

## 4. RECAPITULACIÓN Y PROBLEMAS ABIERTOS.



A.50 Revisad cuáles eran las preguntas que nos planteábamos al inicio del curso, el problema más concreto que hemos tratado en este tema, y valorad en qué medida hemos avanzado.

A.51 Realizad un cuadro-resumen de las magnitudes introducidas, incorporando las magnitudes vectoriales.

A.52 Plantead problemas abiertos que han quedado por resolver; y, según el hilo conductor del curso, indicad qué es lo que vamos a tratar a continuación.

## 5. ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS.



A.53 El código de la circulación obliga a mantener una cierta distancia de separación con los otros vehículos según la rapidez con que se circule. El tiempo de reacción se estima en  $2/3$  de segundo ( $0'67s$ ), por lo que esto alarga la distancia de frenado para todas las velocidades. En una carretera, un buen coche, con frenos y neumáticos en buenas condiciones y con un conductor alerta, consigue parar en las siguientes distancias mínimas para cada rapidez:

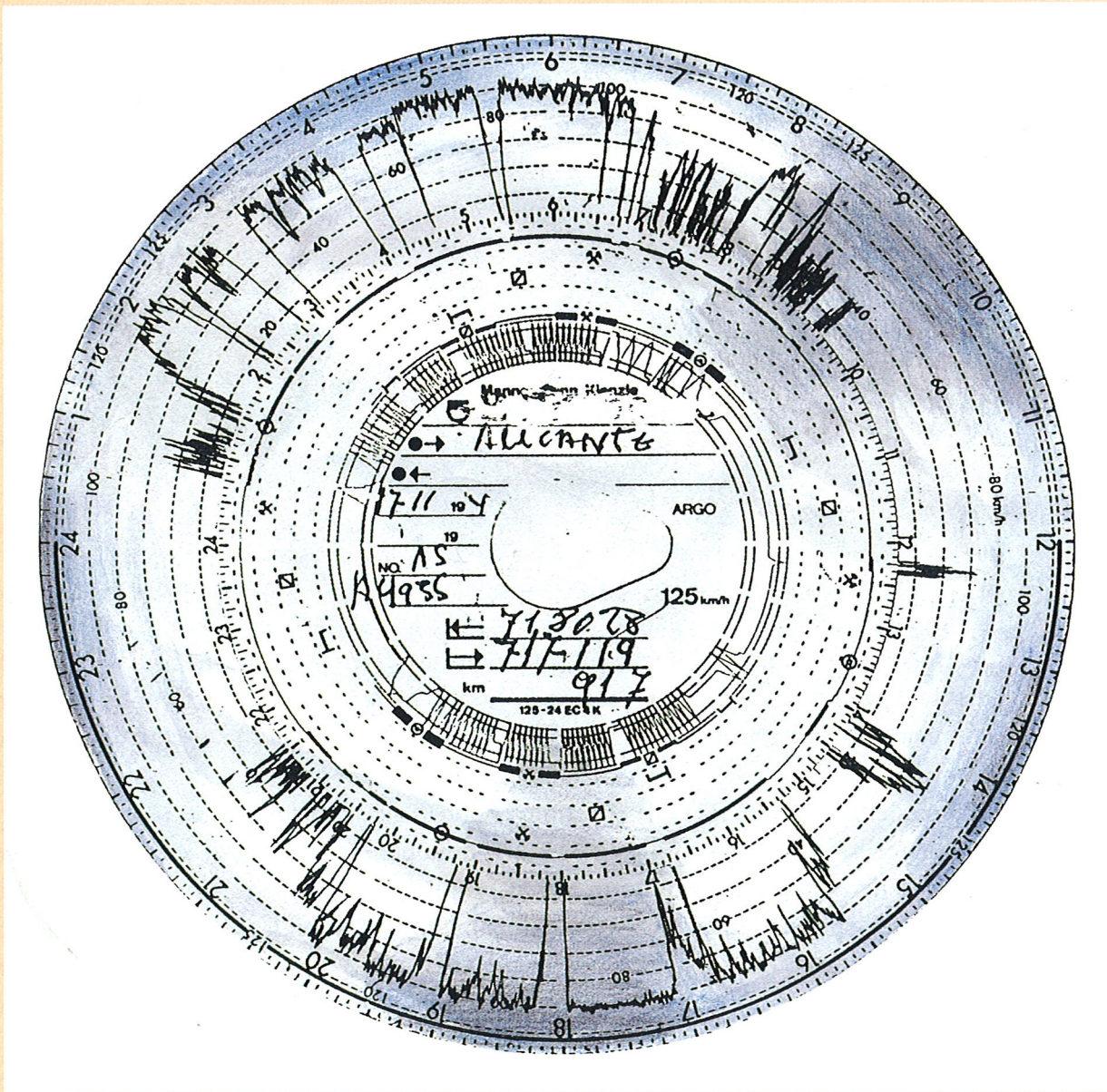
$v$ (km/h)	distancia de reacción (m)	distancia de frenado (m)	distancia total (m)
32	6	6	12
48	9	14	23
64	12	24	32
80	15	38	53
96	18	54	72
112	21	75	96

Recordad que éstas son las distancias de parada más cortas. Las distancias de parada aumentan mucho con las carreteras mojadas y neumáticos en mal estado, y con conductores cansados o no atentos.

