

TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

F. Javier Gil Chica

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Edita:
Publicaciones Universidad de Alicante
ISBN: 84-7908-270-4
Depósito Legal: MU-1.461-1996
Edición a cargo de Compobell, S.L. Murcia

Reservados todos los derechos. No se permite reproducir, almacenar en sistemas de recuperación de la información ni transmitir alguna parte de esta publicación, cualquiera que sea el medio empleado –electrónico, mecánico, fotocopia, grabación, etc.–, sin el permiso previo de los titulares de los derechos de la propiedad intelectual.

Estos créditos pertenecen a la edición impresa de la obra.

Edición electrónica:



F. Javier Gil Chica

**TEORÍA DE ECLIPSES,
OCULTACIONES
Y TRÁNSITOS**

**Capítulo XII
Tránsitos**

Índice

Portada

Créditos

Capítulo XII: Tránsitos	5
Introducción.....	5
Longitud de un lugar a partir de la observación de un Eclipse	7
Corrección de la longitud	10
Corrección de Efemérides	17
Ecuaciones de condición para tránsitos	24
Predicción para el centro de la Tierra	26
Predicción para un punto de la superficie	29
Historia de los tránsitos de Venus	36

Capítulo XII

Tránsitos

Introducción

Cuando los planetas Venus o Mercurio, cuyas órbitas se encuentran entre el Sol y la órbita de la Tierra, se interponen entre nosotros y el Sol, se produce un tránsito. La geometría de este fenómeno es la misma que la de los eclipses solares, salvo que uno de los planetas interiores sustituye a la Luna. Deben hacerse no obstante algunas precisiones. Para Venus, $k = 0.9975$ y para Mercurio $k = 0.3897$, valores que han de ser sustituidos en (18),(19).VI.

Por otra parte, b no es ahora una cantidad pequeña y es necesario emplear las fórmulas exactas (5),(7).VI en lugar de las aproximadas (9),(10).VI.

Los tránsitos de planetas interiores son un fenómeno difícil de observar, en especial por lo que se refiere al primer contacto exterior. Sin embargo se empleó mucho tiempo y esfuerzo en intentar optimizar las observaciones, y ello debido a que de éstas se pueden deducir correcciones tanto al paralaje del planeta como al del Sol, y por tanto determinar más exactamente la unidad astronómica.

La justificación de esta última afirmación y la comprensión del esfuerzo que durante el siglo pasado especialmente se puso en la observación de tránsitos requerirá que nos introduzcamos, al menos someramente, en toda una rama de Teoría de Eclipses que todavía no habíamos citado: La aplicación de la observación de eclipses a la corrección de los elementos del eclipse usados para la predicción y a la determinación de longitudes terrestres. Comoquiera que esta rama se desarrolló en principio en conexión con los eclipses solares, nos referiremos a la Luna como cuerpo eclipsante, pero no debe perderse de vista que la geometría de un tránsito es la misma, por lo que todo cuanto deduzcamos en adelante referido a eclipses solares tendrá aplicación inmediata a tránsitos con sólo observar las precisiones citadas al principio.

Una observación que es necesario hacer es que los métodos que se exponen a continuación no son ni modernos ni precisos

en comparación con otros desarrollados durante y después del siglo pasado, por lo que el lector que no esté interesado puede pasar directamente al punto 6. Se incluyen aquí por complitud, por su innegable interés histórico y también porque se trata de exponer una teoría geométrica, que en sí misma es considerablemente exacta, sin preocuparnos mucho de las ventajas o inconveniente de su aplicación.

Longitud de un lugar a partir de la observación de un eclipse

La observación de un eclipse da los tiempos locales de los contactos entre los discos del Sol y la Luna. En el caso de un eclipse parcial sólo hay dos contactos, los exteriores. En el caso de un eclipse total, o anular también existen dos contactos interiores. Sean

ω = Longitud Oeste del lugar de observación

t = Tiempo medio local de un contacto

μ = Tiempo sidéreo local en t

La conversión de t en μ requiere saber la longitud del lugar, que supondremos conocida por el observador al menos con la suficiente precisión. Sea T_0 un instante local de Greenwich en que se han calculado x e y , y sean

x_0, y_0 = valores de x e y para T_0
 x', y' = variación horario en $t + \omega$

Si ponemos

$$\tau = t + \omega - T_0 \tag{1}$$

los valores de x e y en $t + \omega$, que es el instante del meridiano origen en que el observador situado a una latitud ω observa el contacto, son

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x' \tau \\ y &= y_0 + y' \tau \end{aligned} \tag{2}$$

Los valores x' e y' que han de ser empleados en (2) se toman para el tiempo $t + \omega$, obtenido del valor aproximado de ω .

Las cantidades l e i varían tan lentamente que sus valores, tomados en el instante aproximado $t + \omega$ no difieren apreciablemente de los valores verdaderos. Por la misma razón, las cantidades a y d tomadas en $t + \omega$ son suficientemente precisas. Por tanto, conocida la latitud, las coordenadas del lugar de observación (ξ, η, ζ) pueden encontrarse a partir de (14).VI. En el instante del contacto, las ecuaciones (23),(24).VI se cumplen exactamente, luego

$$\begin{aligned} L \operatorname{sen} Q &= x_0 - \xi + x' \tau \\ L \operatorname{cos} Q &= y_0 - \eta + y' \tau \end{aligned} \tag{3}$$

Capítulo XII Tránsitos

donde τ es una cantidad desconocida. Llamando

$$\begin{aligned} m \operatorname{sen} M &= x_0 - \xi \ ; \ n \operatorname{sen} N = x' \\ m \operatorname{cos} M &= y_0 - \eta \ ; \ n \operatorname{cos} N = y' \end{aligned}$$

(3) se transforma en

$$\begin{aligned} L \operatorname{sen} Q &= m \operatorname{sen} M + \tau n \operatorname{sen} N \\ L \operatorname{cos} Q &= m \operatorname{cos} M + \tau n \operatorname{cos} N \end{aligned} \tag{4}$$

a partir de donde, siendo $\Psi = Q - N$:

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \Psi &= \frac{m \operatorname{sen} (M - N)}{L} \\ \tau &= \frac{L \operatorname{cos} \Psi}{n} - \frac{m \operatorname{cos} (M - N)}{n} \end{aligned} \tag{5}$$

Como en los casos similares que han sido discutidos, el ángulo ψ debe tomarse de forma que $L \operatorname{cos} \psi$ sea negativo para los primeros contactos, y positivo para los últimos, pero teniendo en cuenta que L es una cantidad negativa para eclipses totales. Habiendo encontrado τ , la longitud es

$$\omega = T_0 - t + \tau \tag{6}$$

Si el tiempo local observado es sidéreo, siendo m_0 el tiempo sidéreo correspondiente a T_0 , entonces

$$\omega = \mu_0 - \mu + \tau \tag{7}$$

habiendo transformado τ a segundos sidéreos. La unidad de τ en (5) es una hora media, pero poniendo

$$\tau = \frac{h L \cos \Psi}{n} - \frac{h m \cos (M - N)}{n}$$

podemos expresarlo en segundos medios o sidéreos según que tomemos $h = 3600$ o $h = 3609.856$.

Corrección de la longitud

El método expuesto anteriormente permite deducir la longitud de un lugar a partir de los instantes en que se observan los contactos, pero como los elementos del eclipse no se conocen exactamente, debemos conocer como afectan al valor encontrado los errores de tales elementos.

