

MECANISMOS DE TRANSFERENCIA DE CALOR.

1. CALOR Y TEMPERATURA.

Calor y temperatura son conceptos que en el lenguaje cotidiano se confunden, pero son diferentes. Por ejemplo la frase “uuuufff, que hace calor” es una expresión común para referirnos al concepto de temperatura, a pesar de que mencionamos la palabra calor.

La temperatura es una magnitud física que se refiere a la sensación de frío o caliente al tocar alguna sustancia. En cambio el calor es una transferencia de energía de una parte a otra de un cuerpo, o entre diferentes cuerpos, producida por una diferencia de temperatura. El calor es energía en tránsito; siempre fluye de una zona de mayor temperatura a otra de menor temperatura, con lo que eleva la temperatura de la zona mas fría y reduce la de la zona más cálida, siempre que el volumen de los cuerpos se mantenga constante. La energía no fluye desde un objeto de temperatura baja a otro de temperatura alta si no se realiza trabajo. La materia esta formada por átomos o moléculas que están en constante movimiento, por lo tanto tienen energía de posición o potencial y energía de movimiento o cinética. Los continuos choques entre los átomos o moléculas transforman parte de la energía cinética en calor, cambiando la temperatura del cuerpo.

Calor.

El calor se define como la energía cinética total de todos los átomos o moléculas de una sustancia.

Temperatura.

La temperatura es una medida de la energía cinética promedio de los átomos y moléculas individuales de una sustancia. Cuando se agrega calor a una sustancia, sus átomos o moléculas se mueven más rápido y su temperatura se eleva, o viceversa.

Cuando dos cuerpos que tienen distintas temperaturas se ponen en contacto entre sí, se produce una ***transferencia de calor*** desde el cuerpo de mayor temperatura al de menor temperatura. La transferencia de calor se puede realizar por tres mecanismos físicos: conducción, convección y radiación, que

se ilustran en la figura 1.

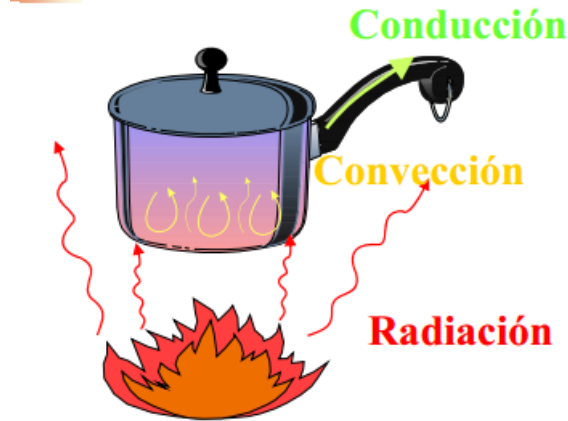


Figura 1 Esquema de los mecanismos de transferencia de calor.

2. CONDUCCION DE CALOR.

La conducción es el mecanismo de transferencia de calor en escala atómica a través de la materia por actividad molecular, por el choque de unas moléculas con otras, donde las partículas más energéticas le entregan energía a las menos energéticas, produciéndose un flujo de calor desde las temperaturas más altas a las más bajas. Los mejores conductores de calor son los metales. El aire es un mal conductor del calor. Los objetos malos conductores como el aire o plásticos se llaman aislantes.

La conducción de calor sólo ocurre si hay diferencias de temperatura entre dos partes del medio conductor. Para un volumen de espesor Δx , con área de sección transversal A y cuyas caras opuestas se encuentran a diferentes T_1 y T_2 , con $T_2 > T_1$, como se muestra en la figura 2, se encuentra que el calor ΔQ transferido en un tiempo Δt fluye del extremo caliente al frío. Si se llama H (en Watts) al calor transferido por unidad de tiempo, la rapidez de transferencia de calor $H = \Delta Q/\Delta t$, está dada por la **ley de la conducción de calor de Fourier**.

$$H = \frac{dQ}{dt} = -kA \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

donde k (en W/mK) se llama **conductividad térmica** del material, magnitud que representa la capacidad con la cual la sustancia conduce calor y produce la consiguiente variación de temperatura; y dT/dx es el gradiente de temperatura. El signo menos indica que la conducción de calor es en la dirección decreciente de la temperatura. En la tabla 1 se listan valores de conductividades térmicas para algunos materiales, los altos valores de conductividad de los metales indican que son los mejores conductores del calor.

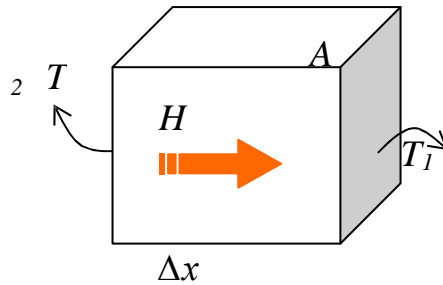


Figura 2

Tabla 1 Algunos valores de conductividades térmicas.

Metales, a 25°C		Gases, a 20°C		Otros materiales	
Sustancia	k (W/mK)	Sustancia	k (W/mK)	Sustancia	k (W/mK)
Aluminio	238	Aire	0.0234	Asbesto	0.08
Cobre	397	Helio	0.138	Concreto	0.8
Oro	314	Hidrógeno	0.172	Diamante	2300
Hierro	79.5	Nitrógeno	0.0234	Vidrio	0.84
Plomo	34.7	Oxígeno	0.0238	Hule	0.2
Plata	427			Madera	0.08 a 0.16
Latón	110			Corcho,	0.42
				Tejido humano	0.2
				Agua	0.56
				Hielo	2

Si un material en forma de barra uniforme de largo L , protegida en todo su largo por un material aislante, como se muestra en la figura 3, cuyos extremos de área A están en contacto térmico con fuentes de calor a temperaturas T_2 y $T_1 > T_2$, cuando se alcanza el estado de equilibrio térmico, la temperatura a lo largo de la barra es constante. En ese caso el gradiente de temperatura es el mismo en cualquier lugar a lo largo de la barra, y la ley de conducción de calor de Fourier se puede escribir en la forma:

Mecanismos de transferencia de calor

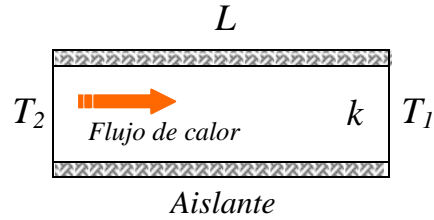


Figura 3

$$H = kA \frac{(T_2 - T_1)}{L} \quad (2)$$

Ejemplo 1. Dos placas de espesores L_1 y L_2 y conductividades térmicas k_1 y k_2 están en contacto térmico, como en la figura 4. Las temperaturas de las superficies exteriores son T_1 y T_2 , con $T_2 > T_1$. Calcular la temperatura en la interfase y la rapidez de transferencia de calor a través de las placas cuando se ha alcanzado el estado estacionario.

