TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

F. Javier Gil Chica

UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Edita:
Publicaciones Universidad de Alicante

ISBN: 84-7908-270-4
Depósito Legal: MU-1.461-1996
Edición a cargo de Compobell, S.L. Murcia

Estos créditos pertenecen a la edición impresa de la obra.

Edición electrónica:
Espagrafic

F. Javier Gil Chica

TEORÍA DE ECLIPSES, OCULTACIONES Y TRÁNSITOS

Capítulo VIII
Previsión de un eclipse solar para un lugar dado

Índice

Capítulo VIII

Previsión de un eclipse solar para un lugar dado

Instante de una fase determinada

La fase del eclipse de nuestro interés se produce para un determinado valor de Δ. Debemos encontrar el instante en que un punto de coordenadas (ξ, η, ζ) se encuentra a una distancia Δ del eje de sombra. Esto sólo puede hacerse por sucesivas aproximaciones. Busquemos en primer lugar los instantes de comienzo y final del eclipse para un lugar determinado. Nos referiremos al valor de Δ como la «fase del eclipse». Entonces, en los instantes de comienzo o fin del eclipse esta fase es

$$\Delta = l - i\zeta$$

y deben cumplirse las condiciones

$$\begin{aligned} (l - i\zeta)\,sen\,Q &= x - \xi \\ (l - i\zeta)\cos Q &= y - \eta \end{aligned} \qquad (1)$$

Sea T_0 un tiempo estimado, que puede obtenerse de las curvas intersección del cono con la superficie de la Tierra para una serie de instantes, y sea $T = T_0 + \tau$ el instante buscado. Las coordenadas del punto de observación en T_0 pueden obtenerse de

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \varphi' \, sen\,(\mu - a) \\ \eta &= \rho\,[\, sen\, \varphi' \cos d - \cos \varphi' \, sen\, d \cos(\mu - a)\,] \\ \zeta &= \rho\,[\, sen\, \varphi' \, sen\, d + \cos \varphi' \cos d \cos(\mu - a)\,] \end{aligned} \qquad (2)$$

o bien llamando

$$\begin{aligned} A\, sen\, B &= \rho\, sen\, \varphi' \\ A \cos B &= \rho \cos \varphi' \cos(\mu - a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi &= \rho \cos \varphi' \, sen\,(\mu - a) \\ \eta &= A\, sen\,(B - d) \\ \zeta &= A \cos(B - d) \end{aligned} \qquad (2')$$

siendo μ, el tiempo sidéreo del lugar y cumpliéndose

$$\theta = \mu - a = \mu_1 - \omega \qquad (3)$$

En el instante T:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + x' \tau \\ y &= y_0 + y' \tau \\ \xi &= \xi_0 + \xi' \tau \\ \eta &= \eta_0 + \eta' \tau \end{aligned} \qquad (4)$$

Sabemos que

$$
\begin{aligned}
\xi' &= \mu' \rho \cos \varphi' \cos \theta \\
\eta' &= \mu' \xi \, sen \, d - d' \zeta \\
\zeta' &= - \mu' \xi \cos d + d' \eta
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

siendo μ' y d' las variaciones horarias de μ_1 y d multiplicadas por sen 1". Se puede despreciar sin gran error el valor de d'ζ, que es pequeño, y entonces ξ' y η' vienen dados por

$$
\begin{aligned}
\xi' &= \mu' \rho \cos \varphi' \cos \theta \\
\eta' &= \mu' \xi \, sen \, d
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

El radio del cono en z = ζ es

$$
L = l - i \zeta
$$

cuya variación puede en primera aproximación despreciarse. Entonces, la condición (1) para T es

$$
\begin{aligned}
L \, sen \, Q &= x_0 - \xi_0 + (x' - \xi') \tau \\
L \cos Q &= y_0 - \eta_0 + (y' - \eta') \tau
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