- Usad los datos de la tabla para hacer gráficos de la distancia de reacción en función de la rapidez del vehículo; y, después, de la distancia de frenado en función de la rapidez.
- Indicad cómo creéis que cambiarían estos gráficos si:
  - el coche tuviera los neumáticos gastados.
  - el conductor hubiera tomado recientemente bebidas alcohólicas.



A.54 En los autobuses de pasajeros, la legislación de la Comunidad Europea obliga a las empresas a instalar un dispositivo de control, denominado *tacómetro*. En él se registra la rapidez que lleva el vehículo a lo largo del recorrido, las horas de parada, la fecha, etc. Un ejemplo de registro es el que se observa en la figura.

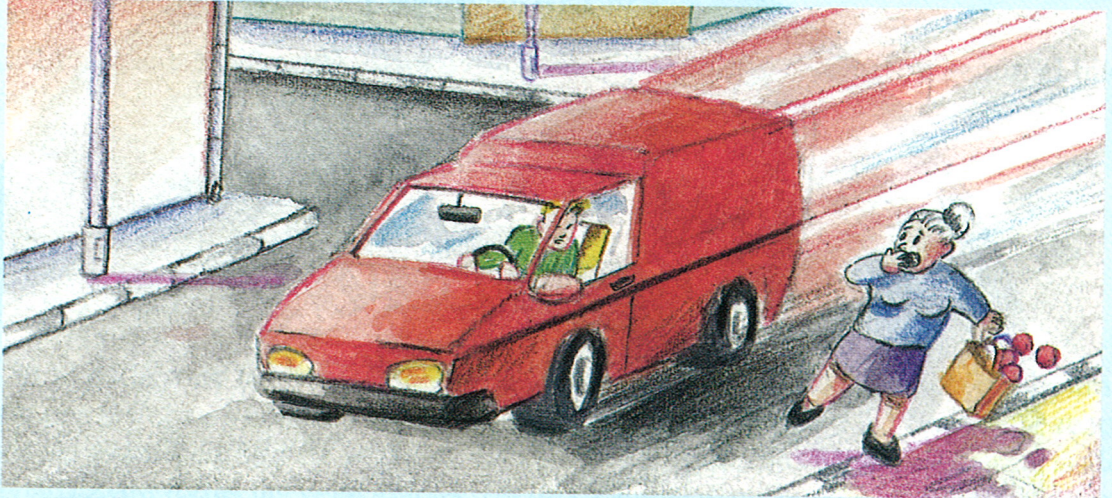


- Analizad el movimiento del autobús desde las 15 h y 20 min hasta las 21 h y 30 min. ¿Podríais reconocer cuáles fueron los tramos de autopista y los tramos de carretera o de ciudad? ¿Cuál es la velocidad máxima permitida en autovía para los autobuses?
- Estimad la distancia recorrida por el autobús en ese intervalo de tiempo.



A.55 Comentad el texto siguiente, extraído y adaptado de algunos capítulos de *¡Haztelo verde!*, de J.Button y Friends of the Earth (1990, Ed. Integral), sobre los desplazamientos de las personas.

En 1914 una persona occidental se desplazaba por término medio unos 2.500 km al año (7 al día), de los cuales 2.000 km los hacía caminando. Actualmente la cifra asciende a 13.000 km al año, sin embargo sólo 500 se hacen a pie.



Paradójicamente, cada vez hay más personas que se levantan temprano para correr o hacer ejercicios en una bicicleta estática, y luego se meten en el coche para recorrer los pocos km que los separan de su lugar de trabajo. Por otra parte, un tercio del tiempo dedicado a desplazarnos lo ocupamos caminando, sobre todo cuando se trata de distancias menores de 1'5 km. Sin embargo, las estadísticas oficiales ignoran estas cifras cuando proyectan la política de transporte.

Dado que en las carreteras se da constante prioridad a los vehículos, éstas se han convertido en lugares extremadamente peligrosos para los peatones. Varios miles de caminantes mueren o son heridos anualmente en las carreteras peninsulares, aunque caminen por el carril izquierdo y respetando todas las normas existentes; los niños son las víctimas principales. En realidad, el Estado no sólo gasta muchísimo más dinero en carreteras y en autopistas que en caminos (dinero que también obtiene de los contribuyentes que no poseen coche), sino que la construcción de aceras suele carecer del más mínimo rigor y control.