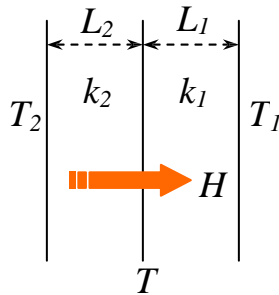


Figura 4 Ejemplo 1

Solución: si T es la temperatura en la interfase, entonces la rapidez de transferencia de calor en cada placa es:

$$H_1 = k_1 A \frac{(T - T_1)}{L_1} \quad \text{y} \quad H_2 = k_2 A \frac{(T_2 - T)}{L_2}$$

Cuando se alcanza el estado estacionario, estos dos valores son iguales:

$$H_1 = H_2 \Rightarrow k_1 A \frac{(T - T_1)}{L_1} = k_2 A \frac{(T_2 - T)}{L_2}$$

Despejando la temperatura T :

$$T = \frac{k_1 T_1 L_2 + k_2 T_2 L_1}{k_1 L_2 + k_2 L_1}$$

Y la transferencia de calor H_1 o H_2 es:

$$H_1 = \frac{A(T_2 - T_1)}{L_1/k_1 + L_2/k_2}$$

Ejemplo 2 Una barra de oro está en contacto térmico con una barra de plata, una a continuación de la otra, ambas de la misma longitud y área transversal (figura 5). Un extremo de la barra compuesta se mantiene a $T_1 = 80^\circ \text{C}$ y el extremo opuesto a $T_2 = 30^\circ \text{C}$. Calcular la temperatura de la unión cuando el flujo de calor alcanza el estado estacionario.

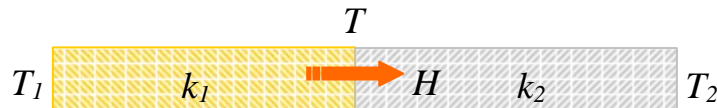


Figura 5. Ejemplo 2

Solución: similar al ejemplo anterior, con $L_1 = L_2 = L$:

$$H_{oro} = k_1 A \frac{(T_1 - T)}{L} \quad \text{y} \quad H_{plata} = k_2 A \frac{(T - T_2)}{L}$$

Cuando se alcanza el estado estacionario, estos dos valores son iguales:

Mecanismos de transferencia de calor

$$H_{oro} = H_{plata} \Rightarrow k_1 A \frac{(T_1 - T)}{L} = k_2 A \frac{(T - T_2)}{L}$$
$$k_1(T_1 - T) = k_2(T - T_2)$$

Despejando la temperatura T , con k_1 del oro y k_2 de la plata, valores obtenidos de la tabla 1:

$$T = \frac{k_1 T_1 + k_2 T_2}{k_1 + k_2} = \frac{314 \times 353 + 427 \times 303}{314 + 427} = 324.2 K = 51.2^\circ C$$

3. *CONVECCION.*

La convección es el mecanismo de transferencia de calor por movimiento de masa o circulación dentro de la sustancia. Puede ser natural producida solo por las diferencias de densidades de la materia; o forzada, cuando la materia es obligada a moverse de un lugar a otro, por ejemplo el aire con un ventilador o el agua con una bomba. Sólo se produce en líquidos y gases donde los átomos y moléculas son libres de moverse en el medio.

En la naturaleza, la mayor parte del calor ganado por la atmósfera por conducción y radiación cerca de la superficie, es transportado a otras capas o niveles de la atmósfera por convección.

Un modelo de transferencia de calor H por convección, llamado *ley de enfriamiento de Newton*, es el siguiente:

$$H = h A (T_A - T) \tag{3}$$

donde h se llama coeficiente de convección, en $W/(m^2K)$, A es la superficie que entrega calor con una temperatura T_A al fluido adyacente, que se encuentra a una temperatura T , como se muestra en el esquema de la figura 6. La tabla 2 lista algunos valores aproximados de coeficiente de convección h .

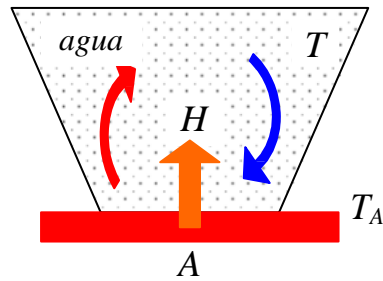


Figura 6. Proceso de convección.

El flujo de calor por convección es positivo ($H > 0$) si el calor se transfiere desde la superficie de área A al fluido ($T_A > T$) y negativo si el calor se transfiere desde el fluido hacia la superficie ($T_A < T$).

Tabla 2. Valores típicos de coeficiente de convección.

Proceso	h (W/m^2K)
Convección libre	
Gases	2 - 25
Líquidos	50 - 1000
Convección forzada	
Gases	25 - 250
Líquidos	50 - 20000

Ejemplo 3. El vidrio de una ventana se encuentra a $10^\circ C$ y su área es $1.2 m^2$. Si la temperatura del aire exterior es $0^\circ C$, calcular la energía que se pierde por convección cada segundo. Considerar $h = 4 W/(m^2K)$.

