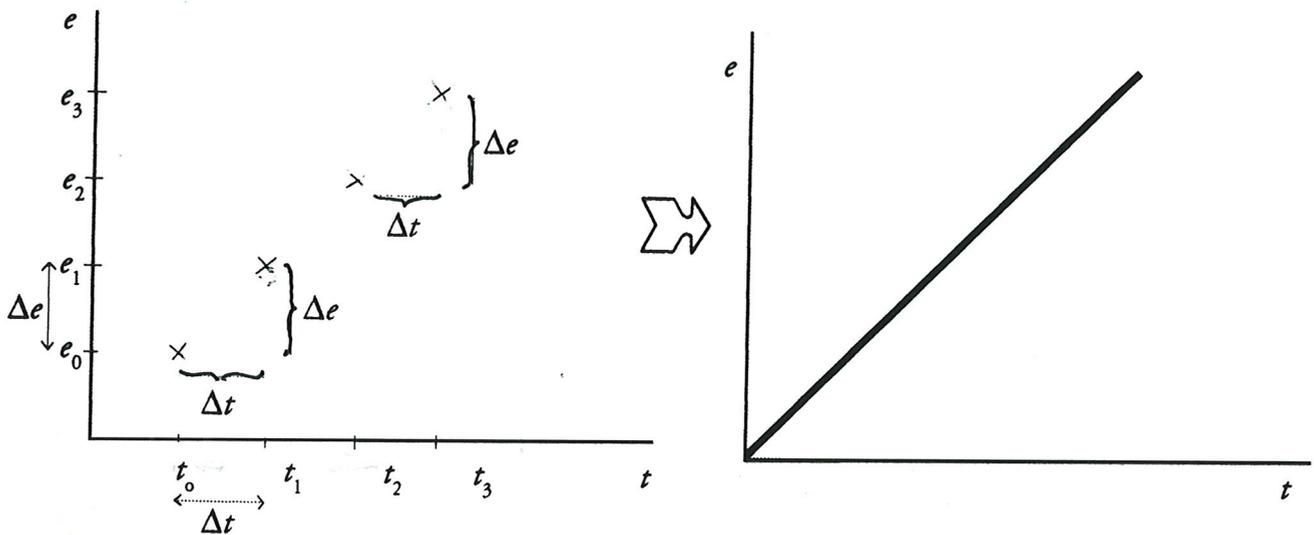
Para representar gráficamente los valores de la posición, e , en función del tiempo, t , pondremos en el eje de abscisas el valor del instante; y en el eje de ordenadas, el valor de la posición que hemos medido en dicho instante. Así, en el instante t_0 , la posición era e_0 . Esta información corresponde a un punto de la gráfica:



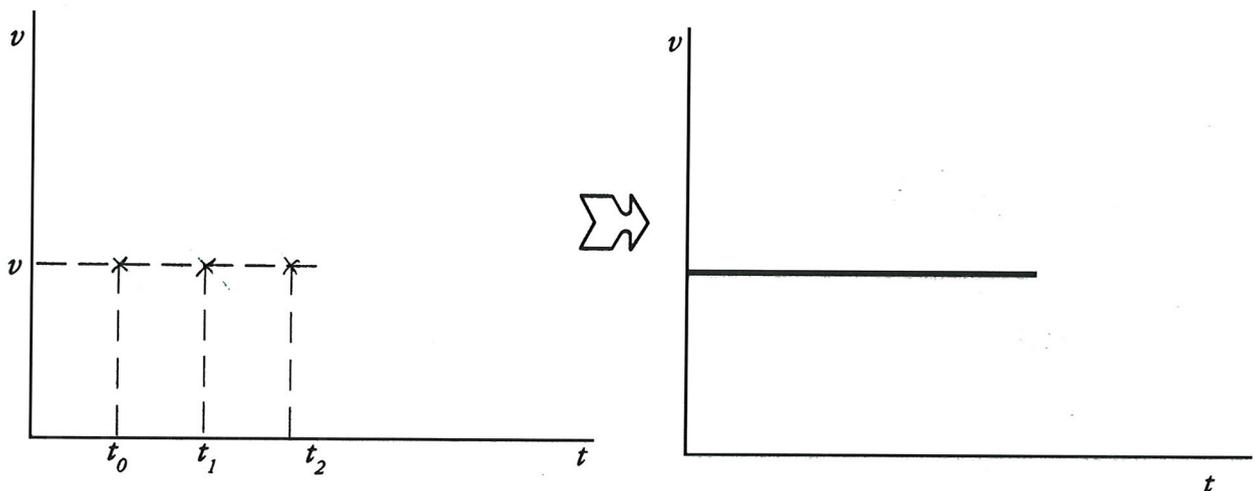
Al instante siguiente, t_1 , le corresponde el valor e_1 . Situando el valor t_1 en el eje de abscisas y el valor e_1 en el eje de ordenadas, obtenemos un segundo punto de la gráfica.



A partir de ahí, si se trata de un movimiento uniforme, ya podemos saber cómo será su gráfica $e = f(t)$; pues si, en el intervalo $\Delta t = t_1 - t_0$, el cambio de posición ha sido $\Delta e = e_1 - e_0$, en cualquier intervalo de tiempo igual, el cambio de posición será el mismo. Es decir:

