TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

F. Javier Gil Chica

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Edita:
Publicaciones Universidad de Alicante

ISBN: 84-7908-270-4
Depósito Legal: MU-1.461-1996
Edición a cargo de Compobell, S.L. Murcia

Estos créditos pertenecen a la edición impresa de la obra.

Edición electrónica:

Espagrafic

F. Javier Gil Chica

TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

Capítulo IX
Eclipses de Luna

Índice

Capítulo IX
Eclipses de Luna

Condiciones generales

La geometría de los eclipses de Luna es muy similar a la de los eclipses solares. Cuando la Tierra se encuentra entre el Sol y la Luna, el cono de sombra de la Tierra puede interceptar a nuestro satélite, produciéndose el eclipse, que, a diferencia de los eclipses de Sol, es observado desde cualquier punto de la superficie de la Tierra para el que la Luna se encuentre sobre el horizonte.

En la fig. 43, S es el centro del Sol, T el de la Tierra, y LM es el semidiámetro de la sombra terrestre a la distancia de la Luna.

El semidiámetro aparente de la sombra es entonces

$$LTM = BLT - TVL = BLT - (ATS - TAV) = P + P_1 - S \qquad (1)$$

siendo

P_1 = Paralaje de la Luna

S = Semidiámetro del Sol

P = Paralaje del Sol

Las observaciones demuestran sin embargo que el semidiámetro de la sombra es un dos por ciento mayor debido a la refracción ejercida por la atmósfera terrestre. Lamben dio un valor para este incremento de 1/40, y Mayer de 1/60. El valor aceptado de 1/50 fue encontrado por Beer y Madler a partir de una serie de observaciones del eclipse especialmente favorable que se produjo en diciembre de 1833. Tomaremos entonces para el semidiámetro aparente de la sombra

Un argumento similar se usa para encontrar el semidiámetro del cono de penumbra a la distancia de la Luna, fig. 44.

$$PTV = MVT + PV'M = MVT + MAT + STA = P + P_1 + S \qquad (3)$$

y corrigiendo la refracción atmosférica queda

$$sem.\ ap.\ sombra = \frac{51}{50}\left(P_1 + P - S \right)$$

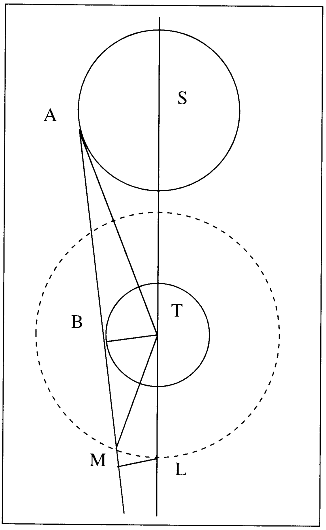

FIGURA 43.

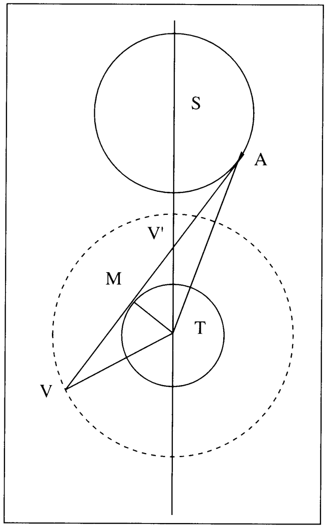

FIGURA 44.

La fig. 45 representa la esfera celeste geocéntrica.

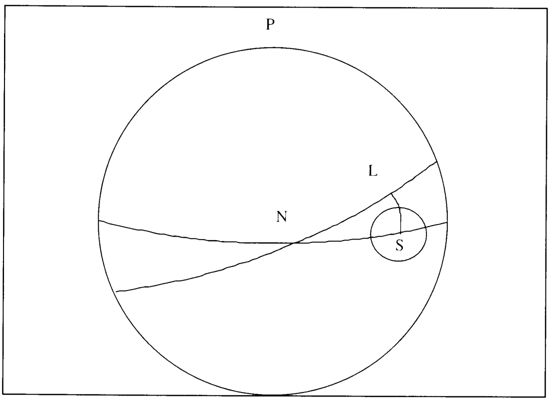

FIGURA 45.