Llamemos

$\Delta x, \Delta y, \Delta L$ = correcciones a x, y y L , y por errores en los valores tabulados de las Efemérides

$\Delta \xi, \Delta \eta$ = correcciones en ξ y η por errores en φ' y ρ

$\Delta \tau$ = corrección resultante en τ

Suponiendo que estas correcciones son muy pequeñas, la relación entre ellas se encuentra diferenciando (3):

$$\begin{aligned} \Delta L \operatorname{sen} Q + L \cos Q \Delta Q &= \Delta x - \Delta \xi + x' \Delta \tau \\ \Delta L \cos Q - L \operatorname{sen} Q \Delta Q &= \Delta y - \Delta \eta + y' \Delta \tau \end{aligned} \tag{8}$$

Capítulo XII Tránsitos

donde Δx y Δy , que son las correcciones en $x = x_0 + x'\tau$ e $y = y_0 + y'\tau$ incluyen las correcciones en x' e y' . Si sustituimos

$$\begin{aligned}x' &= n \operatorname{sen} N \\y' &= n \cos N\end{aligned}$$

y eliminamos ΔQ obtenemos

$$\begin{aligned}\Delta L &= (\Delta x - \Delta\xi) \operatorname{sen} Q + (\Delta y - \Delta\eta) \cos Q \\ &\quad + n \cos (Q - N) \Delta\tau\end{aligned}\tag{9}$$

y si sustituimos Q por su valor $N + \Psi$

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= -(\Delta x - \Delta\xi) \frac{\operatorname{sen} (N + \Psi)}{n \cos \Psi} \\ &\quad - (\Delta y - \Delta\eta) \frac{\cos (N + \Psi)}{n \cos \Psi} + \frac{\Delta L}{n \cos \Psi}\end{aligned}\tag{10}$$

o bien

$$\begin{aligned}\Delta\tau &= -\frac{1}{n} (\Delta x \operatorname{sen} N + \Delta y \cos N) \\ &\quad + \frac{1}{n} (-\Delta x \cos N + \Delta y \operatorname{sen} N) \tan \Psi \\ &\quad + \frac{1}{n} (\Delta\xi \operatorname{sen} N + \Delta\eta \cos N) \\ &\quad - \frac{1}{n} (-\Delta\xi \cos N + \Delta\eta \operatorname{sen} N) \tan \Psi + \frac{\Delta L \sec \Psi}{n}\end{aligned}\tag{11}$$

y como $\Delta\omega = \Delta\tau$, de (6), (11) es al mismo tiempo la corrección en longitud.

Obsérvese que las correcciones Δx , Δy , $\Delta \xi$, $\Delta \eta$ tienen valores particulares dependientes del lugar de observación, a través de $\Delta \xi$ y $\Delta \eta$, que dependen de ρ y φ' , y del instante en que se realiza la observación a través de Δx y Δy . Por tanto, es conveniente expresar como función de cantidades contantes durante todo el tiempo de duración del eclipse e independientes del lugar de observación. Consideremos en primer lugar la parte de $\Delta \tau$ que depende de Δx y Δy . Para un instante cualquiera T_1 del meridiano origen

$$\begin{aligned} x &= x_0 + n (T_1 - T_0) \operatorname{sen} N \\ y &= y_0 + n (T_1 - T_0) \operatorname{cos} N \end{aligned} \quad (12)$$

de donde

$$\begin{aligned} x \operatorname{sen} N + y \operatorname{cos} N &= x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \operatorname{cos} N + n (T_1 - T_0) \\ - x \operatorname{cos} N + y \operatorname{sen} N &= - x_0 \operatorname{cos} N + y_0 \operatorname{sen} N \end{aligned} \quad (13)$$

Cada miembro de la última expresión es una contante que llamaremos X :

$$X = - x \operatorname{cos} N + y \operatorname{sen} N = - x_0 \operatorname{cos} N + y_0 \operatorname{sen} N$$

y de (13) se sigue que

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= x_0^2 + y_0^2 + n^2 (T_1 - T_0)^2 \\ &\quad + 2 n (T_1 - T_0) (x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \operatorname{cos} N) \\ &= X^2 + [x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \operatorname{cos} N + n (T_1 - T_0)]^2 \end{aligned} \quad (14)$$

Capítulo XII Tránsitos

Esta expresión muestra que la cantidad $\sqrt{x^2 + y^2}$, que es la distancia del eje de sombra al eje de la Tierra, nunca puede ser menor que X^2 , alcanzando su valor mínimo cuando se anula el segundo término, o sea, cuando

$$x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \operatorname{cos} N + n (T_1 - T_0) = 0 \quad (15)$$

y por tanto cuando

$$T_1 = T_0 - \frac{1}{n} (x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \operatorname{cos} N) \quad (16)$$

(16) da el instante de máxima aproximación del eje de sombra al centro de la Tierra, y (15) el valor de esa mínima distancia. Mediante la introducción de X y T_1 como cantidades auxiliares podemos expresar en forma más conveniente la parte de $\Delta\tau$ que depende de Δx y Δy . En el instante de observación $t + \omega$, de (13)

$$\begin{aligned} x \operatorname{sen} N + y \operatorname{cos} N &= x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \operatorname{cos} N + n (t + \omega - T_0) \\ &= n (t + \omega - T_1) \end{aligned} \quad (17)$$

y si Δn , ΔT_1 y ΔX son las correcciones a n , T_1 y X , tenemos

$$\begin{aligned} \Delta x \operatorname{sen} N + \Delta y \operatorname{cos} N &= -n \Delta T_1 + (t + \omega - T_1) \Delta n \\ -\Delta x \operatorname{cos} N + \Delta y \operatorname{sen} N &= \Delta X \end{aligned} \quad (18)$$

con lo cual, la parte de $\Delta\tau$ que depende de Δx y Δy queda en función de Δn , ΔT_1 y ΔX , que pueden considerarse como constantes para un eclipse dado.

Consideremos ahora la parte que depende de $\Delta\xi$ y $\Delta\eta$. Estas correcciones podemos considerarlas en último término como producto de la corrección en la excentricidad del meridiano terrestre, ya que la latitud puede conocerse con la precisión que se desee y la posición del Sol se puede considerar correcta.

Si e es la excentricidad del meridiano, recordemos

$$\rho \cos \varphi' = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

$$\rho \operatorname{sen} \varphi' = \frac{(1 - e^2) \operatorname{sen} \varphi}{\sqrt{1 - e^2 \operatorname{sen}^2 \varphi}}$$

diferenciando

$$\frac{\Delta\rho \cos \varphi'}{\Delta e^2} = \rho \cos \varphi' \frac{\rho^2 \operatorname{sen}^2 \varphi'}{2(1 - e^2)^2}$$

$$\frac{\Delta\rho \operatorname{sen} \varphi'}{\Delta e^2} = \rho \operatorname{sen} \varphi' \frac{\rho^2 \operatorname{sen}^2 \varphi'}{2(1 - e^2)^2} - \frac{\rho \operatorname{sen} \varphi'}{1 - e^2}$$

o llamando

$$\beta = \frac{\rho \operatorname{sen} \varphi'}{1 - e^2}$$

$$\frac{\Delta\rho \cos \varphi'}{\Delta e^2} = \frac{1}{2} \beta^2 \rho \cos \varphi'$$

$$\frac{\Delta\rho \operatorname{sen} \varphi'}{\Delta e^2} = \frac{1}{2} \beta^2 \rho \operatorname{sen} \varphi' - \beta$$