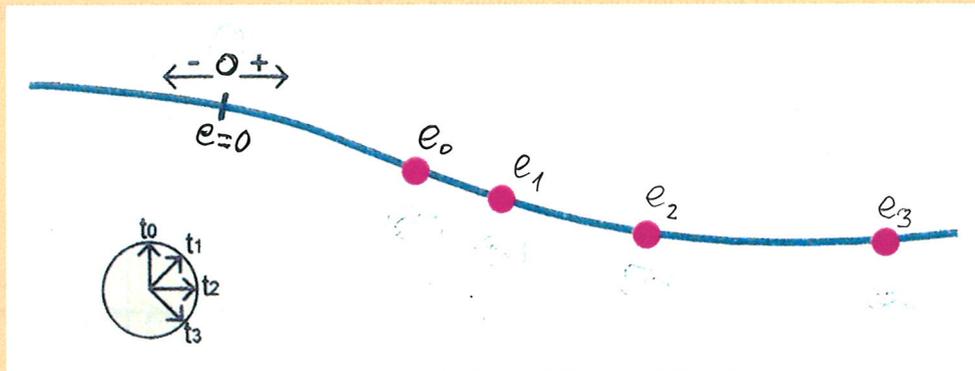


• Para dibujar la gráfica de la evolución de la rapidez a lo largo del tiempo en este M.U., basta pensar que, para cualquier instante que representemos en el eje de abscisas, el valor de la rapidez, representado en el eje de ordenadas, es siempre el mismo; luego:



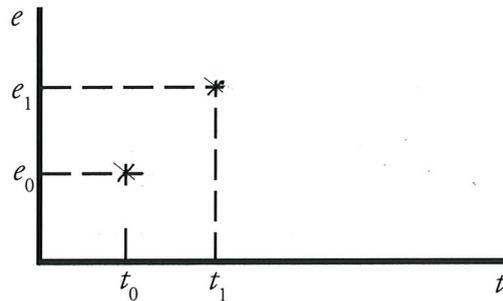
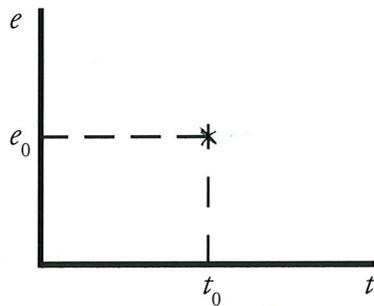


A.16 Se han marcado sucesivas posiciones sobre la trayectoria de un M.U.A, en los instantes que marcan los relojes.

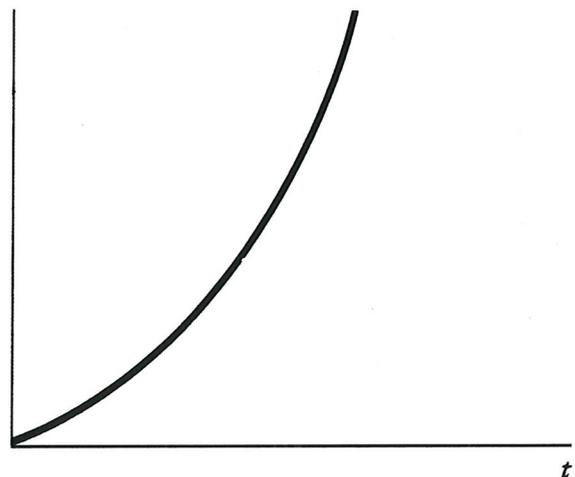
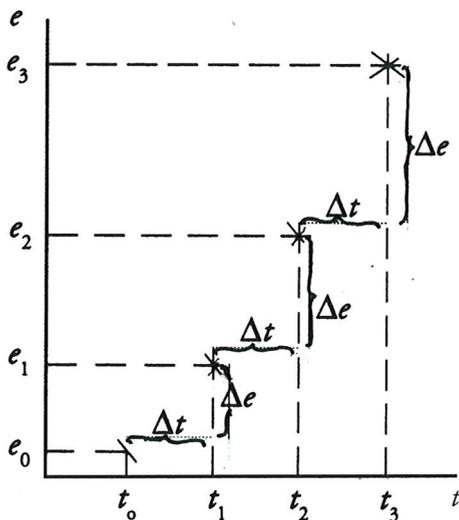


Representad las gráficas de la evolución de la posición, de la rapidez y de la aceleración, a lo largo del tiempo. (Si se considera necesario, dad valores a las magnitudes que ayuden a dibujar las gráficas.)

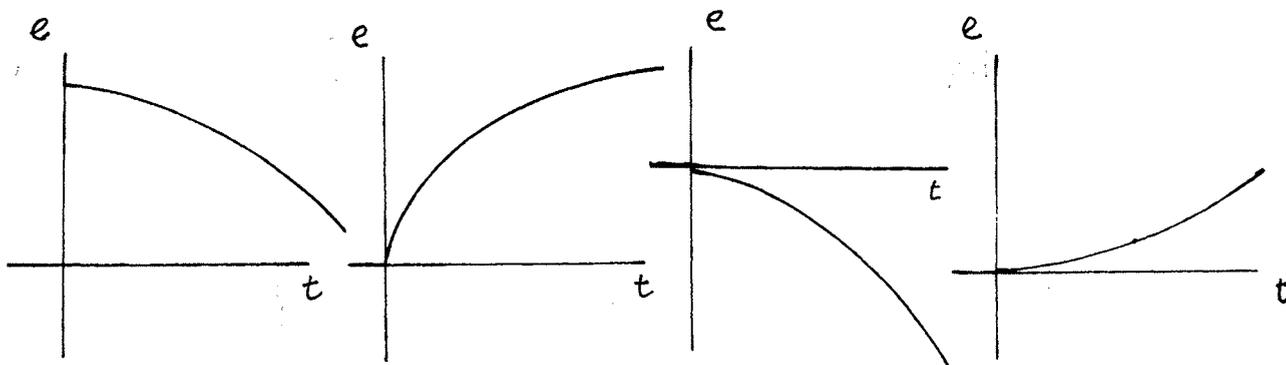
- Para representar la evolución de la posición en función del tiempo, procederíamos de manera análoga. Es decir, poniendo en el eje de abscisas el valor del instante, t , y en el eje de ordenadas el valor de la posición, e , medida en dicho instante. Así, en el instante t_0 , la posición es e_0 . Después representaríamos la pareja de valores t_1 , e_1 , etc.