Solución: Los datos son: $T_A = 10^\circ C = 283K$, $T = 0^\circ C = 273K$, $A = 1.2 m^2$. Usando la ley de enfriamiento de Newton:

$$H = h A (T_A - T)$$

$$H = 4 \frac{W}{m^2K} \times 1.2m^2 (283 - 273)K = 48W$$

4. RADIACION

La radiación térmica es energía emitida por la materia que se encuentra a una temperatura dada, se produce directamente desde la fuente hacia afuera en todas las direcciones. Esta energía es producida por los cambios en las configuraciones electrónicas de los átomos o moléculas constitutivos y transportada por ondas electromagnéticas o fotones, por lo recibe el nombre de **radiación electromagnética**. La masa en reposo de un fotón (que significa luz) es idénticamente nula. Por lo tanto, atendiendo a relatividad especial, un fotón viaja a la velocidad de la luz y no se puede mantener en reposo. (La trayectoria descrita por un fotón se llama rayo). La radiación electromagnética es una combinación de campos eléctricos y magnéticos oscilantes y perpendiculares entre sí, que se propagan a través del espacio transportando energía de un lugar a otro.

A diferencia de la conducción y la convección, o de otros tipos de onda, como el sonido, que necesitan un medio material para propagarse, la radiación electromagnética es independiente de la materia para su propagación, de hecho, la transferencia de energía por radiación es más efectiva en el vacío. Sin embargo, la velocidad, intensidad y dirección de su flujo de energía se ven influidos por la presencia de materia. Así, estas ondas pueden atravesar el espacio interplanetario e interestelar y llegar a la Tierra desde el Sol y las estrellas. La longitud de onda (λ) y la frecuencia (ν) de las ondas electromagnéticas, relacionadas mediante la expresión $\lambda\nu = c$, son importantes para determinar su energía, su visibilidad, su poder de penetración y otras características. Independientemente de su frecuencia y longitud de onda, todas las ondas electromagnéticas se desplazan en el vacío con una rapidez constante $c = 299792$ km/s, llamada velocidad de la luz.

Los fotones son emitidos o absorbidos por la materia. La longitud de onda de la radiación está relacionada con la energía de los fotones, por una ecuación desarrollada por Planck:

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (4)$$

donde h se llama constante de Planck, su valor es $h = 6,63 \times 10^{-34}$ Js.

4.1 Espectro de radiación.

Atendiendo a su longitud de onda, la radiación electromagnética recibe diferentes nombres, y varía desde los energéticos rayos gamma, con una longitud de onda muy corta del orden de picómetros (frecuencias muy altas) hasta las ondas de radio con longitudes de onda muy largas del orden de kilómetros (frecuencias muy bajas), pasando por la luz visible, cuya longitud de onda está en el rango de las décimas de micrómetro. El rango completo de longitudes de onda es lo que se denomina el espectro electromagnético, que se muestra en la figura 7. Esta variación es porque las fuentes que producen las ondas son completamente diferentes. El espectro electromagnético no tiene definidos límites superior ni inferior.

La **luz**, llamada también **luz visible** o **luz blanca**, es uno de los componentes del espectro electromagnético, y se define como aquella parte del espectro de radiación que puede percibir la sensibilidad del ojo humano. La luz visible es un minúsculo intervalo que va desde la longitud de onda correspondiente al color violeta (aproximadamente 400 nm) hasta la longitud de onda correspondiente al color rojo (aproximadamente 700 nm).

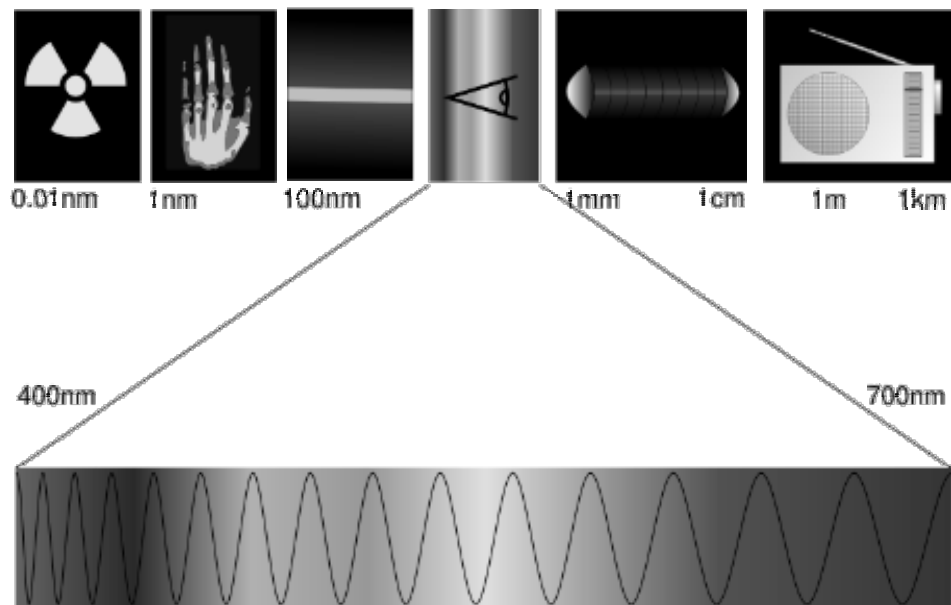


Figura 7. Espectro electromagnético y región visible (inferior).

Mecanismos de transferencia de calor

Por orden creciente de longitudes de onda (o decreciente de frecuencias), el espectro electromagnético está compuesto por rayos gamma, rayos X duros y blandos, radiación ultravioleta, luz visible, rayos infrarrojos, microondas y ondas de radio. Los rayos gamma y los rayos X duros tienen una longitud de onda de entre 5×10^{-6} y 5×10^{-4} micrómetros (un micrómetro, símbolo μm , es una millonésima de metro). Los rayos X blandos se superponen con la radiación ultravioleta en longitudes de onda próximas a los 5×10^{-2} μm . La región ultravioleta, a su vez, da paso a la luz visible, que va aproximadamente desde 0.4 hasta 0.8 μm . Los rayos infrarrojos se mezclan con las frecuencias de microondas, entre los 100 y 400 μm . Desde esta longitud de onda hasta unos 15.000 m, el espectro está ocupado por las diferentes ondas de radio; más allá de la zona de radio, el espectro entra en las bajas frecuencias, cuyas longitudes de onda llegan a medirse en decenas de miles de kilómetros. La tabla 3 muestra el espectro electromagnético, con sus longitudes de onda, frecuencias y energías del fotón.

