

- (2) *Se utilizará la esbeltez reducida modificada  $\bar{\lambda}_{eff}$  con la curva de pandeo  $c$  de 5.5.1 para determinar la resistencia al pandeo.*
- (3) *Cuando en las uniones extremas de las triangulaciones a base de angulares se utilicen únicamente tornillos ordinarios o estas uniones tengan una débil rigidez, se considerará la excentricidad utilizando 5.5.4 y la longitud de pandeo  $\ell$  se tomará igual a la longitud de la pieza  $L$ .*

## 5.9 Piezas compuestas

### 5.9.1 Bases

- (1) Las piezas compuestas formadas por dos o más perfiles enlazados entre sí a intervalos se dimensionarán incorporando una imperfección geométrica equivalente consistente en una curvatura inicial  $e_0$  no menor que  $\ell/500$ .
- (2) En la determinación de las solicitaciones en los perfiles, en sus uniones y en cualquier elemento secundario tales como triangulaciones o presillas, se tendrá en cuenta la deformación de la pieza compuesta.
- (3) El dimensionamiento de los elementos se efectuará utilizando los métodos especificados en los apartados 5.4 y 5.5. Las uniones se dimensionarán de acuerdo con el capítulo 6.
- (4) *Los métodos de cálculo dados en los apartados 5.9.2 a 5.9.5 se aplican únicamente a piezas compuestas con sólo dos perfiles, excepto cuando se establezca explícitamente que se pueda aplicar a piezas con más de dos perfiles.*
- (5) *Además de los esfuerzos axiales, se tendrá en cuenta cualquier otra solicitación aplicada a la pieza, tales como el peso propio o las acciones de viento.*

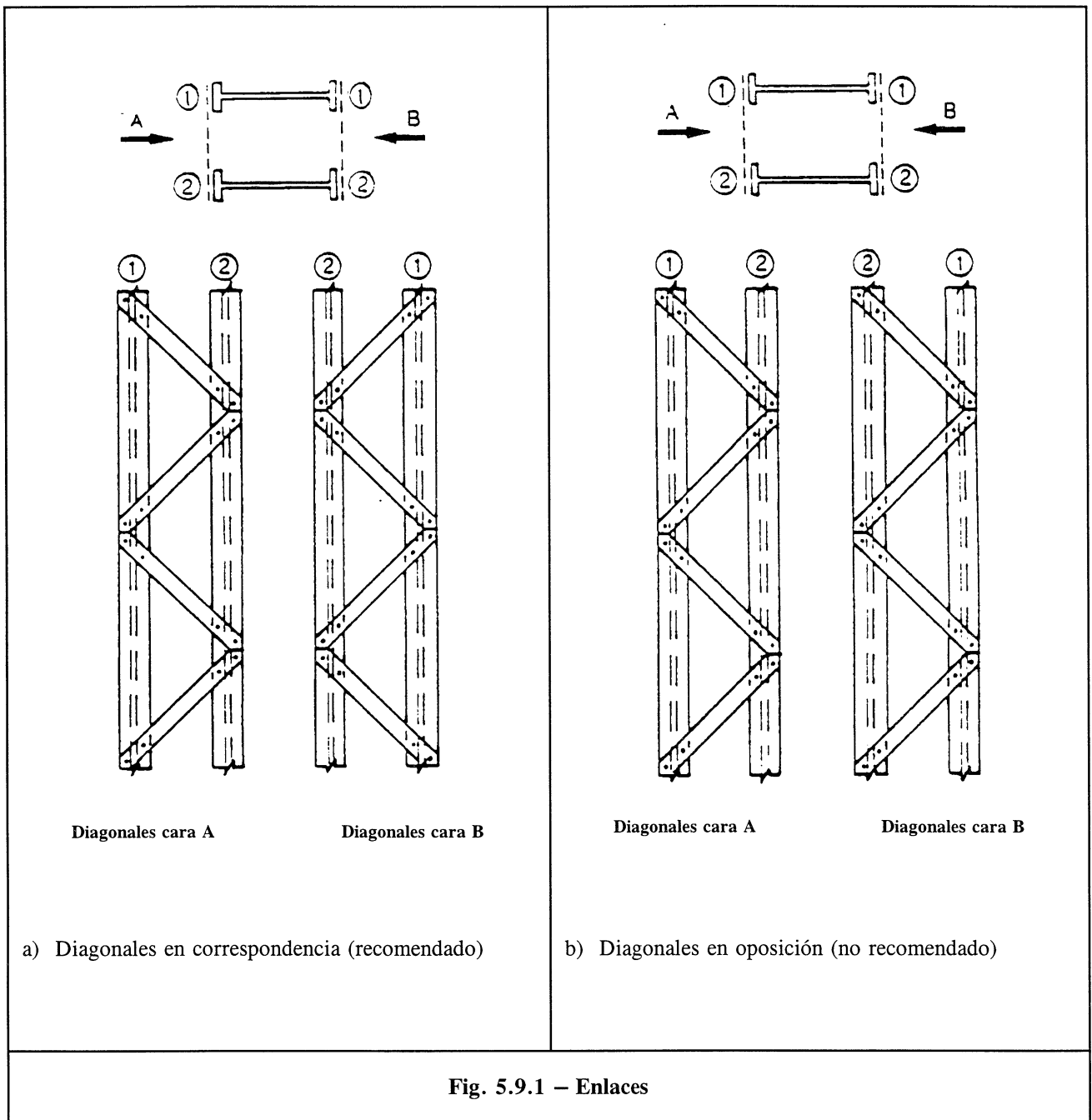
### 5.9.2 Piezas compuestas trianguladas