- En un intervalo del tiempo $\Delta t = t_1 - t_0$, el cambio de posición ha sido $\Delta e = e_1 - e_0$; pero, al tratarse de un M.U.A., a sucesivos intervalos iguales de tiempo, Δt , les corresponden cambios de posición, Δe , cada vez mayores.

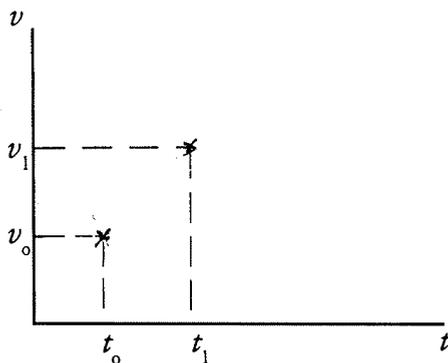


• En general, las gráficas $e = f(t)$ para movimientos uniformemente acelerados (M.U.A.) son fragmentos de parábolas. Estas curvas se ajustan a la ecuación $e = k t^2$, siempre que, para $t = 0$, el móvil se encuentre en reposo ($v = 0$) en el origen de posiciones ($e = 0$).

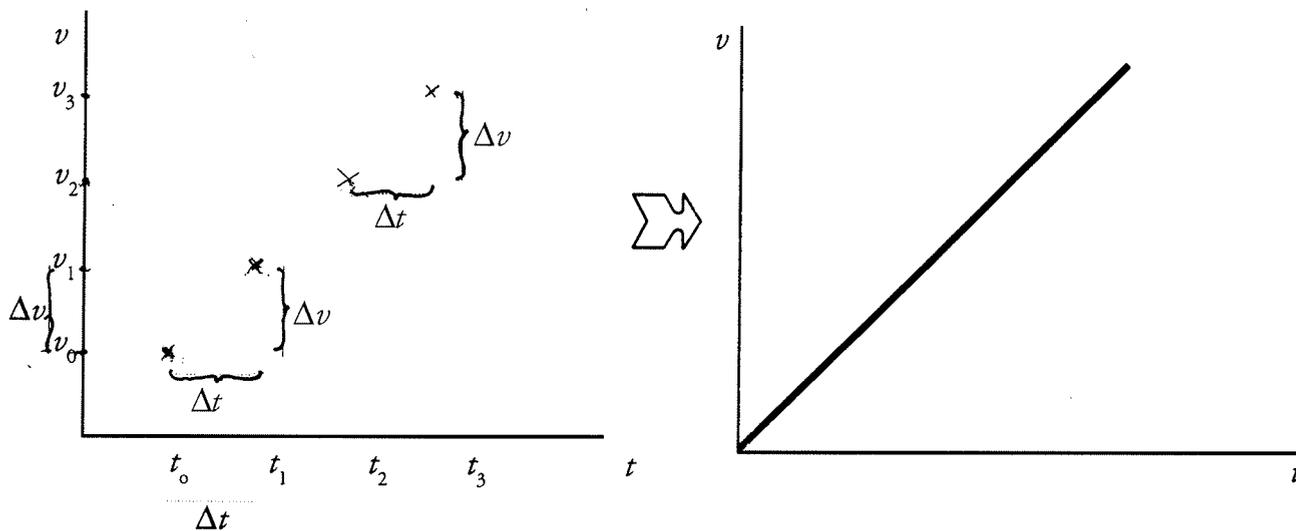


Todos estos movimientos tienen por ecuación: $e = K \cdot t^2$

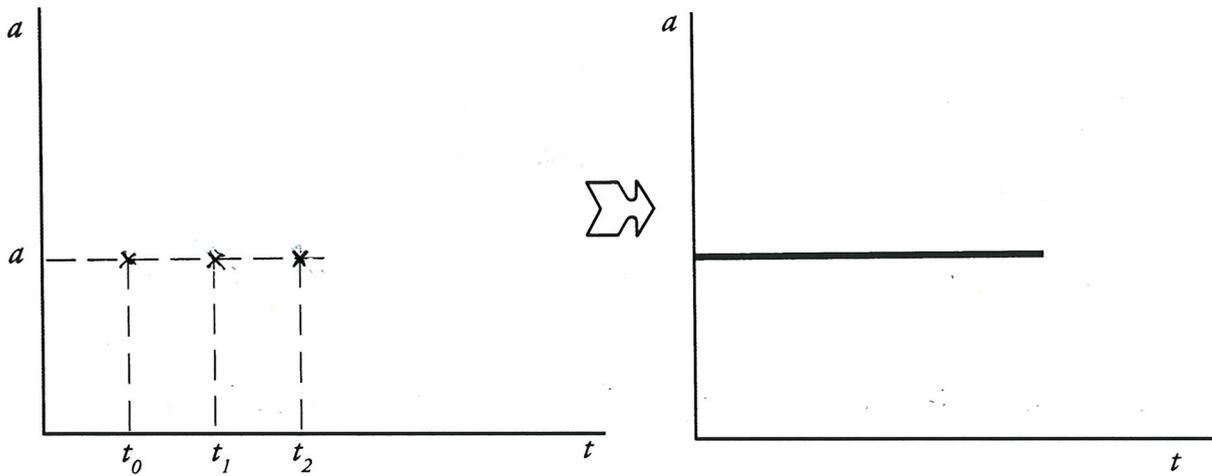
• Por último, si suponemos que, en el instante t_0 , el móvil tenía una rapidez v_0 en la gráfica $v = f(t)$, esto corresponderá a un punto de la misma. Al instante siguiente, t_1 , la rapidez tendrá un valor positivo y mayor, v_1 , que corresponde a otro punto de la gráfica.



