

TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

F. Javier Gil Chica

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Edita:
Publicaciones Universidad de Alicante
ISBN: 84-7908-270-4
Depósito Legal: MU-1.461-1996
Edición a cargo de Compobell, S.L. Murcia

Reservados todos los derechos. No se permite reproducir, almacenar en sistemas de recuperación de la información ni transmitir alguna parte de esta publicación, cualquiera que sea el medio empleado –electrónico, mecánico, fotocopia, grabación, etc.–, sin el permiso previo de los titulares de los derechos de la propiedad intelectual.

Estos créditos pertenecen a la edición impresa de la obra.

Edición electrónica:



F. Javier Gil Chica

**TEORÍA DE ECLIPSES,
OCULTACIONES
Y TRÁNSITOS**

**Capítulo XIII
Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985**

Índice

Portada

Créditos

Capítulo XIII: eclipse de sol del 19 de mayo de 1985	5
Intersección del cono de penumbra con la Tierra	5
Límites temporales del Eclipse	14
Curvas de contacto en el horizonte	18
Curva de máximo en el horizonte	23
Límite Sur del Eclipse	25
Circunstancias del Eclipse en un punto dado	27

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Expondremos aquí detalladamente los cálculos del eclipse parcial de Sol que se produjo el 19 de mayo de 1985. Los elementos Besselianos ya vienen dados en las Efemérides del Observatorio de San Fernando de diez en diez minutos, por lo que no es necesario usar esquemas complicados de interpolación.

Intersección del cono de penumbra con la tierra

Buscaremos la intersección del cono de penumbra con la Tierra para una serie de instantes. Esto permitirá, aparte del seguimiento del fenómeno, la estimación más exacta del instante en que se producirá el eclipse en un lugar dado, pudiendo a partir de esta estimación calcular el momento exacto. Puesto que la conjunción del Sol y la Luna se produce en torno a las 22 horas TU, tomaremos las horas 19.5, 20.0, 20.5,

21.0, 21.5, 22.0, 22.5, 23.0, 23.5 y para cada una de ellas calcularemos una serie de puntos pertenecientes a la intersección del cono con la superficie de la Tierra. El conjunto de estos puntos permite trazar la curva buscada.

$$\tan f = 0.004621$$

$$\mu_1 = 0.261812 \text{ rads/hora}$$

$$d' = 0.000146 \text{ rads/hora}$$

Expondremos con detalle los cálculos para el punto correspondiente a $Q=30^\circ$ para las 21.00 horas de Tiempo Universal. En este momento:

$$x = -0.568051$$

$$y = 0.941312$$

$$\text{sen } d = 0.320285$$

$$\text{cos } d = 0.940322$$

$$l = 0.564487$$

$$i = 0.004621$$

$$\mu_1 = 135.89224^\circ$$

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Tabla II
Tabla de elementos Besselianos

TU	x	y	sen d	cos d	μ_1	l
19 10	-1.456634	+0.647097	+0.340032	+0.940414	108.39098	0.564550
19 20	1.375878	0.673885	0.340055	0.940406	110.89109	0.564547
19 30	1.295117	0.700664	0.340078	0.940397	113.39121	0.564544
19 40	1.214351	0.727435	0.340101	0.940389	115.89132	0.564539
19 50	1.133579	0.754199	0.340124	0.940381	118.39144	0.564535
20 00	-1.052803	+0.780954	+0.340147	+0.940372	120.89155	0.564530
20 10	0.972022	0.807701	0.340170	0.940364	123.39167	0.564524
20 20	0.891237	0.834440	0.340193	0.940356	125.89178	0.564517
20 30	0.810447	0.861170	0.340216	0.940347	128.39190	0.564511
20 40	0.729652	0.887893	0.340239	0.940339	130.89201	0.564503
20 50	0.648854	0.914607	0.340262	0.940331	133.39213	0.564495
21 00	-0.568051	+0.941312	+0.340285	+0.940322	135.89224	0.564487
21 10	0.487245	0.968009	0.340308	0.940314	138.39236	0.564478
21 20	0.406435	0.994698	0.340331	0.940306	140.89247	0.564468
21 30	0.325622	1.021378	0.340354	0.940297	143.39259	0.564458
21 40	0.244805	1.048049	0.340377	0.940289	145.89270	0.564447
21 50	0.163985	1.074712	0.340400	0.940281	148.39282	0.564436
22 00	-0.083162	+1.101366	+0.343423	+0.940272	150.89293	0.564424
22 10	0.002336	1.128011	0.340446	0.940264	153.39304	0.564412
22 20	+0.078493	1.154647	0.340469	0.940256	155.89316	0.564399
22 30	0.159324	1.181275	0.340492	0.940248	158.39327	0.564385
22 40	0.240158	1.207893	0.340515	0.940239	160.89338	0.564371
22 50	0.320994	1.234502	0.340538	0.940231	163.39350	0.564357