Tabla 3. Espectro electromagnético.

	Longitud de onda	Frecuencia	Energía (J)
Rayos gamma	< 10 pm	>30.0 EHz	>19.9 x10 ⁻¹⁵
Rayos X	< 10 nm	>30.0 PHz	>19.9 x10 ⁻¹⁸
Ultravioleta Extremo	< 200 nm	>1.5 PHz	>993 x10 ⁻²¹
Ultravioleta Cercano	< 380 nm	>789 THz	>523 x10 ⁻²¹
Luz Visible	< 780 nm	>384 THz	>255 x10 ⁻²¹
Infrarrojo Cercano	< 2.5 μm	>120 THz	>79.5 x10 ⁻²¹
Infrarrojo Medio	< 50 μm	>6.00 THz	>3.98 x10 ⁻²¹
Infrarrojo Lejano	< 1 mm	>300 GHz	>199 x10 ⁻²⁴
Microondas	< 30 cm	>1.0 GHz	>1.99 x10 ⁻²⁴
Ultra Alta Frecuencia Radio	< 1 m	>300 MHz	>1.99 x10 ⁻²⁵
Muy Alta Frecuencia Radio	< 10 m	>30 MHz	>2.05 x10 ⁻²⁶
Onda Corta Radio	< 180 m	>1.7 MHz	>1.13 x10 ⁻²⁷
Onda Media (AM) Radio	< 650 m	>650 kHz	>4.31 x10 ⁻²⁸
Onda Larga Radio	< 10 km	>30 kHz	>1.98 x10 ⁻²⁹
Muy Baja Frecuencia Radio	> 10 km	<30 kHz	<1.99 x10 ⁻²⁹

La radiación del Sol es emitida en todas las longitudes de onda, pero tiene un máximo en la región de luz visible. La luz visible está compuesta por varios colores, que cuando se mezclan forman la luz blanca. Cada uno de los colores tiene una longitud de onda específica, con límites entre 0.4 y 0.7 μm . Considerando desde las longitudes de onda más cortas a las más largas, los diferentes colores tienen los valores centrales de longitudes de onda que se indican en la tabla 4. Estos colores están dentro de un rango de longitudes de onda, por ejemplo el violeta está en el rango entre 0.4 y 0.45 μm . Son los colores que forman el arcoiris. En sus extremos se tienen el ultravioleta y el infrarrojo. La mayor cantidad de energía radiante del Sol se concentra en el rango de longitudes de onda del visible y visible cercano del espectro, con las siguientes proporciones: luz visible 43%, infrarrojo cercano 49%, ultravioleta 7%, y el 1% restante en otros rangos.

Tabla 4 Colores del espectro visible y sus extremos.

Color	λ (μm)
Ultravioleta	< 0.35
Violeta	0.4
Azul	0.45
Verde	0.5
Amarillo	0.55
Naranja	0.6
Rojo	0.7
Infrarrojo	> 0.75

4.2. Penetración de la radiación electromagnética.

Cuando la frecuencia es inferior a la frecuencia de la radiación ultravioleta, los fotones no tienen suficiente energía para romper enlaces atómicos. Se dice entonces que la radiación es radiación no ionizante. A partir de los rayos ultravioleta, vienen los Rayos X y los Rayos gamma, muy energéticos y capaces de romper moléculas, dicha radiación se denomina radiación ionizante.

La radiación electromagnética reacciona de manera desigual en función de su frecuencia y del material con el que entra en contacto. El nivel de penetración de la radiación electromagnética es inversamente proporcional a su frecuencia. Cuando la radiación electromagnética es de baja frecuencia, atraviesa limpia-

mente las barreras a su paso. Cuando la radiación electromagnética es de alta frecuencia reacciona más con los materiales que tiene a su paso. En función de la frecuencia, las ondas electromagnéticas pueden no atravesar medios conductores. Esta es la razón por la cual las transmisiones de radio no funcionan bajo el mar y los teléfonos móviles se queden sin cobertura dentro de una caja de metal. Sin embargo, como la energía ni se crea ni se destruye, sino que se transforma, cuando una onda electromagnética choca con un conductor pueden suceder dos cosas. La primera es que se transformen en calor: este efecto tiene aplicación en los hornos de microondas. La segunda es que se reflejen en la superficie del conductor (como en un espejo).

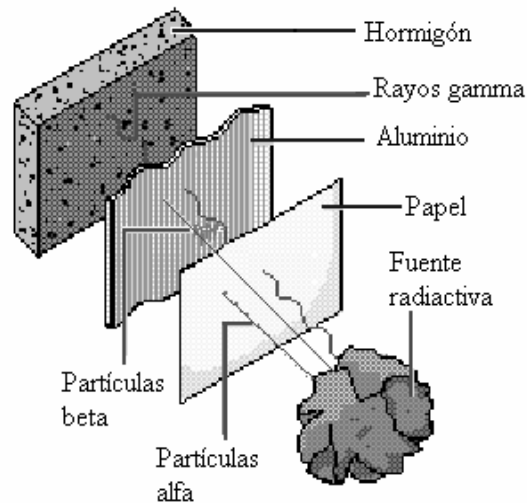


Figura 8. Poder de penetración de la radiación.

La radiación de partículas también puede ser ionizante si tiene suficiente energía. Algunos ejemplos de radiación de partículas son los rayos cósmicos, los rayos alfa o los rayos beta. Los **rayos cósmicos** son chorros de núcleos cargados positivamente, en su mayoría núcleos de hidrógeno (protones). Los rayos cósmicos también pueden estar formados por electrones, rayos gamma, piones y muones. Los **rayos alfa** son chorros de núcleos de helio positivamente cargados, generalmente procedentes de materiales radiactivos. Los **rayos beta** son corrientes de electrones, también procedentes de fuentes radiactivas. La radiación ionizante tiene propiedades penetrantes, importantes en el estudio y utilización de materiales radiactivos. Los rayos alfa de origen natural son frenados por un par de hojas de papel o unos guantes de goma. Los rayos beta son detenidos por unos pocos centímetros de madera. Los rayos gamma y los

rayos X, según sus energías, exigen un blindaje grueso de material pesado como hierro, plomo u hormigón, como se muestra en la figura 8. También existe la radiación mecánica, que corresponde a ondas que sólo se transmiten a través de la materia, como las ondas de sonido.