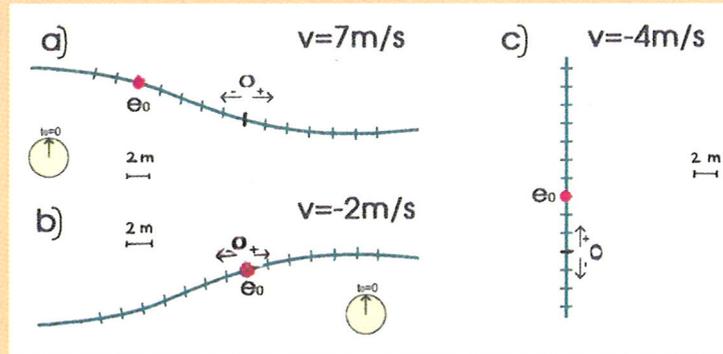
• Si se trata de un movimiento uniformemente acelerado, el valor de la aceleración es constante, lo que significa que, en intervalos iguales de tiempo Δt , se producirán variaciones iguales de rapidez Δv . Es decir:



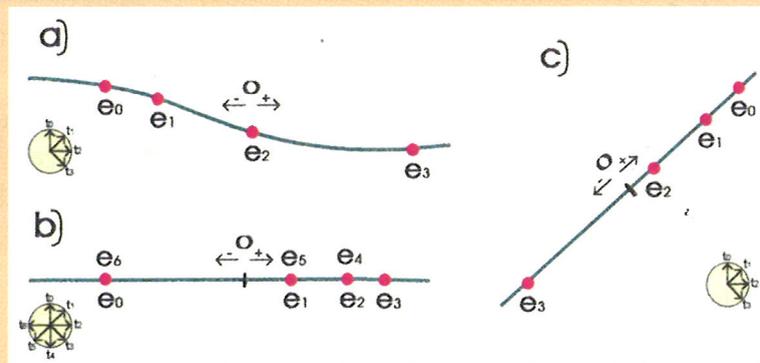
• Para dibujar la gráfica de la evolución de la aceleración sobre la trayectoria a lo largo del tiempo basta pensar que, en un M.U.A., esa aceleración es constante; y, para cualquier instante que representemos en el eje de abscisas, el valor de la aceleración es el mismo; luego:



A.17 Si los movimientos siguientes son todos de rapidez constante, dibujad las gráficas correspondientes a la evolución de la posición $e = f(t)$ y la rapidez $v = f(t)$.



A. 18 Si los movimientos siguientes son todos uniformemente acelerados, dibujad, de forma cualitativa, las correspondientes gráficas de la posición $e = f(t)$ y de la rapidez $v = f(t)$.

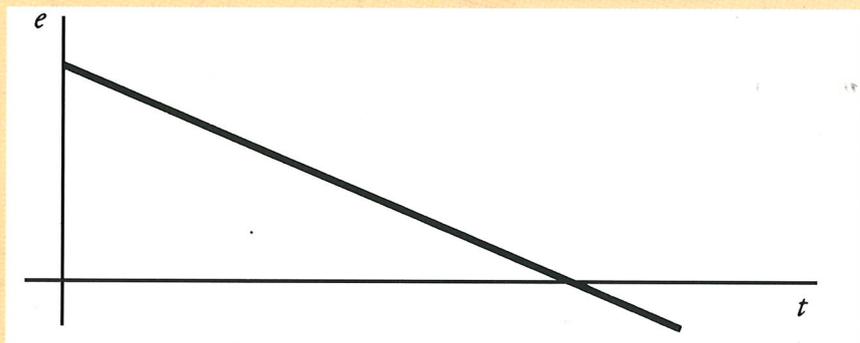


A.19 Considerad los siguientes movimientos de objetos reales: a) El movimiento de un tren que arranca con aceleración constante hasta alcanzar una rapidez determinada que mantiene sin variar. b) El movimiento de un vehículo que frena para detenerse en un semáforo. Dibujad la trayectoria de estos movimientos; marcad cruces indicando su posición a intervalos iguales de tiempo; señalad un posible sistema referencia para estudiarlos; y dibujad las gráficas $e = f(t)$ y $v = f(t)$.

- Además de poder expresar gráficamente la evolución de las magnitudes útiles para describir los movimientos, a veces interesa utilizar las gráficas de un movimiento determinado para explicar cómo es, hacer predicciones sobre él.

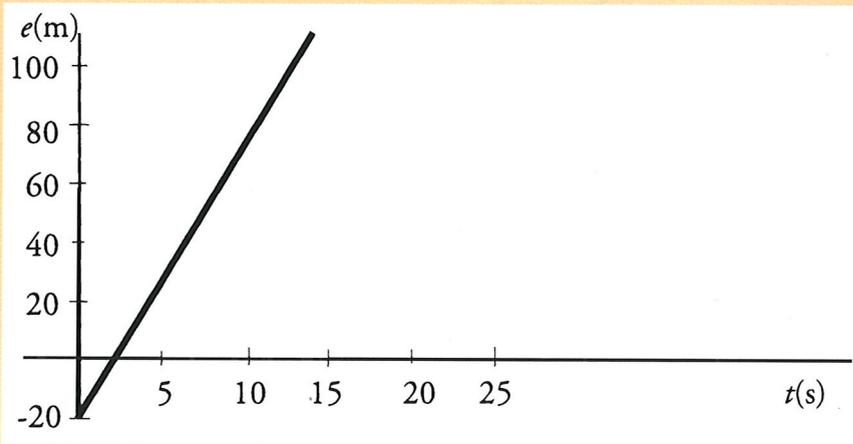


A.20 La gráfica de la figura representa la evolución de la posición de un móvil con respecto al tiempo. Marcad cruces que describan este movimiento a intervalos regulares de tiempo, sobre una trayectoria rectilínea; y dibujad la gráfica $v = f(t)$ correspondiente. (Si se estima útil, se pueden inventar valores de las magnitudes.)