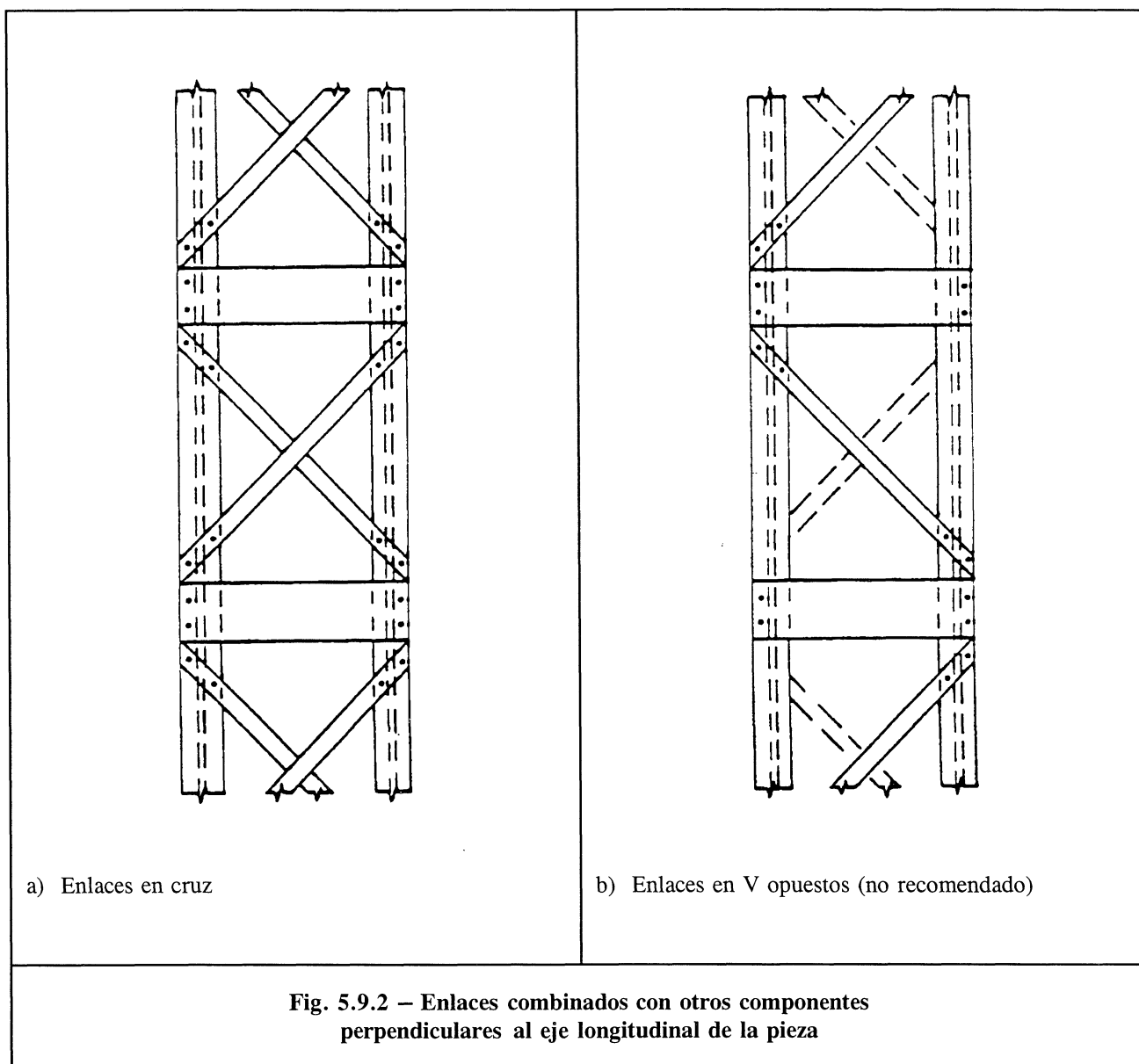
#### 5.9.2.1 Aplicación

- (1) El procedimiento de cálculo incluido en este apartado considera un esfuerzo axial de compresión de cálculo  $N_{sd}$  aplicado a una pieza compuesta formada por dos perfiles iguales y paralelos de sección uniforme, con un enlace triangulado y uniforme a lo largo de la pieza.
- (2) Las cordones pueden ser piezas simples o bien estar ellos mismos enlazados en el plano perpendicular mediante celosías o presillas.
- (3) *Cuando sea necesario variar lo anterior, se modificará adecuadamente el procedimiento.*

#### 5.9.2.2 Detalles constructivos

- (1) Siempre que sea posible, las triangulaciones simples situadas en caras opuestas de un elemento compuesto deben estar en correspondencia, tal como se muestra en la figura 5.9.1 a), estarán dispuestos simétricamente.
- (2) Las triangulaciones simples situadas en caras opuestas de un elemento compuesto no deben estar en oposición, como se muestra en la figura 5.9.1 b), salvo que la deformación por torsión resultante en las piezas principales sea admisible.
- (3) Se dispondrán cartelas en los extremos de los enlaces, en los puntos donde se interrumpa éste y en las uniones con otras piezas.
- (4) *Las cartelas pueden ser presillas, conforme al apartado 5.9.3.2; o cualquier otro medio de rigidez similar.*
- (5) Si se combinan otros elementos distintos de los citados anteriormente con las celosías dobles [véase figura 5.9.2 a)] o simples dispuestas alternadamente [véase figura 5.9.2 b)] se determinarán los esfuerzos en los enlaces debidos a la continuidad de los componentes principales y se tendrá en cuenta para el dimensionamiento de los enlaces y de sus uniones extremas.
- (6) Los enlaces estarán rígidamente unidos a los cordones bien mediante tornillos o bien mediante cordones de soldadura.





### 5.9.2.3 Momento de inercia

(1) El momento de inercia eficaz  $I_{eff}$  de una pieza triangulada con dos cordones solicitada será:

$$I_{eff} = 0,5 h_o^2 A_f \quad (5.85)$$

donde

$A_f$  es el área de un cordón;

$h_o$  es la distancia entre centros de gravedad de los cordones.

#### 5.9.2.4 Esfuerzos sobre los cordones en la sección central de la pieza

- (1) El esfuerzo de un cordón  $N_{f, sd}$  en la sección central de la pieza se determinará mediante la expresión:

$$N_{f, sd} = 0,5 N_{sd} + M_s / h_o \quad (5.86)$$

donde

$$M_s = N_{sd} e_o / (1 - N_{sd} / N_{cr} - N_{sd} / S_v)$$

$$e_o = \ell / 500 \quad (\text{véase apartado 5.9.1})$$

$$N_{cr} = \pi^2 EI_{eff} / \ell^2$$

$S_v$  es la rigidez a cortante del enlace (el esfuerzo cortante requerido para producir una deformación por cortante unitaria).

- (2) Los valores de  $S_v$  para los distintos tipos de enlace se dan en la figura 5.9.3.

#### 5.9.2.5 Resistencia al pandeo de los cordones

- (1) La longitud de pandeo de un cordón en el plano de las celosías será la distancia entre nudos de la triangulación.
- (2) En una pieza con cuatro cordones formados por angulares de lados iguales enlazados en ambas direcciones, la longitud de pandeo  $\ell$  correspondiente al pandeo respecto al eje de menos inercia depende de la disposición de los enlaces, véase la figura 5.9.4.

#### 5.9.2.6 Esfuerzos en los enlaces

- (1) Los esfuerzos en los enlaces en los extremos de la pieza, se deberán al esfuerzo cortante  $V_s$  que tiene por valor:

$$V_s = \pi M_s / \ell \quad (5.87)$$

donde  $M_s$  viene dado en el apartado 5.9.2.4.

El esfuerzo  $N_d$  en un enlace diagonal viene dado por:

$$N_d = \frac{V_s d}{n h_o} \quad (5.88)$$

$d$ ,  $n$  y  $h_o$  se definen en la figura 5.9.3.