4.3 Leyes de radiación.

Ley de Stefan.

Todos los objetos emiten energía radiante, cualquiera sea su temperatura, por ejemplo el Sol, la Tierra, la atmósfera, los Polos, las personas, etc. La energía radiada por el Sol a diario afecta nuestra existencia en diferentes formas. Esta influye en la temperatura promedio de la tierra, las corrientes oceánicas, la agricultura, el comportamiento de la lluvia, etc.

Considerar la transferencia de radiación por una superficie de área A , que se encuentra a una temperatura T . La radiación que emite la superficie, se produce a partir de la energía térmica de la materia limitada por la superficie. La rapidez a la cual se libera energía se llama potencia de radiación H , su valor es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta. Esto se conoce como la **ley de Stefan** (Joseph Stefan, austriaco, 1835-1893), que se escribe como:

$$H = \varepsilon\sigma AT^4 \quad (5)$$

donde $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$ se llama constante de **Stefan-Boltzmann** (Ludwing Boltzmann, austriaco, 1844-1906) y ε es una propiedad radiativa de la superficie llamada emisividad, sus valores varían en el rango $0 < \varepsilon < 1$, es una medida de la eficiencia con que la superficie emite energía radiante, depende del material.

Un cuerpo emite energía radiante con una rapidez dada por la ecuación 5, pero al mismo tiempo absorbe radiación; si esto no ocurriera, el cuerpo en algún momento irradiaría toda su energía y su temperatura llegaría al cero absoluto. La energía que un cuerpo absorbe proviene de sus alrededores, los cuales también emiten energía radiante. Si un cuerpo se encuentra a temperatura T y

el ambiente a una temperatura T_o , la energía neta ganada o perdida por segundo como resultado de la radiación es:

$$H_{neta} = \varepsilon\sigma A(T^4 - T_o^4) \quad (6)$$

Cuando el cuerpo está en equilibrio con los alrededores, irradia y absorbe la misma cantidad de energía, por lo tanto su temperatura permanece constante. Cuando el cuerpo está más caliente que el ambiente, irradia más energía de la que absorbe, y por lo tanto se enfría.

Un absorbedor perfecto se llama **cuerpo negro** (no significa que sea de color negro), que se define como un objeto ideal que absorbe toda la radiación que llega a su superficie y su emisividad es igual a uno. No se conoce ningún objeto así, aunque una superficie de negro de carbono puede llegar a absorber aproximadamente un 97% de la radiación incidente. El Sol, la Tierra, la nieve, etc. bajo ciertas condiciones se comportan como un cuerpo negro. En teoría, un cuerpo negro sería también un emisor perfecto de radiación, y emitiría a cualquier temperatura la máxima cantidad de energía disponible. A una temperatura dada, emitiría una cantidad definida de energía en cada longitud de onda. En contraste, un cuerpo cuya emisividad sea igual a cero, no absorbe la energía incidente sobre él, sino que la refleja toda, es un reflector perfecto. Los cuerpos con emisividades entre 0 y 1 se llaman cuerpos grises, son los objetos reales. A raíz del fracaso de los intentos de calcular la radiación de un cuerpo negro ideal según la física clásica, se desarrollaron por primera vez los conceptos básicos de la teoría cuántica. Una buena aproximación de un cuerpo negro es el interior de un objeto hueco, como se muestra en la figura 9. La naturaleza de la radiación emitida por un cuerpo hueco a través de un pequeño agujero sólo depende de la temperatura de las paredes de la cavidad.

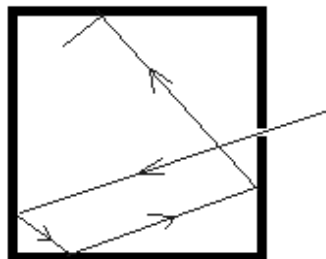


Figura 9. Representación de un cuerpo negro.

Ejemplo 4. Una carretera de superficie ennegrecida a una temperatura de 320 K recibe energía radiante del Sol por un valor de 700 W/m^2 . Calcular la radiación neta ganada por cada m^2 de la superficie de la carretera.

Solución: la energía que emite la superficie de la carretera es:

$$H = \varepsilon\sigma AT^4$$

$$H = 1 \times 5.67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} A(320\text{K})^4 \Rightarrow \frac{H}{A} = 594.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Como del Sol recibe 700 W/m^2 , la radiación neta es:

$$\frac{H}{A}_{\text{neta}} = 700 - 594.5 = 105.5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Ley de Wien.

La figura 10 muestra la curva típica de la intensidad de radiación de un cuerpo negro en función de la longitud de onda de la radiación emitida, para diferentes valores de temperatura indicados como frío, templado y cálido. De acuerdo a la teoría cuántica, se encuentra que los cuerpos a una temperatura determinada, emiten radiación con un valor máximo para una longitud de onda λ dada. Al aumentar la temperatura de un cuerpo negro, la cantidad de energía que emite se incrementa. También, al subir la temperatura, el máximo de la distribución de energía se desplaza hacia las longitudes de onda más cortas. Se encontró que este corrimiento obedece a la siguiente relación, llamada ley del desplazamiento de Wien (Wilhelm Wien, alemán, 1864-1928):

$$\lambda_{\text{max}} T = 2897 \quad (7)$$

donde λ_{max} es la longitud de onda que corresponde al máximo de la curva de radiación (figura 10), en μm , y T es la temperatura absoluta del objeto que emite la radiación. La ley de Wien afirma que para la radiación de un cuerpo

negro la longitud de onda de máxima emisión es inversamente proporcional a la temperatura absoluta. Con esta ley se demuestra que la emisión de radiación de la superficie terrestre tiene un máximo en cerca de $9.9 \mu\text{m}$, que corresponde a la región infrarroja del espectro. También muestra que la temperatura del Sol, si el máximo de emisión de radiación solar ocurre en $0.474 \mu\text{m}$, es del orden de 6110 K .