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

Tabla II
Tabla de elementos Besselianos

23 00	+0.401832	+1.261103	+0.340560	0.940223	165.89361	0.564342
23 10	0.482672	1.287694	0.340583	0.940214	168.39372	0.564326
23 20	0.563514	1.314276	0.340606	0.940206	170.89383	0.564310
23 30	0.644358	1.340849	0.340629	0.940198	173.39394	0.564293
23 40	0.725203	1.367412	0.340652	0.940189	175.89405	0.564276
23 50	0.806050	1.393966	0.340675	0.940181	178.39417	0.564258

En primer lugar, de

$$\rho_1 \operatorname{sen} d_1 = \operatorname{sen} d$$

$$\rho_1 \cos d_1 = \sqrt{1 - e^2} \cos d$$

adoptando el valor $e = 0.081992$

$$\rho_1 = 0.997023$$

$$\cos d_1 = 0.939953$$

$$\operatorname{sen} d_1 = 0.341303$$

Para $Q = 30^\circ$:

$$a = x - l \operatorname{sen} Q = -0.850294 = \operatorname{sen} \beta \operatorname{sen} \gamma$$

$$b = \frac{y}{\rho_1} - \frac{l \cos Q}{\rho_1} = 0.453802 = \operatorname{sen} \beta \cos \gamma$$

$$\operatorname{sen} \beta = \sqrt{a^2 + b^2} = 0.963805 \quad ; \quad \beta = 74.537463^\circ$$

$$\tan \gamma = \frac{a}{b} = 1.873707 \quad ; \quad \gamma = 61.911102^\circ$$

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

De aquí

$$\zeta_1 = \cos \beta - i \operatorname{sen} \beta \cos (Q - \gamma) = 0.262828$$

$$\xi = a + i \zeta_1 \operatorname{sen} Q = -0.849687$$

$$\eta_1 = b + i \zeta_1 \cos Q = 0.454855$$

Ahora

$$\cos \varphi_1 \operatorname{sen} \theta = \xi = -0.849687$$

$$\cos \varphi_1 \cos \theta = -\eta_1 \operatorname{sen} d_1 + \zeta_1 \cos d_1 = 0.091803$$

$$\operatorname{sen} \varphi_1 = \eta_1 \cos d_1 + \zeta_1 \operatorname{sen} d_1 = 0.517243$$

Como $\cos \varphi_1 > 0$ siempre, de la primera $\operatorname{sen} \theta < 0$, y de la segunda $\cos \theta > 0$, luego θ se encuentra en el tercer cuadrante. Conocido $\operatorname{sen} \varphi_1$

$$\cos \varphi_1 = 0.855838$$

$$\operatorname{sen} \theta = -0.992812$$

$$\cos \theta = 0.107267$$

Como $\operatorname{sen} \varphi_1 > 0$, φ_1 , se encuentra en el primer cuadrante, luego

$$\varphi_1 = 31.147498$$

$$\theta = -83.126117^{\circ}$$

La longitud Oeste del punto buscado es

$$\omega = \mu_1 - \theta = 219.018357^{\circ}$$

y la latitud

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \varphi_1}{\sqrt{1 - e^2}} \right) = 31.233133^{\circ}$$

A continuación se dan las tablas para cada una de las horas elegidas. Para su cálculo se han tomado valores de Q desde 0 a 350°. Si se considera que el número de puntos elegidos, cuando para varios valores de Q no exista solución, es insuficiente para trazar la curva, se pueden tomar valores con un intervalo más pequeño.

