


Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Escola Politècnica Superior
Escuela Politécnica Superior


OPENCOURSEWARE
INGENIERIA CIVIL
I.T. Obras Públicas / Ing. Caminos



tema 5.1

PIEZAS SOMETIDAS A TORSIÓN

Luis Bañón Blázquez
Profesor Colaborador
Francisco de Borja Varona Moya
Profesor Responsable de la Asignatura
Dpto. de Ing. de la Construcción



OBJETIVOS

- ▶ Diferenciar los conceptos de **torsión de equilibrio** y **torsión de compatibilidad**
- ▶ Analizar los diferentes **casos de cálculo** a torsión uniforme y no uniforme
- ▶ Conocer el método simplificado para la determinación de tensiones inducidas por la **torsión de alabeo**
- ▶ Resolver la **interacción** entre diferentes solicitaciones y la de torsión y su efecto en la estructura metálica

CONTENIDOS

1. Conceptos previos
2. Casos de cálculo
3. Torsión de Saint-Venant
4. Torsión de alabeo
5. Interacción de esfuerzos
6. Ejemplos de aplicación

1. CONCEPTOS PREVIOS

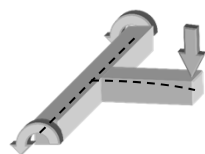
► Condiciones generales de la **torsión**:

► **Torsión de equilibrio**

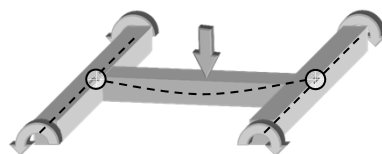
Elementos en los que la rigidez a torsión es **necesaria** para **garantizar su equilibrio** o el de otro elemento
Solicitación principal ⇒ Necesario su cálculo

► **Torsión de compatibilidad**

Elementos para los cuales la pérdida de rigidez a torsión **no es necesaria** para garantizar su equilibrio o el de otro elemento
Solicitación secundaria ⇒ No es necesario su cálculo



Torsión de equilibrio



Torsión de compatibilidad

2. CASOS DE CÁLCULO

► Mecanismos de torsión: [Art. 6.2.7 CTE y 18.2.4 EAE]

► Torsión uniforme o de *Saint-Venant*

Genera únicamente tensiones tangenciales en la pieza. Su rigidez depende del **módulo de torsión** I_t

► Torsión no uniforme o de alabeo

Genera tanto tensiones normales como tangenciales. Su rigidez depende del **módulo de alabeo** I_w

- El esfuerzo torsor T_{Ed} se puede expresar como suma de sus dos componentes:

$$T_{Ed} = \underbrace{T_{t,Ed}}_{\text{Saint-Venant}} + \underbrace{T_{w,Ed}}_{\text{Alabeo}}$$

2. CASOS DE CÁLCULO

► Casos de cálculo: [Art. 18.2.4 EAE]

► Torsión pura o uniforme

El momento torsor T_{Ed} permanece uniforme a lo largo de la pieza y los extremos pueden alabeo libremente

$$\theta_t = \frac{T_{Ed}}{GI_T} ; \tau_{m\acute{a}x} = \frac{T_{Ed}}{W_T}$$

► Torsión no uniforme

El momento torsor T_{Ed} **varía a lo largo de la pieza** o alguna sección **no puede alabeo libremente**

$$\theta_{AB} = \frac{1}{GI_T} \int_A^B T_{Ed} \cdot ds ; \tau_{m\acute{a}x} = \frac{T_{Ed}}{W_T}$$

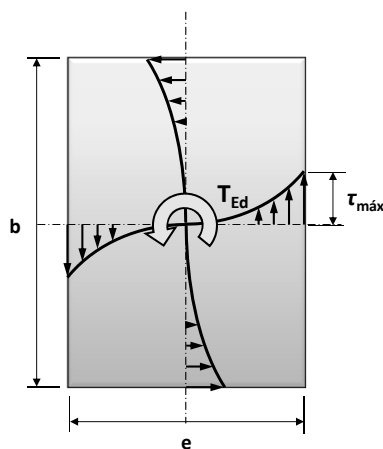
2. CASOS DE CÁLCULO

► Simplificaciones de cálculo: [Art. 6.2.7 DB-SE A]

- Puede despreciarse el efecto de la **torsión de alabeo**:
 - En secciones con **libertad de alabeo en extremos** sometidos a **torsión uniforme** ($T_{Ed} = \text{cte}$)
 - En elementos sometidos a **torsión no uniforme** ($T_{Ed} \neq \text{cte}$) cuyo I_w (**módulo de alabeo**) sea pequeño o nulo:
 - **Secciones macizas** (redondos, cuadrados, etc...)
 - **Secciones abiertas** constituidas por rectángulos que se cortan en un único punto (T, +, L, etc...)
 - **Secciones cerradas** (tubulares, cajones uni/multicelulares)
- Puede despreciarse únicamente el efecto de la **torsión de Saint-Venant** en el resto de secciones abiertas de pared delgada (doble T, H, U, Z...)

