

# TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

F. Javier Gil Chica

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Edita:  
Publicaciones Universidad de Alicante  
ISBN: 84-7908-270-4  
Depósito Legal: MU-1.461-1996  
Edición a cargo de Compobell, S.L. Murcia

Reservados todos los derechos. No se permite reproducir, almacenar en sistemas de recuperación de la información ni transmitir alguna parte de esta publicación, cualquiera que sea el medio empleado –electrónico, mecánico, fotocopia, grabación, etc.–, sin el permiso previo de los titulares de los derechos de la propiedad intelectual.

**Estos créditos pertenecen a la edición impresa de la obra.**

Edición electrónica:



F. Javier Gil Chica

**TEORÍA DE ECLIPSES,  
OCULTACIONES  
Y TRÁNSITOS**

**Capítulo IV  
Refracción atmosférica**

# Índice

---

**Portada**

**Créditos**

<b>Capítulo IV: Refracción atmosférica .....</b>	<b>5</b>
Consideraciones previas .....	5
Atmósfera plana .....	6
Atmósfera esférica .....	8

## Capítulo IV

### Refracción atmosférica

#### Consideraciones previas

**A**unque la teoría que expondremos en lo sucesivo considera propagación rectilínea de los rayos luminosos, en determinadas circunstancias las correcciones debidas a la refracción que esos rayos sufren en la atmósfera terrestre pueden no ser despreciables. En su momento expondremos dichas correcciones, pero antes debemos exponer, siquiera brevemente, el fenómeno que nos ocupa.

Consideremos dos medios de índices de refracción  $\mu'$  y  $\mu$  distintos separados por una superficie. La ley de Snell establece que cuando un rayo incide en un punto A, fig. 18, formando un ángulo  $i'$  con la normal a la superficie de separación en el

punto, se cumple la relación entre los índices de refracción y los ángulos llamados de incidencia  $i'$  y refracción  $i$ :

$$\mu' \operatorname{sen} i' = \mu \operatorname{sen} i \quad (1)$$

### **Atmósfera plana**

Esto es todo cuanto necesitamos para encontrar aproximadamente el ángulo en que un rayo se desvía al atravesar la atmósfera. Consideremos en primer lugar una atmósfera plana estratificada, es decir, compuesta por estratos limitados por superficies planas dentro de cada cual el índice de refracción es constante. Por encima de la última superficie, el rayo no experimenta refracción, y de no mediar la atmósfera, seguiría la trayectoria EC, fig. 19. El astro sería observado con una distancia cenital verdadera dada por el ángulo ZCE. Pero debido a la refracción, el observador ve al astro con una distancia cenital aparente ZAB. El ángulo de desviación o refracción es:

$$R = ZCE - ZAB = \zeta - \zeta' \quad (2)$$

Aplicaremos (1) sucesivamente a las superficies  $S_0, S_1, \dots$  teniendo en cuenta que el ángulo de refracción  $r$  en una superficie es igual al ángulo de incidencia  $i$  en la superficie siguiente

## Capítulo IV Refracción atmosférica

---

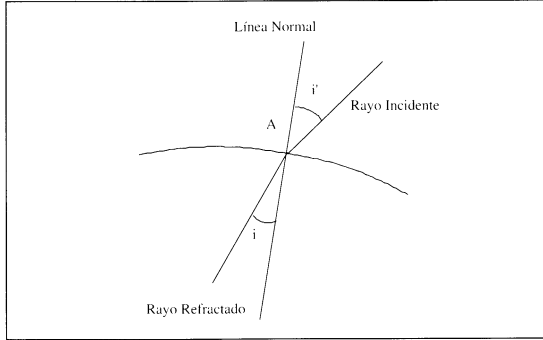


FIGURA 18.

$$\begin{aligned}
 S_0 & ; \mu_0 \operatorname{sen} i_0 = \mu_1 \operatorname{sen} r_0 = \mu_1 \operatorname{sen} i_1 \\
 S_1 & ; \mu_1 \operatorname{sen} i_1 = \mu_2 \operatorname{sen} r_1 = \mu_2 \operatorname{sen} i_2 \\
 S_2 & ; \mu_2 \operatorname{sen} i_2 = \mu_3 \operatorname{sen} r_2 = \mu_3 \operatorname{sen} i_3
 \end{aligned} \tag{3}$$