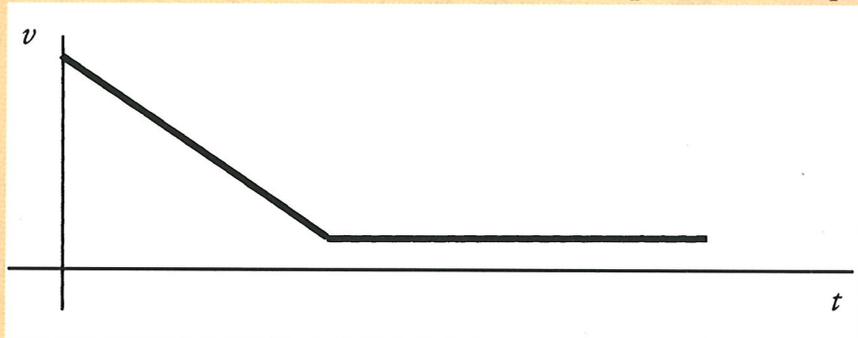


A.21 La gráfica de un movimiento es la de la figura:

- Extraed la máxima información cualitativa y cuantitativa del movimiento.
- Haced una estimación de las posiciones sucesivas del móvil, a intervalos iguales de tiempo, marcando cruces sobre una posible trayectoria.
- Si continuara siempre con el mismo movimiento, ¿dónde se encontrará el móvil al marcar el reloj 50 s?



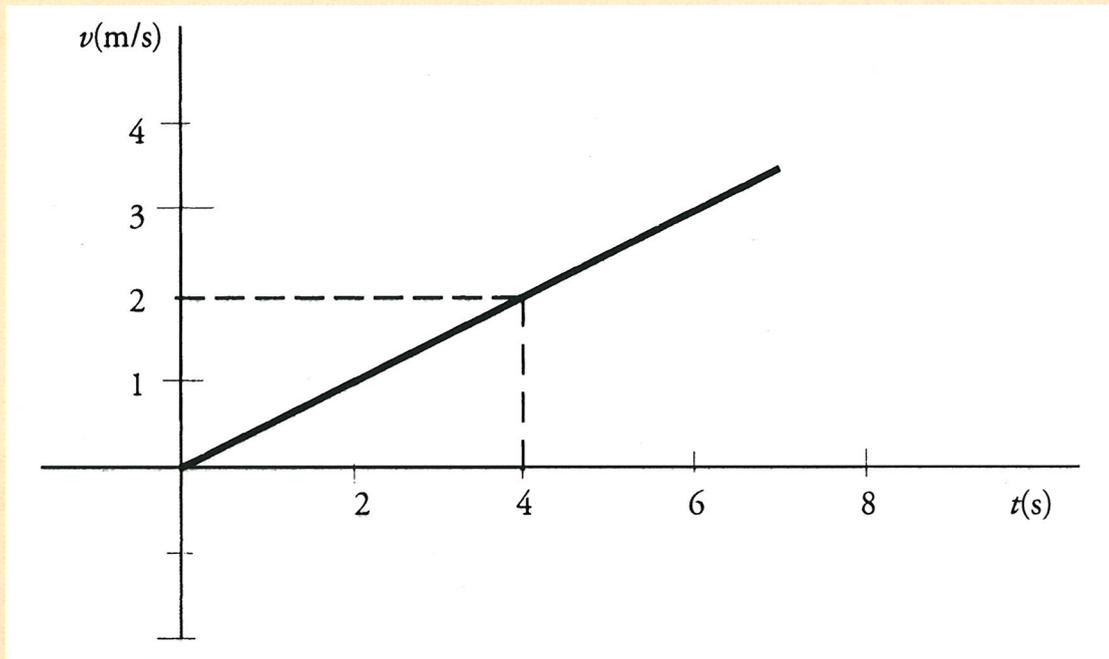
A.22 La gráfica de la figura representa la evolución de la rapidez de un móvil con respecto al tiempo. Sobre una trayectoria rectilínea, marcad cruces, a intervalos regulares de tiempo, que describan este movimiento y dibujad las gráficas $e = f(t)$ y $a = f(t)$ correspondientes. (Se puede considerar que en $t = 0$, la posición es $e = 0$.)





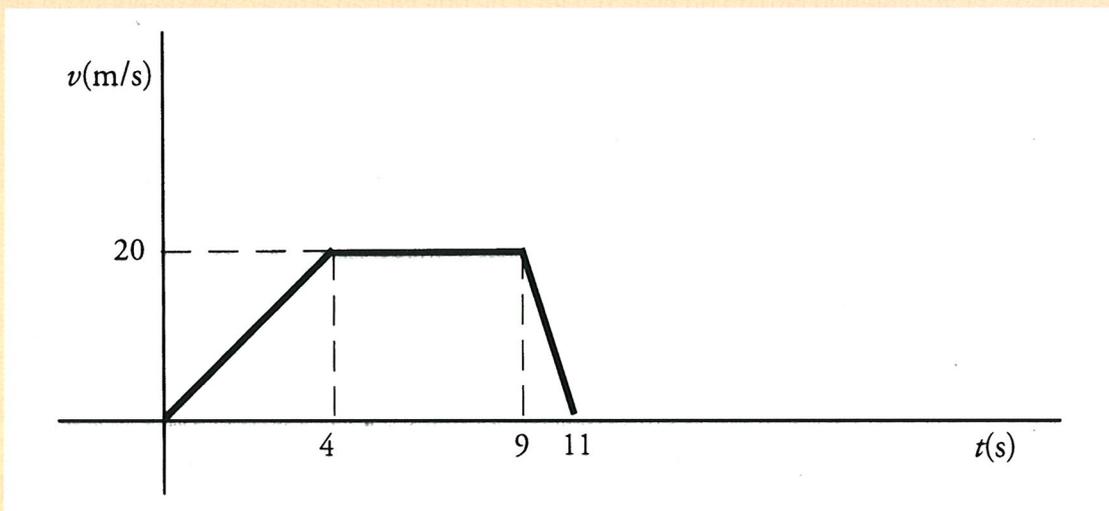
A.23 Si la gráfica $v = f(t)$ para un móvil fuera la de la figura:

- Extraed la máxima información cualitativa y cuantitativa del movimiento.
- ¿Cuál sería su rapidez en $t = 7\text{s}$ y en $t = 20\text{s}$?
- Haced una estimación de las posiciones sucesivas del móvil, a intervalos iguales de tiempo, marcando cruces sobre una posible trayectoria.
- Suponiendo el origen de posiciones la del móvil en el instante cero, representad cualitativamente la gráfica posición-tiempo.