Siguiendo el método ya conocido, definamos las cantidades m, M, n, y N mediante las ecuaciones

$$
\begin{aligned}
m \, sen \, M &= x_0 - \xi_0 \; ; \; n \, sen \, N = x' - \xi' \\
m \cos M &= y_0 - \eta_0 \; ; \; n \cos N = y' - \eta'
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

con lo que (8) pasa a escribirse como

$$
\begin{aligned}
L \, sen \, Q &= m \, sen \, M + \tau \, n \, sen \, N \\
L \cos Q &= m \cos M + \tau \, n \cos N
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

de donde

$$\begin{aligned} L\,sen\,(Q - N) &= m\,sen\,(M - N) \\ L\cos\,(Q - N) &= m\cos\,(M - N) + \tau\, n \end{aligned} \tag{11}$$

y poniendo $\psi = Q - N$ resolveremos el problema mediante

$$\begin{aligned} sen\,\psi &= \frac{m\,sen\,(M - N)}{L} \\ \tau &= \frac{L\cos\psi}{n} - \frac{m\cos\,(M - N)}{n} \end{aligned} \tag{12}$$

La primera de (12) se satisface para dos valores de ψ cuyos cosenos tienen signos opuestos. En la segunda, el valor de ψ tal que su coseno es negativo proporciona el instante del comienzo del eclipse, y el que hace el coseno positivo el final del mismo. Esta primera aproximación está dentro de un margen de error de algunos minutos. En segunda aproximación, el error puede reducirse a segundos. Para ello basta repetir los cálculos asumiendo los instantes de comienzo y fin, u otros próximos a ellos, como aproximaciones de T_0. El tiempo local de inicio o fin será entonces

$$t = T_o + \tau - \omega \tag{13}$$

Puntos de contacto

Para preparar la observación del eclipse, es necesario conocer en que punto harán contacto por primera vez los limbos del

Sol y la Luna, con objeto de dirigir hacia él la atención. En la fig. 40 se ha representado el plano fundamental, la circunferencia que resulta de la intersección con él del cono de penumbra y la proyección del punto de observación P.

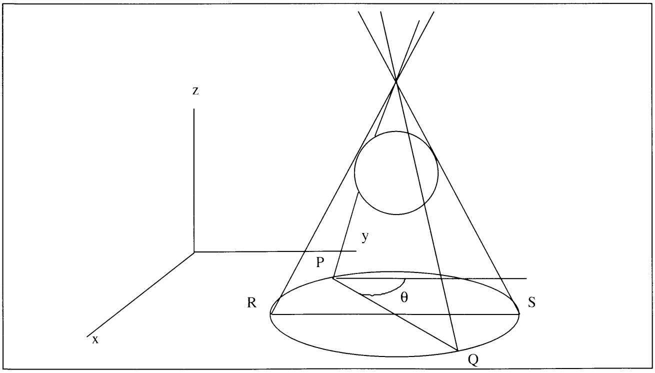

FIGURA 40.

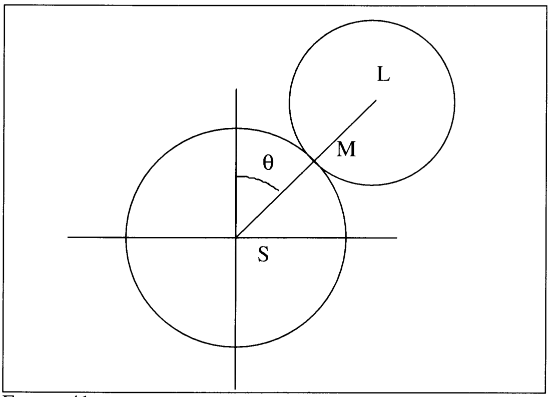

FIGURA 41.

Para este punto, los limbos del Sol y la Luna se encuentran en contacto en la dirección PQ, que forma un ángulo θ con la dirección del eje y, el cual se dirige hacia el Norte. A1 punto del limbo del Sol situado más al Norte corresponde el punto R de la circunferencia intersección, y al punto situado más al Sur, el punto S. 8 es el ángulo que forma la dirección PQ con la RS. La fig. 41 representa el punto de contacto M. De la fig. 40:

$$\tan\theta = \frac{x - \xi}{y - \eta} = \tan Q \qquad (14)$$

luego

$$\theta = Q = N + \psi \qquad (15)$$

Instante de máximo oscurecimiento

En el instante de máximo oscurecimiento del disco del Sol por la interposición del disco de la Luna, la cantidad L - Δ es máxima. Pero en la práctica, podemos despreciar la pequeña variación de L y considerar que el eclipse está en su máximo cuando Δ es mínimo. Si denotamos por T_1 el instante en que el eclipse es máximo, siendo T_0 un instante estimado, entonces