Capítulo XII Tránsitos

Por otra parte, de

$$\begin{aligned}\xi &= \rho \cos \varphi' \operatorname{sen} (\mu - a) \\ \eta &= \rho \operatorname{sen} \varphi' \cos d - \rho \cos \varphi' \operatorname{sen} d \cos (\mu - a)\end{aligned}$$

junto con (19) se deduce

$$\begin{aligned}\frac{\Delta \xi}{\Delta e^2} &= \frac{1}{2} \beta^2 \xi \\ \frac{\Delta \eta}{\Delta e^2} &= \frac{1}{2} \beta^2 \eta - \beta \cos d\end{aligned}\tag{20}$$

de donde

$$\begin{aligned}\Delta \xi \operatorname{sen} N + \Delta \eta \cos N &= \frac{1}{2} \beta^2 (\xi \operatorname{sen} N + \eta \cos N) \Delta e^2 \\ &\quad - \beta \cos d \cos N \Delta e^2 \\ -\Delta \xi \cos N + \Delta \eta \operatorname{sen} N &= \frac{1}{2} \beta^2 (-\xi \cos N + \eta \operatorname{sen} N) \Delta e^2 \\ &\quad - \beta \cos d \operatorname{sen} N \Delta e^2\end{aligned}$$

Puede ponerse

$$\begin{aligned}\xi &= x_0 - (x_0 - \xi) = x_0 - m \operatorname{sen} M \\ \eta &= y_0 - (y_0 - \eta) = y_0 - m \cos M\end{aligned}$$

y los segundos miembros se transforman en

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \beta^2 [x_0 \operatorname{sen} N + y_0 \cos N - m \cos (M - N)] \Delta e^2 \\ - \beta \cos d \cos N \Delta e^2 \\ \frac{1}{2} \beta^2 [-x_0 \cos N + y_0 \operatorname{sen} N + m \operatorname{sen} (M - N)] \Delta e^2 \\ - \beta \cos d \operatorname{sen} N \Delta e^2\end{aligned}$$

o bien, de la definición de X y (16)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \beta^2 [n (T_0 - T_1) - m \cos (M - N)] \Delta e^2 \\ & \quad - \beta \cos d \cos N \Delta e^2 \\ & \frac{1}{2} \beta^2 [X + m \operatorname{sen} (M - N)] \Delta e^2 \\ & \quad - \beta \cos d \operatorname{sen} N \Delta e^2 \end{aligned}$$

y si empleamos (5), tendremos finalmente

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \beta^2 [n (t + \omega - T_1) - L \cos \Psi] \Delta e^2 \\ & \quad - \beta \cos d \cos N \Delta e^2 \\ & \frac{1}{2} \beta^2 [X + L \operatorname{sen} \Psi] \Delta e^2 \\ & \quad - \beta \cos d \operatorname{sen} N \Delta e^2 \end{aligned}$$

Con todo esto, la parte de $\Delta\tau$ que depende de Δe^2 es

$$\begin{aligned} & \frac{\beta^2}{2n} [n (t + \omega - T_1) - X \tan \Psi - L \sec \Psi] \Delta e^2 \\ & \quad - \frac{\beta \cos d \cos (N + \Psi)}{n \cos \Psi} \Delta e^2 \end{aligned} \quad (21)$$

y en total tenemos

$$\begin{aligned} \Delta\tau = \Delta\omega = & h \Delta T_1 + h \tan \Psi \frac{\Delta X}{n} \\ & - h (t + \omega - T_1) \frac{\Delta n}{n} + h \sec \Psi \frac{\Delta L}{n} \\ & + \frac{h}{n} \left[\frac{\beta^2}{2} (n (t + \omega - T_1) - X \tan \Psi - L \sec \Psi) \right. \\ & \quad \left. - \frac{\beta \cos d \cos (N + \Psi)}{\cos \Psi} \right] \Delta e^2 \end{aligned} \quad (22)$$

Capítulo XII Tránsitos

Hemos encontrado una expresión de $\Delta\omega$ en función de Δn , ΔT_1 , ΔX y Δe^2 que tiene el mismo valor desde cualquier punto desde el que se realice la observación, de modo que una serie de ecuaciones de la forma (22) obtenidas en distintos puntos de la Tierra permiten por el método de mínimos cuadrados encontrar todas las correcciones. Pero también puede expresarse $\Delta\omega$ en función de las correcciones a las Efemérides, y encontrarlas por el mismo método.

Corrección de efemérides

Hasta ahora tenemos, para T_1 :

$$\begin{aligned}x \operatorname{sen} N + y \cos N &= 0 \\-x \cos N + y \operatorname{sen} N &= X \\ \Delta x \operatorname{sen} N + \Delta y \cos N &= -n \Delta T_1 \\ -\Delta x \cos N + \Delta y \operatorname{sen} N &= \Delta X\end{aligned}\tag{23}$$

Las dos primeras se siguen de (13) y las dos últimas de (18).
Escribamos las coordenadas de la Luna

$$\begin{aligned}x &= \rho \cos \delta \operatorname{sen} (\alpha - a) \\ y &= \rho [\operatorname{sen} \delta \cos d - \cos \delta \operatorname{sen} d \cos (\alpha - a)]\end{aligned}$$

en la forma

$$x = \frac{X}{\operatorname{sen} \pi} ; y = \frac{Y}{\operatorname{sen} \pi}$$

donde

$$X = \cos \delta \operatorname{sen} (\alpha - a)$$

$$Y = \operatorname{sen} \delta \cos d - \cos \delta \operatorname{sen} d \cos (\alpha - a)$$

Se sigue que

$$\Delta x = \frac{\Delta X}{\operatorname{sen} \pi} - \frac{X \Delta \pi \cos \pi}{\operatorname{sen}^2 \pi} = \frac{\Delta X}{\operatorname{sen} \pi} - x \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

$$\Delta y = \frac{\Delta Y}{\operatorname{sen} \pi} - y \frac{\Delta \pi}{\tan \pi} \tag{24}$$

de donde

$$\Delta x \operatorname{sen} N + \Delta y \cos N = \frac{(\Delta X \operatorname{sen} N + \Delta Y \cos N)}{\operatorname{sen} \pi}$$

$$- (x \operatorname{sen} N + y \cos N) \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

$$- \Delta x \cos N + \Delta y \operatorname{sen} N = \frac{(-\Delta X \cos N + \Delta Y \operatorname{sen} N)}{\operatorname{sen} \pi}$$

$$+ (x \cos N - y \operatorname{sen} N) \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

que en T_1 , de acuerdo con (23), se reducen a

$$-n \Delta T_1 = \frac{\Delta X \operatorname{sen} N + \Delta Y \cos N}{\operatorname{sen} \pi}$$

$$\Delta X = \frac{-\Delta X \cos N + \Delta Y \operatorname{sen} N}{\operatorname{sen} \pi} - X \frac{\Delta \pi}{\tan \pi} \tag{25}$$

Por otra parte, diferenciando X e Y :

$$\Delta X = \cos \delta \cos (\alpha - a) \Delta (\alpha - a) - \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} (\alpha - a) \Delta \delta$$

$$\Delta Y = [\cos \delta \cos d + \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} d \cos (\alpha - a)] \Delta \delta -$$

Capítulo XII Tránsitos

$$[\operatorname{sen} \delta \cos d + \cos \delta \cos d \cos (\alpha - a)] \Delta d + \\ \cos \delta \operatorname{sen} d \operatorname{sen} (\alpha - a) \Delta (\alpha - a)$$