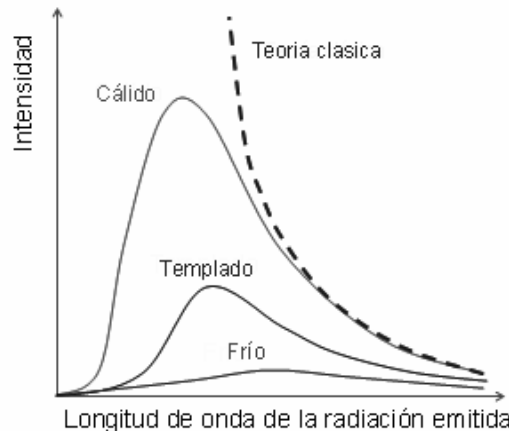


Figura 10. Intensidad de radiación de un cuerpo negro.

Ley de Planck.

Los objetos con mayor temperatura radian más energía total por unidad de área que los objetos más fríos. Por ejemplo el Sol con una temperatura media de 6000 K en su superficie, emite $1.6 \times 10^5 (6000/300)^4$ veces más energía que la Tierra con una temperatura media en superficie de $289 \text{ K} = 16^\circ \text{ C}$. Por definición, un cuerpo negro es un absorbedor perfecto. Este también emite la máxima cantidad de energía a una temperatura dada. La cantidad de energía emitida por un cuerpo negro está únicamente determinada por su temperatura y su valor lo da la Ley de Planck. En 1900, Max Planck (alemán, 1858-1947), descubrió una fórmula para la radiación de cuerpo negro en todas las longitudes de onda. La función empírica propuesta por Planck afirma que la intensidad de radiación $I(\lambda, T)$, esto es, la energía por unidad de tiempo por unidad de área emitida en un intervalo de longitud de onda, por un cuerpo negro a la temperatura absoluta T , está dada por:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc}{\lambda^5} \quad (8)$$

$$e^{ch k\lambda T} - 1$$

donde $I(\lambda, T)$ es la densidad de flujo de energía por unidad de longitud de onda, en $W/(m^2\mu m)$, h es la constante de Planck, y k es la constante de Boltzmann, de valor $k = 1.38 \times 10^{-23} J/K$. El gráfico de la función $I(\lambda, T)$ para diferentes valores de temperatura absoluta, se muestra en la figura 11.

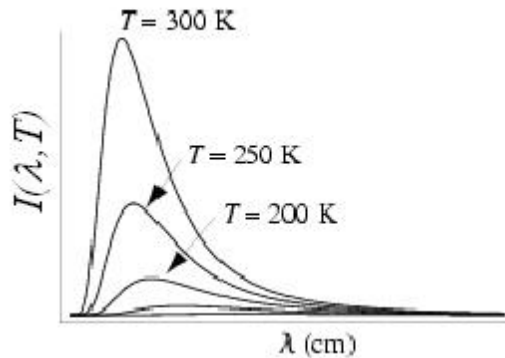


Figura 11. Gráfico de la función $I(\lambda, T)$ de la ley de Planck.

4.4. Ley del inverso del cuadrado de la distancia.

La ley de la inversa del cuadrado o ley cuadrática inversa se refiere a algunos fenómenos físicos cuya intensidad es inversamente proporcional a la distancia al centro donde se originan. En particular, se refiere a fenómenos ondulatorios (sonido y luz) y campos centrales.

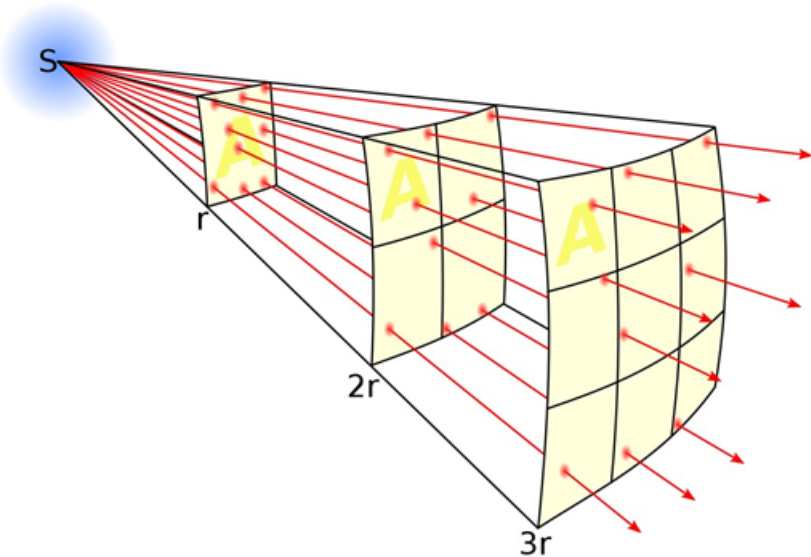


Ilustración de la ley de la inversa del cuadrado. Las líneas representan el flujo que emana de una fuente puntual. La densidad de líneas de flujo disminuye a medida que aumenta la distancia.

Discusión

En mecánica ondulatoria la ley de la inversa del cuadrado establece que para una onda como, por ejemplo, el sonido o la luz, que se propaga desde una fuente puntual en todas direcciones por igual, la intensidad de la misma disminuye de acuerdo con el cuadrado de la distancia a la fuente de emisión. Esta ley se aplica naturalmente a la intensidad sonora y a la intensidad de luz (iluminación), puesto que tanto el sonido como la luz son fenómenos ondulatorios. A distancias suficientemente grandes de los emisores de luz o sonido, estos pueden ser vistos como fuentes puntuales. Por ejemplo, si se considera una fuente de luz pequeña y se hacen mediciones de la intensidad lumínica a una distancia d y a una distancia $2d$, en el primer caso la intensidad es $[(1/d)/(1/2d)]^2 = 4$ veces mayor que en el segundo.

En teoría clásica de campos, en particular en campos centrales, la intensidad de campo también está gobernada por una ley de la inversa del cuadrado. Típicamente se observa en:

- La ley de la gravitación universal de Isaac Newton.
- El campo electrostático creado por una carga puntual.