Tabla III

TU = 19h 30m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
280	42.044439	198.02235
290	37.866749	189.199176
300	32.512422	186.542254
310	26.579349	188.278327
320	19.630236	195.336766

Tabla IV

TU = 20h 00m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
270	60.171597	200.218836
280	55.689659	182.982614
290	49.935249	175.381928
300	44.093257	172.845366
310	38.480975	173.490545
320	33.168202	176.543771
330	28.088279	181.845242
340	22.951241	189.944757
350	16.215864	204.734195

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Tabla V

TU = 20h 30m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
0	27.052809	193.811823
10	22.765115	208.284470
260	69.724319	261.207048
270	74.121669	193.012725
280	67.143352	169.710853
290	59.931591	162.677610
300	53.389453	161.281706
310	47.566562	162.674186
320	42.424284	165.877125
330	37.911319	170.524479
340	33.956609	176.540566
350	30.433291	184.095756

Tabla VI

TU = 21h 00m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
0	37.489857	181.537368
10	35.778173	190.920584
20	34.154679	202.501918
30	31.323286	219.481545
270	89.237949	293.484919
280	77.781185	139.825256
290	68.675945	142.262594
300	61.361958	145.738283
310	55.268005	149.925106
320	50.154118	154.766277
330	45.897535	160.270123
340	42.419617	166.486019
350	39.648769	173.513437

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

Tabla VII

TU = 21h 30m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
0	45.816180	171.193024
10	45.049723	180.101395
20	44.832041	190.162218
30	44.892043	202.115630
40	44.546204	217.682317
280	76.653998	44.684179
290	73.424675	98.334929
300	67.008962	119.185620
310	61.253274	130.918319
320	56.434775	139.790611
330	52.528608	147.657459
340	49.488544	155.266553
350	47.269076	163.015145

Tabla VIII

TU = 22h 00m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
0	52.772308	158.776949
10	52.840227	168.243341
20	53.630103	178.455561
30	55.006853	190.155533
40	56.655549	204.623188
50	57.692327	224.514507
300	65.544828	074.170541
310	63.388527	100.270142
320	60.182486	117.052379
330	57.263133	129.549568
340	54.992254	140.005612
350	53.485029	149.530411

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Tabla IX

TU 22h 30m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
0	57.930609	140.974665
10	59.072831	151.488473
20	61.028932	162.232482
30	63.803683	174.289107
40	67.266265	189.736933
50	70.751069	213.509719
60	70.698892	256.354845
320	57.749693	81.530490
330	58.116193	102.151228
340	57.711893	117.392913
350	57.530326	129.897927

Tabla X

TU 23h 00m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
0	59.444427	113.852367
10	62.256560	125.196593
20	65.780136	135.225892
30	70.340265	144.864525
40	73.323464	156.008972
50	84.261775	182.670603
60	78.582121	320.158857
340	53.431584	081.392543
350	56.885754	100.106218

Tabla XI

TU 23h 30m		
Q	LATITUD	LONGITUD W
10	56.952063	82.721260
20	62.924883	91.395289
30	68.539572	91.719959
40	73.524441	76.648523

Límites temporales del eclipse

Usaremos en este apartado y en apartados siguientes valores de la variación horaria de las coordenadas x e y , por lo que en primer lugar expondremos la tabla pertinente deducida de la tabla de Elementos Besselianos a partir del esquema expuesto en el apéndice A.

Pasamos a calcular los extremos temporales del eclipse, es decir, los instantes en que el cono de penumbra es tangente al elipsoide terrestre. Para ello tomaremos $T_0 = 21$ h, y haciendo uso de las tablas del eclipse:

$$m_0 = (x_0^2 + y_0^2)^{\frac{1}{2}} = 1.099432$$

$$M_0 = \tan^{-1} \frac{x_0}{y_0} = -31.109607$$

$$n = (x'^2 + y'^2)^{\frac{1}{2}} = 0.510597$$

$$N = \tan^{-1} \frac{x'}{y'} = 71.708233$$

$$\rho_1 = 0.997023$$

Es suficiente tomar la primera aproximación (recordemos que estamos despreciando la refracción atmosférica), es decir, $p=1$, con lo cual

$$\text{sen } \Psi = \frac{m_0 \text{sen} (M_0 - N)}{p + l} = -0.685231$$

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

de donde

$$\Psi = 223.253752 \text{ para el comienzo}$$

$$\Psi = 316.746248 \text{ para el final}$$

ya que en el primer caso el coseno es negativo y en el segundo positivo. Entonces

$$\tau = \frac{p+l}{n} \cos \Psi - \frac{m_0}{n} \cos (M_0 - N)$$

proporciona

$$-1.753918 \text{ COMIENZO}$$

$$2.709315 \text{ FINAL}$$

Así pues, el eclipse comienza en

$$T_1 = 19.246082 = 19h \ 14m \ 45s$$

y termina en

$$T_2 = 23.709315 = 23h \ 42m \ 33s$$

Calcularemos ahora las coordenadas de los puntos en que el cono toca al elipsoide por primera y última vez, es decir, los puntos primero y último sobre la superficie de la Tierra en que se observa el contacto. Estos puntos se encuentran lógicamente sobre las curvas de contacto al Orto y al Ocaso que calcularemos después.