A pesar de todo, caminar es una actividad sana y el mejor modo de desplazarse para mejorar la calidad del aire de las ciudades y poner a tono nuestros músculos.

La alternativa ecológica a los desplazamientos a pie es ir en bicicleta. En 1953 los recorridos en bici suponían el 12% del total; en 1973 el porcentaje había descendido a menos del 1%. No existen estadísticas actuales de nuestro país, pero parece que la bici está recuperando terreno en carreteras y ciudades.

Circular en bici es, sin duda, una actividad sana. Un ciclista puede viajar 572 km utilizando una energía interna equivalente a la de 1 litro de gasolina, ocupando poco espacio y sin contaminar. Los carriles-bici cuestan unos doce millones de pesetas el kilómetro, frente a los casi mil quinientos millones de pesetas necesarios para realizar la misma extensión de una autovía.



A.56 Comentad el siguiente texto, extraído de *El País* (02/07/95).

## • UN NIÑO SUELTO ES UN PROYECTIL •

Según unos estudios realizados por Renault, en estos momentos hay en Europa una población de 50 millones de niños con menos de 12 años que, en un tanto por ciento muy elevado, son usuarios habituales del automóvil. Cada año unos 80.000 niños se ven implicados en accidentes de tráfico, de los cuales unos 1.000 mueren y el resto sufre heridas de diferente consideración.

Un niño suelto dentro de un coche es un «proyectil» en potencia ante cualquier deceleración brusca. Los conductores deben concienciarse de que los niños no son como los adultos y, como referencia, basta señalar que un choque a 30 kilómetros por hora equivale a una caída de lo alto de un edificio de dos pisos, y de un quinto piso si la colisión se produce a 50 kilómetros por hora.

En España no existe todavía una normativa que regule cómo deben ir los niños dentro de un coche, tan sólo se exige que vayan sentados en la parte trasera, pero sin definir los instrumentos que les sujeten al asiento y en qué posición. Afortunadamente, esta laguna puede acabar dentro de poco, ya que España, junto con Irlanda, Portugal y Grecia, se ha comprometido en breve a cumplir la Norma Europea ECE-44, siglas que definen el primer reglamento europeo sobre la seguridad del niño. El 1 de febrero de 1991, el Comité Económico y Social de las Naciones Unidas, respondiendo a una iniciativa de Holanda y el Reino Unido, adoptó esta normativa que ya se cumple en 11 países de Europa.

Joaquín Martínez Torregrosa

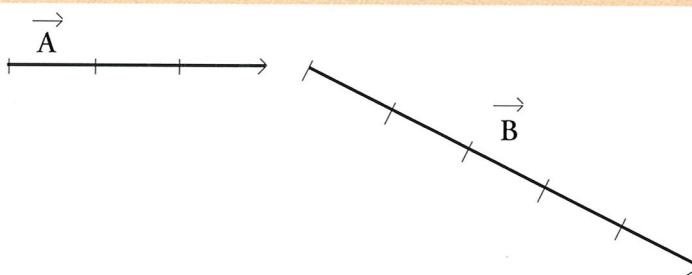
## • OPERACIONES BÁSICAS CON VECTORES •

- El problema que se plantea para la determinación del vector *aceleración* es el de restar dos vectores *velocidad*. Pero, ¿cómo se halla la diferencia de dos magnitudes vectoriales?, ¿cómo se restan?

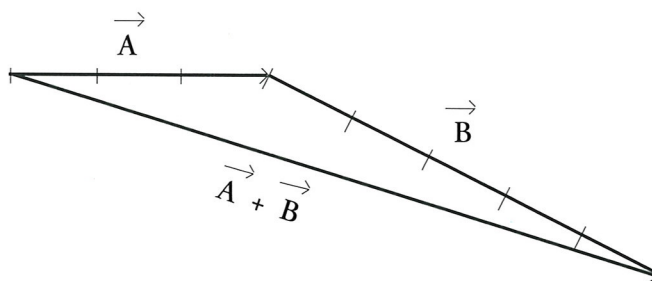
- Saber restar implica, previamente, saber sumar, por lo que *comenzaremos primero planteándonos cómo sumar vectores*.



A.1' Imaginemos que el vector **A** [ver figura] representa un desplazamiento de 3 m en la dirección y sentido de la flecha dibujada; y que el vector **B** representa un desplazamiento de 5 m en la dirección y sentido de la flecha dibujada. El desplazamiento «suma de  $A + B$ » ha de ser un solo desplazamiento que equivalga a haber realizado el **A** y el **B**. Hallad cuál será el desplazamiento « $A + B$ ».