E.4 Respecto al movimiento que se representa en la siguiente gráfica, se pide:

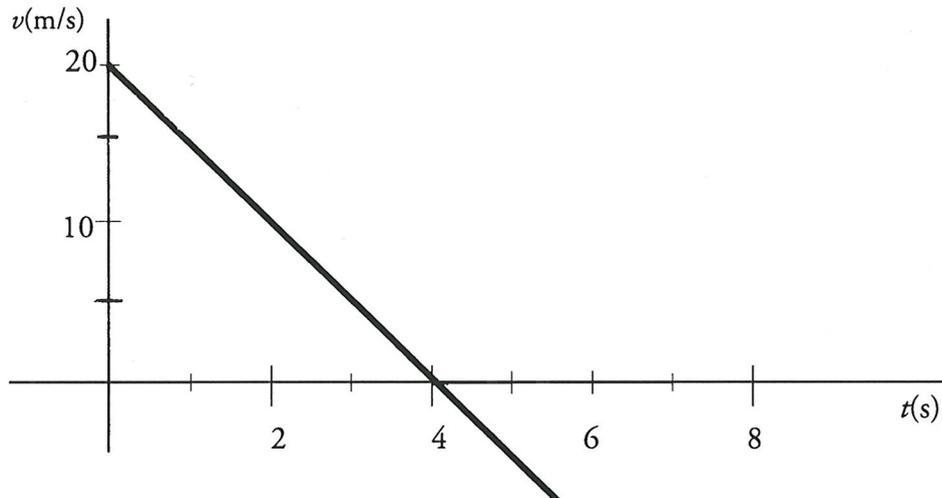
- Describirlo con el máximo detalle posible.
- Dibujar, aproximadamente, sus gráficas correspondientes $e-t$ y $a-t$. (Suponed $e = 0$, para $t = 0$.)
- Calcular la aceleración en cada uno de los tramos del movimiento.





E.5 Si la gráfica $v = f(t)$ fuera la de la figura:

- Extraed la máxima información cualitativa y cuantitativa del movimiento.
- ¿Cuál sería la rapidez en $t = 3\text{s}$; y en $t = 6\text{s}$.
- Haced una estimación de las posiciones sucesivas del móvil a intervalos iguales de tiempo, marcando con cruces una posible trayectoria.
- Suponiendo que el origen de posiciones es la del móvil en el instante cero, representad cualitativamente la gráfica posición-tiempo.



• Ahora, pues, ya sabemos cómo serían las gráficas de a , v y e en función del tiempo para movimientos uniformes y movimientos uniformemente acelerados; y también cómo obtener información cuantitativa de ellas, lo que nos permitirá identificar movimientos reales como de un tipo u otro y precisar el valor de dichas magnitudes para un movimiento determinado.

• Pero, aún más, si los movimientos reales fueran de uno de esos tipos, *podríamos predecir dónde se encontrará el móvil y qué rapidez tendrá en un instante determinado, sin necesidad de medir las magnitudes directamente.*

En efecto, la regularidad y sencillez del M. U. y del M. U. A. es tal, que podemos encontrar una relación matemática, una ecuación, entre la e , v y a con el tiempo. Y obtener estas ecuaciones permitiría realizar predicciones sobre la posición y rapidez de los móviles, pudiendo abordar, por tanto, cuestiones de gran interés como: ¿cuánto tiempo tardará un vehículo en ir de una ciudad a otra?; ¿se detendrá un vehículo antes de chocar con un obstáculo?; ¿qué longitud mínima ha de tener una pista de despegue de un aeropuerto?...



2.2 CARACTERIZACIÓN DE MOVIMIENTOS REALES.

• *Vamos, pues, a ver en qué medida las magnitudes introducidas permiten identificar movimientos reales y diferenciar unos de otros.* Para ello, elegimos: a) el movimiento de caída libre de los cuerpos; y b) el de una burbuja de aire dentro de un tubo lleno de agua (o de otro tipo de líquido).

Hemos escogido estos dos movimientos:

- a) *Por tratarse de movimientos que, una vez fijadas las condiciones iniciales, no pueden modificarse «por sí mismos», lo que dará más validez al hecho de que «encajen» en los movimientos/tipo.* En cambio, en un coche por ejemplo, siempre se puede apretar más o menos el acelerador, «obligando» a que el movimiento sea de un tipo determinado; un corredor puede ir más o menos rápido a voluntad...
- b) *Para avanzar hacia una explicación unitaria, universal, del movimiento de todas las cosas.* Por ello, si podemos caracterizar los movimientos de caída de una piedra y de una burbuja de gas, y establecer en qué se diferencia uno del otro —utilizando las mismas magnitudes para ambos y sin necesidad de tener en cuenta la naturaleza de los mismos—, habremos dado un paso adelante hacia una explicación del movimiento de todas las cosas.

2. 2.1 MOVIMIENTO DE CAÍDA DE CUERPOS.



A.24 ¿Qué puede decirse, partiendo de las observaciones y experiencias cotidianas, sobre el movimiento de caída de los cuerpos?