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

Tabla XII

TU	x'	y'
19.1667	.484515	.160753
19.3333	.484552	.160701
19.5000	.484579	.160648
19.6667	.484614	.160605
19.8333	.484648	.160561
20.0000	.484655	.160491
20.1667	.484705	.160478
20.3333	.484722	.160401
20.5000	.484757	.160360
20.6667	.484780	.160313
20.8333	.484797	.160254
21.0000	.484850	.160213
21.1667	.484859	.160156
21.3333	.484866	.160108
21.5000	.484890	.160052
21.6667	.484912	.160001
21.8333	.484927	.159954
22.0000	.484952	.159888
22.1667	.484976	.159828
22.3333	.484977	.159796
22.5000	.484995	.159738
22.6667	.485011	.159679
22.8333	.485020	.159629
23.0000	.485039	.159580
23.1667	.485044	.159517
23.3333	.485059	.159466
23.5000	.485067	.159408
23.6667	.485073	.159348
23.8333	.485096	.159305

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

A.- Primer Contacto

Tomaremos valores aproximados para ρ_1 , $\text{sen } d_1$, $\text{cos } d_1$ e interpolaremos linealmente para obtener μ_1 en T_1 . Los cálculos pueden disponerse en la siguiente forma

$$\rho_1 = 0.997023$$

$$\text{sen } d_1 = 0.341070$$

$$\text{cos } d_1 = 0.940037$$

$$\gamma' = \tan^{-1}(\rho_1 \tan \gamma) = -64972596$$

$$\text{sen } \varphi = \cos \gamma' \cos d_1 = 0.397684$$

$$\text{cos } \varphi_1 = 0.917522$$

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{sen } \gamma'}{\text{cos } \varphi_1} = -0.987557$$

$$\text{cos } \theta = -\frac{\text{cos } \gamma' \text{sen } d_1}{\text{cos } \varphi_1} = -0.157261$$

$$\theta = 260.952022$$

$$\omega = \mu_1 - \theta = 208.630217$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi_1}{\sqrt{1 - e^2}} \right] = 23.504068$$

B.- Último Contacto

Procediendo de igual forma, encontramos la latitud y longitud Oeste del último contacto:

$$\rho_1 = 0.997024$$

$$\text{sen } d_1 = 0.341669$$

$$\begin{aligned} \cos d_1 &= 0.939820 \\ \gamma' &= \tan^{-1} (\rho_1 \tan \gamma) = 28.383005 \\ \text{sen } \varphi_1 &= \cos d_1 \cos \gamma' = 0.826844 \\ \cos \varphi_1 &= 0.562431 \\ \text{sen } \theta &= \frac{\text{sen } \gamma'}{\cos \varphi_1} = 0.845194 \\ \cos \theta &= -\frac{\cos \gamma' \text{sen } d_1}{\cos \varphi_1} = -0.534460 \\ \theta &= 122.307273 \\ \omega &= \mu_1 - \theta = 54.226288 \\ \varphi &= \tan^{-1} \left[\frac{\tan \varphi_1}{\sqrt{1 - e^2}} \right] = 55.865707 \end{aligned}$$

Curvas de contacto en el horizonte

Para trazar estas curvas elegiremos una serie de instantes igualmente espaciados en el intervalo determinado por el primer y último contacto. De cada uno de estos instantes obtendremos dos puntos, correspondientes cada uno a una generatriz tangente al elipsoide y determinaremos para cada uno de ellos si el Sol se encuentra en el Orto o en el Ocaso y si el eclipse está comenzando o finalizando.

A continuación desarrollaremos el cálculo completo para el instante TU = 20h. De la Tabla de Elementos Besselianos y de la Tabla XII tenemos

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

$$\begin{aligned}x &= -1.052803 \\y &= 0.780954 \\sen d &= 0.340147 \\cos d &= 0.940372 \\\mu_1 &= 120.89155 \\l &= 0.564530 \\i &= 0.004621 \\x' &= 0.484655 \\y' &= 0.160491 \\\mu' &= 0.261812 \text{ rads/hora}\end{aligned}$$

de todo lo cual deducimos

$$\begin{aligned}\rho_1 &= 0.997023 \\sen d_1 &= 0.341163 \\cos d_1 &= 0.940004 \\m &= 1.310833 \\M &= -53.432512 \\b' &= -0.254248 \\c' &= 0.554845 \\E &= -24.618789\end{aligned}$$