Pero en el instante T_1 de máxima aproximación puede tomarse $\alpha = a$, y poniendo $\cos (\delta - d) \cong 1$, las expresiones anteriores se simplifican a

$$\begin{aligned} \Delta X &= \cos \delta \Delta (\alpha - a) \\ \Delta Y &= \Delta (\delta - d) \end{aligned} \tag{26}$$

con lo cual

$$\begin{aligned} -n \Delta T_1 &= \frac{\operatorname{sen} N \cos \delta \Delta (\alpha - a) + \cos N \Delta (\delta - d)}{\operatorname{sen} \pi} \\ \Delta X &= \frac{-\cos N \cos \delta \Delta (\alpha - a) + \operatorname{sen} N \Delta (\delta - d)}{\operatorname{sen} \pi} \\ -X &= \frac{\Delta \pi}{\tan \pi} \end{aligned} \tag{27}$$

Para encontrar Δn , que depende de las correcciones de x' e y' , veamos que ambas, consideradas como derivadas de x e y , son de la forma

$$x' = \frac{dX}{dT} \frac{1}{\operatorname{sen} \pi} ; y' = \frac{dY}{dT} \frac{1}{\operatorname{sen} \pi}$$

pero dX/dT y dY/dT dependen de los cambios en ascensión recta y declinación de la Luna, y debido a la corta duración del eclipse, podemos considerar exactos los valores obtenidos de las Efemérides. Pongamos entonces

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

$$x' = \frac{a}{\text{sen } \pi} ; y' = \frac{b}{\text{sen } \pi}$$

con lo cual

$$\Delta x' = - \frac{a}{\text{sen}^2 \pi} \cos \pi \Delta \pi = - x' \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

$$\Delta y' = - y' \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

De

$$x' = n \text{ sen } N ; y' = n \cos N$$

tenemos

$$\Delta n \text{ sen } N + n \Delta n \cos N = \Delta X' = - n \text{ sen } N \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

$$\Delta n \cos N - n \Delta N \text{ sen } N = \Delta y' = - n \cos N \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

Pero como $\tan N = a/b$, se sigue $\Delta N = 0$ y

$$\frac{\Delta n}{n} = - \frac{\Delta \pi}{\tan \pi}$$

Para desarrollar ΔL , despreciamos el error en el término pequeño i ζ , luego $\Delta L = \Delta l$. De

$$\text{sen } f = \frac{\text{sen } H \pm k \text{ sen } \pi_0}{r' g}$$

$$l = z \tan f \pm k \sec f$$

despreciando el término pequeño $k \text{ sen } \pi_0$ y tomando $g = 1$,

Capítulo XII Tránsitos

$$z = \frac{1}{\operatorname{sen} \pi}, \operatorname{sen} f \simeq \tan f \quad \text{y} \quad \cos f \simeq 1:$$

$$l \simeq \frac{\operatorname{sen} H}{r' \operatorname{sen} \pi} \pm k \quad (29)$$

que da aproximadamente

$$\Delta L = \Delta l = \frac{\Delta H}{r' \pi} \pm \Delta k - \frac{H}{r' \pi} \frac{\Delta \pi}{\pi} \quad (30)$$

Sustituyendo ΔT_1 , ΔX , Δn y Δl en (22) y poniendo $v = \frac{h}{n \pi}$ encontramos finalmente

$$\Delta \omega = v [A + B + C + D + E] \quad (31)$$

donde

$$A = \operatorname{sen} N \cos \delta \Delta(\alpha - a) + \cos N \Delta(\delta - d)$$

$$B = [-\cos N \cos \delta \Delta(\alpha - a) + \operatorname{sen} N \Delta(\delta - d)] \tan \Psi$$

$$C = \left[\frac{\Delta H}{r'} \pm \pi \Delta k \right] \sec \Psi$$

$$D = \left[n(t + \omega - T_1) - X \tan \Psi - \frac{H}{r' \pi} \sec \Psi \right] \Delta \pi$$

$$E = \left[\frac{\beta^2}{2} \left[n(t + \omega - T_1) - X \tan \Psi - L \sec \Psi \right] \right.$$

$$\left. - \frac{\beta \cos d \cos(N + \Psi)}{\cos \Psi} \right] \pi \Delta e^2$$

El signo negativo de $\pi \Delta k$ se usará para contactos interiores. $\pi \Delta k$ representa aproximadamente la corrección al semidiámetro

tro de la Luna, y $\Delta H/r'$ al semidiámetro del Sol. La longitud ω encontrada mediante

$$\omega = T_0 - t + \tau$$

requiere la corrección $\Delta\omega$ dada por (31). Si por brevedad ponemos

$$\begin{aligned} \gamma &= \text{sen } N \cos \delta \Delta(\alpha - a) + \cos N \Delta(\delta - d) \\ \theta &= -\cos N \cos \delta \Delta(\alpha - a) + \text{sen } N \Delta(\delta - d) \\ \omega' &= \text{longitud verdadera} \end{aligned}$$

entonces

$$\omega' = \omega + \Delta\omega = \omega - v\gamma + v \tan \Psi \theta + \text{siguientes} \quad (32)$$

Consideremos sólo los términos que involucran a γ y θ . La cantidad γv es constante para todos los puntos de la observación. Si ponemos

$$\Omega = \omega' + \gamma v ; a = v \tan \Psi$$

las ecuaciones de condición son

$$\Omega - a \theta - \omega = 0 \quad (33)$$

Supongamos que han sido observados cuatro contactos, dos exteriores y dos interiores, y que las longitudes deducidas según se ha expuesto han sido $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$. Entonces disponemos de las cuatro estaciones

Capítulo XII Tránsitos

$$[1] \quad \Omega - a_1 \theta - \omega_1 = 0$$

$$[2] \quad \Omega - a_2 \theta - \omega_2 = 0$$

$$[3] \quad \Omega - a_3 \theta - \omega_3 = 0$$

$$[4] \quad \Omega - a_4 \theta - \omega_4 = 0$$

la primera y la última para los contactos exteriores, y la segunda y la tercera para los interiores. Como los contactos exteriores no pueden observarse con tanta precisión como los interiores, asignemos a cada contacto un peso p_i distinto. Entonces, los valores de Ω y θ hacen

$$\sum_i [p_i \Omega - p_i a_i \theta - p_i \omega_i]^2 = \text{mínimo} \quad (34)$$

de donde se siguen las dos ecuaciones

$$\begin{aligned} \Omega \left(\sum_i p_i^2 \right) - \theta \left(\sum_i p_i^2 a_i \right) &= \left(\sum_i p_i^2 \omega_i \right) \\ \Omega \left(\sum_i p_i^2 a_i \right) - \theta \left(\sum_i p_i^2 a_i^2 \right) &= \left(\sum_i p_i^2 a_i \omega_i \right) \end{aligned} \quad (35)$$

que determinan Ω y θ . De las observaciones llevadas a cabo en otros puntos de longitudes verdaderas $\bar{\omega}$; se deducen valores Ω_i y θ_i de forma que

$$\begin{aligned} \Omega_i - \bar{\omega}_1 &= \gamma \\ \Omega_i - \Omega_2 &= \bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 \\ &\dots\dots\dots \\ \Omega_i - \Omega_n &= \bar{\omega}_k - \bar{\omega}_n \end{aligned} \quad (36)$$

y conociendo la longitud verdadera de un punto, pueden conocerse las longitudes verdaderas de todos los demás. A la inversa, conocidas las longitudes verdaderas podemos encontrar γ , que junto con θ proporciona $\Delta(\alpha - a)$ y $\Delta(\delta - d)$. En efecto

$$\begin{aligned} \cos \delta \Delta(\alpha - a) &= \gamma \operatorname{sen} N - \theta \cos N \\ \Delta(\delta - d) &= \gamma \cos N + \theta \operatorname{sen} N \end{aligned} \quad (37)$$

De la misma forma podemos encontrar las correcciones Δk , ΔH , Δp , Δe_2 .