P es el Polo de la Eclíptica y N es el Nodo de la órbita lunar. S es el punto antisolar, aquel diametralmente opuesto al lugar donde se encuentra el Sol. Si η es la distancia entre el punto antisolar S y el centro de la Luna L, siendo SM el semidiámetro del cono de sombra o penumbra calculado anteriormente, entonces se puede decir que habrá eclipse penumbral si

$$\eta < \frac{51}{50}(P + P_1 + S) + S_1 \tag{5}$$

Se producirá eclipse parcial si

$$\eta < \frac{51}{50}(P + P_1 - S) + S_1 \tag{6}$$

y finalmente, eclipse total cuando

$$\eta < \frac{51}{50}(P + P_1 - S) + S_1 \tag{7}$$

donde S_1 es el semidiámetro de la Luna.

A1 igual que se hizo para eclipses solares, se puede expresar la posibilidad de que se produzca un eclipse de Luna como una condición sobre la latitud de la misma. Siendo la geometría completamente similar, la condición encontrada para los eclipses solares toma ahora la forma siguiente para un eclipse parcial de Luna:

$$\beta \leq [\, \frac{51}{50} (P + P_1 - S) + S_1 \,] \sec I' \qquad (8)$$

y para el eclipse total

$$\beta \leq [\, \frac{51}{50} (P + P_1 - S) - S_1 \,] \sec \mathrm{I}' \qquad (9)$$

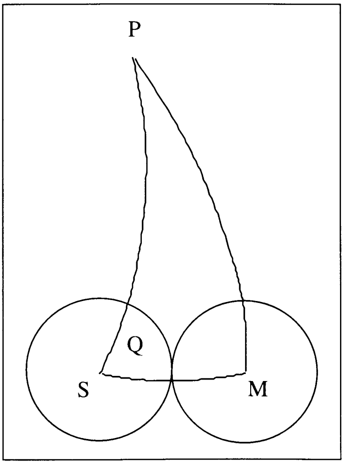

FIGURA 46.

A partir de la Tabla I podemos encontrar los valores extremos de β para un eclipse parcial. Así, tomando los valores máximos de P, P,, S1 e I' y mínimo de S, se obtiene un valor máximo para la latitud de la Luna de

$$\beta_{máx} = 1° \, 2' \, 35''53$$

y tomando los valores mínimos de P, P_1 , S_1 e I' y máximo de S se obtiene

$$\beta_{mín} = 0° \ 5' \ 32'' \ 398$$

Entonces se puede asegurar que se producirá un eclipse parcial en el momento de la conjunción si $\beta < \beta_{mín}$ y que será imposible si $\beta < \beta_{máx}$. Cuando $\beta_{mín} < \beta < \beta_{máx}$, recurriremos a (8) introduciendo los valores correspondientes.

Instante en que se produce una fase dada del eclipse

La solución a este problema puede encontrarse a partir de las fórmulas generales encontradas para eclipses solares sin más que intercambiar la Luna por la Tierra y considerando el eclipse lunar como un eclipse solar visto desde la Luna. Siguiendo a Chauvenet, como se ha hecho esencialmente hasta aquí, expondremos sin embargo un método más simple y directo. En la fig. 46, P es el Polo Norte celeste, S el punto de la esfera geocéntrica opuesto al Sol, punto antisolar, es decir, la dirección del eje de sombra, y M la posición geocéntrica del centro de la Luna.

