

# TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

F. Javier Gil Chica

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Edita:  
Publicaciones Universidad de Alicante  
ISBN: 84-7908-270-4  
Depósito Legal: MU-1.461-1996  
Edición a cargo de Compobell, S.L. Murcia

Reservados todos los derechos. No se permite reproducir, almacenar en sistemas de recuperación de la información ni transmitir alguna parte de esta publicación, cualquiera que sea el medio empleado –electrónico, mecánico, fotocopia, grabación, etc.–, sin el permiso previo de los titulares de los derechos de la propiedad intelectual.

**Estos créditos pertenecen a la edición impresa de la obra.**

Edición electrónica:



F. Javier Gil Chica

**TEORÍA DE ECLIPSES,  
OCULTACIONES  
Y TRÁNSITOS**

**Capítulo III  
Sistemas de referencia y tiempo**

# Índice

---

**Portada**

**Créditos**

<b>Capítulo III: Sistemas de referencia y tiempo .....</b>	<b>5</b>
Conceptos básicos .....	5
Sistemas de referencia .....	8
Conceptos básicos sobre el tiempo .....	10
Transformación de coordenadas.....	20

## **Capítulo III**

### **Sistemas de referencia y tiempo**

#### **Conceptos básicos**

**T**rataremos aquí de los sistemas de referencia Horizontal, Horario, Ecuatorial y Eclíptico. Para un observador sobre la superficie de la Tierra las estrellas parecen distribuirse sobre una esfera. Los sistemas de referencia astronómicos determinan la posición de una estrella sobre esa esfera. Un sistema particular está formado por un plano fundamental y un eje perpendicular al mismo. La intersección de este plano con la esfera celeste es el círculo fundamental. Las intersecciones del eje con la esfera celeste son los polos, y los infinitos planos que contienen al eje cortan a la esfera en los círculos secundarios. La posición de una estrella queda definida por dos ángulos, a semejanza del sistema usado para

determinar la posición de un punto sobre la superficie de la Tierra.

Si especificamos un origen sobre el círculo fundamental, el primer ángulo es el comprendido entre el origen y la intersección con el círculo fundamental del círculo secundario que contiene al astro, según se aprecia en la fig. 5.

El segundo es el arco comprendido entre el círculo fundamental y el astro medido sobre el círculo secundario.

El círculo fundamental que determina al Sistema Horizontal es el del Horizonte. El sistema Horario y el Ecuatorial vienen determinados por el plano del Ecuador.

El polo del plano del Horizonte, que es aquel tangente a la superficie de la Tierra en el lugar de observación, que se encuentra sobre el observador se llama cenit, mientras que al polo opuesto se le llama nadir. El eje perpendicular al plano del Ecuador es el eje de rotación de la Tierra, y las estrellas parecen girar alrededor de su intersección con la esfera celeste. Es fácil comprobar que la altura del polo del Ecuador sobre el Horizonte es igual a la latitud geográfica del observador, fig. 6. Al círculo secundario que contiene al cenit y al polo Norte se le llama meridiano local, fig. 7; para un observador situado en O, las estrellas aparecen tras el horizonte hacia el

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

Este, y van ganando altura hasta alcanzar su punto más alto hacia el Sur, en B', para después ir declinando y ocultarse en C', hacia el Oeste. Como el ángulo que forma la dirección del polo, OP, con el plano del horizonte es igual a la latitud geográfica, aquellas estrellas, llamadas circumpolares, cuya distancia angular al polo sea menor que  $\phi$  no se ocultarán tras el horizonte, y podrá seguirse la trayectoria ABA completa.

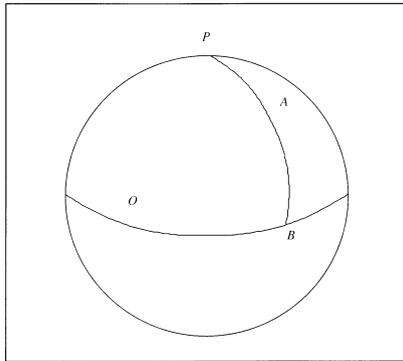


FIGURA 5.

