

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante
Escola Politècnica Superior
Escuela Politécnica Superior

OPENCOURSEWARE
INGENIERIA CIVIL
I.T. Obras Públicas / Ing. Caminos



OBJETIVOS

- ▶ Diferenciar **cuantitativamente** entre piezas simples y compuestas
- ▶ Diferenciar los **ejes de inercia** material y libre
- ▶ Introducir el concepto de **esbeltez complementaria** de una pieza compuesta
- ▶ Dimensionar y comprobar de forma adecuada **piezas compuestas en celosía** y sus elementos
- ▶ Dimensionar y comprobar adecuadamente **piezas compuestas empresilladas** y sus elementos

CONTENIDOS

1. Piezas simples y compuestas
2. Ejes de inercia materiales y libres
3. Esbeltez complementaria
4. Dimensionamiento
5. Cálculo de piezas en celosía
6. Cálculo de piezas empresilladas
7. Piezas a flexocompresión
8. Disposiciones constructivas

1. PIEZAS SIMPLES Y COMPUESTAS

- ▶ ¿Cuándo una pieza se considera **simple**?
 - ▶ Si está formada por **un solo perfil**
 - ▶ Si se trata de **varios perfiles**, y:
 - ▶ Están unidos por **soldadura continua**
 - ▶ Si están unidos por **soldadura discontinua**, con separación $a \leq 15 \cdot e_{\min}$ (≤ 300 mm)
(siendo a la separación longitudinal entre soldaduras y e_{\min} el espesor mínimo de los perfiles)
 - ▶ Si están unidos mediante **forro discontinuo** de chapa (presillas), deben cumplir que $a \leq 15 \cdot i_{\min}$
(siendo a la separación entre ejes de presillas y i_{\min} el radio de giro mínimo del perfil simple)
 - ▶ Si se trata de **perfiles enfrentados en ángulo** con presillas alternadas, deben cumplir que $a \leq 70 \cdot i_{\min}$

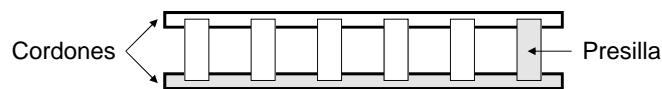
1. PIEZAS SIMPLES Y COMPUESTAS

► ¿Qué es una **pieza compuesta**?

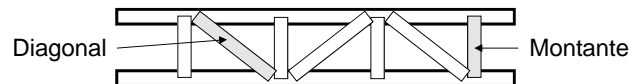
- Son **dos o más piezas simples** enlazadas entre sí que no cumplen las anteriores condiciones

► ¿Qué **tipologías** básicas de enlace existen?

- **Presillas:** Chapas o perfiles resistentes a flexión y unidos rígidamente a piezas simples



- **Celosías:** Red triangulada formada por diagonales, o montantes y diagonales



2. EJES MATERIALES Y LIBRES

- En piezas compuestas hay **dos tipos** de ejes de inercia posibles:

► **Eje material (EM)**

Eje que pasa por el **baricentro** (*CdG*) de las secciones de **TODOS** los perfiles simples que integran la pieza

Puede existir uno o no existir

► **Eje libre (EL)**

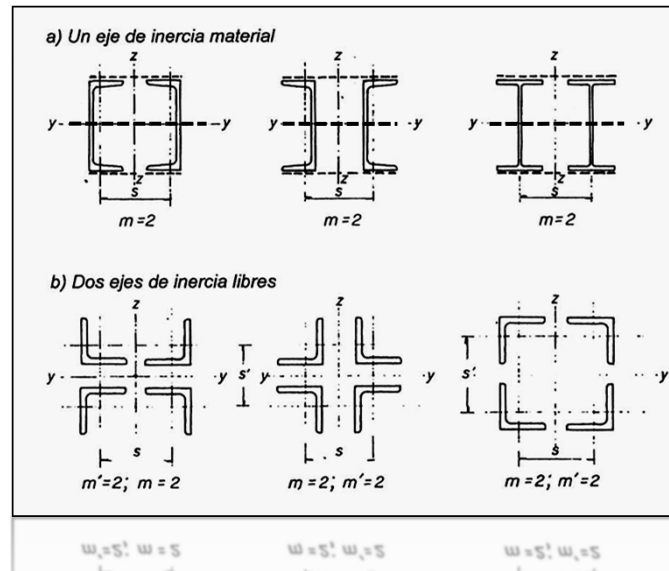
Resto de ejes que no cumplen la condición anterior