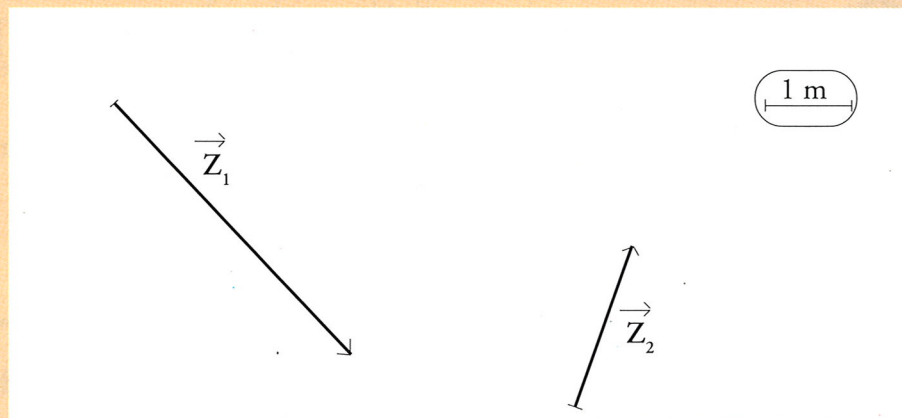


- De un modo general, para sumar gráficamente dos magnitudes vectoriales se traslada el origen de uno de los vectores (sin girarlo, pues variaría) al extremo del otro, y el vector suma es el vector que va desde el origen del primero al extremo del último.





A.2' Dibujad el vector suma de los vectores  $Z_1$  y  $Z_2$  dibujados, y determinad su módulo.



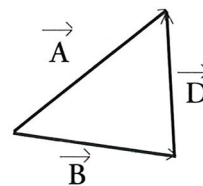
• Sabiendo sumar magnitudes vectoriales, ya se sabe restar. Así el vector « $A - B$ », ha de ser un vector,  $D$ , que, sumado al  $B$ , dé como resultado el  $A$ . Es decir,  $A - B = D$ , siempre que  $B + D = A$ .

Como, gráficamente, el vector  $B + D$  es el vector que tiene su origen en el origen de  $B$  y su extremo en el extremo de  $D$ , y dicho vector debe ser igual a  $A$ , una disposición útil para hallar  $D$  consiste en colocar  $A$  y  $B$  con el origen en común (por supuesto, sin girarlos, pues ya no serían ni  $A$  ni  $B$ ), como indica la figura.

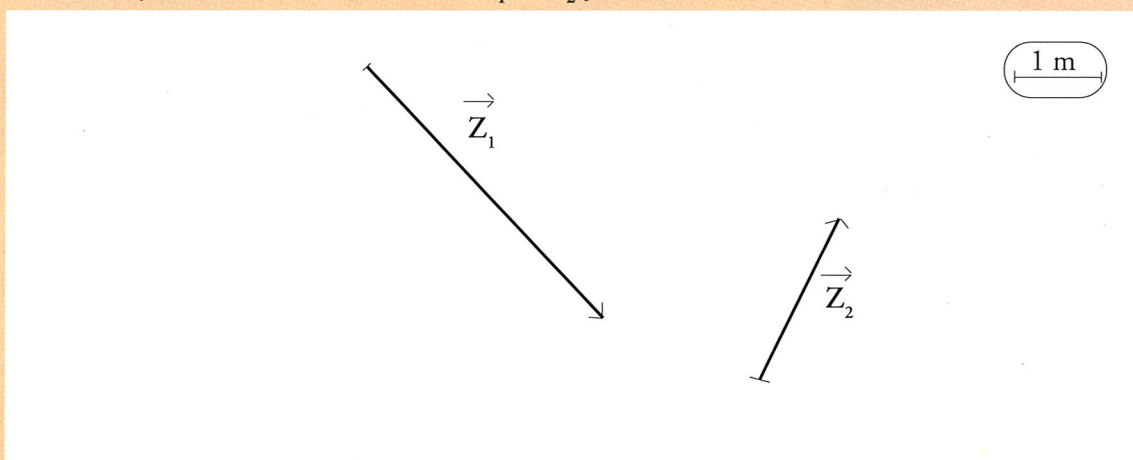
Enseguida se intuye que  $D$  debe ser el vector que va desde el extremo de  $B$  al extremo de  $A$ , pues  $B + D = A$ .

• Este procedimiento gráfico es general: para hallar gráficamente la diferencia o resta de dos vectores,  $A - B$ , se colocan con un origen común, y el vector resta es el vector que va del extremo del sustraendo,  $B$ , al extremo del minuendo,  $A$ .

\* Esto, con números, equivale a decir que restar dos números (p. ej.,  $5 - 3$ ) es encontrar otro número que, sumado al 3, dé 5. Es decir:  $5 - 3 = 2$ ; porque  $3 + 2 = 5$ . Pues ahora hay que hacer lo mismo con la suma vectorial.