Tomaremos en primera aproximación $p = 1$, de donde

$$\lambda = 2 \operatorname{sen}^{-1} \sqrt{\frac{(l + m - p)(l - m + p)}{4 m p}} = 23.752771$$

y obtenemos

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

$$\begin{aligned} & -29.679741 \\ \gamma = M \pm \lambda = & \\ & -77.185283 \end{aligned}$$

Los cálculos en segunda aproximación han de realizarse por separado para cada uno de los valores de γ , y pueden disponerse como se hace a continuación

γ	-29.679741	-77.185283
$\gamma' = \tan^{-1}(\rho_1 \tan \gamma)$	-29.606310	-77.148288
$p = \text{sen } \gamma' / \text{sen } \gamma$	0.997750	0.999853
$\pm \lambda$	23.703606	-23.749630
$\gamma = M \pm \lambda$	-29.728909	-77.182142
$\gamma' = \tan^{-1}(\rho_1 \tan \gamma)$	-29.655403	-77.145139
$\text{sen } \varphi_1 = \cos \gamma' \cos d_1$	0.816879	0.209134
$\cos \varphi_1$	0.576809	0.977887
$\text{sen } \theta = \text{sen } \gamma' / \cos \varphi_1$	-0.857792	-0.996983
$\cos \theta = -\cos \gamma' \text{sen } d_1 / \cos \varphi_1$	-0.513994	-0.077619
θ	239.069565	265.548211
$\omega = \mu_1 - \theta$	241.821985	215.343339
$\varphi = \tan^{-1}(\tan \varphi_1 / \sqrt{1 - e^2})$	54.864572	12.111183
$p \text{sen}(\gamma - E)$	-0.088870	-0.793909
$m \text{sen}(M - E)$	-0.631774	-0.631774

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Para el punto de coordenadas

$$\omega = 241.821985$$

$$\varphi = 54.864572$$

$\theta = 239.069565$ y $p \operatorname{sen}(\gamma - E) > m \operatorname{sen}(M - E)$, por tanto el eclipse está comenzando con el Sol en el Orto. Para el punto

$$\omega = 215.343339$$

$$\varphi = 12.111183$$

$\theta = 265.548211$ y $p \operatorname{sen}(\gamma - E) < m \operatorname{sen}(M - E)$, por tanto el eclipse está terminando con el Sol en el Orto. Análogamente se calcularía para los demás instantes. Los resultados se recogen en la tabla siguiente

Tabla XIII

TU	LONGITUD W	LATITUD	
19h 20m	214.226105	32.531007	P.O.
	207.003061	16.406565	P.O.
19h 30m	221.056004	39.999972	P.O.
	208.193561	13.034393	P.O.
19h 40m	227.602650	45.647475	P.O.
	210.210125	11.762157	F.O.
19h 50m	234.424438	50.507906	P.O.
	212.632011	11.554395	F.O.
20h 00m	241.821979	54.864566	P.O.
	215.343299	12.1188	F.O.
20h 10m	250.090597	58.812619	P.O.
	218.296197	13.297389	F.O.
20h 20m	259.572288	62.353290	P.O.
	221.468579	15.035909	F.O.
20h 30m	270.650263	65.414720	P.O.

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

20h 40m	283.653216	67.852588	P.O.
	228.442944	19.956891	F.O.
20h 50m	298.588614	69.480160	P.O.
	232.246296	23.043074	F.O.
21h 00m	314.831732	70.102472	P.O.
	236.274624	26.473105	F.O.
21h 10m	331.081962	69.646511	P.O.C.
	240.544957	30.185623	F.O.
21h 20m	345.999226	68.213226	P.O.C.
	245.084327	34.112842	F.O.
21h 30m	358.867510	66.036037	P.O.C.
	249.931963	38.183780	F.O.
21h 40m	9.643054	63.383267	P.O.C.
	255.144001	43.327891	F.O.
21h 50m	18.622245	60.493971	P.O.C.
	260.800349	46.477496	F.O.
22h 00m	26.168690	57.560315	P.O.C.
	267.01465	50.568903	F.O.
22h 10m	32.597252	57.731628	P.O.C.
	273.948384	54.540312	F.O.
22h 20m	38.147953	52.123622	P.O.C.
	281.830568	58.326315	F.O.
22h 30m	42.993260	49.826945	P.O.C.
	290.979954	61.846922	F.O.
22h 40m	47.251293	47.914989	P.O.C.
	301.817821	64.990368	F.O.
22h 50m	50.995417	46.452936	P.O.C.
	314.826828	67.589123	F.O.
23h 00m	54.257394	45.509307	P.O.C.
	330.359557	69.396372	F.O.
23h 10m	57.019185	45.175054	P.O.C.
	348.219816	70.087368	F.O.
23h 20m	59.176118	45.607417	F.O.C.
	7.331966	69.308011	F.O.C.
23h 30m	60.385416	47.172396	F.O.C.
	26.321719	66.653159	F.O.C.
23h 40m	58.772608	51.522798	F.O.C.
	45.871311	60.602546	F.O.C.

donde P y F significan principio y fin y O y OC Orto y Ocaso respectivamente.