$$T_1 = T_0 + \tau_1 \qquad (16)$$

El método expuesto en el artículo 1 determina τ_1 para un valor dado de Δ con sólo sustituir L por esta cantidad. Llamando $\psi_1 = Q - N$ tenemos

$$\begin{aligned} \Delta\, sen\, \psi_1 &= m\, sen\, (M - N) \\ \Delta \cos \psi_1 &= m \cos (M - N) + n\, \tau_1 \end{aligned} \qquad (17)$$

La suma de los cuadrados da

$$\Delta^2 = m^2\, sen^2 (M - N) + (m \cos (M - N) + n\, \tau_1)^2 \qquad (18)$$

Como m y N están calculados para T_0 y N varía poco, podemos considerar a $m^2\, sen^2\, (M - N)$ como sensiblemente constante, con lo que Δ será mínimo si se anula el último término:

$$\tau_1 = - \frac{m \cos (M - N)}{n} \qquad (19)$$

y de (12)

$$\Delta = \pm\, m\, sen\, (M - N) = \pm\, L\, sen\, \psi \qquad (20)$$

donde se tomará el signo que haga a Δ positivo, y el grado de oscurecimiento será

$$D = \frac{L - \Delta}{L + L_1} \qquad (21)$$

siendo L_1 el radio, negativo, del cono de sombra.

Correcciones por refracción atmosférica y altura sobre el mar

Consideremos la fig. 42, y sea SMDA la trayectoria de un rayo de luz desde el limbo solar hasta el observador que se encuentra en A, y que toca al limbo lunar en el punto M. SMB es la línea recta tangente a los limbos de ambos astros, siendo B el punto en que intersecta a la vertical del observador. Es evidente que el observador en A observa un contacto aparente de los limbos en el mismo instante en que un observador en B sustraído a la acción de la refracción atmosférica observaría un contacto verdadero. Por tanto, si sustituimos el punto A par el punto B, tendremos en cuenta el efecto de la refracción. Para esto es suficiente en nuestras fórmulas generales tomar CB como el radio de la Tierra, en lugar de CA. Demostramos en su momento que una propiedad de un rayo de luz en la atmósfera terrestre es que el producto $q\ \mu$ sen i es constante, siendo q la distancia desde el centro de la Tierra al estrato de espesor dr medida sobre la normal al estrato, m el índice de refracción del estrato e i el ángulo de incidencia. Tenemos entonces que

$$q\ \mu\ sen\ i = \rho\ \mu_0\ sen\ Z' \tag{22}$$

donde el primer miembro se refiere al punto B y el segundo al punto de observación A, y donde ρ, μ_0, Z' son respectivamente el radio de la Tierra en A, el índice de refracción en la superficie de la Tierra y la distancia cenital aparente. Si llamamos Z a la distancia cenital verdadera MBV, del triángulo CDB se sigue que

$$(\rho + s)\ sen\ Z = q\ sen\ i \tag{23}$$

que junto con la ecuación anterior proporciona

$$1 + \frac{s}{\rho} = \frac{\mu_0\ sen\ Z'}{sen\ Z} \tag{24}$$

y para sustituir el punto A por el B en nuestros cálculos sólo tenemos que poner $\rho\left(1 + \frac{s}{\rho}\right)$ en lugar de ρ.

Es evidente, que para un punto a una altura s sobre el radio del elipsoide en el punto de observación el procedimiento es idéntico.

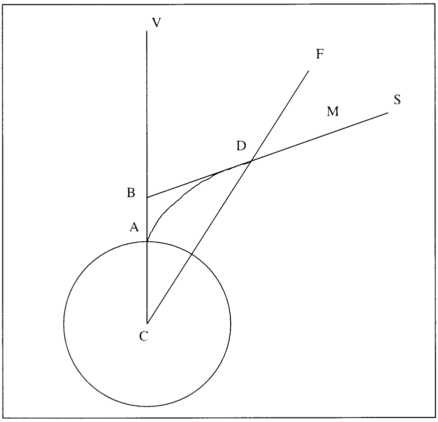

FIGURA 42.