A.3' Dibujad el vector diferencia  $Z_1 - Z_2$  y determinad su módulo.





**P.1** Es corriente oír, en lenguaje coloquial, frases como ésta: «Ganó la última etapa del Tour porque fue todo el recorrido muy acelerado».

Analizad la expresión a la luz de los conocimientos construidos en este tema.

**P.2** Las distintas posiciones de un móvil a lo largo de una trayectoria son las que indican las  $x$  señaladas cada segundo:



- Señalad los tramos en que existe aceleración.
- Señalad los tramos de mayor rapidez.

**P.3** «Siempre que un móvil frena, su aceleración es negativa».  
¿Estáis de acuerdo con esta afirmación?

**P.4** Si se lanza un cuerpo verticalmente hacia arriba desde el suelo, el valor de la aceleración de la gravedad para el movimiento de subida en las siguientes ecuaciones,  $e = f(t)$ , y  $v = f(t)$ , deberá ponerse como:

- $9,8 \text{ m/s}^2$ ;
- $-9,8 \text{ m/s}^2$ .

Justificad las respuestas.

**P.5** Cuando lanzamos un objeto verticalmente hacia arriba, llega un momento en que se para y vuelve a caer. Algunas personas interpretan este hecho diciendo que en el punto más alto la aceleración es nula ya que la rapidez también lo es.

Comentad si estáis de acuerdo con esta interpretación.

**P.6** Una persona sale de su casa en dirección al quiosco de prensa, compra el diario y regresa por el mismo camino.

Dibujad cualitativamente la gráfica  $e = f(t)$ .

**P.7** Un móvil a  $3 \text{ m/s}$  describe un movimiento uniforme.

Justificad la ecuación de su posición:

- $e = 3t$ ;
- $e = 5 + 3t$ ;
- $e = 20 - 3t$ .

**P.8** Un cuerpo describe una trayectoria circular con rapidez constante.

¿Es en este caso la aceleración nula?

# SOLUCIONES

## TEMA 2 ¿CÓMO CARACTERIZAR EL MOVIMIENTO DE CUALQUIER OBJETO? ¿CÓMO DISTINGUIR UN MOVIMIENTO DE OTROS? (CINEMÁTICA.)

E.1 Las posiciones del objeto dependerán de cómo se establezca el S.R.

E.2 a)  $\Delta e = 8$  m.

b)  $\Delta e = -3$  m. (El signo de  $\Delta e$  nos indica el sentido en el que se ha realizado el cambio de posición respecto del convenio tomado en el S.R.).

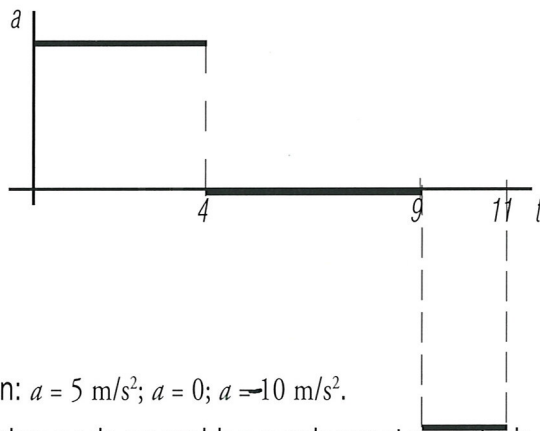
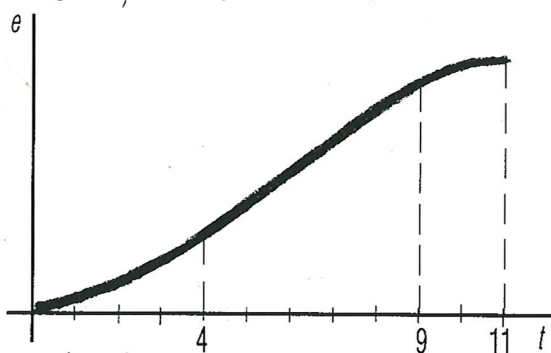
c)  $v_m = 8$  m/s;  $v_m = 1,5$  m/s;  $v_m = 1,67$  m/s. (Una rapidez media de, por ejemplo, 8 m/s nos indica que, si el móvil siempre fuera igual de rápido cambiaría de posición 8 m cada segundo en el sentido positivo del S.R.)