Sean

α = Ascensión Recta de la Luna
α' = Ascensión Recta del punto S

δ = Declinación de la Luna
δ' = Declinación del Sol
Q = Ángulo PSM
L = SM

Entonces, $-\delta'$ es la declinación del punto S, y del triángulo PSM se deduce

$$\mathit{sen}\, L\, \mathit{sen}\, Q = \cos \delta\, \mathit{sen}\, (\alpha - \alpha')$$
$$\mathit{sen}\, L \cos Q = \cos \delta'\, \mathit{sen}\, \delta + \mathit{sen}\, \delta' \cos \delta \cos (\alpha - \alpha') \qquad (10)$$

usando para la primera la relación del seno y para la segunda la del seno por el coseno.

El eclipse comienza o termina cuando el arco SM es exactamente igual a la suma de los semidiámetros de la Luna y de la sombra arrojada por la Tierra. La sombra no será perfectamente circular, debido a que la Tierra no es perfectamente esférica, pero para nuestros propósitos, basta con considerarla esférica de radio igual a su radio medio. Esto equivale a sustituir el paralaje P_1 por el que se deduce de un radio terrestre igual al del elipsoide a una latitud de 45° y cuyo valor es en unidades del radio ecuatorial $\rho = 0.994973$. Llamando π_1 al nuevo valor del paralaje lunar, tendríamos

$$\pi_1 = 0.994973\, P_1 \qquad (11)$$

Entonces, los contactos primero y último del cono de penumbra con la Luna ocurren cuando

$$L = \frac{51}{50}(P + S + \pi_1) + S_1 \tag{12}$$

y para los contactos primero y último del cono de sombra

$$L = \frac{51}{50}(P + \pi_1 - S) + S_1 \tag{13}$$

Para el primer y segundo contactos interiores con el cono de penumbra

$$L = \frac{51}{50}(P + S + \pi_1) - S_1 \tag{14}$$

y para el primer y segundo contactos interiores con el cono de sombra

$$L = \frac{51}{50}(P - S + \pi_1) - S_1 \tag{15}$$

Nuestro problema consiste en averiguar el instante en que se cumple (10) para el valor apropiado de L. Téngase en cuenta que un cálculo muy preciso no es necesario, ya que los contactos son siempre inciertos debido a que las líneas de sombra y penumbra no son nítidas a causa de la atmósfera terrestre. Por este motivo será suficiente escribir las ecuaciones (10) en la forma aproximada

$$L\, sen\, Q = (\alpha - \alpha')\cos\delta$$

$$L\cos Q = \delta + \delta' - \frac{sen\, 2\,\delta\, sen^2\frac{1}{2}(\alpha - \alpha')}{sen\, 1''} \qquad (16)$$

La primera se sigue sin más que poner *sen* $L \cong L$ y *sen* $(\alpha - \alpha') \cong \alpha - \alpha$ y para la segunda se razona como sigue

$$sen\,\delta\cos\delta' + sen\,\delta'\cos\delta\cos(\alpha' - \alpha) =$$
$$sen(\delta + \delta') + sen\,\delta'\cos\delta\,[1 - \cos(\alpha' - \alpha)]$$

donde el segundo miembro se ha obtenido sumando y restando al primero la cantidad sen δ' cos δ. Teniendo en cuenta que $\delta' \cong \delta$:

$$sen(\delta + \delta') + sen\,\delta'\cos\delta\,[1 - \cos(\alpha' - \alpha)] \simeq$$
$$\delta + \delta' - sen\,\delta\cos\delta\,[1 - \cos(\alpha' - \alpha)] =$$
$$\delta + \delta' - sen\,2\,\delta\, sen^2\frac{1}{2}(\alpha' - \alpha)$$

Dividiendo por sen 1" para expresar el segundo término en segundos de arco, se tiene la segunda de (16). Si llamamos

$$\varepsilon = \frac{sen\,2\,\delta\, sen^2\frac{1}{2}(\alpha - \alpha')}{sen\,1''}$$

$$x = (\alpha - \alpha')\cos\delta$$
$$y = \delta + \delta' - \varepsilon \qquad (17)$$