El hecho de que los campos centrales disminuyan de intensidad según la inversa del cuadrado, está relacionado con que el espacio tiene tres dimensiones espaciales. De hecho, puede probarse que todo campo central que responde a la ecuación de Poisson en un espacio de D dimensiones decrece a grandes distancias como $1/r^{D-1}$, siendo r la distancia al centro de la fuente del campo.

Deducción de la ley inversa para ondas

La ley de la inversa del cuadrado para la intensidad de una onda sonora lumínica o de otro tipo puede ser deducida rigurosamente a partir de la ecuación de onda (9) y la definición de intensidad (10), tal como sigue. Se parte de las siguientes ecuaciones:

(9)

(10)

Para una onda esférica emitida por una fuente puntual, Ψ sólo depende de la distancia r al centro de emisión y por tanto escribiendo el operador laplaciano que aparece en la ecuación de onda (9) en coordenadas esféricas para $\Psi = \Psi(r,t)$ se tiene:

$$\nabla^2 \Psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \quad \left| \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = 0 \quad (9') \right.$$

$I = \langle \Psi^2(r, t) \rangle_t$

La solución de la ecuación de onda anterior, con $c = \omega/k$, es:

$$\Psi(r) = \frac{A_0}{r} \sin(\omega t - kr + \alpha)$$

Se puede aplicar la ecuación (9) para la intensidad o promedio cuadrático temporal $\langle \Psi^2 \rangle$ es igual a:

$$I = \frac{A_0^2}{r^2}$$

Es decir, este último resultado muestra que la intensidad decrece con el cuadrado de la distancia al centro emisor, que es lo que se pretendía probar.

Deducción de la ley inversa para campos centrales

Si $V(r)$ es un campo central y, por tanto, con simetría esférica, generado por una densidad de carga ρ o de masa concentrada y que satisface la ecuación de Laplace (11), entonces el campo para distancias grandes de la fuente viene dado por la ecuación:

$$\nabla^2 V(r) = 0 \quad (11)$$

Que escribiendo en coordenadas esféricas el operador laplaciano para un espacio de D dimensiones nos lleva a:

$$\frac{1}{r^{D-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{D-1} \frac{\partial V(r)}{\partial r} \right) = 0 \quad (11')$$

La solución de esa ecuación se puede calcular muy fácilmente y es precisamente:

$$V(r) = \frac{k_c p}{r^{D-2}} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{F}(r) = -\nabla V(r) = -\frac{k_c p (D-2)}{r^{D-1}} \hat{\mathbf{r}} \quad (12)$$

Donde k_c es la constante del campo, p el valor total de la magnitud de la fuente (masa o carga total de la fuente que crea el campo) y D el número de dimensiones del espacio. Para un espacio tridimensional $D = 3$, el campo de fuerzas descrito por (11) viene dado por:

$$\mathbf{F}(r) = -\nabla V(r) = \frac{k_c p}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad \text{con} \quad p = \frac{1}{k_c} \int_{Vol(r)} \rho \, dV \quad (13)$$

Es decir, un campo con simetría esférica descrito por el potencial (11) en un espacio de tres dimensiones debe decrecer según la ley inversa del cuadrado.

PROBLEMAS.

1. El gradiente térmico de la Tierra, medido en la superficie es 30°C/km . Suponga que este valor no cambia en todo el trayecto hasta el centro de la Tierra. Si la temperatura en la superficie terrestre es 17°C , calcular la temperatura en el centro de la Tierra. ¿Considera que es una respuesta razonable? Considerar el radio terrestre de 6370 km . R: 191117°C
2. Una barra de hierro de 60 cm de longitud y área transversal de 2 cm^2 , tiene un extremo a 80°C y el otro a 20°C . Calcular: a) el gradiente de temperatura, b) la rapidez de transferencia de calor, c) su temperatura a 20 cm del extremo caliente. R: a) -100°C/m , b) $1.6 \times 10^{-4} \text{ W}$, c) 60°C .
3. Dos barras de la misma longitud, de diferentes materiales y áreas transversales se colocan paralelas entre sí. Encuentre la expresión de la tasa del flujo de calor en términos de las conductividades térmicas y las áreas de las barras. Generalice el resultado al caso de más de dos barras. R: $-(\Delta T/\Delta x)(k_1 A_1 + k_2 A_2)$
4. Un carpintero construye una pared. Hacia el exterior coloca una lámina de madera ($k = 0.08 \text{ W/mK}$) de 2 cm de espesor y hacia el interior una capa de espuma aislante ($k = 0.01 \text{ W/mK}$) de $3,5 \text{ cm}$ de espesor. La temperatura de la superficie interior es de 19°C , y la exterior es -10°C . Calcular: a) la temperatura en la unión entre la madera y la espuma, b) la razón de flujo de calor por m^2 a través de esta pared. R: a) -15.3°C , b) -53.2 W/m^2 .
5. Una tabla de área de 2 m^2 y 2 cm de espesor se usa como una barra entre un cuarto a 20°C y una región a 50°C . Calcular el número de clavos de acero de 2 cm de longitud y 4 mm de diámetro que se deben clavar sobre la tabla para que el flujo de calor a través de la tabla se duplique. R: aprox. 160 clavos.
6. Un extremo de una varilla metálica aislada se mantiene a 100°C , y el otro se mantiene a 0°C en contacto con una mezcla de hielo-agua. La varilla tiene 40 cm de longitud y un área transversal de $0,75 \text{ cm}^2$. El calor conducido por la varilla funde 3 g de hielo en 5 minutos . Calcular: a) el gradiente térmico a lo largo de la varilla, considerando que este es uniforme, b) la cantidad de calor conducida por la varilla, c) la conductividad térmica del metal. d) Si el extremo que está a 100°C está en contacto con vapor ¿qué cantidad de vapor condensa