Puesto que, como se verá, el movimiento, en general, es muy complejo, avanzar en esta cuestión supone:

- a) Imponer las condiciones necesarias para que la caída sea lo suficientemente simple.
- b) Con las condiciones establecidas, formular hipótesis:
 - 1º sobre el tipo de movimiento que puede ser;
 - 2º sobre si el movimiento de caída será idéntico para cualquier cuerpo.

A.25 Para contrastar las hipótesis anteriores, hemos visto la necesidad de eliminar el rozamiento con el aire o de hacerlo casi despreciable. Indicad una forma de lograr esto.

A.26 Una vez establecida la forma de conseguir que la fricción con el aire sea despreciable, proceded de forma sencilla a comprobar la influencia de la masa en el movimiento de caída.

Más sorprendente aún era este resultado en la época de Galileo, que no sólo caracterizó el movimiento de caída de los cuerpos sino que advirtió que estos resultados eran radicalmente contrarios a las creencias de los seguidores de Aristóteles (s. IV antes de nuestra era), quien escribió textualmente: «Un peso dado cae una cierta distancia en un tiempo dado; un peso mayor tarda en caer desde la misma altura menos tiempo, estando los tiempos en proporción inversa a los pesos. Así, si un peso dado es doble que otro, invertirá la mitad de tiempo en caer».

Galileo, en su libro *Dos nuevas ciencias*, contesta así a a un aristotélico, llamado Simplicio, que pone reparos a los resultados de la experiencia diciendo que «la más pesada ha llegado un poco antes»:

Simplicio, tengo la esperanza de que no seguirás el ejemplo de muchos otros, que desvían la discusión de un punto principal y dicen que algunas de mis afirmaciones se apartan de la verdad por un cabello y por ese cabello esconden las faltas de otras teorías tan gruesas como un cable de navío. Aristóteles dice que una esfera de hierro de 100 libras, cayendo desde una altura de 100 cúbitos, llega al suelo antes de que una bola de 1 libra, dejada caer desde la misma altura, haya caído 1 cúbito. Yo digo que las dos llegan al suelo al mismo tiempo. Tú encuentras, al hacer la experiencia, que la más pesada adelanta a la más ligera en dos o tres dedos. Ahora no puedes esconder detrás de estos dos dedos los 99 cúbitos de diferencia que debería haber según Aristóteles, ni puedes mencionar mi error y, al mismo tiempo, silenciar el suyo, mucho mayor.

- A continuación pasaremos a contrastar la hipótesis de que el movimiento de caída libre de los cuerpos se produce con aceleración constante. Es decir, que se trata de un movimiento uniformemente acelerado.



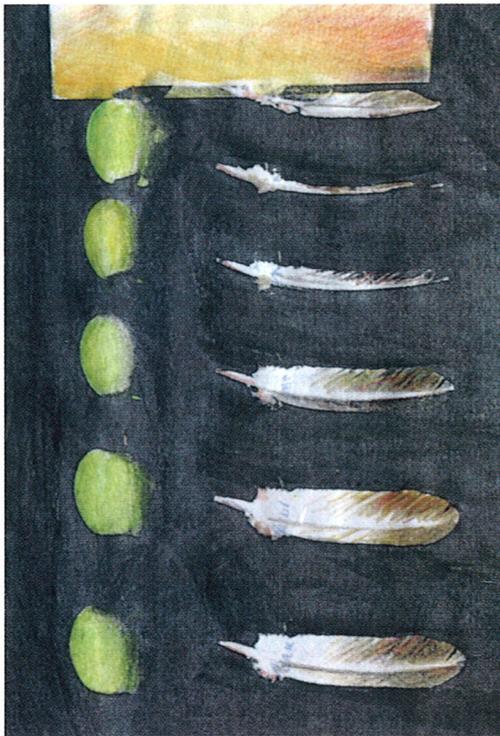
A.27 Si el movimiento de caída libre con razonamiento despreciable fuera uniformemente acelerado, ¿cómo serían sus gráficas $e = f(t)$ y $v = f(t)$?

A.28 Proponed algún diseño experimental, realizable en el laboratorio, que permita comprobar si la relación $e = f(t)$ es la de un M.U.A. (un trozo de parábola cuyo vértice —si está en el origen, es decir $e = 0$ para $t = 0$ — corresponde a una relación del tipo $e = k t^2$).



A.29 Proceded a la realización del experimento diseñado.

- Por si no se ha podido realizar el experimento (¡esperamos que no sea así!), en la página siguiente mostramos la imagen de la caída de dos cuerpos obtenida con una lámpara que emitía destellos cada 0'08 s. A partir de esta imagen se han obtenido valores de posición y de tiempo y los hemos recogido de manera ordenada, en una tabla.



En ausencia de rozamiento, los objetos caen a la vez

e (cm)	0	3'1	12'5	28'2	50'2	78'4
t (s)	0	0'08	0'16	0'24	0'32	0'40



A.30 Analizad los datos obtenidos y decidid si se cumple la hipótesis formulada (es decir, si el movimiento de caída libre, cuando el rozamiento es prácticamente despreciable, puede considerarse uniformemente acelerado).

A continuación, presentad un informe lo más detallado posible sobre el trabajo realizado, en el que se destaque cada una de sus fases: planteamiento del problema, formulación de hipótesis, diseños experimentales, datos obtenidos y análisis de los mismos, y conclusiones.

- En consecuencia, como se habrá comprobado, podemos decir que el movimiento de caída libre (¡y el de subida vertical en las mismas condiciones!) es un movimiento que queda identificado con los conceptos que hemos introducido: un movimiento rectilíneo con aceleración constante, igual para todos los cuerpos si el rozamiento es despreciable *

El valor absoluto de la aceleración sobre la trayectoria para un movimiento vertical (tanto de subida como de bajada) es $9'8 \text{ m/s}^2$, al nivel del mar. Los objetos suben y caen con una aceleración algo mayor en los polos y algo menor en el Ecuador.