Siempre existe al menos uno

- **Combinaciones posibles:**

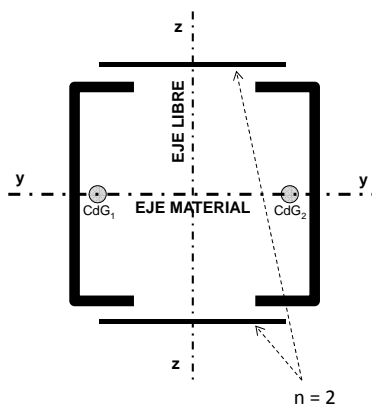
$$\text{EM} + \text{EM} / \text{EM} + \text{EL} / \text{EL} + \text{EL}$$

2. EJES MATERIALES Y LIBRES



3. ESBELTEZ COMPLEMENTARIA

- Cálculo de la **esbeltez mecánica** de una pieza compuesta λ_u :



EJE MATERIAL (y-y)

(Dirección/Plano de pandeo: z-z)

$$\lambda_y = \frac{L_{k,y}}{i_y}$$

EJE LIBRE (z-z)

(Dirección/Plano de pandeo: y-y)

$$\lambda_{id,z} = \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_c^2}$$

3. ESBELTEZ COMPLEMENTARIA

- En **ejes materiales (EM)** se emplea la **esbeltez** de la pieza simple (λ):

$$\lambda_y = \frac{L_{k,y}}{i_y}$$

- En **ejes libres (EL)**, se emplea la **esbeltez ideal** (λ_{id}), que introduce el concepto de **esbeltez complementaria** (λ_c) para considerar el entramado de conexión de los cordones:

$$\lambda_{id,u} = \sqrt{\lambda_u^2 + \lambda_c^2}$$

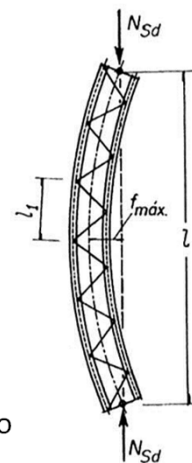
<p>Celosía de diagonales desiguales</p>	<p>Celosía tipo Warren</p>
<p>Celosía de montantes y diagonales</p>	<p>Celosía tipo Warren con montantes</p>
<p>Celosía en K</p>	<p>Presillas</p>

l_1 luz parcial del cordón.
 i_y radio de giro mínimo del cordón.
 A área de la sección bruta total de los cordones.
 A_d, A_{d1}, A_{d2} área de la sección bruta de una diagonal.
 A_m área de la sección bruta de un montante.
 d, d_y, d_z longitud de una diagonal.
 n número de diagonales que ocupan la misma posición en planos paralelos.

4. DIMENSIONAMIENTO

- **Comportamiento** de la pieza compuesta:

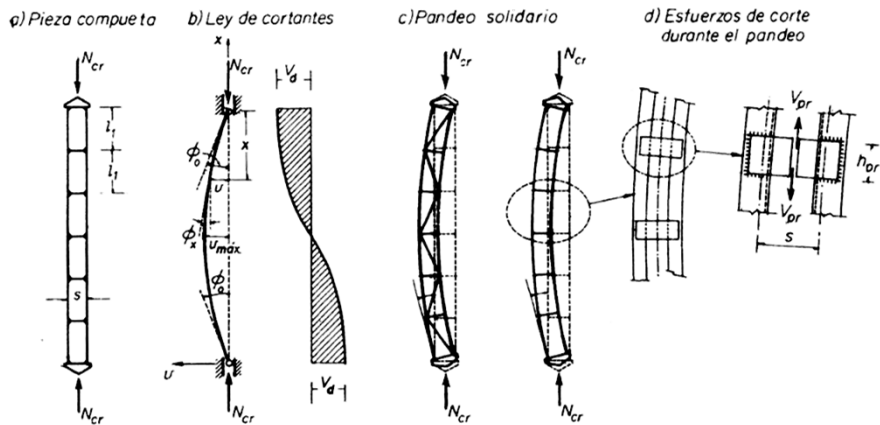
- Se supone una **imperfección inicial** geométrica ($e_{0,d}$) igual a $l/500$ (combadura senoidal)
- Respecto del **eje de inercia material**, (y-y) los cordones se comportan como **perfiles simples** de longitud l y longitud de pandeo $L_k = \beta \cdot l$ para un esfuerzo axial N_{sd}
- Respecto del **eje de inercia libre**, (z-z) los cordones pandean con una longitud l_1 , separación entre presillas o nudos de la celosía para un esfuerzo axial $N_{1,sd}$ sobre el cordón más solicitado



4. DIMENSIONAMIENTO

► Necesidad de los elementos de unión:

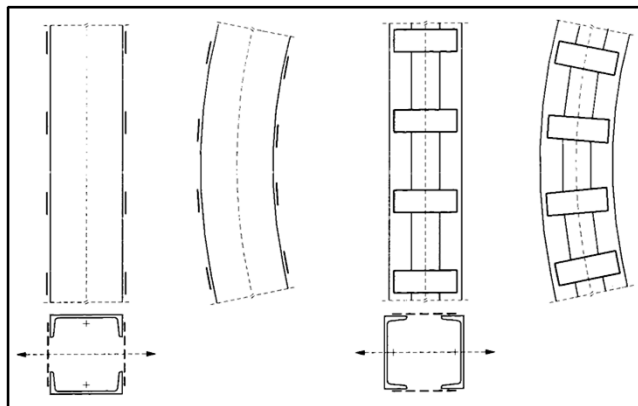
Transmiten el cortante, permitiendo el **pandeo solidario** de los cordones en la pieza compuesta, en sus planos no materiales



4. DIMENSIONAMIENTO

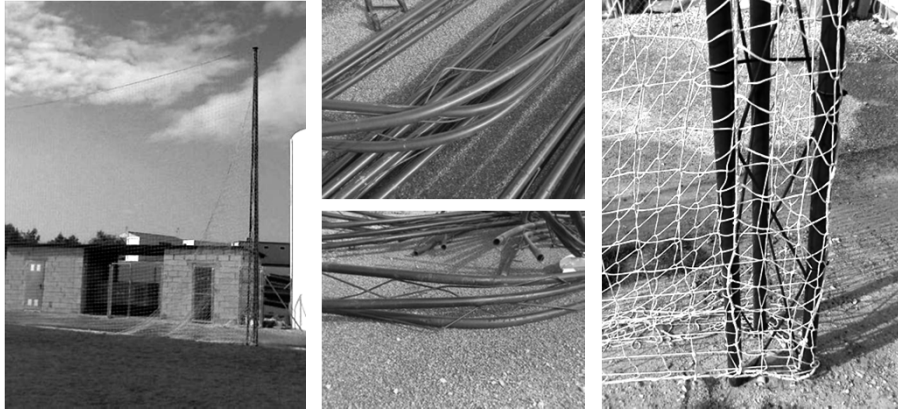
► Necesidad de los elementos de unión:

Transmiten el cortante, permitiendo el **pandeo solidario** de los cordones en la pieza compuesta, en sus planos no materiales



4. DIMENSIONAMIENTO

► ¿Qué pasa **cuando no funcionan los enlaces?**



Redes parabólicas del campo de entrenamiento del Hércules CF

4. DIMENSIONAMIENTO

► Parámetros comunes a calcular:

► Cálculo del **alma equivalente (A_e)**:

Tiene en cuenta el efecto de los enlaces sobre el alma de la pieza compuesta, asimilándola a una pieza simple equivalente con su misma deformabilidad a corte

► Cálculo de la **rigidez a cortante (S_v)**:

Esfuerzo que produce una deformación unitaria a corte

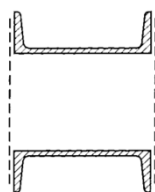
$$S_v = G \cdot A_e$$

► Cálculo de la **inercia eficaz (I_{eff})**:

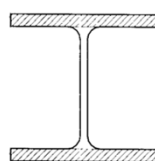
Inercia aproximada respecto a su eje libre, despreciando la inercia propia de cada cordón

$$I_{eff} = 0,5 \cdot s^2 \cdot A_1 + 2 \cdot \mu \cdot I_1$$

4. DIMENSIONAMIENTO



CONCEPTO DE ALMA EQUIVALENTE



CONCEPTO DE ELEMENTO DE ENLACE

	Sistema	S_x
		$\frac{n \cdot E \cdot A_y \cdot a \cdot h_0^3}{2 \cdot d^3}$
		$\frac{n \cdot E \cdot A_y \cdot a \cdot h_0^3}{d^3}$
		$\frac{n \cdot E \cdot A_y \cdot a \cdot h_0^3}{d^3 \cdot \left(1 + \frac{A_y \cdot h_0^2}{A_x \cdot d^2}\right)}$
n es el número de planos de enlace A_y y A_x se refieren a un solo plano		