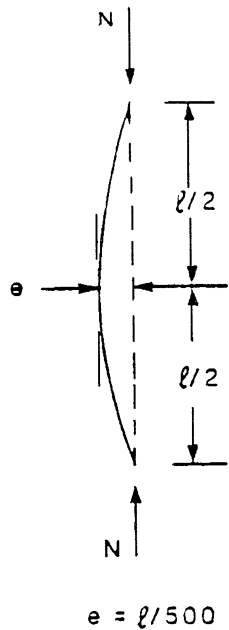
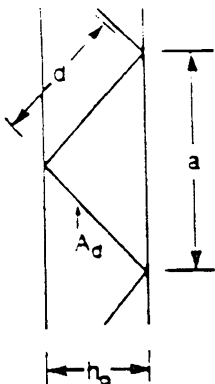
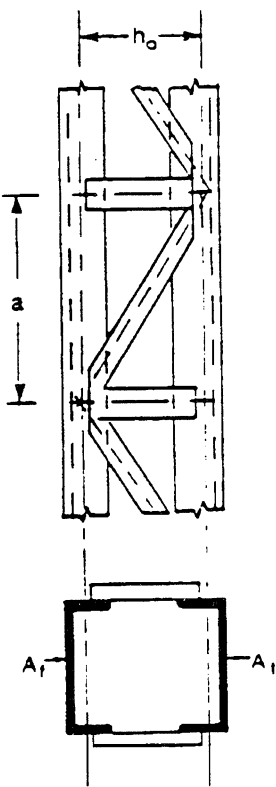
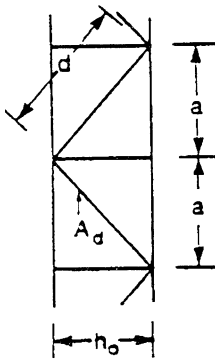
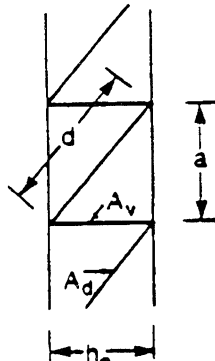
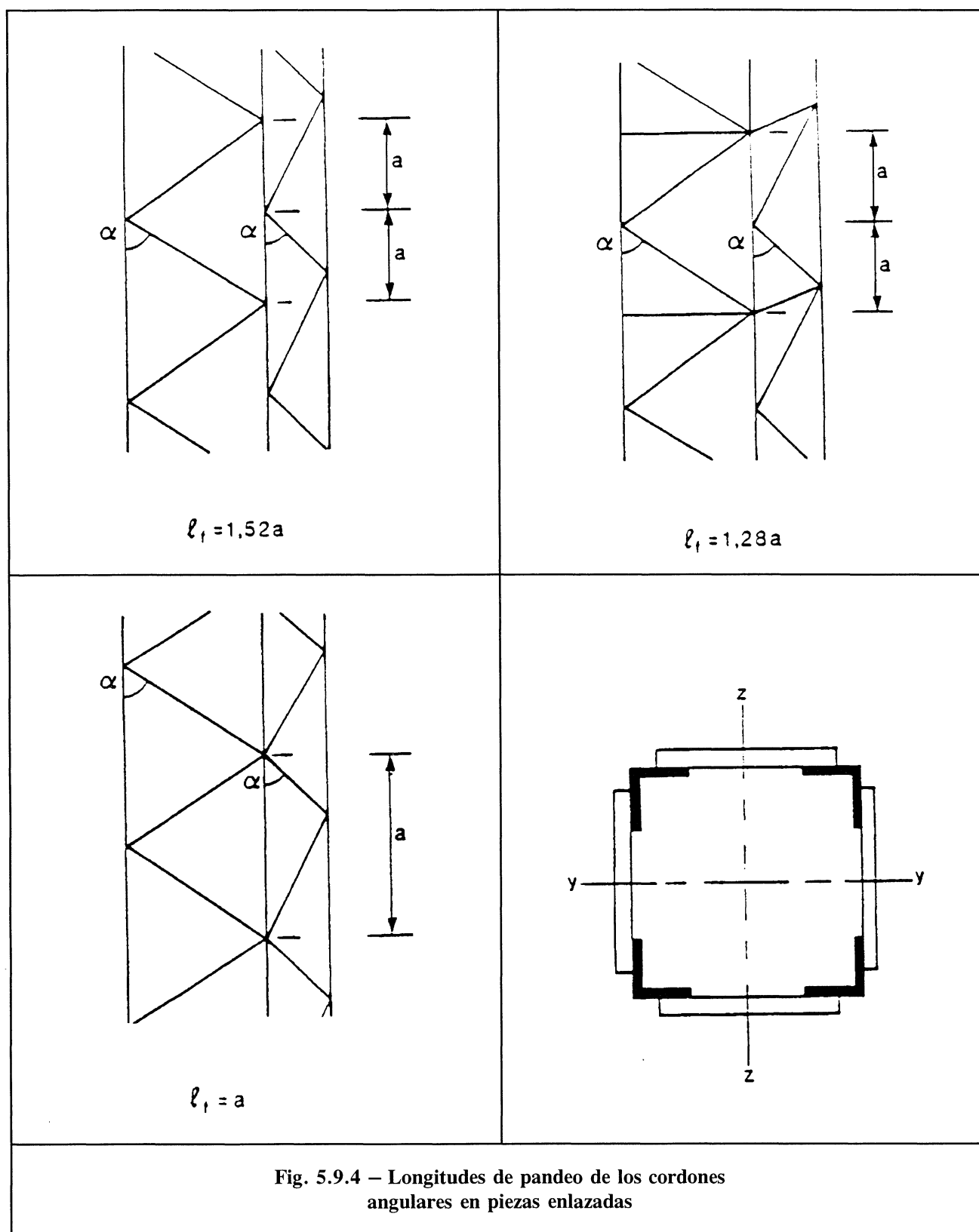
|   | Sistema  | $S_v$  |
|---|--|--|
|  <p><math>e = l/500</math></p> |                                | $\frac{n E A_d a h_0^2}{2 d^3}$  |
|                              |                               | $\frac{n E A_d a h_0^2}{d^3}$  |
|   |                              | $\frac{n E A_d a h_0^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_d h_0^3}{A_v d^3} \right]}$ |
|   | <p>n es el número de planos de enlace</p> <p><math>A_d</math> y <math>A_v</math> se refieren a un solo plano</p> |  |

Fig. 5.9.3 – Piezas enlazadas sometidas a compresión



### 5.9.3 Piezas comprimidas empresilladas

#### 5.9.3.1 Campo de aplicación

- (1) El procedimiento de cálculo que se da en este artículo se aplica a elementos compuestos sometidos a un esfuerzo axial de compresión de cálculo  $N_{sd}$  aplicado a una pieza compuesta formada por dos perfiles iguales paralelos de sección uniforme, enlazados mediante presillas, rígidamente unidas a los cordones y uniformemente espaciadas a lo largo de la pieza.
- (2) Los cordones pueden ser piezas simples o pueden estar también enlazadas mediante celosías o presillas en el plano perpendicular.
- (3) *Cuando sea necesario variar lo anterior, se suplementará adecuadamente el procedimiento.*

#### 5.9.3.2 Detalles constructivos

- (1) Se dispondrán presillas en cada extremo de la pieza.
- (2) *También se dispondrán presillas en los puntos intermedios en los que haya cargas aplicadas o en los que se disponga un arriostramiento lateral.*
- (3) *Se dispondrán presillas intermedias para dividir la longitud de la pieza en, como mínimo, tres tramos, igualmente entre puntos lateralmente inmovilizados en el plano de las presillas habrá, como mínimo, tres tramos. Siempre que sea posible, las presillas intermedias serán iguales y estarán espaciadas uniformemente a lo largo de la pieza.*
- (4) *Cuando se dispongan planos paralelos de presillas, las presillas de cada plano se colocarán enfrentadas.*
- (5) *Cuando  $S_v$  se evalúe despreciando la flexibilidad de las presillas [véase apartado 5.9.3.4 (3)], la anchura de cualquier presilla extrema no será menor que  $h_o$  y la anchura de una presilla intermedia no será menor que  $0,5 h_o$ , donde  $h_o$  es la distancia entre los centros de gravedad de los cordones.*
- (6) *Salvo que se tenga en cuenta explícitamente la flexibilidad de las presillas en la evaluación de  $S_v$ , estas deberán cumplir también:*

$$\frac{n I_b}{h_o} \geq 10 \frac{I_f}{a} \quad (5.89)$$

donde

$I_b$  es el momento de inercia de una presilla en su plano;

$I_f$  es el momento de inercia de un cordón en el plano de las presillas;

$h_o$  es la distancia entre centros de gravedad de los cordones;

$a$  es la distancia entre ejes de las presillas;

$n$  es el número de planos de presillas.

### 5.9.3.3 Momento de inercia

- (1) El momento de inercia  $I_{eff}$  de una pieza empresillada solicitada a compresión con dos cordones, será:

$$I_{eff} = 0,5 h_o^2 A_f + 2 \mu I_f \quad (5.90)$$

siendo  $\mu$ :

$$\lambda \leq 75: \quad \mu = 1$$

$$75 < \lambda < 150: \quad \mu = 2 - \lambda/75$$

$$\lambda \geq 150: \quad \mu = 0$$

donde  $\lambda = \ell/i_o$

$A_f$  es el área de la sección de un cordón;

$I_f$  es el momento de inercia de un cordón;

$h_o$  es la distancia entre los centros de gravedad de los cordones;

$$i_o = [0,5 I_1 / A_f]^{1/2}$$

$I_1$  es el valor de  $I_{eff}$  para  $\mu = 1$

### 5.9.3.4 Esfuerzos de los cordones en la sección central de la pieza

- (1) El esfuerzo de los cordones en la sección central de la pieza se determinará mediante la expresión:

$$N_{f, Sd} = 0,5 (N_{Sd} + M_s h_o A_f / I_{eff}) \quad (5.91)$$

donde

$$M_s = N_{Sd} e_o / (1 - N_{Sd} / N_{cr} - N_{Sd} / S_v)$$

$$e_o = \ell/500 \text{ (véase apartado 5.9.1)}$$

$$N_{cr} = \pi^2 EI_{eff} / \ell^2$$

- (2) Siempre que se satisfaga la limitación del apartado 5.9.3.2 (6), la rigidez a cortante  $S_v$  es:

$$S_v = 2 \pi^2 EI_f / a^2 \quad (5.92)$$

- (3) Cuando no se satisfaga la limitación del apartado 5.9.3.2 (6), se considerará la flexibilidad de las presillas obteniendo  $S_v$  mediante la expresión:

$$S_v = \frac{24 EI_f}{a^2 \left[ 1 + \frac{2 I_f}{n I_b} \cdot \frac{h_o}{a} \right]} \quad \text{siendo} \quad S_v \leq \frac{2 \pi^2 EI_f}{a^2} \quad (5.93)$$



### 5.9.3.5 Resistencia al pandeo de los cordones

- (1) *La longitud de pandeo de un cordón en el plano de las presillas será la distancia entre ejes de las presillas.*