- Una vez visto que la caída de los cuerpos puede ser identificada, dentro de la clasificación hecha, con las magnitudes cinemáticas, *vamos a ver en qué medida, con las mismas magnitudes, se puede identificar un movimiento en apariencia muy diferente: el de una burbuja de gas.*

* Es necesario tener presente que, con un experimento escolar como el realizado, no puede quedar contrastada una hipótesis tan importante como la planteada: su aceptación es fruto de innumerables trabajos de equipos distintos de científicos que apoyan las mismas conclusiones. Más aún, posteriormente se verá que se llega a los mismos resultados por otros caminos distintos.

Lugar	Altitud sobre el nivel del mar	g (m/s^2)
Barcelona	0	9'803
San Francisco	120	9'800
Denver	1.500	9'796
Pikes Peak	0	9'789
Ecuador	0	9'789
Polo Norte (calculada)	0	9'832

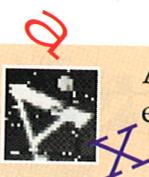
2.2.2 MOVIMIENTO DE UNA BURBUJA DE GAS.

• Dado que la realización práctica de un estudio sobre la trayectoria del movimiento de un globo lleno de hidrógeno que se suelta en el aire es muy difícil de realizar, vamos a estudiar un movimiento de características parecidas, pero realizado en condiciones controladas, que faciliten el estudio.

El movimiento de una burbuja de aire en un tubo lleno de agua, o de otro líquido, responde bastante bien a nuestro deseo: un globo de hidrógeno tiene una densidad menor que la del «mar de aire» en que se encuentra inmerso, su movimiento es como el de una pelota que se suelta en el fondo del mar. La burbuja de aire es menos densa que el líquido en el que se encuentra sumergida.

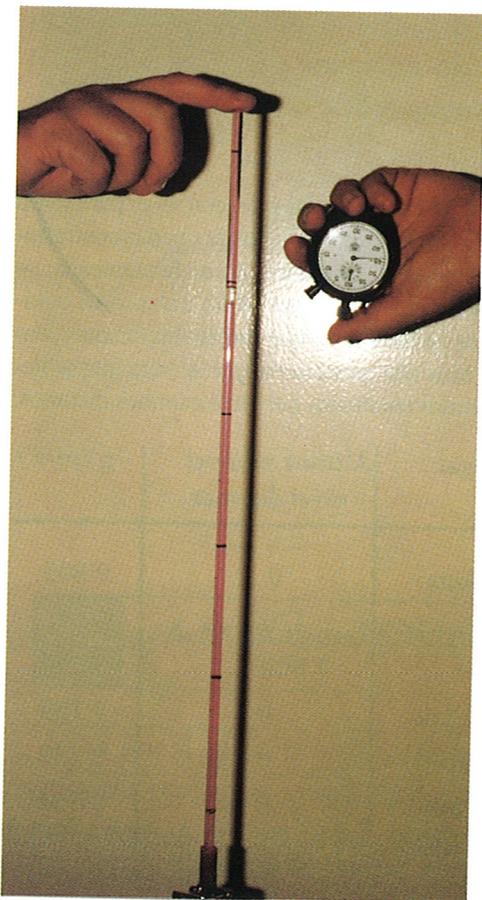


A.31 Después de realizar algún ensayo, formulad hipótesis sobre qué tipo de movimiento puede ser el movimiento ascendente de una burbuja de aire en un tubo lleno de agua.



A.32 Realizad un diseño experimental que permita contrastar la hipótesis, y ponadlo en práctica.

• Por si no se ha podido realizar la experiencia, indicamos los valores obtenidos por un grupo de profesores, con un tubo de plástico transparente de un cm de diámetro con agua coloreada y una burbuja de aire de 28 mm de longitud. Para controlar el tamaño de la burbuja el tubo se mantuvo cerrado herméticamente con tapones durante toda la experiencia.



← foto al revés

e (cm)	0	20	40	60	80	100
t (s)	0	4'50	9'64	14'5	18'16	23'40
(3 medidas)		4'28	9'67	14'44	19'09	23'71
		4'49	9'70	14'33	18'75	23'55



A.33 Proceded al análisis de los resultados obtenidos y valorad si se cumple la hipótesis de partida.

- La validez de los conceptos cinemáticos que hemos introducido parece sólidamente establecida, ya que han permitido caracterizar movimientos reales.

Vamos ahora a utilizarlos para caracterizar cualquier movimiento en el que se puedan realizar medidas sobre la trayectoria.

2.2.3 MOVIMIENTO DE UN CORREDOR.

- El estudio ya realizado de movimientos *que no se modifican por sí mismos* ha servido para confirmar que se pueden definir tipos de movimiento, como el uniforme y el uniformemente acelerado. Y, en efecto, hemos visto ya que hay movimientos *reales* que se ajustan a estos tipos.

Aceptada, pues, la validez de las magnitudes *posición*, *rapidez* y *aceleración* (con las que hemos establecido dichos tipos) y vista la utilidad del tratamiento gráfico para la caracterización de los movimientos, *vamos a intentar describir del mismo modo otro cualquiera*; por ejemplo, el de un atleta durante una carrera.



A.34 Realizad una descripción detallada del movimiento de un atleta en una carrera de 100 metros lisos, desde que sale hasta que se para, indicando, de modo cualitativo y gráfico, cómo sería la evolución de las magnitudes estudiadas.

A.34.1 Una posible evolución de la posición de un atleta en una carrera de 100 metros lisos con respecto al tiempo está recogida en la tabla adjunta. Extraed la máxima información cualitativa y cuantitativa sobre dicho movimiento.

$e(m)$	0	1'5	5'5	12'5	23	34	45	56	67	78	89	100	108	111
$t(s)$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13



A.35 Con objeto de valorar el avance conseguido, comparad la descripción del movimiento de un atleta, que acabáis de realizar, con la respuesta dada en A.1, señalando los aspectos en que ha mejorado el análisis de la situación.