Teniendo en cuenta que  $i_{k+1} = r_k$  tendríamos

$$\mu_0 \operatorname{sen} i_0 = \mu_n \operatorname{sen} i_n \tag{4}$$

Fuera de la atmósfera,  $\mu_0 = 1$  e  $i_0 = ZCE = \zeta$ . En el punto de observación llamaremos  $\mu_n = \mu$  e  $i_n = ZAB = \zeta'$ , de manera que:

$$\operatorname{sen} \zeta = \mu \operatorname{sen} \zeta' \tag{5}$$

Pero como  $\zeta = R + \zeta'$ :

$$\operatorname{sen} (R + \zeta') = \mu \operatorname{sen} \zeta'$$

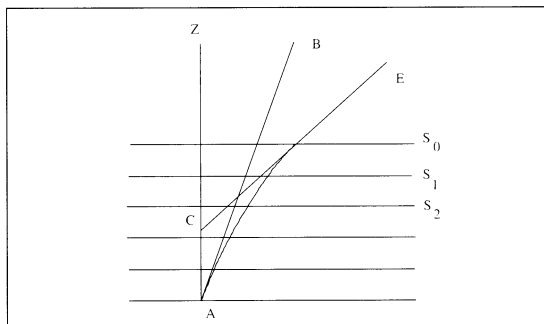


FIGURA 19.

de donde, si tomamos  $\text{sen } R \cong R$  ;  $\text{cos } R \cong 1$ , encontramos sin dificultad:

$$R = (\mu - 1) \tan \zeta' \tag{6}$$

### Atmósfera esférica

Considérese (6) como una aplicación sencilla de (1), sólo aproximada cuando la distancia Genital es pequeña, de acuerdo con la hipótesis de atmósfera plana. En realidad, sabemos que es aproximadamente esférica, y con esta condición vamos a investigar una fórmula más realista para la refracción. Consideremos la fig. 20, donde la atmósfera se considera compuesta por capas concéntricas de espesor  $dr$ . De la ley de Snell:



## Capítulo IV Refracción atmosférica

---

$$r' \mu' \operatorname{sen} \Phi = \mu \operatorname{sen} \Psi \quad (7)$$

y aplicando el teorema del seno al triángulo CRQ, si llamamos  $r$  a CR y  $r'$  a CQ

$$\frac{r}{\operatorname{sen} \Psi} = \frac{r'}{\operatorname{sen} (180 - \Phi)} = \frac{r'}{\operatorname{sen} \Phi} \quad (8)$$

y con (7) y (8)

$$r' \mu' \operatorname{sen} \Phi = \mu r \operatorname{sen} \Phi \quad (9)$$

es decir, la cantidad  $r \mu \operatorname{sen} i$  es constante de un estrato a otro, por lo que, si  $a$  es el radio de la Tierra y  $\mu_0$  el índice de refracción en la superficie:

$$r' \mu' \operatorname{sen} \Phi = r \mu \operatorname{sen} \Phi = \mu_0 a \operatorname{sen} \zeta' \quad (10)$$

Consideremos un estrato delgado de espesor  $dr$ . La refracción  $dR$  que se produce en él es

$$dR = \alpha' - \alpha$$

pero

$$\alpha = \Phi + \theta \text{ y } \alpha' = \Phi' + \theta'$$

con lo cual

$$dR = df + dq \quad (11)$$

como  $r' = r + dr$  y  $\mu' = \mu - d\mu$ , en (9)

$$(r+dr) (\mu-d\mu) \text{ sen } (\Phi+d\Phi) = r \mu \text{ sen } \Phi \quad (12)$$

Si desarrollamos despreciando infinitésimos de segundo orden y considerando que  $\text{sen } d\Phi \cong d\Phi$  y  $\text{cos } d\Phi \cong 1$ , encontramos sin dificultad:

$$\frac{dr}{r} = \frac{d\mu}{\mu} - \cot \Phi d\Phi \quad (13)$$

Pero

$$\tan \Phi = \frac{PQ}{PR} = \frac{RS}{PR} = \frac{r d\theta}{dr}$$

luego

$$\frac{dr}{r} = \cot \Phi d\theta \quad (14)$$

y con (11), (13) y (14)

$$dR = \frac{d\mu}{\mu} \tan \Phi \quad (15)$$

Podemos integrar (15) fácilmente si hacemos la hipótesis de que el índice de refracción varía con la altura según la ley

$$\frac{r}{a} = \left( \frac{\mu_0}{\mu} \right)^n \quad (16)$$

siendo  $\mu_0$  y  $\mu$  los índices de refracción para  $a$  y  $r$  respectivamente y  $n$  un cierto coeficiente a determinar. Entonces, de (10), si  $i$  es el ángulo de incidencia a una cierta distancia  $r$ :