### 5.9.3.6 Solicitaciones debidas al empresillado

- (1) *Las presillas, sus uniones a los cordones y los propios cordones se comprobarán con las solicitaciones en el tramo extremo, definidas en la figura 5.9.5, en la que el esfuerzo cortante  $V_s$  viene dado por:*

$$V_s = \pi M_s / \ell \quad (5.94)$$

*con  $M_s$  definido en el apartado 5.9.3.4.*

- (2) *Para esta comprobación, el esfuerzo axil en cada cordón se tomará como  $0,5N_{sd}$  incluso cuando sólo haya tres tramos a lo largo de la pieza.*
- (3) *En el caso de cordones con secciones asimétricas, (tales como perfiles en U), pueden tomarse para esta comprobación, los momentos resistentes plásticos reducidos que han de usarse en la expresión dada en el apartado 5.4.8.1 (11) como los valores medios de los momentos flectores positivos y negativos.*

### 5.9.4 Piezas compuestas con elementos próximos

- (1) *Las piezas comprimidas formadas por perfiles en contacto o unidos mediante forros discontinuos como las de la figura 5.9.6 se considerarán como piezas simples siempre que estén unidas mediante tornillos o soldaduras a una distancia no mayor que  $15 i_{min}$ , donde  $i_{min}$  es el radio de giro mínimo de los perfiles.*
- (2) *Los tornillos o soldaduras de unión, se dimensionarán para transmitir el esfuerzo rasante entre los perfiles producido por el esfuerzo de cortante  $V_s$ .*
- (3) *Para  $V_s$  se tomará el 2,5% del esfuerzo axil en la pieza. Alternativamente,  $V_s$  puede determinarse tal y como se indica en el apartado 5.9.3.6.*
- (4) *El esfuerzo rasante será  $0,25 V_s a / i_{min}$ , donde  $a$  es la longitud de los perfiles entre ejes de presillas.*

### 5.9.5 Angulares formando cruz

- (1) *Las piezas compuestas por dos angulares unidos por pares de presillas en dos planos perpendiculares, tal y como se muestra en la figura 5.9.7, se comprobarán a pandeo respecto al eje y-y como una pieza simple, siempre que las longitudes de pandeo en los dos planos perpendiculares y-y y z-z sean iguales y siempre que la distancia entre pares de presillas no sea mayor que  $70 i_{min}$  donde  $i_{min}$  es el radio de giro mínimo del angular.*
- (2) *En el caso de angulares de brazos desiguales puede suponerse que:*

$$i_y = i_o / 1,15 \quad (5.95)$$

*donde  $i_o$  el radio de giro mínimo de la pieza compuesta.*

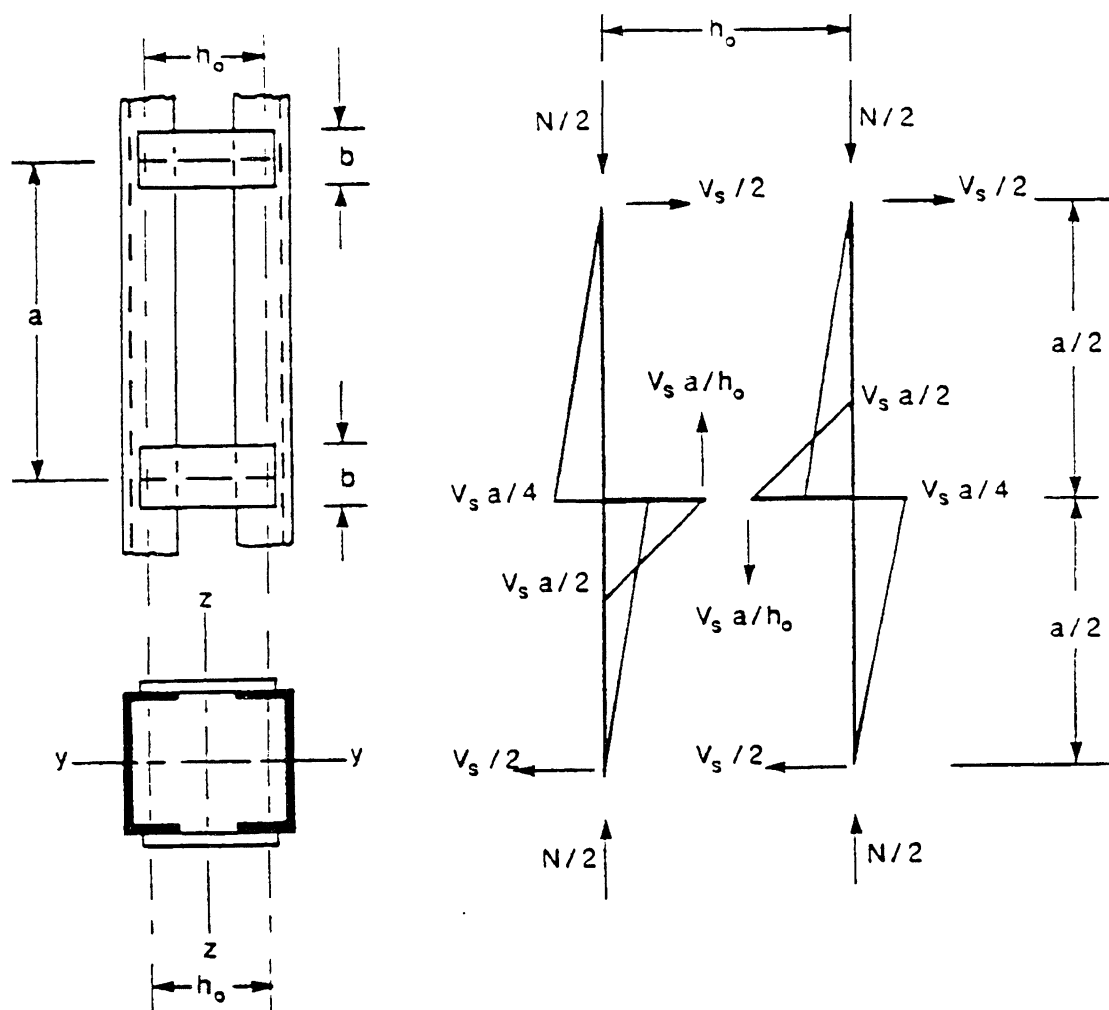


Fig. 5.9.5 – Pieza empresillada sometida a compresión

$\lambda_{k,z}, \lambda_c$  definidos anteriormente en la ecuación I.3  
 $\lambda_{k,y} = l_{k,y} / i_y$  esbeltez la barra compuesta respecto al eje y-y

## I.2. CÁLCULO

### I.2.1 INTRODUCCIÓN

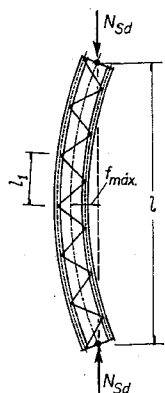


Figura I.4.

La capacidad de resistencia de una barra compuesta depende de su geometría, de las propiedades resistentes de los cordones y del sistema de enlace.

En el cálculo se supone que la barra compuesta presenta inicialmente una combadura de forma senoidal definida por la imperfección geométrica  $e_{0,d}$  que se considera igual a  $l/500$ . Al aplicar el esfuerzo axial  $N_{Sd}$ , se produce un incremento de la flecha inicial que llega a alcanzar el valor total  $f_{max}$ .

La capacidad de carga de la barra compuesta con un eje de material, figura I.4, está asociada al plano de pandeo:

- Flectando respecto al eje y-y, figura I.3.a, los cordones se comportan como perfiles simples de longitud  $l$  con una longitud de pandeo correspondiente al modelo de enlace de sus extremos.
- Flectando respecto al eje z-z, figura I.3.a, los cordones quedan solicitados en la parte central por esfuerzos axiales  $N_{1,Sd}$ , que son función del esfuerzo  $N_{Sd}$  y de la flecha máxima previsible,  $f_{max}$ . En los extremos no existe incremento del esfuerzo axil  $N_{Sd}/2$ , por cordón, pero al presentarse un esfuerzo cortante  $V_d = V_0$ , véase figura I.2.b, consecuencia del giro de la columna en el extremo debido a la combadura de la barra, los cordones de la celosía quedan solicitados por esfuerzos axiales y las presillas por esfuerzos cortantes y momentos flectores.

En la comprobación de los cordones a pandeo con flexión en el plano z-z, se considera como longitud de pandeo,  $l_1$ , que es la separación entre presillas o nudos de la celosía de arriostramiento, véanse las figuras de la tabla I.2.