Ecuaciones de condición para tránsitos

La longitud de un lugar desde el que se observa un tránsito puede deducirse del conjunto de los cuatro contactos del disco del planeta con el disco del Sol. Estas observaciones son sin embargo de poco valor en la determinación de longitudes desconocidas, debido al gran efecto que tienen los pequeños errores en los valores del paralaje. Añadamos que esta discusión es puramente formal y se circunscribe al contexto que estamos tratando, ya que existen diversos métodos de gran precisión para la determinación de longitudes por otros medios. Pero cuando la longitud es previamente conocida, cada observación proporciona una ecuación de condición y es posible según se ha expuesto encontrar el error en el paralaje. Sin embargo, el término de (30) y (31) fue deducido suponiendo que $g=1$, y ahora hemos de introducir el valor correcto

Capítulo XII Tránsitos

$$g = 1 - b = 1 - \frac{r}{r'} = 1 - \frac{\pi'}{\pi} \quad (38)$$

donde π y π' son los paralajes horizontales del planeta y del Sol en el momento de la observación. En lugar de

$$l = \frac{\text{sen } H}{r' \text{ sen } \pi} \pm k$$

emplearemos la forma más exacta, aunque también aproximada

$$l = \frac{H}{r' g \pi} \pm \frac{k}{g} \quad (39)$$

Si s' es el semidiámetro del Sol en el momento de la observación y s el semidiámetro del planeta

$$s' = \frac{H}{r'} ; s = \pi k \quad (40)$$

y entonces

$$l = \frac{s' \pm s}{g \pi} \quad (41)$$

de donde

$$\Delta L = \Delta l = \frac{\Delta(s' \pm s)}{g \pi} - \frac{s' \pm s}{g \pi} \frac{\Delta \pi}{\pi}$$

Omitiendo el término en Δe^2 que nunca es apreciable en un tránsito, (31) se escribe ahora como

$$\omega' - \omega = -v\gamma + v \tan \Psi \theta + \frac{v \sec \Psi}{g} \Delta(s' \pm s) + v [n (t + \omega - T_1) - X \tan \Psi - \frac{s' \pm s}{g \pi} \sec \Psi] \Delta\pi \quad (42)$$

donde γ y θ ya han sido deducidos y ω es la longitud deducida de la observación.

Predicción para el centro de la tierra

El método general de eclipses solares puede usarse para efectuar el cálculo de un tránsito, pero en la práctica es más conveniente usar un método especial debido esencialmente a Lagrange que aprovecha la circunstancia de que los paralajes del Sol y el planeta son tan pequeños que pueden despreciarse sus cuadrados y potencias superiores.

Calcularemos en primer lugar los tiempos de inmersión y emersión para el centro de la Tierra, a partir de donde se pueden deducir para cualquier punto de la superficie. Sean α , δ , α' , δ' las ascensiones rectas y declinaciones del planeta y del Sol en un instante local T_0 del meridiano origen próximo al momento de la conjunción. Sea m la distancia aparente entre los centros en el instante T_0 . En la fig. 58, S y S' son las posiciones geocéntricas del planeta y del Sol, y P es el Polo.

Capítulo XII Tránsitos

Llamaremos a los ángulos PS'S y PSS' p y $180-p$ respectivamente. El triángulo PSS' proporciona

$$\begin{aligned}
 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m \operatorname{sen} \frac{1}{2} (p + p') &= \\
 &\operatorname{sen} \frac{1}{2} (\alpha - \alpha') \cos \frac{1}{2} (\delta + \delta') \\
 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m \cos \frac{1}{2} (p + p') &= \\
 &\cos \frac{1}{2} (\alpha - \alpha') \operatorname{sen} \frac{1}{2} (\delta - \delta')
 \end{aligned} \tag{44}$$

que se siguen de la primera y tercera fórmulas Gaussianas.

Pero como en el instante del contacto $\frac{1}{2} m$ es sólo de algunos minutos de arco, podemos tomar el arco en lugar del seno sin error apreciable. Llamando $M = \frac{1}{2} (p + p')$, usaremos como prácticamente exactas las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 m \operatorname{sen} M &= (\alpha - \alpha') \cos \delta_0 \\
 m \cos M &= \delta - \delta'
 \end{aligned} \tag{45}$$

donde $\delta_0 = \frac{1}{2} (\delta + \delta')$.

Llamemos al instante de contacto $T = T_0 + t$ y sean

a = Movimiento Horario relativo de los dos cuerpos en ascensión recta = movimiento horario del planeta - movimiento horario del Sol

d = Movimiento Horario relativo en declinación

En el instante T , las diferencias en ascensión recta y declinación son

$$\alpha - \alpha' + a \tau$$

$$\delta - \delta' + d \tau$$

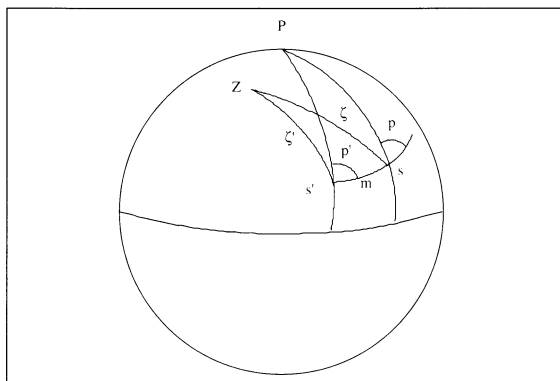


FIGURA 58.

Sean también

s, s' = semidiámetros aparentes del planeta y del Sol

Cuando se produce un contacto, la distancia aparente entre los cuerpos es $s' \pm s$, siendo el signo positivo para los contactos exteriores y el negativo para los interiores. Si el valor de M en estos instantes de contacto es Q , entonces

$$\begin{aligned} (s' \pm s) \operatorname{sen} Q &= (\alpha' - \alpha) \cos \delta_0 + a \cos \delta_0 \tau \\ (s' \pm s) \cos Q &= (\delta - \delta') + d \tau \end{aligned} \tag{46}$$

Capítulo XII Tránsitos

Llamando

$$n \operatorname{sen} N = a \cos \delta_0 ; \quad n \cos N = d$$

tenemos

$$\begin{aligned} (s' \pm s) \operatorname{sen} Q &= m \operatorname{sen} M + n \tau \operatorname{sen} N \\ (s' \pm s) \cos Q &= m \cos M + n \tau \cos N \end{aligned} \quad (47)$$

y resolviendo en la forma usual

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} \Psi &= \frac{m \operatorname{sen} (M - N)}{s' \pm s} \\ \tau &= \frac{s' \pm s}{n} \cos \Psi - \frac{m}{n} \cos (M - N) \\ \Psi &= N - Q ; \quad T = T_0 + \tau \end{aligned} \quad (48)$$

Donde se tomará $\cos \Psi$ con signo positivo para la emersión y con signo negativo para la inmersión. El ángulo Q es el ángulo de posición del punto de contacto.

Predicción para un punto de la superficie

Sea un observador situado sobre la superficie del elipsoide, en un punto cuya distancia geocéntrica es ρ y cuya latitud y longitud son φ y ω • m' es la separación aparente entre los centros del Sol y del planeta, cuyos paralajes son π' y π y sean ζ' y las distancias cenitales geocéntricas.