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Curva de máximo en el horizonte

Calcularemos la curva que contiene a los puntos desde los cuales el eclipse se encuentra en su máximo cuando el Sol se encuentra en el horizonte, en el Orto o en el Ocaso. Para ello tomaremos una serie de instantes comprendidos entre el primer y el último contacto y procederemos como se detalla a continuación para $TU = 20h$. En primera aproximación $p=1$ y

$$\text{sen } \Psi = m \text{ sen } (M - N) = -0.631774$$

de donde

$$\Psi = -39.181106$$

$$\Psi = 219.181106$$

Como

$$\pm \Delta = m \cos (M - E) - p \cos \Psi$$

y ha de ser $\Delta < 1$, rechazamos el segundo de los valores de Ψ que da 1.923693 y tomamos el primero, que proporciona

$$\Delta = 0.373387 < 1$$

y entonces podemos proceder como sigue (en la tabla siguiente se ha llegado a cuarta aproximación):

$$\gamma = \Psi + E \quad -63.799895$$

$$\gamma' = \tan^{-1} (\rho_1 \tan \gamma) \quad -63.732162$$

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

$$\begin{aligned}
 p &= \text{sen } \gamma' / \text{sen } \gamma && 0.999418 \\
 \text{sen } \Psi &= (m \text{sen } (M - E)) / p && -0.632142 \\
 \Psi &&& -39.208326 \\
 \gamma &= \Psi + E && -63.827115 \\
 \gamma' &= \tan^{-1} (\rho_1 \tan \gamma) && -63.759432 \\
 \text{sen } \varphi_1 &&& 0.415614 \\
 \cos \varphi_1 &&& 0.909541 \\
 \text{sen } \theta &&& -0.986152 \\
 \cos \theta &&& -0.165844 \\
 \theta &&& 260.453717 \\
 \omega &= \mu_1 - \theta && 220.437833 \\
 \varphi &&& 24.631112
 \end{aligned}$$

Las curvas de contacto en el horizonte forman una especie de «8» deformado, y la línea de máximo en el horizonte divide cada lóbulo en dos partes simétricas pasando por el vértice.

Tabla XIV

TU	LONGITUD W	LATITUD	
19.6667	210.564783	12.695881	ORTO
20.0000	220.437910	24.631170	ORTO
20.3333	230.550697	34.973209	ORTO
20.6667	241.578415	44.312897	ORTO
21.0000	254.399062	52.828840	ORTO
21.3333	270.490180	60.410229	ORTO
21.6667	292.313730	66.514928	ORTO
22.0000	322.080683	69.878430	ORTO
22.3333	355.587298	68.963130	OCASO

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

22.6667	23.532350	63.788548	OCASO
23.0000	44.057881	55.523328	OCASO
23.3333	50.519038	54.380728	OCASO

Límite sur del eclipse

Esta curva puede dibujarse muy aproximadamente como la tangente común a todas las curvas intersección del cono de penumbra con el elipsoide, sin que sea muy importante el error cometido ya que las observaciones que se realizan desde los puntos de las curvas límite no tienen un valor especial.

Para $T = 20h$ y con los elementos del Eclipse ya calculados para ese instante obtenemos

$$e = 0.610323$$

$$E = -24.618790$$

$$f = 0.246344$$

$$\Psi = -27.183907$$

tomando en primera aproximación

$$Q = \frac{1}{2} \left(\Psi + \frac{3E}{2} \right)$$

que es el punto medio del intervalo $[E, \frac{E}{2} + \Psi]$, encontramos como valor definitivo en tercera aproximación

$$Q = -31.697695$$

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

a partir de donde, siguiendo el método expuesto para encontrar la intersección del cono con el elipsoide, encontramos

$$LATITUD = 28.942085$$

$$LONGITUD W = 180.776147$$

para uno de los puntos de la curva límite Sur. Siguiendo el mismo procedimiento para una serie de instantes hemos formado la Tabla XV que permite finalmente dibujar la curva. Los primeros y los últimos lugares de la tabla se encuentran vacíos debida a que la primera aproximación de Q proporciona valores de $\text{sen } \beta$ superiores a la unidad, con lo cual la solución es imposible. Una primera aproximación más adecuada proporcionaría el resultado correcto, pero estimamos que los 22 puntos obtenidos son suficientes para trazar la curva.