## Capítulo IV Refracción atmosférica

---

$$\operatorname{sen} i = \frac{a \mu_0 \operatorname{sen} \zeta'}{r \mu} = \left( \frac{\mu}{\mu_0} \right)^{n-1} \operatorname{sen} \zeta' \equiv \left( \frac{\mu}{\mu_0} \right)^p \operatorname{sen} \zeta' \quad (17)$$

Tomando logaritmos

$$\log \operatorname{sen} i = p \log \frac{\mu}{\mu_0} + \log \operatorname{sen} \zeta'$$

y derivando

$$\frac{di}{\tan i} = p \frac{d\mu}{\mu} \quad (18)$$

y de (15)

$$dR = \frac{di}{p}$$

que se integra inmediatamente para dar:

$$R = \frac{i}{p} + C \quad (19)$$

siendo C una constante

Cuando  $i = \zeta$ , es decir, en el límite superior de la atmósfera,  $R=0$ , luego  $C = -\zeta/p$  y, en definitiva

$$R = \frac{i - \zeta}{p} \quad (20)$$

En la superficie,  $i = \zeta'$ , y de (17)

$$\text{sen } \zeta = \frac{\text{sen } \zeta'}{\mu_0^p}$$

luego

$$R = \frac{1}{p} \left[ \zeta' - \text{sen}^{-1} \left( \frac{\text{sen } \zeta'}{\mu_0^p} \right) \right] \quad (21)$$

Obsérvese que los ángulos  $\zeta$  y  $\zeta'$  se miden respecto a dos líneas que no son paralelas, y por tanto  $R \neq \zeta - \zeta'$ , siendo (20) la forma correcta. (21) es conocida como la fórmula de Simpson, y es equivalente a la que propuso Bouger en 1729 en una memoria sobre la refracción que ganó el premio de la Academia Francesa.

Sería preferible encontrar  $n$  a partir de consideraciones físicas, pero dada la complejidad del problema nos conformaremos con considerarlo un parámetro a ajustar a partir de las observaciones. Además, el índice de refracción en la superficie depende de la presión y la temperatura, que son magnitudes variables.

Existen fórmulas más exactas, pero no es nuestra intención exponer exhaustivamente el problema de la refracción, máxime si tenemos en cuenta que al aumentar la distancia cenital por encima de unos 85 grados, aproximadamente, es necesario recurrir a tablas empíricas.

## Capítulo IV Refracción atmosférica

---

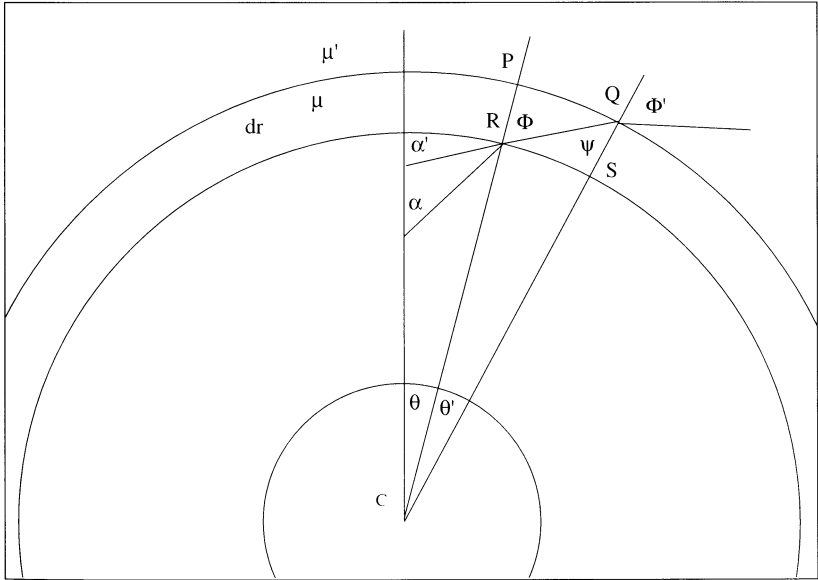


FIGURA 20.