4. DIMENSIONAMIENTO

- Cálculo de piezas unidas mediante **celosía**:
 - Comprobación de la **pieza compuesta** frente a **pandeo global** con el esfuerzo axial N_{Sd}
 - Comprobación de los **cordones** frente al mayor esfuerzo de compresión $N_{1,d}$
 - Comprobación de la **celosía** frente a cortante V_d
- Cálculo de piezas **empresilladas**:
 - Comprobación de la **pieza compuesta** frente a pandeo global con el esfuerzo axial N_{Sd}
 - Comprobación de los **cordones** a compresión axial
 - En la **sección central** frente a axil $N_{1,d}$
 - En los **tramos extremos** de la barra a flexocompresión
 - Comprobación de **presillas** a cortante y flexión

5. PIEZAS EN CELOSÍA

- ▶ Cálculo de piezas unidas mediante **celosía**:
 - ▶ **Procedimiento** de cálculo:
 - ▶ Comprobación de la **pieza compuesta** como pieza simple en el eje material (si existe)
 - ▶ Comprobación del **cordón más solicitado**:
(en el centro de la pieza)
 - ▶ Cálculo de la flecha por **imperfección geométrica** (f_{\max})
 - ▶ Cálculo del esfuerzo de compresión mayor ($N_{1,d}$)
 - ▶ Comprobación a pandeo del cordón (perfil simple)
 - ▶ Comprobación de la **celosía**:
 - ▶ Cálculo del **cortante** inducido por el pandeo (V_d)
 - ▶ Comprobación a pandeo de la diagonal extrema

5. PIEZAS EN CELOSÍA

- ▶ Cálculo de piezas unidas mediante **celosía**:
 - ▶ Comprobación de los **cordones**:
 - ▶ Cálculo de **inercia eficaz** $\rightarrow I_{\text{eff}} = 0,5 \cdot s^2 \cdot A_1$
 - ▶ Esfuerzo de compresión mayor $\rightarrow N_{1,Ed} = 0,5 \cdot N_{Sd} + M_d/s$
 - ▶ Cálculo de la **carga crítica de pandeo** respecto al eje z-z:
 $N_{cr,id} = \pi^2 E I_{\text{eff}} / L_k^2$
 - ▶ Determinación de $M_d = N_{Sd} \cdot f_{\max}$, con un valor de f_{\max} de:

$$f_{\max} = \frac{L_k}{500} \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_{Sd}}{N_{cr,id}} - \frac{N_{Sd}}{S_v}}$$

siendo S_v la rigidez a cortante de la celosía

- ▶ Comprobación del **perfil simple a pandeo** con una longitud de pandeo l_1 y la curva de pandeo asociada al perfil

5. PIEZAS EN CELOSÍA

► Comprobación de la **celosía**:

► Cálculo de **cortante inducido por pandeo** V_d :

$$V_d = \pi \cdot M_d / L_k$$

► Cálculo del esfuerzo de compresión en la **diagonal extrema** de la celosía, $N_{1,d}$:

$$N_{1,d} = \frac{(V_d + V_{sd}) \cdot d}{n \cdot s}$$

siendo **d** la longitud de la diagonal analizada

n el número de planos de celosía de la pieza compuesta

s la separación entre centros de gravedad de cordones

V_{sd} es el cortante externo existente en la sección

► **Comprobación a pandeo de la diagonal** para el esfuerzo $N_{1,d}$ y la longitud de pandeo **d**

6. PIEZAS EMPRESILLADAS

► Cálculo de piezas unidas mediante **presillas**:

► **Procedimiento** de cálculo:

► Comprobación de la **pieza compuesta** como pieza simple en el eje material (si existe)

► Comprobación del **cordón más solicitado**:

► En la **sección central** de la pieza (Compresión)

► En los **tramos extremos** de la pieza (Flexocompresión)

► Comprobación de las **presillas**:

► Cálculo del **cortante** inducido por el pandeo (V_d)

► Determinación de los esfuerzos máximos sobre las presillas (M_{pr} , V_{pr})

► Reparto en los **n** planos de presillas (normalmente 2)

6. PIEZAS EMPRESILLADAS

► Cálculo de piezas empresilladas:

► Comprobación de los cordones:

► Cálculo de inercia eficaz $\rightarrow I_{\text{eff}} = 0,5 \cdot s^2 \cdot A_1 + 2 \cdot \mu \cdot I_1$

siendo I_1 la inercia de un solo cordón respecto a su eje z-z

μ un coeficiente que depende de la relación $\lambda = L_k/i_0$:

$$\lambda \leq 75 \rightarrow \mu = 1$$

$$75 < \lambda \leq 150 \rightarrow \mu = 2 - \lambda/75 \quad [i_0 = \sqrt{0,25s^2 + I_1/A_1}]$$

$$\lambda > 150 \rightarrow \mu = 0$$

L_k es la longitud de pandeo de la pieza compuesta

► Se comprueban las **dos secciones** siguientes de la pieza:

► **Sección central**, para un esfuerzo axial $N_{1,d}$ de valor:

$$N_{1,d} = 0,5 \cdot (N_{sd} + M_d \cdot s \cdot A_1/I_{\text{eff}})$$

► **Tramos extremos**, para unos esfuerzos $N_{1,d}$ y $M_{1,d}$ de valor:

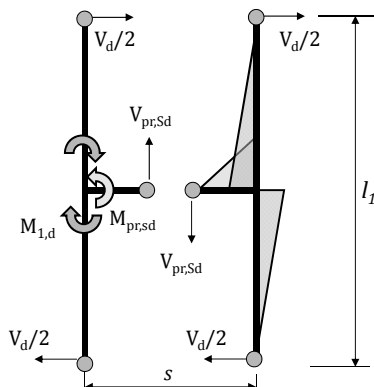
$$N_{1,d} = N_{sd}/2 ; M_{1,d} = V_d/2 \cdot l_1/2$$

6. PIEZAS EMPRESILLADAS

► Cálculo de piezas unidas empresilladas:

► Comprobación de las presillas:

► Planteando el **equilibrio de fuerzas** en un módulo de la sección de longitud l_1 , se tiene que:



$$V_{pr,sd} = (V_d + V_{sd}) \cdot \frac{l_1}{s} = V_T \cdot \frac{l_1}{s}$$

$$M_{pr,sd} = V_{pr,sd} \cdot \frac{s}{2} = (V_d + V_{sd}) \cdot \frac{l_1}{2} = V_T \cdot \frac{l_1}{2}$$

$$M_{1,d} = \frac{(V_d + V_{sd})}{2} \cdot \frac{l_1}{2} = \frac{V_T}{2} \cdot \frac{l_1}{2}$$

6. PIEZAS EMPRESILLADAS

► Cálculo de piezas unidas **empresilladas**:

► Comprobación de las **presillas**:

- En la **sección central**, el cortante es nulo, no hace falta comprobarlas al no transmitir esfuerzos entre cordones
- En los **tramos extremos**, el cortante inducido por pandeo V_d presenta el valor:

$$V_d = \pi \cdot M_d / L_k$$

calculando el valor de S_v como:

$$S_v = 2 \frac{\pi^2 EI_1}{l_1^2} [\approx 2N_{cr,1}]$$

se recomienda adoptar unas presillas **poco flexibles**:

$$\frac{n \cdot I_{pr}}{s} \geq 10 \frac{I_1}{l_1}, \text{ con } I_{pr} = \frac{t_{pr} \cdot h_{pr}^3}{12}$$

7. PIEZAS A FLEXOCOMPRESIÓN

► Elementos a **flexocompresión**:

- En este caso, además de la imperfección geométrica $e_{0,d} = l / 500$, deberemos considerar la **excentricidad** e de la carga. Así, la flecha máxima f_{\max} será:

$$f_{\max} = \left(e + \frac{L_k}{500} \right) \cdot \frac{1}{1 - N_{sd} / N_{cr,ld} - N_{sd} / S_v}$$

- La sollicitación del **cordón más comprimido** será:

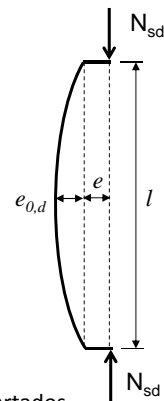
► Sección central: $N_{1,d} = \frac{N_{sd}}{2} + \frac{N_{sd} \cdot f_{\max}}{s}$

► Sección extrema: $N_{1,d} = \frac{N_{sd}}{2} + \frac{M_{sd}}{s}; M_{1,d} = \frac{V_T}{2} \cdot \frac{l_1}{2}$

► El esfuerzo cortante total será: $V_T = V_d + V_{sd}$

- Comprobación de los **elementos de enlace**:

- Los esfuerzos son los ya comentados en anteriores apartados



8. DISPOSICIONES CONSTRUCTIVAS

- ▶ Las celosías o presillas deben dividir al soporte compuesto en módulos de cordones paralelos **de igual longitud** l_1
- ▶ El número mínimo de módulos es de **cuatro**, existiendo siempre un elemento de enlace en los extremos inicial y final de la pieza
- ▶ Los enlaces se unirán **rígidamente** a los cordones, mediante:
 - ▶ Tornillos (al menos dos si se trata de presillas)
 - ▶ Cordón de soldadura
- ▶ Las presillas de cada plano deben disponerse **enfrentadas**
- ▶ Los elementos de enlace de los dos planos ocuparán **idéntica posición** en alzado → **disposición en correspondencia** (una triangulación deberá ser la *sombra* de la otra)