$x', y' =$ *incrementos horarios de* x *e* y

las ecuaciones (16) se escriben

$$\begin{aligned} L\,sen\,Q &= x \\ L\cos Q &= y \end{aligned} \tag{18}$$

Supongamos un instante T_0 cercano a la conjunción en que sabemos que las ecuaciones (18) se cumplen aproximadamente, y sea $T = T_o + \tau$ el instante en que se satisfacen exactamente. Llamando x_0 e y_0 a los valores de x e y en T_0

$$\begin{aligned} L\,sen\,Q &= x_0 + x'\tau \\ L\cos Q &= y_0 + y'\tau \end{aligned} \tag{19}$$

Llamando

$$\begin{aligned} m\,sen\,M &= x_0 \;;\; n\,sen\,N = x' \\ m\cos M &= y_0 \;;\; n\cos N = y' \end{aligned} \tag{20}$$

se tiene

$$\begin{aligned} L\,sen\,Q &= m\,sen\,M + \tau\,n\,sen\,N \\ L\cos Q &= m\cos M + \tau\,n\cos N \end{aligned}$$

a partir de donde

$$\begin{aligned} L\,sen\,(Q - N) &= m\,sen\,(M - N) \\ L\cos(Q - N) &= m\cos(M - N) + \tau\,n \end{aligned} \tag{21}$$

y haciendo $\psi = Q - N$, el conjunto siguiente de ecuaciones resuelven nuestro problema

$$sen\,\psi = \frac{m\,sen\,(M - N)}{L}$$

$$\tau = \frac{L\cos\psi}{n} - \frac{m\cos(M - N)}{n} \qquad (22)$$

$$T = T_0 + \tau$$

donde se tomará cos ψ con signo negativo para el primer contacto y con signo positivo para el último. Observemos en la fig. 46 que el ángulo $Q = N + \psi$ es aproximadamente el suplemento de PMS, de donde se deduce que el ángulo de posición del punto de contacto tomado a partir del punto Norte del limbo lunar hacia el Este es 180+Q.

En el instante de máxima aproximación, llamemos Δ a la distancia del centro de la Luna al eje de sombra, que será un mínimo. Entonces, sustituyendo Δ por L en (21), elevando al cuadrado y sumando:

$$\Delta^2 = m^2\,sen^2(M - N) + [\,m\cos(M - N) + n\,\tau_1\,]^2 \qquad (23)$$

siendo el instante buscado

$$T_1 = T_0 + \tau_1 \qquad (24)$$

y de la condición de mínimo se sigue

$$\tau_1 = -\frac{m\cos(M - N)}{n} \qquad (25)$$

$$\Delta = \pm\ m\ sen\,(M - N) \tag{26}$$

tomando en esta última el signo que haga positiva a Δ.

Si D es la magnitud del eclipse tomando como unidad el diámetro de la Luna, tenemos

$$D = \frac{L - \Delta}{2\,S_1} \tag{27}$$

como puede observarse en la fig. 47.

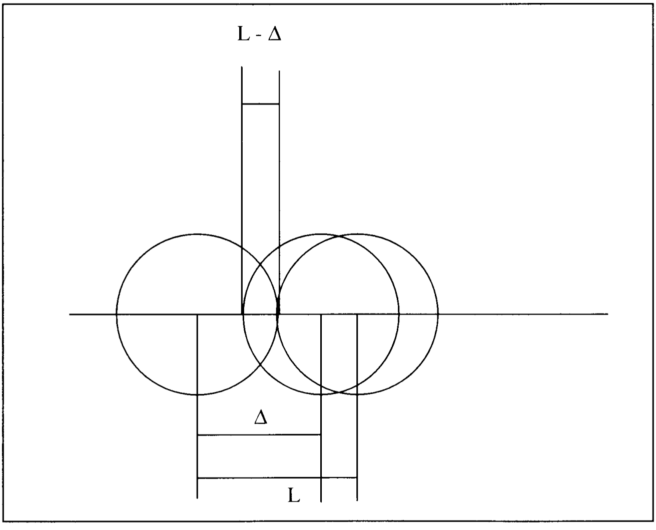

FIGURA 47.