Tabla XV

TU	LATITUD	LONGITUD W
19h 20m		
19h 30m		
19h 40m	17.8468	196.8027
19h 50m	24.4638	186.4862
20h 00m	28.9421	180.7761
20h 10m	32.6238	176.4772
20h 20m	35.8574	172.8163
20h 30m	38.7474	169.5085

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

20h 40m	41.3755	166.3635
20h 50m	43.7833	163.2640
21h 00m	45.9974	160.1221
21h 10m	48.0349	156.8651
21h 20m	49.9051	153.4280
21h 30m	51.6098	149.7512
21h 40m	5301474	145.7696
21h 50m	54.5086	141.4173
22h 00m	54.6755	136.6272
22h 10m	56.6218	131.3198
22h 20m	57.3078	125.4072
22h 30m	57.6735	118.8035
22h 40m	57.6327	111.3834
22h 50m	57.0485	102.9561
23h 00m	55.6714	93.1241
23h 10m	52.8614	80.6304
23h 20m		
23h 30m		
23h 40m		

Circunstancias del eclipse en un punto dado

Calcularemos las circunstancias en que tuvo lugar el eclipse del 19 de mayo de 1985 en el punto de longitud 180° y latitud 60° . En primer lugar, observemos la progresión de las curvas que dan la intersección del cono de penumbra con el elipsoide terrestre. A las 20h aún no había comenzado el eclipse en el punto considerado. A las 21 h, la curva intersección, en forma de «U», contiene al punto de observación, y por tanto se estaba dentro del cono de penumbra, observando el eclipse

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

parcial casi en el instante de máximo oscurecimiento, ya que nos encontramos cerca del eje de la «U». A las 22h aún seguía observándose el eclipse, pero cerca ya de su final.

Tomamos por tanto $T_0 = 21h$. Sabemos que en este momento

$$\begin{aligned}x &= -0.568051 \\y &= 0.941312 \\sen d &= 0.340285 \\cos d &= 0.940322 \\\mu_1 &= 135.89224^0 \\l &= 0.564487 \\i &= 0.004621 \\x' &= 0.484850 \\y' &= .160213\end{aligned}$$

y con todos estos datos obtenemos

$$\begin{aligned}\xi_0 &= -0.3471 \\\eta_0 &= 0.6850 \\\zeta_0 &= 0.6287 \\\xi' &= 0.0940 \\\eta' &= -0.0360 \\m &= 0.3384 \\n &= 0.4376 \\M &= -40.7558 \\N &= 63.3326\end{aligned}$$

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

de donde

$$\text{sen } \Psi = \frac{m \text{ sen } (M - N)}{L} = -0.5845$$

que proporciona los valores

$$\Psi_1 = -35.7645$$

$$\Psi_2 = 215.7645$$

y de

$$\tau = \frac{L}{n} \cos \Psi - \frac{m}{n} \cos (M - N)$$

$$\tau_1 = 1.2294$$

$$\tau_2 = -0.8530$$

Por tanto el eclipse comienza en

$$T_i = 20h 08m 49s$$

y termina en

$$T_f = 22h 13m 46s$$

siendo el instante de máximo oscurecimiento

$$T_D = T_0 - \frac{m}{n} \cos (M - N) = 21h 11m 18 s$$

Estos son valores correctos dentro de un error de pocos minutos, pero podemos obtener mayor precisión, del orden de muy pocos segundos, buscando una nueva aproximación. Veamos que el método seguido se basa en la suposición de que

$$x = x_0 + x' \tau$$

$$y = y_0 + y' \tau$$

$$\xi = \xi_0 + \xi' \tau$$

$$\eta = \eta_0 + \eta' \tau$$

Suposición que es tanto más correcta cuanto más pequeño sea τ . Entonces, como el eclipse comienza en torno a las 20h 08m, si tomamos para $(x_0, y_0, \xi_0, \eta_0)$ los valores correspondientes a $T_0 = 20h$, la aproximación al momento del inicio será mucho más precisa, aunque perderemos precisión respecto al instante del final, que ocurre unas dos horas después, con lo que la aproximación lineal perderá validez. No obstante, en esta segunda aproximación, podemos quedarnos sólo con el instante del inicio, desechando el del final. De la misma forma, como el eclipse finaliza en torno a las 22h, tomaremos $T_0 = 22h$ para calcular el instante del final del eclipse, desechando el instante inicial que encontremos. Procediendo de esta manera obtenemos en esta nueva aproximación