### I.2.2. BARRAS COMPUESTAS DE DOS CORDONES UNIDOS CON CELOSÍA

A efectos de pandeo de la barra compuesta respecto al eje de inercia libre z-z, se considera con un momento de inercia eficaz,  $I_{eff}$ , definido por la expresión:

$$I_{eff} = 0,5 \cdot s^2 \cdot A_1 \quad (I.6)$$

$A_1$  área de un solo cordón.  
 $s$  distancia entre centros de gravedad de los dos cordones.

Para el cálculo se procede del modo siguiente:

#### 1) Cordones

El esfuerzo de compresión mayor  $N_{1,d}$  que debe soportar un solo cordón se presenta en la sección central de la barra y se determina mediante la expresión siguiente:

$$N_{1,d} = 0,5 \cdot N_{Sd} + M_d / s \quad (I.7)$$

siendo:

$$M_d = N_{Sd} f_{max} = N_{Sd} \cdot \frac{l}{500} \cdot \frac{1}{1 - N_{Sd} / N_{cr,id} - N_{Sd} / S_v} \quad (I.8)$$

en la que:

$$N_{cr,id} = \pi^2 \cdot E \cdot I_{eff} / (\beta \cdot l)^2 \quad \text{carga crítica de pandeo respecto al eje z-z} \quad (I.9)$$

$l$  longitud de la barra  
 $N_{Sd}$  esfuerzo axial de compresión  
 $M_d$  momento existente en el centro de la barra como consecuencia del descentramiento,  $f_{max}$  del esfuerzo axil en la sección central.  
 $S_v$  rigidez a cortante de la celosía (esfuerzo cortante requerido para producir una deformación por cortante unitaria). En la tabla I.2. se incluyen valores de  $S_v$  para distintos tipos de enlaces (celosías o presillas).

Obsérvese que el factor que acompaña a  $N_{Sd} \cdot l/500$  en la ecuación I.8 es el factor de amplificación, ecuación 7.20, modificado en el denominador con el término  $N_{Sd}/S_v$ , que representa la influencia del esfuerzo cortante en la deformación de la barra.

La comprobación se realiza como un perfil simple con longitud de pandeo  $l_1$  y curva de pandeo asociada a la clase de perfil (tabla 7.3.).

#### 2) Celosía

En los extremos de la barra compuesta los enlaces deberán absorber esfuerzos cortantes  $V_d$  que tienen por valor:

$$V_d = N_{Sd} \cdot \tan \phi_0 \quad (I.10)$$

$\phi_0$  ángulo que forma la deformada de la barra en el extremo (figura I.2.b)

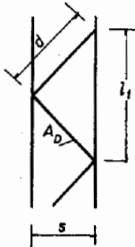
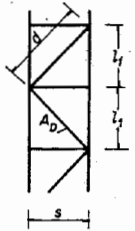
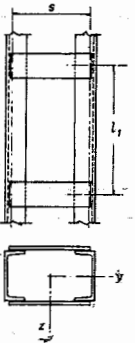
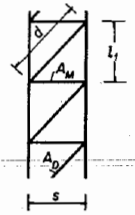
| CELOSÍAS   |  | PRESILLAS  |
|--|--|--|
| Tipo de celosía  | $S_v$  | $S_v$  |
|   | $\frac{nEA_D l_1 s^2}{2d^3}$   | <p>a) <math>\frac{nI_{pr}}{s} \geq 10 \cdot \frac{I_1}{l_1}; S_v = \frac{2\pi^2 EI_1}{l_1^2}</math></p> <p>b) <math>\frac{nI_{pr}}{s} &lt; 10 \cdot \frac{I_1}{l_1};</math><br/> <math>S_v = \frac{24 \cdot EI_1}{l_1^2 \cdot \left[ 1 + \frac{2sl_1}{nI_{pr} l_1} \right]}</math></p> |
|   | $\frac{nEA_D l_1 s^2}{d^3}$  |    |
|   | $\frac{nEA_D l_1 s^2}{d^3 \left[ 1 + \frac{A_D s^3}{A_M d^3} \right]}$ |  |
| $A_D$ área de las diagonales referida a un solo plano.<br>$A_M$ área de los montantes referida a un solo plano.<br>$I_1$ momento de inercia de un solo cordón.<br>$I_{pr}$ momento de inercia de una sola presilla.<br>$n$ número de presillas enfrentadas |  |  |

Tabla I.2 Valores de  $S_v$  (rigidez a cortante de celosías y presillas)

Al ser la ecuación de la deformada (véase la figura I.2.b)

$$v = f_{max} \cdot \frac{\pi \cdot x}{l} \quad (I.11)$$

resulta

$$tg\phi_0 = \left( \frac{dv}{dx} \right)_{x=0} = \frac{\pi}{l} \cdot f_{max} = \frac{\pi}{500} \cdot \frac{1}{1 - N_{sd}/N_{cr,ld} - N_{sd}/S_v} \quad (I.12)$$

Combinando las ecuaciones 7.50, 7.52 y 7.54, se deduce:

$$V_d = \pi \cdot M_d / l \quad (I.13)$$

$M_d$  momento en el centro de la barra, definido en la ecuación I.8

$l$  longitud de la barra

El esfuerzo de compresión en la diagonal extrema de la celosía,  $N_{l,d}$ , es:

$$N_{l,d} = \frac{V_d \cdot d}{n \cdot s} \quad (I.14)$$

$d$  longitud de la diagonal.

$n$  número de diagonales (2, si hay dos planos de celosía o 1, si solo hay un plano).

$s$  separación entre centros de gravedad de los cordones.

La diagonal se comprobará con longitud de pandeo,  $d$ , eligiéndose como curva pandeo la concomitante con el perfil empleado (tabla 7.3).

**Ejemplo I.8.** Para la columna representada en la figura I.5, de acero S 275 con los extremos biarticulados, se pide:

1. Calcular las esbelteces mecánicas respecto los ejes y-y y z-z
2. Comprobar el pilar a pandeo por flexión respecto al eje y-y
3. Comprobar los cordones
4. Determinar el esfuerzo axial máximo a resistir por las diagonales de la celosía

La sección de los cordones está clasificada en clase 1 (véase la tabla A.3, anexo A)

Límite elástico:

El espesor mayor de la sección es  $t_f = 17,5 \text{ mm} > 16 \text{ mm}$  y en consecuencia:

$$f_y = 265 \text{ N/mm}^2$$

tabla 1.1

El ejercicio emplea un coeficiente de 1,10 (EC-3) en lugar del indicado en el CTE, por lo que los resultados variarán ligeramente

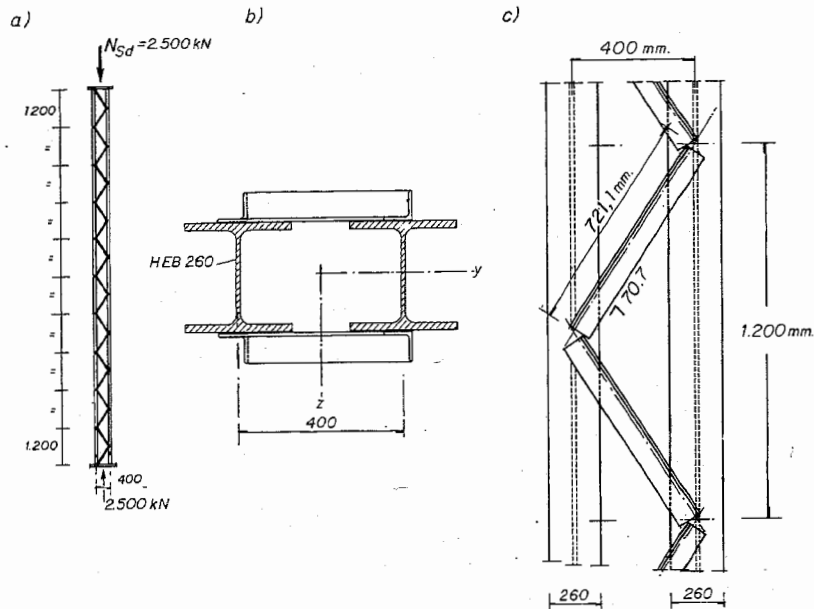


Figura I.5. Ejemplo I.1.