3. TORSIÓN DE SAINT-VENANT

- Determinación de tensiones en piezas de sección maciza sometidas a **torsión uniforme**:



Cálculo de I_T y W_T :

$$I_T = \beta \cdot b \cdot e^3 ; W_T = \mu \cdot b \cdot e^2$$

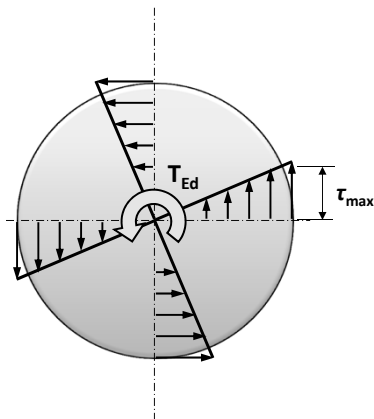
b/e	1	1,5	2	2,5	3	4	5
μ	0,208	0,238	0,256	0,269	0,278	0,290	0,298
β	0,141	0,196	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291
b/e	6	7	8	9	10	> 10	∞
μ	0,303	0,307	0,310	0,312	0,314	0,333	1/3
β	0,299	0,303	0,307	0,310	0,313	0,333	1/3

Cálculo de $\tau_{\text{máx}}$:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T_{Ed}}{W_T} = \frac{T_{Ed}}{\mu b e^2}$$

3. TORSIÓN DE SAINT-VENANT

- Determinación de tensiones en piezas de sección maciza sometidas a **torsión uniforme de Coulomb**:



Sección circular maciza:

$$I_T = \frac{\pi \cdot R^4}{2} \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T_{Ed}}{I_T} R = \frac{2T_{Ed}}{\pi R^3}$$

Corona circular:

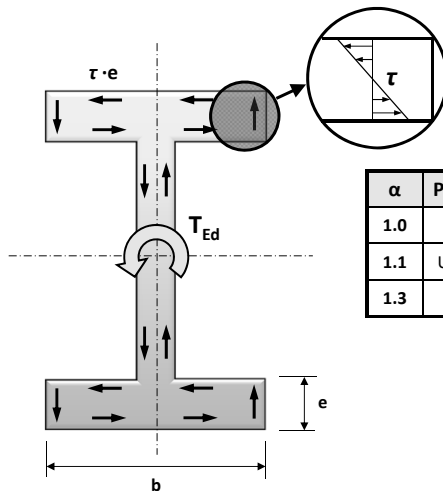
$$I_T = \frac{\pi}{2} (R_2^4 - R_1^4) \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T_{Ed}}{I_T} R_2$$

Sección circular de pared delgada:

$$I_T = 2AeR \Rightarrow \tau_{max} = \frac{T_{Ed}}{I_T} R = \frac{T_{Ed}}{2Ae}$$

3. TORSIÓN DE SAINT-VENANT

- Determinación de tensiones en piezas de **sección abierta** sometidas a **alabeo libre**:



Cálculo de I_T (corrección de Föppl):

$$I_T = \alpha \sum_{i=1}^n I_{T,i} = \alpha \sum_{i=1}^n \beta b_i e_i^3$$

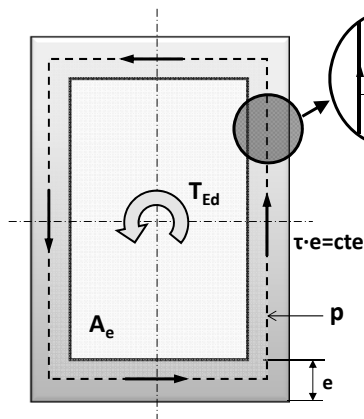
α	Perfil	b/e	1	1,5	2	2,5	3	4	5
1.0	L +	β	0,208	0,238	0,256	0,269	0,278	0,290	0,298
1.1	U Z T	b/e	6	7	8	9	10	> 10	∞
1.3	I H	β	0,303	0,307	0,310	0,312	0,314	0,333	1/3