E.3 De forma cualitativa podemos describir este movimiento mediante las siguientes sucesivas posiciones de tiempo, marcadas a intervalos iguales:



E.4 a) Durante el primer tramo (de 0 a 4 s) el móvil aumenta la rapidez de forma regular desde el reposo hasta 20 m/s. Se trata, por tanto, de un M.U.A. Durante el segundo tramo (de 4 a 9 s) el móvil mantiene la rapidez alcanzada en el tramo anterior, por lo que se trata de un M.U. Durante el tercer tramo (de 9 a 11 s) el móvil disminuye su rapidez de forma regular desde 20 m/s hasta el reposo. Se trata, por tanto, de un M.U.A.

b) Las gráficas  $e-t$  y  $a-t$ , dibujadas de forma cualitativa, tendrán la forma:

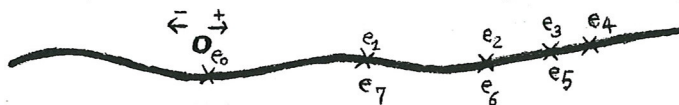


c) Las aceleraciones en cada uno de los tramos serán:  $a = 5$  m/s<sup>2</sup>;  $a = 0$ ;  $a = -10$  m/s<sup>2</sup>.

E.5 a) El móvil se desliza hacia el sentido + del S.R. disminuyendo su rapidez regularmente; es decir, con una aceleración constante de  $-5$  m/s<sup>2</sup>. En  $t = 4$  s, la rapidez es cero, y, a continuación, al ser negativa, el móvil cambia de sentido aumentando el valor absoluto de la rapidez, con la misma aceleración.

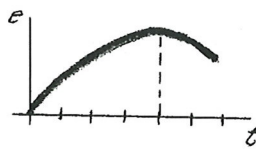
b) Para  $t = 3$  s,  $v = 5$  m/s; y para  $t = 6$  s,  $v = -10$  m/s.

c) Una estimación de las posiciones sucesivas a intervalos iguales de tiempo sería:

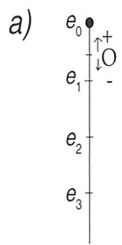




d) Suponiendo  $e_0 = 0$  para  $t = 0$ , la gráfica  $e-t$  sería

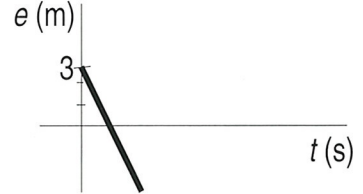
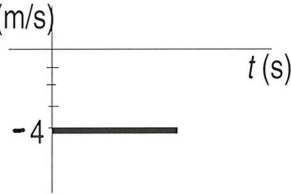


E.6



b)  $e = -4t + 3$   
 $v = -4$

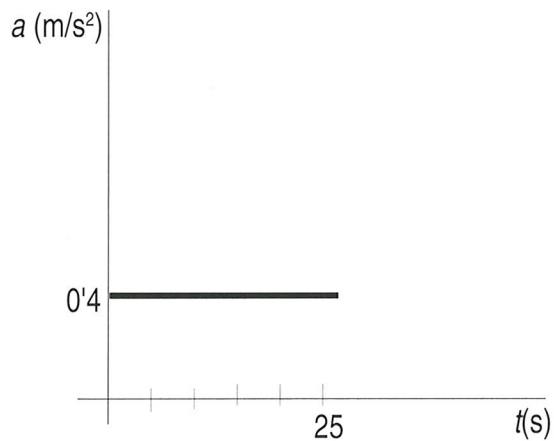
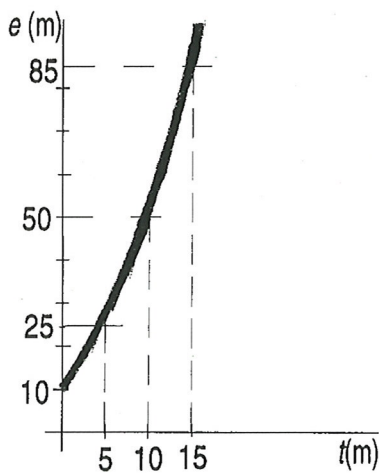
c)



E.7

a)  $v = 0.4 \cdot t + 2$ ;  $e = 0.2 t^2 + 2t + 10$

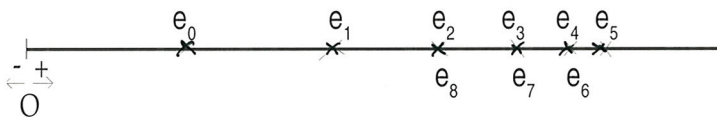
b)



c) Para  $t = 5$  s,  $e = 25$  m.