Términos de sección:

Según la tabla A3. del anexo A:

$$A = 236,8 \text{ cm}^2;$$

$$A_1 = 118,4 \text{ cm}^2;$$

$$I_y = 2 \cdot 14.919 = 29.838 \text{ cm}^4;$$

$$I_z = 2 \cdot (5.135 + 118,4 \cdot 20^2) = 104.990 \text{ cm}^4;$$

$$I_1 = 5.135 \text{ cm}^4; i_1 = 6,58 \text{ cm}$$

$$i_y = 11,2 \text{ cm}$$

$$i_z = (104.990/236,8)^{0,5} = 21,06 \text{ cm}$$

**1) Esbelteces mecánicas**

Separación entre puntos de arriostramiento:

$$l_1 = 120 \text{ cm}$$

Pandeo en el plano perpendicular al eje y-y.

$$\lambda_{ky} = \frac{1.200}{11,2} = 107$$

Pandeo según el plano perpendicular al eje z-z.

$$\lambda_{kz} = \frac{1.200}{21,06} = 56,98$$

$$\lambda_c = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot A \cdot d^3}{n \cdot A_d \cdot I_1 \cdot s^2}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 236,8 \cdot 72,11^3}{2 \cdot 9,40 \cdot 120 \cdot 40^2}} = 22,03 \quad (\text{tabla I.1, figura b})$$

$$\lambda_{id,z} = \sqrt{56,98^2 + 22,03^2} = 61,09 \quad (\text{I.3})$$

**2) Comprobación de la columna a pandeo con flexión respecto al eje y-y**

$$\lambda_E = 93,91 \cdot \sqrt{\frac{235}{265}} = 88,43 \quad (7.34)$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{1.200}{11,20} \cdot \frac{1}{88,43} = 1,21 \quad (7.33.b)$$

$$\chi_y = 0,472 \quad (h/b = 1 < 1,20, \text{ y } t_f < 100 \text{ mm, curva de pandeo, b; } \alpha = 0,34)$$

$$N_{b,Rd} = 1 \cdot (0,472 \cdot 265) \cdot 23.680 / \text{cm}^2 = 2938,4 \text{ kN} \quad (7.38)$$

luego

$$\frac{2.500}{2938,4} = 0,85 < 1 \quad \text{CUMPLE} \quad (7.39)$$

**3) Cordones**

$$S_v = \frac{2 \cdot 210.000 \cdot 940 \cdot 1200 \cdot 400^2}{2 \cdot 721,1^3} = 101.079.222 \text{ N} = 101.079 \text{ kN} \quad (\text{Tabla I.2})$$

$$I_{eff} = 0,5 \cdot 40^2 \cdot 118,4 = 94.720 \text{ cm}^4 \quad (\text{I.6})$$

$$N_{cr,id} = \pi^2 \cdot 210.000 \cdot 94.720 \cdot 10^4 / 12.000^2 = 13.633.213 \text{ N} = 13.633 \text{ kN} \quad (\text{I.9})$$

$$M_d = 2.500 \cdot 0,024 \cdot \frac{1}{1 - \frac{2.500}{13.633} - \frac{2.500}{101.079}} =$$

$$= 2.500 \cdot 0,024 \cdot 1,263 = 75,76 \text{ kNm} \quad (\text{I.8})$$

$$N_{t,d} = 0,5 \cdot 2.500 + 75,76 / 0,40 = 1.439,4 \text{ kN} \quad (\text{I.7})$$

$$\lambda_1 = 120 / 6,58 = 18,23 \quad \text{Esbeltez mecánica de un solo cordón} \quad (\text{I.1})$$

$$\lambda_E = 93,9 \cdot \sqrt{235 / 265} = 88,43 \quad (7.34)$$

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{120}{6,58} \cdot \frac{1}{88,43} = 0,206 \quad \text{Esbeltez reducida de un solo cordón} \quad (7.33.b)$$

$$\chi_1 = 0,995 \quad (\text{curva c, tabla 7.3})$$

$$N_{b,Rd} = (0,995 \cdot 265) \cdot 11,840 / 1,05 = 3.000.000 \text{ N} > 1.439.400 \text{ N} \quad \text{CUMPLE (7.38)}$$

## 4) Celosía

Al ser, el esfuerzo cortante,

$$V_d = \pi \cdot 75,76 / 12,00 = 19,83 \text{ kN} \quad (\text{I.13})$$

resulta por cada diagonal, el esfuerzo axil siguiente:

$$N_{1,d} = \frac{19,83 \cdot 72,11}{2 \cdot 40} = 17,87 \text{ kN} \quad (\text{I.14})$$

## I.2.3. BARRAS EMPRESILLADAS

En este caso el momento de inercia eficaz de la barra,  $I_{eff}$ , es:

$$I_{eff} = 0,5 \cdot s^2 \cdot A_1 + 2 \cdot \mu \cdot I_1 \quad (\text{I.15})$$

$s$  y  $A_1$  han sido definidos en la ecuación I.6  
 $I_1$  momento de inercia de un solo cordón respecto a su eje principal paralelo a z-z.  
 $\mu$  coeficiente dependiente de la relación,  $l/i_0$

|                       |                          |
|-----------------------|--------------------------|
| $l/i_0 \leq 75$       | $\mu = 1$                |
| $75 < l/i_0 \leq 150$ | $\mu = 2 - (l/i_0) / 75$ |
| $l/i_0 > 150$         | $\mu = 0$                |

$l$  la longitud total de la barra compuesta, e,

$$i_0 = \sqrt{0,25 \cdot s^2 + I_1 / A_1} \quad (\text{I.16})$$

La comprobación de la barra se efectúa en las dos secciones siguientes:

## a) Sección central

En la sección central de la barra se comprueban los cordones para resistir exclusivamente el esfuerzo axial siguiente:

$$N_{1,d} = 0,5 \cdot (N_{sd} + M_d \cdot s \cdot A_1 / I_{eff}) \quad (\text{I.17})$$

$M_d$  momento debido a la flecha  $f_{max}$ , fue definido la ecuación I.8

El término  $0,5 \cdot M_d \cdot s \cdot A_1 / I_{eff}$  representa el incremento del esfuerzo axial por cordón como consecuencia del momento  $M_d$ .

En esta sección el esfuerzo cortante,  $V_d \cdot \tan \phi_x$ , es nulo ( $\phi_x = 0$ ), figura I.2.b, y en consecuencia las presillas no resisten sollicitación alguna

## b) Tramos extremos de la barra

## 1) Presillas

Las presillas, sus uniones a los cordones y los propios cordones se comprobarán para las sollicitaciones indicadas en la figura I.6, en la que esfuerzo cortante  $V_d$ , ya ha sido definido mediante la ecuación

$$V_d = \pi \cdot M_d / l \quad (\text{I.13})$$

$M_d$  definido en la ecuación I.8.

Con el fin de que la flexibilidad de las presillas no sea excesiva se recomienda que se cumpla la relación:

$$\frac{n \cdot I_{pr}}{s} \geq 10 \cdot \frac{I_1}{l_1} \quad (\text{Tabla I.2}) \quad (\text{I.18})$$

En este caso se utiliza para definir  $S_v$  la expresión siguiente:

$$S_v = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_1}{l_1^2} \quad (\text{Tabla I.2})$$

$I_{pr}$  momento de inercia de la sección transversal de la presilla =  $t_{pr} \cdot h_{pr}^3 / 12$

Es decir el doble de la carga crítica de Euler de un solo cordón con la longitud de pandeo,  $l_1$ .

El momento que debe soportar la pareja de presillas,  $M_{pr, sd}$ , se obtiene del equilibrio de esfuerzos que se presenta en un módulo de la columna, figura I.6, es:

$$M_{pr, sd} = V_{pr, sd} \cdot s / 2 = V_d \cdot l_1 / 2 \quad (\text{I.19})$$

siendo:

$$V_{pr, sd} = V_d \cdot l_1 / s \quad (\text{I.20})$$

## 2) Cordones

Cada cordón está sollicitado por la compresión axial,

$$N_{1,d} = N_{sd} / 2 \quad (\text{I.21})$$

y al momento flector,

$$M_{1,d} = \frac{V_d}{2} \cdot \frac{l_1}{2} \quad (\text{I.22})$$

debiendo comprobarse a flexo-compresión con una longitud de pandeo  $l_1$ .