Las distancias cenitales aparentes son entonces, aproximadamente:

$$\begin{aligned}\bar{\zeta} &= \zeta + \rho \pi \operatorname{sen} \zeta \\ \bar{\zeta}' &= \zeta' + \rho \pi' \operatorname{sen} \zeta'\end{aligned}\tag{49}$$

En efecto, en la fig. 59, considerando el triángulo plano OPQ

$$\bar{\zeta} = \zeta + l$$

y de la relación del seno

$$\frac{\rho}{\operatorname{sen} l} = \frac{\Delta}{\operatorname{sen} (180 - \bar{\zeta})}$$

pero $\Delta = 1 / \operatorname{sen} \pi$, luego

$$\bar{\zeta} = \zeta + \operatorname{sen}^{-1}(\rho \operatorname{sen} \pi \operatorname{sen} \zeta) \simeq \zeta + \rho \pi \operatorname{sen} \zeta$$

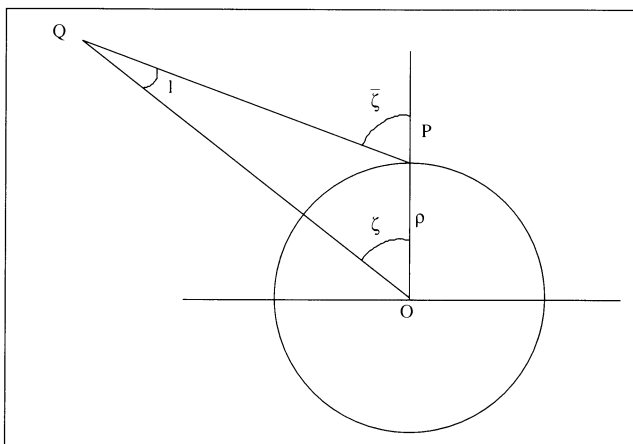


FIGURA 59.

Capítulo XII Tránsitos

aproximación que es tanto mejor cuanto menor es el paralaje. En la fig. 58, Z es el cenit geocéntrico del observador, de manera que ZS y ZS' son las distancias cenitales verdaderas ζ y ζ' . Cuando estas se incrementan en $\rho \pi \text{ sen } \zeta$ y $\rho \pi' \text{ sen } \zeta'$, m pasa a ser m' , de forma que llamando $S = 180 - ZSS'$ y $S' = ZS'S$ y aplicando la primera fórmula diferencial

$$m' - m = - \rho \pi \text{ sen } \zeta \cos S + \rho \pi' \text{ sen } \zeta' \cos S$$

Consideremos ahora la fig. 60 donde S_0 es el punto medio del arco SS' , s_0 el ángulo ZS_0S y ζ_0 el arco ZS_0 . De los triángulos $ZS'S_0$ y ZS_0S , aplicando la relación del seno y del coseno

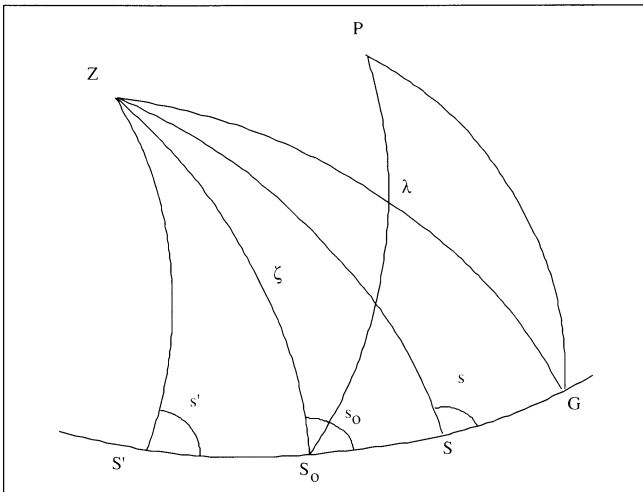


FIGURA 60.

$$\begin{aligned}
 - \operatorname{sen} \zeta \cos s &= \cos \zeta_0 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m - \operatorname{sen} \zeta_0 \cos \frac{1}{2} m \cos s_0 \\
 \operatorname{sen} \zeta' \cos s' &= \cos \zeta_0 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m + \operatorname{sen} \zeta_0 \cos \frac{1}{2} m \cos s_0
 \end{aligned} \tag{50}$$

que en (49) dan

$$\begin{aligned}
 m' - m &= \rho \pi \left(\cos \zeta_0 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m - \operatorname{sen} \zeta_0 \cos \frac{1}{2} m \cos s_0 \right) \\
 &\quad + \rho \pi' \left(\cos \zeta_0 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m + \operatorname{sen} \zeta_0 \cos \frac{1}{2} m \cos s_0 \right) \\
 &= \rho \left[(\pi + \pi') \cos \zeta_0 \operatorname{sen} \frac{1}{2} m - (\pi - \pi') \operatorname{sen} \zeta_0 \right. \\
 &\quad \left. \cos \frac{1}{2} m \cos s_0 \right]
 \end{aligned} \tag{51}$$

Si introducimos g y γ que vienen dados por

$$\begin{aligned}
 g \operatorname{sen} \gamma &= (\pi + \pi') \operatorname{sen} \frac{1}{2} m \\
 g \cos \gamma &= (\pi - \pi') \cos \frac{1}{2} m
 \end{aligned} \tag{52}$$

(51) se transforma en

$$m' - m = \rho g \left(\operatorname{sen} \gamma \cos \zeta_0 - \cos \gamma \operatorname{sen} \zeta_0 \cos s_0 \right) \tag{53}$$

El punto es aquél para el cual el arco S_0G vale $90 + \gamma$. Llamemos λ , al arco ZG y consideremos el triángulo ZGS_0 .

De la relación del coseno:

$$\cos \lambda = - \operatorname{sen} \gamma \cos \zeta_0 + \cos \gamma \operatorname{sen} \zeta_0 \cos s_0 \tag{54}$$

con lo cual

$$m' = m + g \rho \cos \lambda \tag{55}$$

Capítulo XII Tránsitos

Esta expresión fue deducida por primera vez por Lagrange, quien supuso la Tierra esférica. Bajo esta suposición, haciendo el radio constante, la expresión (55) muestra que la distancia aparente entre el Sol y el planeta es la misma para todo punto de la superficie cuyo cenit pertenezca al círculo de distancia λ , al polo.

De (52) se deduce

$$\begin{aligned} \tan \gamma &= \frac{\pi + \pi'}{\pi - \pi'} \tan \frac{1}{2} m \\ g &= \pi - \pi' \end{aligned} \tag{56}$$

El cálculo de m' es simple una vez que se conocen las coordenadas del punto G. Sean (A, D) su ascensión recta y declinación. Las coordenadas del punto S_0 son aproximadamente

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{1}{2} (\alpha + \alpha') \\ \delta_0 &= \frac{1}{2} (\delta + \delta') \end{aligned}$$

Por tanto, en el triángulo PS_0G tenemos el ángulo $S_0PG = A - \alpha_0$, el lado $PS_0 = 90 - \delta_0$ y para el ángulo PS_0G podemos tomar $M = \frac{1}{2} (PSG + PS'G)$. Entonces, usando las relaciones habituales

$$\begin{aligned} \cos D \operatorname{sen} (A - \alpha_0) &= \cos \gamma \operatorname{sen} M \\ \cos D \cos (A - \alpha_0) &= -\cos \delta_0 \operatorname{sen} \gamma - \operatorname{sen} \delta_0 \cos \gamma \cos M \\ \operatorname{sen} D &= -\operatorname{sen} \delta_0 \operatorname{sen} \gamma + \cos \delta_0 \cos \gamma \cos M \end{aligned} \tag{57}$$

Para un instante T cualquiera podemos encontrar m y M de (45) y γ y g de (56), mientras que (57) proporciona (A, D) . Sea μ el tiempo sidéreo en el meridiano cero correspondiente a T y pongamos

$$\theta = \mu - A = \text{Ángulo Horario del punto } G$$

En el triángulo PGZ , el ángulo GPZ es $\theta - \omega$, y siendo φ' la latitud geocéntrica del punto Z :

de donde puede encontrarse m' con (55).