- en los 5 minutos señalados? R: a) 250 °C/m, b) 3.3 W, c) 173.7 W/mK, d) 0.44 g.
7. Una barra de hierro de 20 cm de largo con un diámetro de 1 cm tiene un extremo sumergido en una mezcla de hielo a 0° C, mientras que el otro extremo está en un tanque de vapor a 100° C. Suponga que a lo largo de la barra se ha establecido un gradiente de temperatura uniforme. Calcular: a) la rapidez del flujo de calor a lo largo de la barra, b) la rapidez con la que se funde el hielo en el extremo frío, c) la rapidez con la que se condensa el vapor en el extremo caliente para mantener el gradiente de temperatura uniforme, d) el gradiente de temperatura a lo largo de la barra.
8. Una heladera cúbica de plumavit, de 30 cm de lado y 2 cm de espesor, tiene una temperatura interna de 5° C y externa de 25° C. Si 5kg de hielo se funden en 8 horas, calcular la conductividad térmica del material. R: 0.143 W/m°C.
9. Un tubo de vapor se cubre con material aislante de 0.5 cm de espesor y 0.2 cal/(s cm °C) de conductividad térmica. Inicialmente ¿Cuánto calor se pierde por segundo si el tubo está a 120° C y el aire circundante a 20° C? El tubo tiene un perímetro de 20 cm y una longitud de 50 cm. Ignore las pérdidas por los extremos del tubo. Analice la conveniencia o no de usar la relación dada para superficies planas. Estrictamente, debería usar la ecuación diferencial para la tasa conducción de calor e integrar para un conjunto de capas superpuestas, cada una de forma cilíndrica y muy delgadita. R: 5.3×10^4 W
10. Una ventana térmica de 6 m² se construye con dos capas de vidrio, cada una de 4 mm de espesor, separadas por un espacio de aire de 5 mm. Si la parte interna está a 25° C y la externa a 0° C, calcular la pérdida de calor a través de la ventana.
11. A cierta familia le agrada tener la casa a 23° C durante el invierno, cuando afuera hay 0° C. ¿Qué temperatura interna deberían elegir si quisieran bajar sus gastos en combustibles en 10%? Explique claramente las hipótesis que hizo. R: 20.7° C.
12. a) Si la temperatura promedio de la piel de algún alumno es 30° C, suponiendo una emisividad $\epsilon = 0.97$, calcular la radiación que emite. b) Si la temperatura promedio de las paredes de la sala donde se encuentra es 15° C, calcular la radiación que emite, considerada como cuerpo negro. c) Calcular la radiación neta para el alumno.

Mecanismos de transferencia de calor

13. Una dama se encuentra en bikini en un sauna cuyas paredes están a 85°C y tienen una emisividad igual a 1. Su piel se encuentra a 40°C y su emisividad es 0.8. a) ¿Cuánto calor absorbe la dama por radiación de las paredes? b) ¿Cuál es la tasa a la cual la dama irradia energía al medio exterior? c) ¿Cuánto sudor debería evaporar por hora para que su temperatura se mantenga normal y estable? (Suponga que éste es el único mecanismo de pérdida de energía y que no está produciendo energía por metabolismo). Considere que el calor latente del sudor, a 37°C , es 2427 kJ/kg (compare con el del agua, tenga presente que éste último está dado a 100°C).
14. Averiguar en algún texto de óptica, cual es la longitud de onda y la frecuencia de la radiación donde el ojo humano tiene la máxima sensibilidad, ¿y el ojo de un gato?, ¿un murciélago?, ¿un búho?
15. Calcular la frecuencia en Hertz y la energía en J (ecuación 4), para las longitudes de onda de cada tipo de radiación de la tabla 4.
16. La temperatura de la superficie del Sol es de unos 6000 K . Tomando el radio del Sol igual $7 \times 10^8\text{ m}$, calcular la energía total irradiada por el Sol cada día. R: $3.7 \times 10^{31}\text{ J}$.
17. La temperatura de la superficie del Sol es de unos 6000 K . a) ¿Cuál es la longitud de onda en que se produce la máxima radiación? b) ¿A qué tipo de radiación del espectro electromagnético corresponde? c) Considerando las longitudes de onda de la luz visible de la tabla 4, opine si desde el punto de vista físico es una buena o mala norma pintar los buses escolares de amarillo y los carros de bomberos de rojo. R: a) $0.474\text{ }\mu\text{m}$, b) visible.
18. La superficie de la Tierra se encuentra a una temperatura cercana a 300 K . a) ¿Cuál es la longitud de onda en que se produce la máxima radiación terrestre? b) ¿A qué tipo de radiación del espectro electromagnético corresponde? R: a) $9.9\text{ }\mu\text{m}$, b) infrarroja.
19. El techo de una casa, construido para absorber la radiación solar incidente sobre él, tiene un área de $7\text{ m} \times 10\text{ m}$ y una inclinación de 30° respecto al suelo horizontal. En el lugar, a nivel del suelo, la radiación solar es de 340 W/m^2 en promedio anual. a) Si el 20% de la energía incidente se puede convertir a energía eléctrica útil, ¿cuántos kWh de energía útil proporciona

Mecanismos de transferencia de calor

- diariamente esta fuente? Suponga que el Sol brilla un promedio de 8 h diarias.
- b) ¿cuál es el ahorro mensual (en \$) en Chile? c) esta energía ¿sería suficiente para abastecer una casa familiar típica? R: a) 4.76 kWh.
20. Una olla de aluminio tiene una sección transversal circular de 8 cm de radio y 3 mm de espesor. Se coloca sobre una placa caliente y se llena con 1 kg de agua. Si el fondo de la olla se mantiene a 101°C y la parte interna a 100°C , calcular: a) la rapidez de transferencia de calor hacia el agua, b) el tiempo que demora el agua en hervir. Despreciar el calor perdido por los lados de la olla.
21. Usando la ley de Planck calcular la intensidad de radiación máxima emitida por el Sol y por la Tierra.
22. Suponiendo que el sol es un radiador de cuerpo negro ($\varepsilon = 1$), con una temperatura de la superficie radiante de 6000°K , calcular su emisión de radiación, en W/m^2 .
23. Un cuerpo radiante con $\varepsilon = 0.98$ y de temperatura = 30°C , aumenta a 60°C su temperatura. ¿En qué porcentaje aumenta su emisión de radiación, en W/m^2 ?
24. Si la temperatura de un cuerpo de $\varepsilon = 0.8$ aumenta el triple, ¿en qué porcentaje aumentará su emisión de radiación, en W/m^2 ?