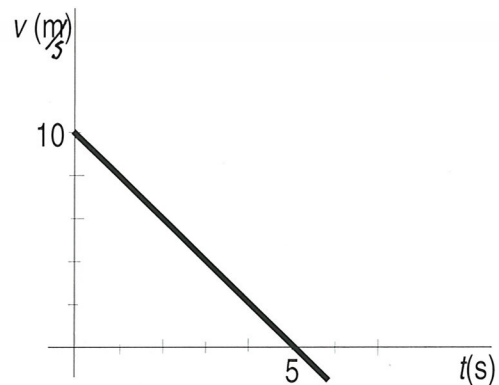
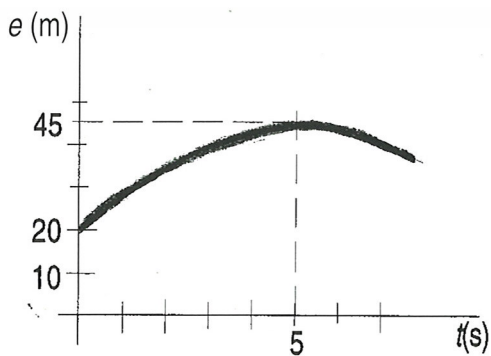
E.8

a)



b)  $e = -t^2 + 10t + 20$ ;  $v = -2t + 10$

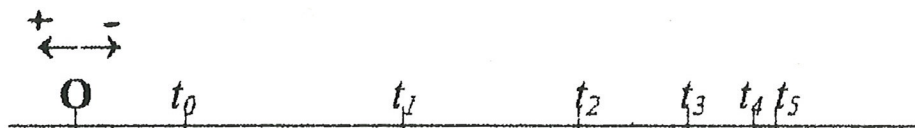
c) Las gráficas  $e-t$  y  $v-t$  serán:



E.9 Distancia: 550 m.

E.10 A.  $37.1 \text{ m/s}$

- P.1** En este caso, como ocurre con otros conceptos de Física y Química, el lenguaje coloquial utiliza términos de sentido ambiguo como sinónimos de otros que, para la ciencia, no lo son. Así, la expresión «ir acelerado» debe entenderse científicamente como «llevar una rapidez media-alta», aclarando, además, que el concepto de *rapidez* no debe confundirse con el de *aceleración*. A la vista de cómo hemos construido este concepto, la aceleración sobre la trayectoria está relacionada con la variación de rapidez y no con el mayor o menor valor de ésta.
- P.2** Como acabamos de comentar, a menudo se confunden *rapidez* con *aceleración sobre la trayectoria*. Así, puesto que la posición es indicada de segundo en segundo, se aprecia claramente que, en los tramos centrales de la trayectoria representada, el cambio de posición (o desplazamiento) es el mismo cada segundo y de mayor valor que en los tramos iniciales o finales; por tanto, en estos tramos tendremos una rapidez constante y de un valor elevado, y, consecuentemente, una aceleración nula. En cambio, en los primeros y últimos tramos, a intervalos iguales de tiempo observamos desplazamientos diferentes (cada vez mayores al principio), lo cual nos da idea de que la rapidez varía, de que hay aceleración.
- P.3** Existe tendencia a considerar la aceleración como negativa cuando un móvil disminuye su rapidez; y positiva, en caso contrario, cuando la aumenta. Ello, sin considerar en absoluto el convenio de signos escogido en el S.R. Conviene, por tanto, dejar claro que el signo de la aceleración depende del convenio de signos elegido en el S.R. y que, por sí solo, este signo no suministra información alguna sobre si el móvil frena o no. A manera de ejemplo, en la figura se representa un móvil que se encuentra en la zona donde la posición es negativa y que se desplaza alejándose del origen y frenando:

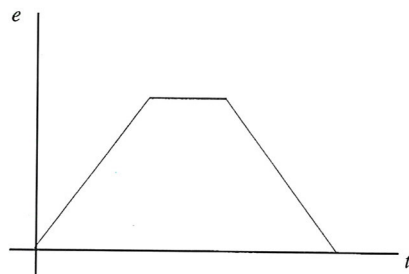


Podemos deducir, en este caso, que en todo momento el desplazamiento es negativo y que, por tanto, también lo es el valor de la rapidez. No obstante, su valor absoluto toma valores cada vez más bajos (puede pasar de  $-8$  m/s a  $-5$  m/s), lo que supone que el valor de la aceleración media calculada a partir de la variación del valor de la rapidez [ $\Delta v = -5 - (-8) = 3$  m/s] resulta un número positivo. Por tanto, el móvil, que está frenando, tiene rapidez negativa y aceleración positiva.