Entre que se produce el contacto para el centro de la Tierra y se observa desde un punto de su superficie, transcurren sólo algunos minutos, y puede suponerse que en ese intervalo m varía uniformemente. Sea T el instante del contacto geocéntrico y T' el instante del contacto para el observador, ambos respecto al primer meridiano. En T la distancia geocéntrica es $s' \pm s$ y en T' la distancia aparente también es $s' \pm s = m'$. Pero en T' la distancia geocéntrica ya es

$$m = s' \pm s + (T' - T) \frac{dm}{dT}$$

donde la derivada se evalúa en T , de donde

$$(T' - T) \frac{dm}{dT} = g \rho \cos \lambda \tag{59}$$

Diferenciando (45)

$$\frac{dm}{dT} \text{sen } M + m \cos M \frac{dM}{dT} = a \cos \delta_0 = n \text{sen } N$$

Capítulo XII Tránsitos

$$\frac{dm}{dT} \cos M - m \operatorname{sen} M \frac{dM}{dT} = d = n \cos N$$

luego

$$\frac{dm}{dT} = n \cos (M - N)$$

Pero como en $T m = s' \pm s$, también tenemos en ese instante, de (48), $M - N = \psi$, y por tanto

$$\frac{dm}{dT} = n \cos \Psi$$

Finalmente

$$T' = T + \frac{g \rho \cos \lambda}{n \cos \Psi} \quad (60)$$

donde los valores n y ψ son los encontrados en el cálculo para el centro de la Tierra y el valor de λ . es el que resulta de los cálculos precedentes en T . En (56) hemos de emplear $m = s' \pm s$, y tenemos después de todo esto

$$T' = T + \frac{\pi - \pi'}{n \cos \Psi} [\rho \operatorname{sen} \varphi' \operatorname{sen} D + \rho \cos \varphi' \cos D \cos (\theta - \omega)] \quad (61)$$

donde $\pi, \pi', n, \psi, D, T, \theta$ son constantes encontradas en el cálculo para el centro. El cálculo para un lugar dado sólo requiere la fórmula anterior donde se sustituirán los valores de latitud y longitud del lugar.

Historia de los tránsitos de Venus

Durante mucho tiempo el tránsito de Venus fue estudiado con objeto de obtener un valor del paralaje solar, esto es, de la Unidad Astronómica de distancia. La azarosa historia de estos intentos es recogida por Newcomb y Engelmann en su «Astronomía Popular», libro publicado por la editorial Gustavo Gili, en 1927, y siendo sumamente instructiva, la transcribimos aquí:

«El método mas conocido para determinar el paralaje del Sol es el de las observaciones de los pasos de Venus por delante del disco solar. Por las tablas astronómicas sabemos que este fenómeno se repite según un ciclo regular, cuatro veces cada 234 años (...) tal como se ve en la siguiente tabla

6 Diciembre	1631	9 Diciembre	1874
4 Diciembre	1639	6 Diciembre	1882
6 Junio	1761	8 Junio	2004
3 Junio	1769	6 Junio	2012

El que los pasos sólo puedan ocurrir en Junio o en Diciembre tiene su explicación en la posición que deben tener los nodos de la órbita de Venus para que éste, en su conjunción inferior, aparezca proyectado sobre el disco del Sol. Aquí sucede lo mismo que en los eclipses de Sol, de que hemos tratado ya. Si la inclinación de la órbita de Venus respecto a la

Capítulo XII

Tránsitos

Eclíptica fuese muy pequeña, ocurriría un paso en cada conjunción inferior. Este fenómeno se puede predecir y observar desde hace relativamente poco tiempo, ya que para ello es preciso, por una parte, conocer de manera bastante exacta los elementos de la órbita de Venus, y por otra parte disponer de un anteojo. Kepler fue quien corrigió las tablas hasta poder predecir un paso de Venus para el día 6 de Diciembre de 1631; este paso empezó en Europa después de la puesta del Sol y terminó antes de su salida, de modo que no pudo ser observado. Las Efemérides no eran todavía lo bastante exactas para permitir la predicción del paso que ocurrió ocho años mas tarde y en el que Venus pasó muy cerca del disco solar muy cerca del borde, y Kepler anunció su paso siguiente para 1761. Sin embargo, el paso de 1639 no fue del todo inobservado; un astrónomo inglés, Horrox, encontró, comparando varias tablas con sus propias observaciones de Venus, que podía ocurrir un paso el 4 de Diciembre de 1639, y llegó a ver a Venus proyectado sobre el disco solar pocos momentos antes de ponerse el Sol. El paso de Venus de 1761 despertó gran interés, por haber indicado ya Halley que de las observaciones del fenómeno en lugares suficientemente alejados unos de otros podía deducirse la distancia que nos separa del Sol. El principio en que se basa el método preconizado por Halley es muy sencillo: si dos observadores situados uno en el hemisferio Sur y otro en el Norte observan el paso de Venus por delante del disco solar (...) el observador situado en el hemisferio Sur verá que Venus recone el camino abcd, y en cambio, el situado en el hemisferio Norte observará la trayectoria que está debajo de aquel. De la distancia que separa ambas trayectorias aparentes se puede deducir la paralaje. La distancia que media entre las dos trayectorias puede deducirse de la diferencia de los tiempos de duración de los pasos observados en ambas esta-

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

ciones (...) Halley propuso, según esto, que los diferentes observadores determinaran con anteojo y cronómetro los tiempos que el planeta estuviese delante del disco solar, pudiéndose después calcular por la diferencia de duraciones la de paralajes de Venus y del Sol, y de esta última diferencia deducir finalmente la paralaje absoluta del astro central. Aún se puede observar de otra manera el efecto debido a la paralaje. Si, en un cierto instante, en un punto determinado se observa la entrada de Venus en el disco solar, desde otro punto situado más hacia el Oeste no se verá todavía, y parecerá que Venus está aún al Este del Sol; en cambio, cuando el primer observador vea la salida, esta habrá ocurrido ya para otro observador situado hacia el Este. Según esto, se puede deducir la paralaje, de los tiempos del primero y del último contacto, conociendo la longitud geográfica de los observadores. Este procedimiento fue propuesto por De l'Isle a principios del siglo XVIII. Pero el conocimiento de la longitud geográfica de los observadores, que es necesaria para poder relacionar las horas locales con los tiempos correspondientes a un meridiano inicial, presenta, como ya hemos dicho, grandes dificultades, que redundan en desventaja del método ideado por De l'Isle.

En el método de Halley, el observador tiene que determinar cuatro momentos con la máxima exactitud posible: el primer contacto exterior a y el primer contacto interior b, para la entrada de Venus, y para la salida o emersión, el segundo contacto interior c y el segundo contacto exterior d. Fuera del disco solar, Venus es invisible, ya que nos presenta el hemisferio no iluminado; a causa de esto los contactos exteriores, sobre todo con anteojos de poca potencia, no pueden precisarse con mucha exactitud. Halley reconoció prácticamente esta dificultad en el paso de

Capítulo XII Tránsitos

Mercurio que observó en 1677 desde Santa Elena y recomendó que se determinasen solamente los contactos interiores, encareciendo la mayor exactitud. Con la experiencia que obtuvo con la observación del paso de Mercurio, creyó poder asegurar que en la determinación de un contacto interior, el error cometido era aproximadamente de un segundo, y por tanto, el error total en la duración del paso no excedería de dos segundos. La diferencia entre las duraciones para diferencias de latitud muy grandes es de veinte a veinticinco minutos, de lo cual se deduce que la diferencia de paralajes se podría determinar con una aproximación de $1/600$ por lo menos y la paralaje del Sol con una precisión todavía mayor. Desgraciadamente, el primero de los pasos de Venus observados defraudó estas esperanzas.