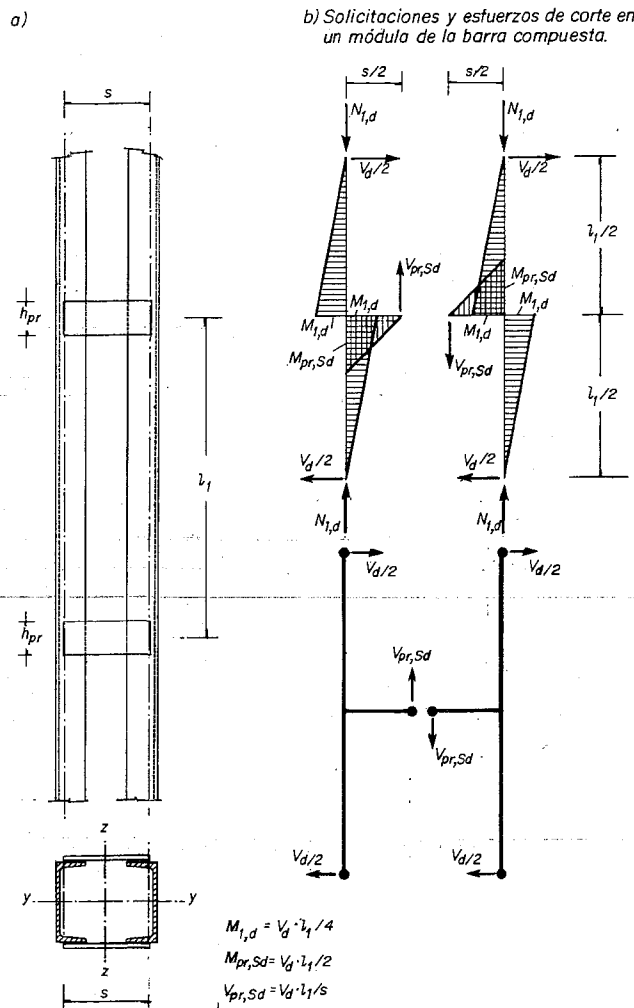


Figura I.6. Flexión en cordones y presillas

Ejemplo I.2. Para la columna representada en la figura I.7, de iguales cordones que la del ejemplo I.1, se utilizan presillas como medio de unión, se pide:

1. Calcular las esbelteces mecánicas respecto a los ejes y-y y z-z
2. Comprobar la columna a pandeo por flexión respecto al eje y-y
3. Comprobar los cordones
4. Determinar la sollicitación máxima a resistir por presilla

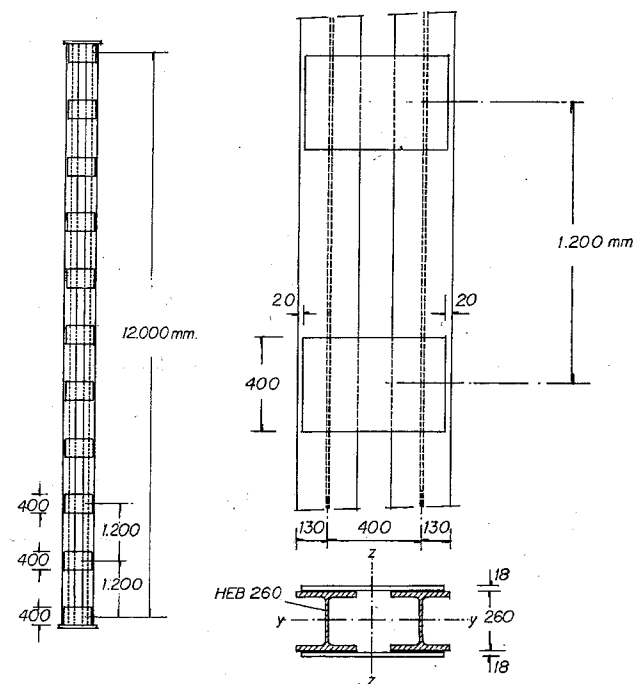


Figura I.7. Ejemplo I.2.

La sección de los cordones está clasificada como de clase 1 (véase tabla A.3)

Límite elástico:

El espesor mayor de la sección es  $t_f = 17,5 \text{ mm} > 16 \text{ mm}$  y en consecuencia:

$$f_y = 265 \text{ N/mm}^2$$

(tabla 1.1)

Términos de sección:

$$A = 236,8 \text{ cm}^2;$$

$$I_z = 5.135 \text{ cm}^4$$

$$A_1 = 118,4 \text{ cm}^2$$

$$i_z = 6,58 \text{ cm}$$

$$I_y = 2 \cdot 14.919 = 29.838 \text{ cm}^4;$$

$$i_y = 11,2 \text{ cm}$$

$$I_z = 2 \cdot (5.135 + 118,4 \cdot 20^2) = 104.990 \text{ cm}^4; \quad i_z = (104.990/236,8)^{0,5} = 21,06 \text{ cm}$$

$$W_{pl,z} = 2 \cdot 17,5 \cdot 26^2 / 4 = 591,5 \text{ cm}^3$$

### 1) Esbeltez mecánica

Separación entre puntos de arriostramiento del cordón:

$$l_1 = 120 \text{ cm}$$

Esbeltez mecánica en el plano perpendicular al eje y-y.

$$\lambda_y = \frac{1.200}{11,20} = 107$$

Esbeltez mecánica en el plano perpendicular al eje z-z.

$$\lambda_{kz} = \frac{1.200}{21,06} = 56,98$$

$$\lambda_c = \frac{120}{6,58} = 18,24$$

$$\lambda_{id,z} = \sqrt{56,98^2 + \frac{2}{2} \cdot 18,24^2} = 59,82$$

### 2) Comprobación a pandeo con flexión respecto al eje y-y

Es igual que la calculada en el ejemplo I.1 en el que se obtuvo:

$$N_{b,Rd} = 2.693 \text{ kN} \quad (7.38)$$

### 3) Comprobación de los cordones

$$I_1 = 5.135 \text{ cm}^4; \quad A_1 = 118,4 \text{ cm}^2; \quad I_{pr} = \frac{1,8 \cdot 40^3}{12} = 9.600 \text{ cm}^4$$

$$W_{pl,z} = 2 \cdot 1,75 \cdot 26^2 / 4 = 591,5 \text{ cm}^3$$

$$i_o = \sqrt{0,25 \cdot 40^2 + 5.135 / 118,4} = 21,05 \text{ cm} \quad (I.16)$$

$$\frac{l}{i_o} = \frac{1.200}{21,05} = 56,98 \quad \mu = 1$$

$$I_{eff} = 0,5 \cdot 40^2 \cdot 118,4 + 2 \cdot 1 \cdot 5.135 = 104.990 \text{ cm}^4 \quad (I.15)$$

$$N_{\alpha,id} = \frac{\pi^2 \cdot 210.000 \cdot (104.990 \cdot 10^4)}{12.000^2} = 15.111.392 \text{ N} = 15.111 \text{ kN} \quad (7.31)$$

Al ser

$$\frac{2 \cdot 9.600}{40} = 480 > 10 \cdot \frac{5.135}{120} = 427 \quad (\text{Condición de rigidez de la presilla}) \quad (I.18)$$

$$S_v = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot 210.000 \cdot 5.135 \cdot 10^4}{1.200^2} = 147.817.887 \text{ N} = 147.817 \text{ kN} \quad (\text{Tabla I.2})$$

Esfuerzo axial en la sección central del cordón

$$M_d = 2.500 \cdot \left( \frac{12}{500} \right) \cdot \frac{1}{1 - \frac{2.500}{15.111} - \frac{2.500}{147.817}} = 73,38 \text{ kNm} \quad (I.8)$$

luego

$$N_{1,d} = -0,5 \cdot [2.500 + 73,38 \cdot 0,40 \cdot (118,4 \cdot 10^{-4}) / (104.990 \cdot 10^{-8})] = -1.415 \text{ kN} \quad (I.17)$$

Esfuerzo axial y momento en las secciones extremas

$$N_{1,d} = 0,5 \cdot 2.500 = -1.250 \text{ kN}$$

$$V_d = \pi \cdot 73,38 / 12 = 19,21 \text{ kN} \quad (I.13)$$

$$M_{1,d} = \frac{19,21 \cdot 1,20}{4} = 5,76 \text{ kNm} \quad (I.22)$$

Comprobación del cordón

Se realizan las dos comprobaciones siguientes:

1) En la sección central existe solamente un esfuerzo axial de compresión y no hay flexión:

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{120}{6,58} \cdot \frac{1}{88,43} = 0,206 \quad \text{Esbeltez reducida de un solo cordón} \quad (7.33.b)$$

$$\chi_1 = 0,995 \quad (h/b < 1,20; \text{ curva c; tabla 7.3})$$

$$N_{b,Rd} = (0,995 \cdot 265) \cdot 11.840 / \sqrt{1,05} = 2.693 \text{ kN} > 1.415 \text{ kN} \quad \text{CUMPLE} \quad (7.38)$$

2) En los extremos

$$N_{1,d} = -1.250 \text{ kN}; \quad M_{1,d} = (19,21/2) \cdot (1,2/2) = 25,76 \text{ kNm} \quad (I.21) \text{ y } (7.64)$$

El cordón se comprueba a flexocompresión resultando:

$$1) \text{ pandeo: } \frac{1.250.000}{0,995 \cdot 11.840} + 1 \cdot \frac{0,4 \cdot (5,76 \cdot 10^6)}{591.500} = 110 < \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \quad \text{CUMPLE} \quad (7.41.b)$$

$$2) \text{ plastificación } \frac{1.250.000}{11.840} + \frac{(5,76 \cdot 10^6)}{591.500} = 115,3 < \frac{\sigma_c}{f_{cd}} \quad \text{CUMPLE} \quad (6.26.a)$$



## 4) Solicitaciones de las presillas

Al ser,

$$V_d = \pi \cdot 73,38 / 12 = 19,21 \text{ kN} \quad (\text{I.13})$$

resulta para el conjunto de las dos presillas,

$$V_{pr,Sd} = 19,21 \cdot 1,20 / 0,40 = 57,63 \text{ kN} \quad (\text{I.20})$$

$$M_{pr,Sd} = 57,63 \cdot 0,40 / 2 = 11,52 \text{ kNm} \quad (\text{I.19})$$

correspondiendo a cada presilla la mitad de la sollicitación indicada.

## I.2.4. COMPROBACIÓN A FLEJO-COMPRESIÓN

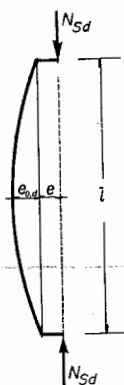


figura I.8.

Se supone la barra compuesta comprimida por el esfuerzo axial,  $N_{Sd}$ , con una excentricidad  $e$  y una imperfección geométrica  $e_{0,d}$ , figura I.8. La flecha total máxima que se presenta en el centro del vano se puede estimar como suma de la imperfección  $e_{0,d}$  y del descentramiento de la carga  $e$ . Para el cálculo del momento máximo se multiplica la carga por el desplazamiento total afectado por el coeficiente de amplificación,  $\eta$ :

$$f_{max} = (e_{0,d} + e) \cdot \frac{1}{1 - N_{Sd}/N_{cr,ld} - N_{Sd}/S_v} \quad (7.66)$$

La compresión en el cordón más comprimido en el módulo del vano central de la columna, es:

$$N_{1,d} = \frac{N_{Sd}}{2} + \frac{N_{Sd} \cdot f_{max}}{s} \quad (7.67)$$

Esfuerzo para el que debe comprobarse dicho cordón asignándole la esbeltez  $\lambda_1 = l_1/i_1$  y en función de ella el coeficiente  $\chi$  correspondiente a la curva de pandeo asociada a la clase de sección que forma el cordón.

Si el momento varía a lo largo de la barra se podrá sustituir el momento externo  $M_{Sd}$  por el que corresponda en la sección central y lo que es más seguro, seleccionar el máximo.

El esfuerzo cortante total  $V_T$  que debe resistir la celosía o las presillas es suma del esfuerzo cortante  $V_d$ , ecuación I.10, y de  $V_{Sd}$ :

$$V_T = V_d + V_{Sd} \quad (7.68)$$

$V_{Sd}$  esfuerzo cortante de cálculo debido a las cargas de barra transversales y a los movimientos de los extremos de la barra.

En las barras empresilladas, a este esfuerzo  $V_T$ , corresponden:

$$V_{pr,Sd} = V_T \cdot I_1 / s \quad (7.69)$$

y

$$M_{pr,Sd} = V_T \cdot I_1 / 2 \quad (7.70)$$

En las secciones extremas cada cordón debe resistir la sollicitación siguiente:

$$N_{1,d} = \frac{N_{Sd}}{2} + \frac{M_{Sd}}{s} \quad (7.71)$$

$$M_{1,d} = V_T \cdot I_1 / 4 \quad (7.72)$$

Y para ello deben realizarse las comprobaciones indicadas anteriormente.

## I.3. DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS

Los procedimientos de cálculo indicados en apartados anteriores son de aplicación en el caso de barras compuestas de dos cordones, si:

1. Las celosías o presillas dividen a la columna en módulos de cordones paralelos de igual longitud,  $l_1$ .
2. El número mínimo de módulos es de cuatro existiendo siempre un elemento de enlace al principio y al final de la barra
3. Los enlaces se unirán rigidamente a los cordones, bien mediante tornillos (al menos dos por unión en caso de presillas), bien mediante soldadura.
4. Las presillas de cada plano se disponen enfrentadas.
5. Los elementos de enlace de los dos planos ocuparán idéntica posición y orientación en alzado. Es decir, una triangulación debe ser la sombra de la otra, figura I.9.

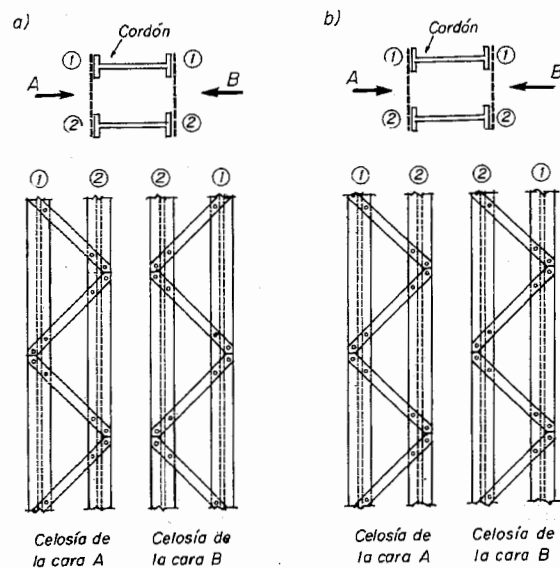


Figura I.9 Disposiciones de las celosías de arriostramiento en barras compuestas de cordones simples

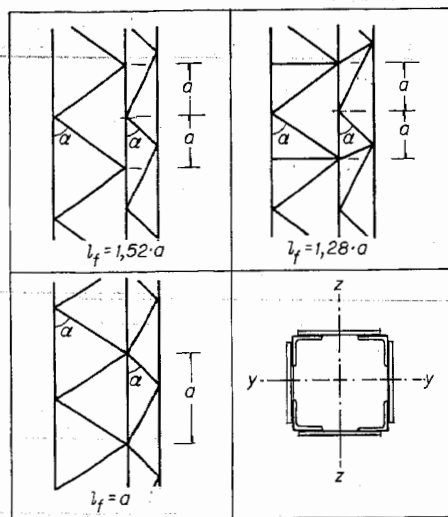


Figura I.10 Barras compuestas de cuatro cordones

Según Eurocódigo 3 los cordones pueden estar formados por piezas simples o compuestas, véase la figura I.10. Para la comprobación de los cordones de barras compuestas se tomarán como longitudes de pandeo  $l_f$  las indicadas en la misma figura, considerando siempre el eje principal de inercia menor del ángulo y analizando además su posible pandeo por flexión y torsión.

En las celosías trianguladas se dispondrán cartelas -presillas- en los extremos, en aquellos puntos en los que se interrumpa la triangulación, y en las uniones con otras barras.

## NORMAS

EC-3

*Design of steel structures. Part 1-1. General rules and rules for buildings. Junio 2004*

D.B. SE-A

*Seguridad Estructural. Estructuras de acero. Ministerio de Vivienda. Borrador agosto- 2004*

## BIBLIOGRAFIA

Cudós Samblancat, V. *Jornadas sobre Eurocódigo 3. Ponencia: Pandeo de Barras Imperfectas, Método Europeo.* Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid, 1992.