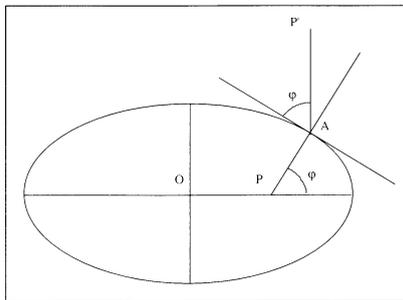


FIGURA 6.

## **Sistemas de referencia**

En el sistema Horizontal, las coordenadas de un astro son el acimut  $A$  y la altura  $h$ . El Acimut  $A$  se mide sobre el horizonte en sentido retrógrado Sur-Oeste-Norte-Este. La altura  $h$  se mide sobre el círculo secundario que contiene a la estrella desde el círculo fundamental hacia el polo del horizonte, o cenit.

En el Sistema Horario, las coordenadas son el Ángulo Horario  $H$  y la declinación  $\delta$ . El primero se mide en sentido retrógrado sobre el Ecuador a partir del Sur y la segunda es análoga a la altura en el Sistema Horizontal, fig. 8.

El Ángulo Horario se mide en horas, minutos y segundos. Una hora es  $1/24$  de la circunferencia, y no debe ser confundida con la unidad de tiempo. Un minuto es  $1/60$  de una hora y un segundo  $1/60$  de un minuto.

Tanto el Sistema Horizontal como el Horario, tienen el inconveniente de que las coordenadas de la estrella varían con el tiempo. La Altura como el Acimut son variables, aunque son las únicas coordenadas que pueden medirse de forma directa. En el Sistema Horario, el ángulo  $H$  varía con el tiempo. Cuando el astro pasa por el meridiano vale cero horas, y se va incrementando hasta completar las veinticuatro horas de la

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

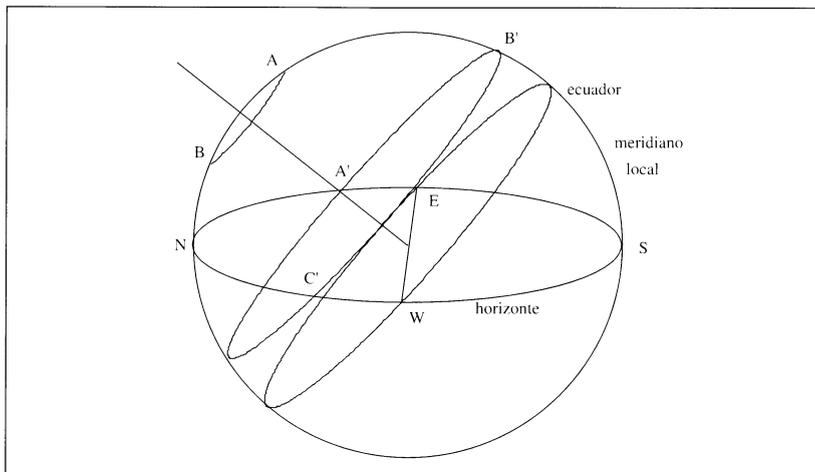


FIGURA 7.

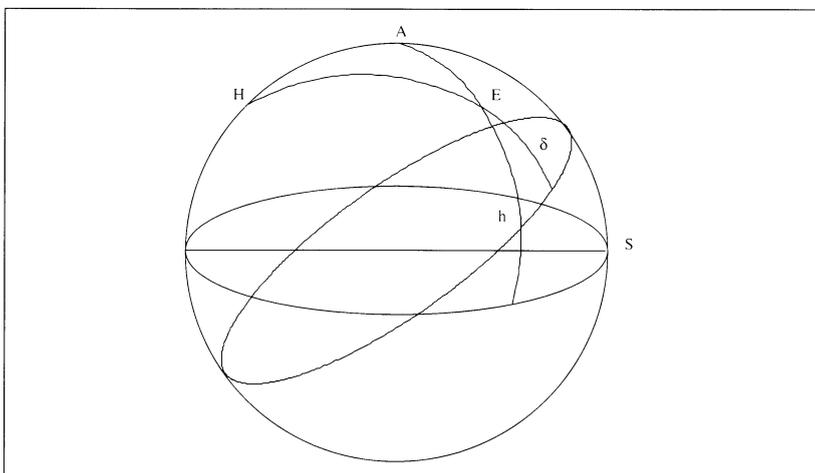


FIGURA 8.

circunferencia. Sin embargo, la Declinación permanece constante.