Cálculo de τ_{max} :

$$\tau_{max} = \frac{T_{Ed}}{W_T} = \frac{T_{Ed}}{I_T} e_{max}$$

3. TORSIÓN DE SAINT-VENANT

- Determinación de tensiones en piezas de **sección cerrada** sometidas a **torsión uniforme**:



Fórmulas de **Bredt**:

$$\tau \cdot e = \frac{T_{Ed}}{2A_e} \Rightarrow \tau_{máx} = \frac{T_{Ed}}{2A_e e_{min}}$$

Giro unitario:

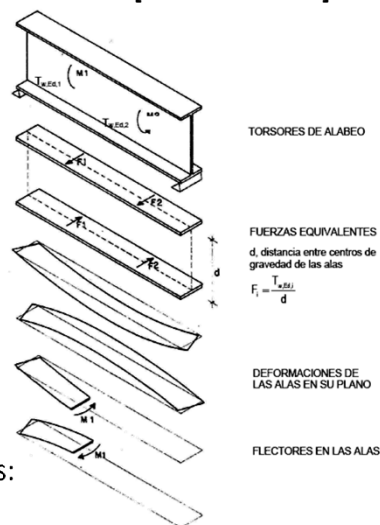
$$d\theta = \frac{T_{Ed}}{G \cdot I_T} ds \Rightarrow \theta = \frac{T_{Ed}}{G \cdot I_T} s$$

$$I_T = \frac{4A_e^2}{\oint \frac{ds}{e}} \Rightarrow I_T = \frac{4A_e^2 e}{p}$$

4. TORSIÓN DE ALABEO

- Método aproximado de **Timoschenko**: [Art. 34.6 EAE-04]

- En este caso $T_{Ed} \approx T_{w,Ed}$
- Cálculo de los torsores unitarios de alabeo $t_{w,Ed}$
- Cálculo de las fuerzas equivalentes $f_{w,Ed}$:
$$f_{w,Ed} = t_{w,Ed} / d$$
- Cálculo del momento flector en cada ala $M_{w,Ed}$
- Cálculo de la tensión normal y tangencial de alabeo en las alas:
 $\sigma_{w,Ed}, \tau_{w,Ed}$



5. INTERACCIÓN DE ESFUERZOS

► Interacción **cortante-torsión**: [Art. 6.2.8 DB SE-A]

- Normalmente ocurre en cargas desplazadas del **Centro de Esfuerzos Cortantes (CEC)**
- Aplicando la condición de agotamiento de **Von Mises**:

$$\sigma_{co} = \sqrt{3(\tau_{t,Ed} + \tau_{v,Ed})^2} \leq f_{yd} \Rightarrow \tau_{t,Ed} + \tau_{v,Ed} \leq \frac{f_{yd}}{\sqrt{3}}$$

- O lo que es lo mismo, según el CTE, empleando la **resistencia a corte reducida por torsión**:

$$V_{Ed} \leq V_{pl,T,Rd} = \left[1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{f_{yd} / \sqrt{3}} \right] \cdot V_{pl,Rd}$$

5. INTERACCIÓN DE ESFUERZOS

► Interacción **flexión-torsión**: [Art. 6.2.8 DB SE-A]

- Cuando predomina la **torsión de alabeo**:
(secciones en doble T ó H)

$$M_{Ed} \leq M_{c,T,Rd} = \left[1 - \frac{\sigma_{w,Ed}}{f_{yd}} \right] \cdot M_{c,Rd}$$

- Cuando predomina la **torsión de Saint-Venant**:
(secciones cerradas, macizas o angulares)

$$\sigma_{co} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3 \cdot \tau_{t,Ed}^2} \leq f_{yd}$$

5. INTERACCIÓN DE ESFUERZOS

► Interacción **flexión-cortante-torsión**:

- Cuando predomina la **torsión de alabeo**:
(secciones en doble T ó H → IPN, HEB...)

$$\sigma_{co} = \sqrt{(\sigma_{x,Ed} + \sigma_{w,Ed})^2 + 3 \cdot (\tau_{v,Ed} + \tau_{w,Ed})^2} \leq f_{yd}$$

- Cuando predomina la **torsión de Saint-Venant**:
(secciones cerradas, macizas o angulares)

$$\sigma_{co} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + 3 \cdot (\tau_{v,Ed} + \tau_{t,Ed})^2} \leq f_{yd}$$