Cuando una generación después de la muerte de Halley ocurrió el esperado paso del seis de Junio de 1761, muchas comisiones lo observaron desde distintos puntos de la Tierra. Aquellos observadores que fueron

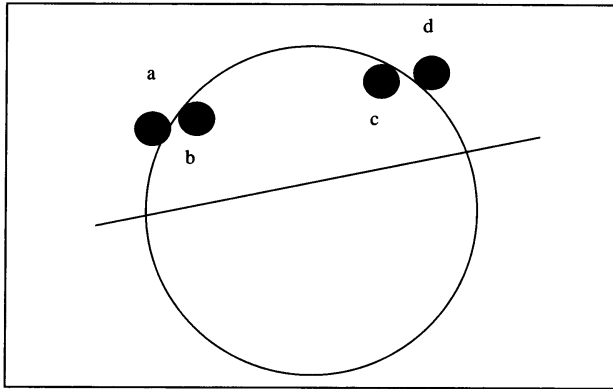


FIGURA 61.

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

favorecidos por el tiempo, pudieron observar la entrada de Venus en la forma prevista, hasta el momento del contacto interior. Entonces se produjo un fenómeno extraño; el planeta no conservó su forma circular(...) sino que entre Venus y el borde del Sol, en el sitio donde debía haber ocurrido el contacto interior, se formó una especie de puente, la llamado «gota negra». Se comprende fácilmente que los observadores, al percibir tal fenómeno, quedaron en la mayor perplejidad respecto al momento en que se produjo el verdadero contacto interior. Mientras que por una parte el planeta presentaba una forma circular, y se le veía completamente dentro del disco del Sol, de manera que, a juzgar por ello, el contacto interior debía haber ocurrido ya, por otra parte estaba aún unido al borde del Sol, y a juzgar por este hecho el contacto interior no había acontecido todavía. El resultado de las observaciones fue de una confusión tal, que en algunos casos llegó el error a un minuto, mientras se esperaba un error menor de un segundo. Ya de regreso las expediciones y reducidos sus resultados, se encontró que los valores obtenidos para la paralaje del Sol oscilaban entre $8''5$ y $10''5$. En vista de esta inseguridad tan grande, se hicieron nuevos preparativos para el paso de 1769. En la India y en el Océano Pacífico, en Tahití, por donde pasó Cook al dar la vuelta al mundo, en América, en Suecia, en el norte de Rusia y en Siberia, se establecieron observadores dispuestos a determinar el momento del paso, pero las nubes hicieron fracasar el trabajo de muchos en el momento preciso. Especialmente Le Gentil pareció perseguido por la fatalidad; había llegado tarde a la India para observar el paso de 1761, y decidió esperar ocho años en Pondichery para observar a lo menos el paso de 1769. El día tres de Junio todo parecía, al principio, favorable, pero poco antes de la entra-

Capítulo XII

Tránsitos

da de Venus unas nubes ocultaron el disco del Sol, malogrando el fruto de ocho años de espera.

La «gota negra» apareció en este paso lo mismo que en el anterior, y volvió a sorprender a muchos astrónomos y a perturbar las observaciones, excepción hecha de las realizadas por algunos observadores que habían observado el primer paso. Sobre la causa de este fenómeno reinaron durante algún tiempo distintas opiniones; hoy se sabe que se trata de un fenómeno de difracción, que puede hacerse desaparecer en su mayor parte mientras el objetivo del antejo empleado no sea demasiado pequeño. Los resultados de las observaciones de 1769 coincidieron mejor que los de 1761, siendo extraño que transcurriese mas de medio siglo antes de que se calculasen y discutiesen completamente. Encke fue quien realizó este trabajo, obteniendo en 1835, como resultado de los dos pasos anteriores, $8''57$ como valor definitivo de la paralaje del Sol. El resultado obtenido por Encke fue admitido durante veinte años. En 1864 Hansen demostró, con motivo de sus investigaciones sobre el movimiento de la Luna, que las posiciones observadas de la Luna podían explicarse totalmente admitiendo un aumento en el valor adoptado para la paralaje del Sol, o sea admitiendo una disminución de $1/30$ en la distancia de este astro a la Tierra (...).Esta vaguedad en la unidad fundamental de la astronomía aumentó, aún más, el interés que despertaba por su rareza el paso de Venus del 9 de diciembre de 1874. Con antelación muy grande se trazaron planes detallados para realizar observaciones lo más extensas y cuidadosas posibles, se facilitaron a tiempo los recursos necesarios por los gobiernos, academias y particulares, y así se pudo augurar un buen resultado de las observaciones. El paso duró aproximadamente cuatro horas y

F. Javier Gil Chica
Teoría de eclipses, ocultaciones y tránsitos

media. La estación situada más hacia el Norte y la mas hacia el Sur, estaban separadas entre sí por mas de 100 grados de latitud geográfica, de manera que la desviación paraláctica de la trayectoria de Venus sobre el disco solar alcanzó, para estas estaciones, un valor considerable. El número de expediciones enviadas para observar el paso excedió de 50, entre ellas seis alemanas que observaron en Chifu, Kerguelen, Auckland, Mauricio, Ispahan y Luxor. La diferencia mas importante entre estas observaciones y las de los pasos anteriores consistió en que esta vez no se limitaron a las entradas y salidas de Venus y a la duración del paso. La observación de estos cuatro momentos podía fracasar accidentalmente en las estaciones importantes a causa de las nubes, pero era improbable que durante el paso no pudiera observarse, a pesar de todo, a Venus delante del disco del Sol durante poco o mucho tiempo. Por esta razón durante toda la duración del fenómeno se midieron, por medio del heliometro y por la fotografía, las distancias de Venus al borde y al centro del Sol(...)

Tampoco se desatendieron las observaciones de los contactos mismos, al contrario, se puso la mayor atención en evitar las causas de error que en 1769 habían causado tantas desazones. Para investigar estas causas de error y para enseñar a los observadores a evitarlas, se construyeron modelos que imitaban muy bien un paso de Venus y se hicieron ensayos de observación sobre estos modelos(...)

Los valores de la paralaje del Sol que se obtuvieron de las observaciones realizadas por las distintas expediciones oscilaron entre $8''7$ y $8''9$; pero siempre fueron consideradas como provisionales y no se pretendió dar un valor definitivo mientras no se obtuviesen los resultados del paso de 1882. Mayor que en 1874 fue el número de expediciones enviadas con

Capítulo XII Tránsitos

ocasión del paso de 1882 para las cuales toda la América del Sur y la mitad de la América del Norte ofrecieron las condiciones mas favorables(...)

Casi todas las estaciones fueron favorecidas por el buen tiempo, de manera que las observaciones, en su mayor parte, pudieron llevarse a cabo conforme al programa establecido. Transcurrieron muchos años antes de que la cantidad enorme de observaciones pudiese quedar calculada.»

Termina este interesante relato:

«Desgraciadamente, no puede negarse que los resultados de las expediciones enviadas para la observación de los pasos de Venus no han correspondido al gasto enorme de inteligencia, energía y dinero que hubo que realizar y ya vimos (...) que el método de los pequeños planetas puede dar, con mucho menos esfuerzo, resultados mucho mas exactos»