En el Sistema Ecuatorial, el ángulo sobre el círculo fundamental no se mide desde el meridiano local, sino desde un punto fijo de la esfera y se llama Ascensión Recta  $\alpha$ ; se mide en sentido contrario al Ángulo Horario, también en horas, minutos y segundos. El punto fijo  $\gamma$  es la intersección que se encuentra en la constelación de Aries del Ecuador con la Eclíptica, que es la intersección con la esfera celeste del plano de la órbita de la Tierra alrededor del Sol.

El Sistema Eclíptico es análogo al Ecuatorial. El plano fundamental es el de la Eclíptica, que forma un ángulo de unos veintitrés grados y medio con el del Ecuador. Las coordenadas Eclípticas son la Longitud Celeste  $\gamma$ , análoga a la Ascensión Recta, y la Latitud Celeste  $\beta$ , análoga a la Declinación. Ambas se miden en grados, la Longitud en sentido directo a partir del punto  $\gamma$ .

### **Conceptos básicos sobre el tiempo**

Se define el día sidéreo como el tiempo que invierte un punto fijo de la esfera celeste en pasar dos veces por el meridiano local, que es el círculo secundario que contiene al cenit y al

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

polo. Se ha convenido en dividir el día sidéreo en 24 horas sidéreas. El punto fijo cuyo paso marca los días sidéreos es el punto  $\gamma$ . En un momento dado, el tiempo sidéreo  $\mu$  es el Ángulo Horario del punto  $\gamma$ . Apoyándose en la figura 9, que es la proyección de la semiesfera norte sobre el plano del Ecuador, es fácil comprobar la siguiente importante relación:

$$\mu - \alpha = H \quad (1)$$

siendo  $\alpha$  y  $H$  la Ascensión Recta y Ángulo Horario de una estrella determinada.

Necesitamos conectar el tiempo sidéreo con el tiempo que miden nuestros relojes, y cuya unidad difiere de la unidad de tiempo sidéreo. Esto requerirá una importante discusión previa.

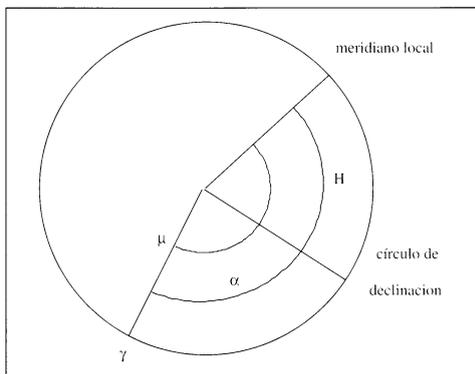


FIGURA 9.

La actividad humana está regida por el Sol, de manera que es natural adoptarlo para medir el tiempo. Así, cada vez que el Sol pasase por el meridiano del lugar, comenzaría un día. Pero debido al movimiento de traslación de la Tierra, el Sol aparece cada día proyectado sobre un punto distinto de la esfera celeste. Además, debido a la elipticidad de la órbita terrestre, el movimiento de la Tierra no es uniforme, y por tanto tampoco lo es el movimiento aparente del Sol sobre la esfera celeste.

Es por eso que se adopta un Sol Medio imaginario, el cual, partiendo junto al Sol Verdadero del punto  $\gamma$ , recorre el Ecuador con velocidad constante para coincidir nuevamente con el Sol Verdadero un año después en el punto de partida. La relación entre las posiciones del Sol Verdadero y del Sol Medio es complicada, sobre todo por el hecho de que cada uno se mueve en un círculo distinto, el primero sobre la Eclíptica y el segundo sobre el Ecuador, y se establece en la llamada «Ecuación de Tiempo». Los detalles de este problema pueden encontrarse en «Astronomía de Posición» de Teodoro J. Vives, pero bástenos indicar aquí que unas veces pasará antes por nuestro meridiano el Sol Verdadero y otras el Sol Medio, sin que la diferencia entre ambos exceda nunca de los 17 minutos, por lo que marchan sensiblemente juntos.

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

Para encontrar la relación entre los intervalos de tiempo medios y sidéreos es necesario hablar de los distintos tipos de año que se emplean en Astronomía. Esta complicación adicional surge de dos factores. En primer lugar, el punto  $\gamma$  se mueve sobre el Ecuador a razón de  $50'' 2$  por año debido a la precesión del eje de la Tierra. Este movimiento es retrógrado. En segundo lugar, el eje de la órbita terrestre se mueve en sentido directo a una velocidad de unos  $11'' 7$  por año. La situación se representa en la fig. 10.

El plano del Ecuador está definido por las líneas AA' y BB' . La elipse pequeña representa la órbita de la Tierra. BB' es su intersección con el plano del Ecuador, y CP es la línea que une el centro de la órbita con el perihelio, y que como queda dicho se mueve en sentido directo  $11'' 7$  por año. Se definen entonces los tres tipos de año siguientes:

- a) El año sidéreo. Es el tiempo que invierte el Sol en coincidir dos veces con la misma estrella, o en recorrer 360 grados sobre la esfera celeste.
- b) El año trópico. Es el tiempo que invierte el Sol en coincidir dos veces con el punto  $\gamma$ .
- c) El año anomalístico. Es el tiempo que tarda el Sol en pasar dos veces por el perigeo.

F. Javier Gil Chica  
**Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos**

---

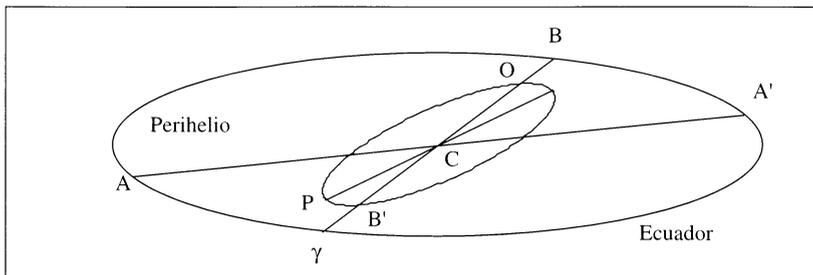


FIGURA 10.

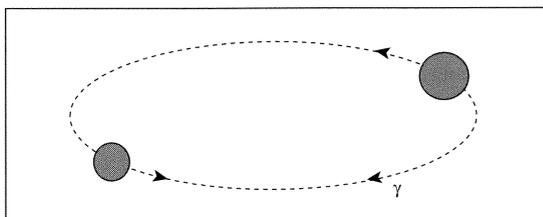


FIGURA 11.

Es fácil ver sobre la fig. 11 que el año anomalístico es mayor que el año sidéreo y este mayor que el año trópico.

Calcularemos en primer lugar cuantos días medios tiene un año trópico, y con este dato encontraremos la relación entre intervalos medios e intervalos sidéreos. Nos apoyaremos en la fig. 12. Pensemos en un meridiano local, por ejemplo el de Granada. Cada vez que el Sol pasa por este meridiano termina un día. Si es el Sol Verdadero, termina un día verdadero, y si es el Sol Medio, un día medio. En un largo intervalo temporal habrán pasado el mismo número de veces el Sol

## Capítulo III

### Sistemas de referencia y tiempo

---

Verdadero y el Sol Medio, pues ya hemos dicho que no se separan mucho entre sí. Supongamos un instante en que el Sol se encuentra en el punto  $\gamma$ .

En este momento comienza un año trópico, y empezamos a contar años trópicos y pasos del Sol Medio por el meridiano del lugar. Al cabo de  $n$  años trópicos, el Sol vuelve a coincidir con el punto  $\gamma$  y  $\gamma_n$ , habiéndose contabilizado  $m$  días medios. Procediendo de esta manera se encuentra que:

$$\text{año trópico} = m/n \text{ días medios} = 365.242199 \text{ días medios}$$

En unidades medias se verificará:

$$\frac{\text{año trópico}}{360^0 \cdot 5^{\circ}02} = \frac{\text{año sidéreo}}{360^0} = \frac{\text{año anomalístico}}{360^0 + 1^{\circ}17}$$

Buscaremos ahora la relación entre intervalos medios y sidéreos, fig. 13. Consideremos el Sol Medio al inicio de un año trópico coincidiendo con el punto  $g$ , en el meridiano local de Granada.

Al día siguiente, cuando nuevamente el punto  $\gamma$  pase por nuestro meridiano, se habrá completado un día sidéreo, pero el Sol se encontrará en  $A$ , faltándole cierto tiempo para alcanzar el meridiano. Al cabo de un año trópico ( $=365.242199$  días medios) el Sol coincidirá de nuevo con el punto  $\gamma$ , que habrá pasado por el meridiano  $366.242199$  veces. Es decir:

F. Javier Gil Chica  
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

---

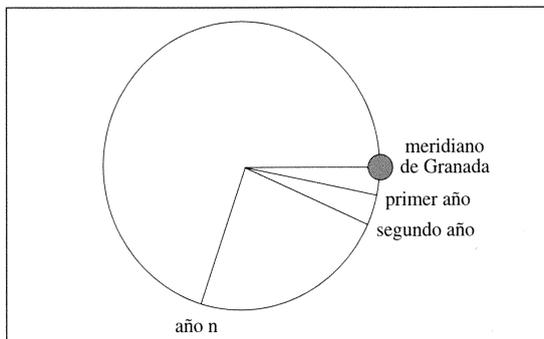


FIGURA 12.

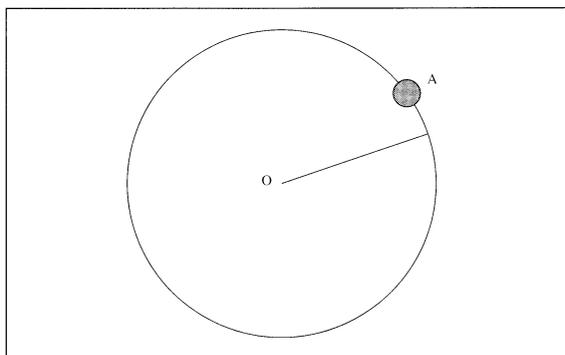


FIGURA 13.

$365.242199$  días medios =  $366.242199$  días sidéreos, luego  $1$  día medio =  $1.00273791$  días sidéreos

Nótese que el tiempo medio es local, y que en un momento dado es distinto para distintos observadores.

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

Se define el tiempo civil  $TC$  como el tiempo medio aumentado en 12 horas. De esta manera, un nuevo día no comienza con el Sol en su altura máxima sobre el horizonte, sino de noche, cuando se encuentra en el punto diametralmente opuesto. El  $TC$  es por tanto el Ángulo Horario del Sol Medio aumentado en 12 horas.

En dos puntos de observación situados en dos meridianos distintos, la diferencia de  $TC$  es igual a la diferencia de longitudes geográficas entre dichos meridianos. En efecto, sean, fig. 14,  $OG$ ,  $OP_1$  y  $OP_2$  los meridianos de Greenwich y de los puntos de observación 1 y 2, y sea  $OM$  el meridiano del Sol Medio. Si  $TCG$ ,  $TC_1$  y  $TC_2$  son los tiempos civiles de Greenwich y de los puntos de observación y  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  las longitudes geográficas de estos últimos, entonces se observa

$$\begin{aligned}\lambda_1 + TC_1 &= TCG \\ \lambda_2 + TC_2 &= TCG\end{aligned}\tag{2}$$

de donde

$$\lambda_1 - \lambda_2 = TC_2 - TC_1\tag{3}$$

El tiempo sidéreo, el tiempo medio y el tiempo civil son tiempos locales, lo que representa un grave inconveniente práctico

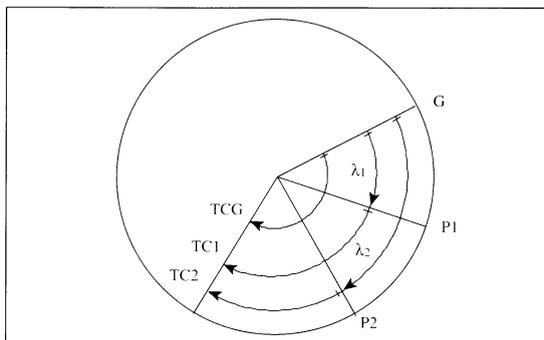


FIGURA 14.

que se soluciona adoptando para todos los observadores el tiempo civil de un meridiano dado, en particular del meridiano de Greenwich. A este tiempo civil de Greenwich se le llama «tiempo universal» TU. De esta forma, todos los observadores, todos los asuntos de la vida cotidiana en distintas partes del mundo, se regirán por la misma hora. Pero esto representa un nuevo problema. Por ejemplo, a las 12 horas TU en un lugar dado, en puntos situados muy hacia el Oeste estaría amaneciendo, y en otros situados al Este estaría anocheciendo. Por este motivo se divide el globo en husos horarios. Dentro de cada huso se adopta el TU más o menos, según se encuentre al Este o al Oeste del meridiano de Greenwich respectivamente, un número entero de horas que depende de la longitud Este u Oeste.

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

El problema que más comúnmente se plantea es la conversión de tiempo sidéreo en tiempo universal y viceversa para un lugar dado, y el dato que permite resolverlo es: ¿Cuál era el tiempo sidéreo a cero horas de tiempo universal? Este dato se encuentra tabulado para cada día del año en el Anuario del Observatorio Astronómico de Madrid o en las Efemérides del Observatorio de San Fernando. Supongamos por simplicidad que nos encontramos en el mismo huso horario del meridiano de Greenwich y que nuestro reloj marca las trece horas. ¿Cuál es el tiempo sidéreo? Supongamos que el tiempo sidéreo a cero horas de tiempo universal para el día en que nos encontremos es de 5 horas. El tiempo sidéreo actual en Greenwich será esas cinco horas más el intervalo sidéreo correspondiente a 13 horas de TU, o lo que es lo mismo, el intervalo sidéreo correspondiente a trece horas de tiempo medio. Sabemos que los intervalos de tiempo sidéreos y medios son proporcionales, luego tendríamos:

$$TS = 5 + (13 \times 1.00273791) \text{ horas}$$

Este es el tiempo sidéreo en Greenwich. Obtendremos nuestro tiempo sidéreo conociendo nuestra longitud geográfica. Si esta es digamos de 0.5 horas Este u Oeste, nuestro tiempo sidéreo sería:

$$TS = 5 + (13 \times 1.00273791) \pm 0.5 \text{ horas}$$

El problema inverso es sencillo. Conocida nuestra hora sidérea y nuestra longitud geográfica podremos obtener la hora sidérea en Greenwich. Conociendo la hora sidérea a cero horas de TU conocemos el intervalo sidéreo transcurrido desde las cero horas de TU. El intervalo medio correspondiente se obtiene multiplicando por  $1/1.00273791$ . El resultado, para un observador que se encuentra en el huso horario de Greenwich, es el TU.

### **Transformación de coordenadas**

Como se ha dicho, las únicas coordenadas que pueden determinarse de forma directa son las Horizontales. Sin embargo, en Astronomía de Posición se usan especialmente las Ecuatoriales y las Eclípticas. ¿Que relación existe entre unas y otras? Comenzaremos deduciendo las relaciones que ligan las coordenadas Horizontales con las Horarias. Si consideramos el triángulo esférico Polo-Cenit-Astro, figs. 8/15, donde los lados son:

$$\text{Polo-Cenit} = 90 - \varphi$$

$$\text{Polo-Astro} = 90 - \delta$$

$$\text{Cenit-Astro} = 90 - h$$

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

y los ángulos:

Cenit =  $180-A$

Polo =  $H$

Astro = ángulo paraláctico,  $q$

y le aplicamos nuestras relaciones fundamentales

$\text{sen } a \text{ sen } B = \text{sen } b \text{ sen } A$

$$\cos a = \cos b \cos c + \text{sen } b \text{ sen } c \cos A \quad (4)$$

$\text{sen } a \cos B = \cos b \text{ sen } c - \text{sen } b \cos c \cos A$

encontramos sin dificultad que

$$\begin{aligned} \text{sen } \delta &= \text{sen } \varphi \text{ sen } h - \cos \varphi \cos h \cos A \\ \cos \delta \cos H &= \cos \varphi \text{ sen } h + \text{sen } \varphi \cos h \cos A \end{aligned} \quad (5)$$

$\cos \delta \text{ sen } H = \cos h \text{ sen } A$

y las transformaciones inversas

$$\begin{aligned} \text{sen } h &= \text{sen } \varphi \text{ sen } \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H \\ \cos h \cos A &= \text{sen } \varphi \cos \delta \cos H - \cos \varphi \text{ sen } \delta \end{aligned} \quad (6)$$

$\cos h \text{ sen } A = \cos \delta \text{ sen } H$

En general, es necesario determinar estos arcos y ángulos mediante el seno y el coseno para fijar el cuadrante al que pertenecen, ya que existen dos soluciones trigonométricamente correctas que satisfacen las ecuaciones anteriores pero sólo

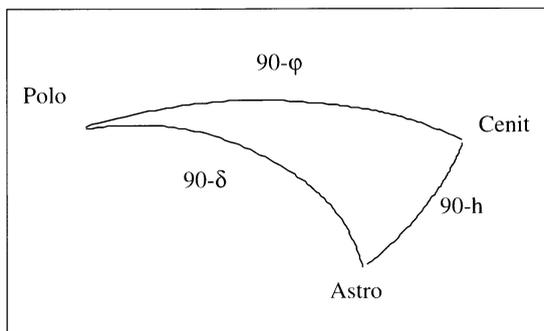


FIGURA 15.

una de ellas es astronómicamente válida. La ambigüedad se elimina si se conoce el signo del seno y del coseno del elemento buscado.

En nuestro caso, sabemos que el signo de  $\cos\delta$  es positivo siempre. Entonces tiene el signo del segundo miembro de la segunda de (5) y  $\text{sen}H$  el mismo signo que el segundo miembro de la tercera de (5). Conocido el signo de  $\text{sen}H$  y de coses, queda fijado el cuadrante al que pertenece. Por otra parte, la altura se encuentra entre los límites de  $-90$  y  $90$  grados, por lo que su coseno siempre es positivo, al igual que la declinación, y por tanto se deduce de la tercera de (5) que  $\text{sen}H$  tiene el mismo signo que  $\text{sen}A$ . Es decir, si  $H$  se encuentra entre  $0$  y  $180$  grados, también  $A$  se encuentra en este intervalo, y si  $H$

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

es mayor de 180 grados, también lo será  $A$ . La primera fórmula de (5) determina completamente  $\delta$ , que se tomará siempre menor que 90 grados, positiva o negativa de acuerdo con el signo del segundo miembro.

Para encontrar la relación entre las coordenadas Ecuatoriales y Eclípticas aplicamos las mismas relaciones fundamentales (4) al triángulo Polo-Polo de la Eclíptica-Astro, teniendo en cuenta que  $\varepsilon$  es el ángulo formado por los planos del Ecuador y la Eclíptica, llamado «oblicuidad de la Eclíptica»; figs. 16/17.

Los lados del triángulo son:

$$\text{Polo-Polo Eclíptica} = \varepsilon$$

$$\text{Polo-Astro} = 90 - \delta$$

$$\text{Polo Eclíptica-Astro} = 90 - \beta$$

y los ángulos

$$\text{Polo} = 90 + a$$

$$\text{Polo de la Eclíptica} = 90 - \beta$$

obteniendo las relaciones:

$$\begin{aligned} \text{sen } \beta &= \cos \varepsilon \text{ sen } \delta - \text{sen } \varepsilon \cos \delta \text{ sen } \alpha \\ \cos \beta \text{ sen } \lambda &= \text{sen } \varepsilon \text{ sen } \delta + \cos \varepsilon \cos \delta \text{ sen } \alpha \\ \cos \beta \cos \lambda &= \cos \delta \cos \alpha \end{aligned} \quad (7)$$

F. Javier Gil Chica  
**Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos**

---

$$\begin{aligned}
 \operatorname{sen} \delta &= \cos \varepsilon \operatorname{sen} \beta + \operatorname{sen} \varepsilon \cos \beta \operatorname{sen} \lambda \\
 \cos \delta \operatorname{sen} \alpha &= \cos \varepsilon \cos \beta \operatorname{sen} \lambda - \operatorname{sen} \varepsilon \operatorname{sen} \beta \\
 \cos \delta \cos \alpha &= \cos \beta \cos \lambda
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

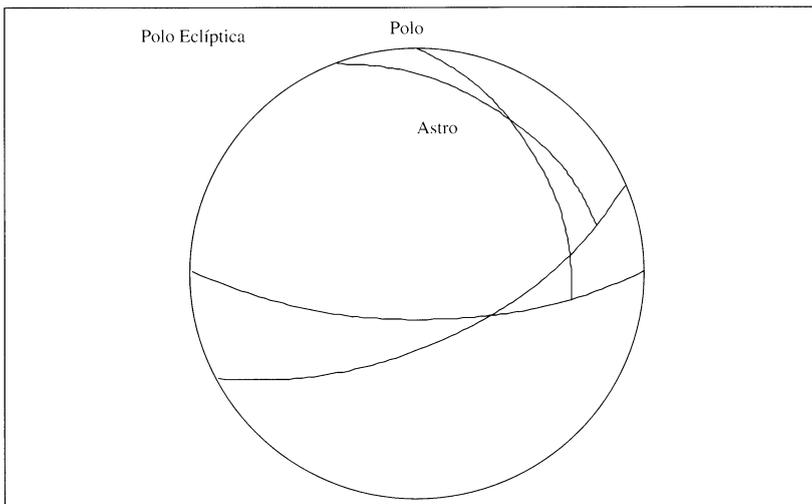


FIGURA 16.

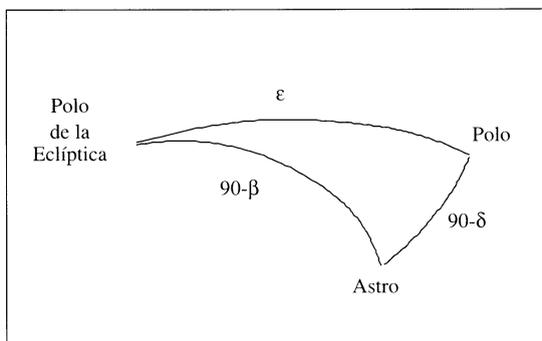


FIGURA 17.

### Capítulo III

## Sistemas de referencia y tiempo

---

Es válida aquí la discusión anterior para determinar la solución astronómicamente correcta. Como la declinación se encuentra en el intervalo de  $-90$  a  $90$  grados, el signo de  $\text{sen}\alpha$  es el del segundo miembro de la segunda de (8), y el signo de  $\text{cos}\alpha$  el del segundo miembro de la tercera de (8).

Además, de la tercera de (8), como  $\text{cos}\beta$  siempre es positivo, el signo de  $\text{cosa}$  es el mismo que el de  $\text{cos}\lambda$ .

Conocido el tiempo sidéreo, la ecuación fundamental (1) permite relacionar Ángulo Horario con Ascensión Recta, y por tanto, pasar de cualquier sistema de referencia a cualquier otro.