$$T_i = 20h\ 10m\ 11s$$

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

para el instante de comienzo, y para el instante del final

$$T_f = 22h\ 16m\ 49s$$

Precisemos aún más el instante del comienzo tomando $T_0 = 22h\ 10m$, con lo cual

$$T_i = 20h\ 10m\ 15s$$

y de la misma forma para el final, tomando $T_0 = 22h\ 10m$ encontramos

$$T_f = 22h\ 17m\ 04s$$

En el instante en que comienza el Eclipse, la Luna toca al limbo del Sol en un punto cuyo ángulo de posición es

$$\theta = N + \psi = 279^\circ.737$$

y el último contacto, cuando termina el Eclipse, se produce en el punto de ángulo de posición

$$\theta = N + \psi = 28^\circ.113$$

En cuanto al instante en que el Eclipse es máximo, sabemos que se produce en torno a las 22h 11 m. Tomando $T_0 = 21\ h\ 10m$ encontramos

$$T_D = 21h\ 11m\ 21s$$

En ese instante, el oscurecimiento del Sol es

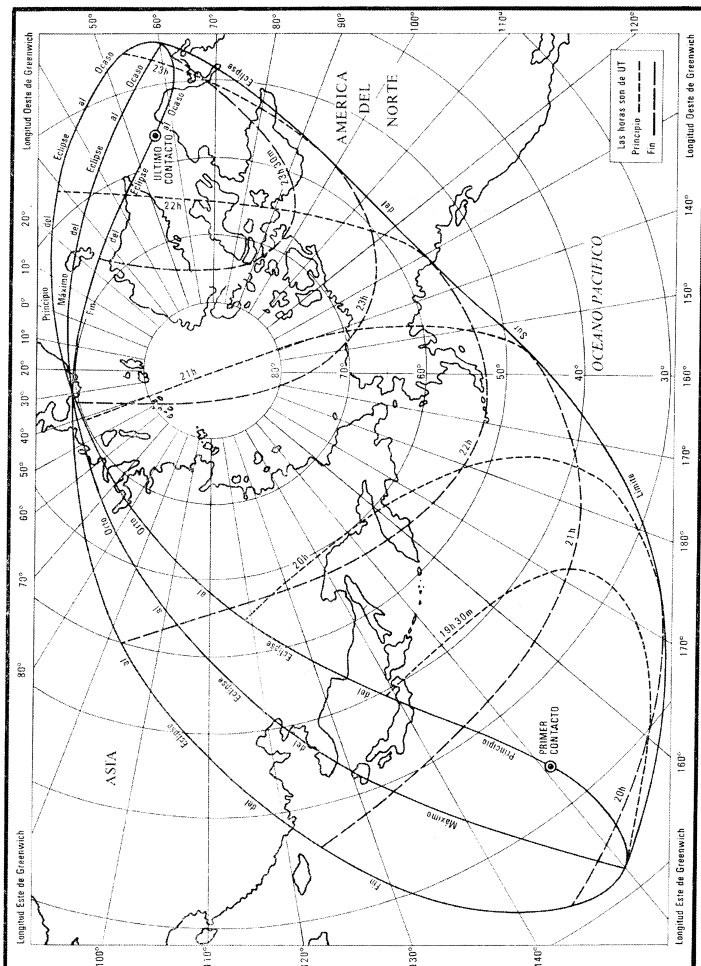
$$D = \frac{L - \Delta}{L + L_1} \approx 1 - \frac{\Delta}{L} = 0.42$$

Quedan así completos todos los cálculos de interés del Eclipse propuesto. Aunque en algún caso hemos expuesto procedimientos especiales para Eclipses totales o anulares, estos pueden tratarse de la misma forma que los Eclipses parciales sin más que sustituir los valores correspondientes de i y l , ya que la geometría es similar. Existen sin embargo problemas específicos de Eclipses totales y anulares cuyo enunciado y solución ya ha sido expuesto y que no ilustraremos aquí por considerar que involucran únicamente rutinas muy similares a las que hemos dedicado este capítulo con todo detalle.

Capítulo XIII

Eclipse de sol del 19 de mayo de 1985

Eclipse parcial de Sol del 19 de mayo de 1985



Efemérides Astronómicas del Instituto y Observatorio de Marina de San Fernando (Cádiz).