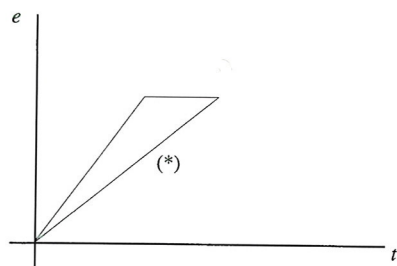
- P.4** Del mismo modo que en la actividad anterior, la respuesta a esta cuestión pasa por considerar el S.R. escogido y, con él, el convenio de signos. Si se considera el origen en el suelo, y las posiciones positivas hacia arriba, durante la subida la rapidez tomará valores positivos y cada vez menores; mientras que, durante la bajada, los valores serán negativos y cada vez mayores en valor absoluto. La aceleración sobre la trayectoria, en ambos casos, tomará valores negativos. Y la aceleración tomará valor positivo cuando consideremos de manera diferente el convenio de signos. Aún más: el S.R. y el convenio de signos pueden ser los mismos para el movimiento de subida que para el de bajada, y, por tanto, no cabe modificar las ecuaciones del movimiento.
- P.5** Es posible que penséis que, cuando en un instante la rapidez de un móvil es nula, también ha de ser nula la aceleración. Pero si consideramos cómo ha sido introducido el concepto de aceleración, hay que rechazar esa idea ya que únicamente hay aceleración sobre la trayectoria cuando cambia la rapidez. Otra cosa es lo que haya pasado en un intervalo de tiempo anterior o posterior a ese instante, donde sí hay variación de la rapidez ( $\Delta v$ ) y, por tanto, una aceleración. ¡Lo cual siempre ocurre, por muy pequeño que sea el intervalo de tiempo considerado! Es más, si suponemos que el móvil no tiene aceleración en el punto en que la rapidez es cero, un movimiento tan familiar como éste, regulado por

la aceleración de la gravedad durante la subida y la bajada, contendría un punto de naturaleza especial que, de forma inexplicable, escaparía a la acción de la gravedad.

- P.6** El dibujo cualitativo de gráficas es uno de los objetivos fundamentales de este capítulo y hay que familiarizarse con esta técnica. Sabemos que, para analizar un movimiento cualquiera, hemos de explicitar un S.R. y precisar las condiciones en que se hace. En este caso, la manera más sencilla es suponer el origen de tiempos y de posiciones a la salida de la casa, y que la persona marcha con rapidez constante hasta el quiosco, donde permanece un cierto tiempo, regresando a continuación con la misma rapidez por la misma trayectoria utilizada en su ida. Por tanto, una gráfica  $e = f(t)$  aceptable podría ser:



Sin embargo, es frecuente encontrar respuestas como ésta:



Hay que resaltar que, según esta última gráfica, en el tramo señalado con asterisco (\*) el tiempo iría en sentido contrario, lo que no es posible: el tiempo siempre avanza inexorablemente. En la gráfica correcta, durante el tramo correspondiente al regreso, la posición disminuye conforme avanza el tiempo: éste es su significado.

- P.7** Ya hemos visto que podemos escribir la ecuación de la posición para un movimiento uniforme como  $e = v(t - t_0) + e_0$ , donde  $v$  representa la rapidez y  $e_0$  la posición del móvil en el instante  $t_0$ . Los valores  $e_0$ ,  $t_0$  y  $v$  (en este caso sólo el signo) dependen del S.R. escogido y, por tanto, la ecuación de la posición será una u otra en función de esto.

En el caso *a*) estamos suponiendo un S.R. en el que, cuando  $t = 0$ ,  $e = 0$ , y el móvil se desplaza según el sentido positivo del convenio de signos elegido, o sea, con  $v = 3$  m/s.

En el caso *b*) estamos suponiendo que el S.R. es aquel en el que, cuando  $t = 0$ ,  $e = 5$  m, y se mueve hacia valores positivos de la posición.

En el *c*) estamos suponiendo que cuando  $t = 0$ ,  $e = 20$  m, y se mueve a 3 m/s en el sentido de las posiciones negativas.

- P.8** Al principio de este tema hemos introducido unas magnitudes que se definían considerando conocida la trayectoria; y, en este caso, que la aceleración sobre la trayectoria es cero. Sin embargo, el estudio del movimiento se realiza, de manera más general, definiendo magnitudes independientes de la trayectoria, lo que se llama *magnitudes vectoriales*. Desde este punto de vista, decir que el movimiento es de rapidez constante supone decir que el módulo del vector *velocidad*,  $|v|$ , es constante; y como el vector *velocidad*,  $v$ , cambia en cada momento de dirección, hemos de suponer la existencia de un vector *aceleración*,  $a$ , que es perpendicular, en cualquier momento, al vector *velocidad*,  $v$ .

¿QUÉ ES LO QUE HACE QUE UN MOVIMIENTO SEA DE UN TIPO U OTRO? ¿CÓMO CONSEGUIR QUE CUALQUIER OBJETO REALICE UN MOVIMIENTO DESEADO? (*DINÁMICA*)

Joaquín Martínez Torregrosa



- El problema que nos habíamos planteado, al principio del curso, era el de si es posible encontrar una explicación universal a los movimientos de todas las cosas.

- Un paso muy importante, el que hemos dado hasta aquí, ha sido conseguir caracterizar cualquier movimiento y diferenciar unos de otros utilizando solamente dos magnitudes,  $v$  y  $a$ , que no se refieren en absoluto a la naturaleza del objeto que se mueve. Esto nos ha permitido clasificar los movimientos del siguiente modo: