

SOLUCIONES PROBLEMAS FÍSICA.

TEMA 2: OSCILACIONES Y ONDAS

1. Una onda sonora plana y de frecuencia 1,00 kHz se propaga en un medio gaseoso de densidad $1,43 \text{ kg/m}^3$. a) Teniendo en cuenta que la onda tarda 33,0 ms en recorrer una distancia de 10,0 m, calcula el módulo de compresibilidad del gas. b) Escribe las funciones de onda de desplazamiento y de presión sabiendo que la amplitud de esta última es 1,50 Pa.

a) El módulo de compresibilidad del gas viene dado por:

$$u = \sqrt{\frac{B}{\rho_m}} \longrightarrow B = u^2 \rho_m = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2 \rho_m = \left(\frac{10}{33 \cdot 10^{-3}} \right)^2 1,43 = 131 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

b) En primer lugar determinemos la frecuencia angular y el número de ondas:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad k = \frac{\omega}{u} = \frac{\omega}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{\omega \Delta t}{\Delta x} = \frac{2\pi \cdot 10^3 \cdot 33 \cdot 10^{-3}}{10} = 6,6\pi \text{ m}^{-1}$$

La amplitud de la onda de desplazamiento se relaciona con la de presión de la forma:

$$s_{\max} = \frac{p_{\max}}{k \cdot B} = \frac{1,50}{6,6\pi \cdot 131 \cdot 10^3} = 0,55 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

Luego la onda de presión es:

$$p(x, t) = 1,50 \cdot \cos\left(6,6\pi x - 2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

y la de desplazamiento es:

$$s(x, t) = 0,55 \cdot 10^{-6} \cos(6,6\pi x - 2\pi t)$$

2. Una onda sonora plana de frecuencia 1,50 kHz que se propaga en el aire tiene una amplitud de $0,30 \mu\text{m}$. a) Escribe la función de onda de desplazamiento y la función de onda de presión en unidades del Sistema Internacional. b) Calcula la diferencia de fase existente entre dos puntos de la onda cuya separación es 10 cm. c) Calcula la intensidad de la onda en W/m^2 y en dB.

a) En primer lugar hay que determinar tanto el número de ondas como la frecuencia angular.

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \cdot 1,5 \cdot 10^3 = 9,4 \cdot 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}; \quad k = \frac{\omega}{u} = \frac{9,4 \cdot 10^3}{340} = 28 \text{ m}^{-1}$$

La onda de desplazamiento viene dada por la función:

$$s(x, t) = 0,3 \cdot 10^{-6} \cos(28x - 9,4 \cdot 10^3 t)$$

La amplitud de la onda de presión es:

$$p_{\max} = s_{\max} k \cdot B = s_{\max} k \rho_m u^2 = 0,3 \cdot 10^{-6} \cdot 28 \cdot 1,29 \cdot 340^2 = 1,25 \text{ Pa}$$

La onda de presión será:

$$p(x, t) = 1,25 \cos\left(28x - 9,4 \cdot 10^3 t - \frac{\pi}{2}\right)$$

b) En el mismo instante, las fases en dichas posiciones serán:

$$\left. \begin{array}{l} \varphi_1 = 28x_1 - 9,4 \cdot 10^3 t \\ \varphi_2 = 28x_2 - 9,4 \cdot 10^3 t \end{array} \right\} \longrightarrow \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 28(x_2 - x_1) = 28 \cdot 0,1 = 2,8 \text{ rad}$$

$$\text{c) } I = \frac{1}{2} \frac{p_{\max}^2}{\rho_m u} = \frac{1}{2} \frac{1,25^2}{1,29 \cdot 340} = 0,00178 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{1,78 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}}\right) = 10 \log(1,78 \cdot 10^9) = 92 \text{ dB}$$

3. Un foco sonoro emite ondas que a 50 m su intensidad es de $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Suponiendo que la emisión es uniforme en todas las direcciones, calcula a) la potencia del foco. b) ¿A qué distancia la amplitud de vibración de las moléculas del aire disminuye un 20% respecto a la que tenía la onda a 50 m? c) ¿A qué distancia la intensidad de la onda es tal que la sensación sonora disminuye 20 dB respecto a la que tenía la onda a 50 m?

a) La potencia del foco (energía emitida por unidad de tiempo) viene dada por:

$$I = \frac{P}{S} \longrightarrow P = I \cdot S$$

Como la emisión es uniforme en todas las direcciones, el frente de onda es esférico y por lo tanto la superficie del frente de onda es $S = 4\pi R^2$.

$$P = I \cdot S = I \cdot 4\pi R^2 = 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 4\pi \cdot 50^2 = 47 \text{ mW}$$

b) La amplitud de vibración de las moléculas se relaciona con la intensidad de la siguiente forma:

$$p_{max} = s_{max} k \cdot B = s_{max} k \rho_m u^2 = 2\pi v s_{max} \rho_m u \left\{ \begin{array}{l} I = \frac{1}{2} \frac{p_{max}^2}{\rho_m u} \\ I = \frac{1}{2} \frac{(2\pi v s_{max} \rho_m u)^2}{\rho_m u} = 2\pi^2 v^2 \rho_m u s_{max}^2 \\ I \propto s_{max}^2 \end{array} \right.$$

es decir, la intensidad de la onda es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud.

La amplitud a la distancia requerida será: $s'_{max} = 0,8 s_{max}$. Luego

$$(s'_{max})^2 = 0,64 (s_{max})^2 \longrightarrow I' = 0,64 I$$

Por otro lado, se cumple la ley del cuadrado de la distancia, es decir:

$$\frac{I}{I'} = \frac{r'^2}{r^2} \longrightarrow \frac{1}{0,64} = \frac{r'^2}{r^2} \longrightarrow r' = \frac{1}{0,8} r = 62,5 m$$

c) La sensación sonora a 50 m será:

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$$

La nueva sensación sonora es:

$$L'' = 10 \log \left(\frac{I''}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) - 20 \longrightarrow 10 \log \left(\frac{I}{I''} \right) = 20 \longrightarrow \frac{I}{I''} = 10^2$$

Aplicando nuevamente la ley del cuadrado de la distancia:

$$\frac{r''^2}{r^2} = \frac{I}{I''} = 10^2 \longrightarrow r'' = 10r = 500 m$$

4. Se produce una explosión a 400 m de altura de forma que en un punto situado verticalmente debajo, a nivel del suelo, la intensidad sonora es $6,7 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2$. Calcula la intensidad del sonido a una distancia de 10 m del lugar de la explosión, b) los niveles de intensidad en decibelios en el suelo y a 10 m del lugar de la explosión y c) la potencia sonora y la energía total irradiada en la explosión si ésta tiene una duración de 0,2 s.

a) Aplicando la ley del cuadrado de la distancia:

$$\frac{I'}{I} = \frac{r^2}{r'^2} \longrightarrow I' = I \frac{r^2}{r'^2} = 6,7 \cdot 10^{-2} \frac{400^2}{10^2} = 107 \frac{W}{m^2}$$

b) En el suelo:

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{6,7 \cdot 10^{-2}}{10^{-12}} \right) = 10 \log (6,7 \cdot 10^{10}) = 10 \log (6,7) + 100 = 108 \text{ dB}$$

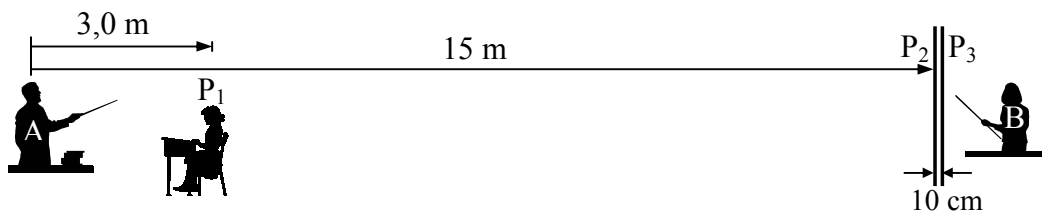
A 10 m de la explosión:

$$L' = 10 \log \left(\frac{I'}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{107}{10^{-12}} \right) = 10 \log (107 \cdot 10^{12}) = 10 \log (107) + 120 = 140 \text{ dB}$$

c) La potencia sonora viene dada por: $P = I \cdot S = I \cdot 4\pi r^2 = 6,7 \cdot 10^{-2} \cdot 4\pi \cdot 400^2 = 0,13 \cdot 10^6 \text{ W}$

La energía sonora irradiada: $E = P \cdot t = 0,13 \cdot 10^6 \cdot 0,20 = 26000 \text{ J}$

5. El profesor A imparte clase y la sensación sonora provocada por su voz a 3,0 m de distancia (punto P₁) es de 60 dB. a) ¿Qué potencia tiene el foco sonoro y cuál es la intensidad de la onda en el punto P₁? b) ¿Cuál es la sensación sonora en el punto P₂ situado en el fondo del aula a 15 m del profesor A? (supón la onda esférica). c) El profesor B, que imparte clase en el aula contigua, dice que el profesor A habla muy fuerte y está molesto porque ha medido la sensación sonora en el punto P₃ y ha obtenido un valor de 40 dB. Si el espesor del tabique que separa las dos aulas, es de 10 cm, ¿cuál es el coeficiente de absorción del material que forma el tabique? d) ¿Cuál debe ser el espesor de dicho tabique para que la intensidad se reduzca en un 95%?



a) La potencia del foco puede escribirse en función de los datos que proporciona el enunciado:

$$P = I \cdot S \xrightarrow{\text{problema 19}} P = I_0 \cdot 10^{L_1/10} \cdot 4\pi r^2 = 10^{-12} \cdot 10^6 \cdot 4\pi \cdot 9 = 1,13 \cdot 10^{-4} \text{ W}$$

La intensidad en el punto P₁ viene dada por: $I_1 = I_0 \cdot 10^{L_1/10} = 10^{-12} \cdot 10^6 = 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

$$b) L_2 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \frac{r_1^2}{r_2^2} \right) = 10 \left[\log \frac{1}{25} + \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) \right] = 10 \log \frac{1}{25} + L_1 = 46 \text{ dB}$$

c) El coeficiente de absorción puede deducirse como sigue:

$$I_3 = I_2 e^{-\alpha x} \longrightarrow \alpha = -\frac{\ln\left(\frac{I_3}{I_2}\right)}{x}$$

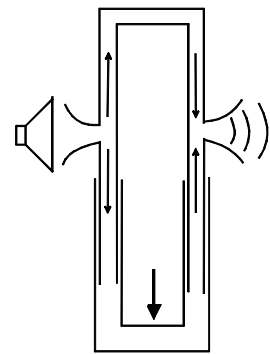
La intensidad sonora en el punto P₂ vale: $I_2 = I_1 \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{1}{25} 10^{-6} \frac{W}{m^2}$.

La intensidad sonora en el punto P₃ vale: $I_3 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_3}{10}} = 10^{-12} \cdot 10^4 = 10^{-8} \frac{W}{m^2}$.

Por lo tanto, $\alpha = -\frac{\ln\left(\frac{I_3}{I_2}\right)}{x} = -\frac{\ln\left(\frac{25 \cdot 10^{-8}}{100 \cdot 10^{-8}}\right)}{0,1} = 13,9 m^{-1}$

d) Se desea que $I'_3 = 0,05 I_2 \longrightarrow x' = -\frac{\ln\left(\frac{I'_3}{I_2}\right)}{\alpha} = -\frac{\ln(0,05)}{13,9} = 21,6 cm$

6. En el interferómetro acústico de la figura se encuentra que la intensidad del sonido resultante tiene un valor mínimo para una cierta posición del tubo móvil en forma de U, aumentando continuamente hasta un valor máximo en otra posición del tubo 1,7 cm más allá de la primera. a) Encuentra la frecuencia del sonido emitido por la fuente. b) Si la frecuencia fuera la mitad de la obtenida en el apartado a), ¿cuánto habría que desplazar la posición del tubo para pasar de un mínimo a un máximo de intensidad?



- a) Si se tiene un mínimo es debido a que la diferencia de camino es: $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$. Ahora, aumentamos 3,4 cm la longitud recorrida por la parte inferior y se obtiene un máximo. La nueva diferencia de camino $\Delta x' = \Delta x + 3,4$ debe ser igual a la longitud de onda:

$$\Delta x' = \Delta x + 3,4 \longrightarrow \lambda = \frac{\lambda}{2} + 3,4 \longrightarrow \lambda = 6,8 cm$$

Por lo tanto la frecuencia del sonido será:

$$\nu = \frac{u}{\lambda} = \frac{340}{0,068} = 5 \cdot 10^3 Hz$$

b) En este caso, la $v' = \frac{v}{2} \longrightarrow \frac{u}{\lambda'} = \frac{u}{2\lambda} \longrightarrow \lambda' = 2\lambda$, y por lo tanto, si llamamos d al desplazamiento del tubo inferior se obtiene:

$$\Delta x' = \Delta x + 2d \longrightarrow \lambda' = \frac{\lambda'}{2} + 2d \longrightarrow d = \frac{\lambda'}{4} = \frac{\lambda}{2} = 3,4 \text{ cm}$$

7. En los puntos (0; 0) y (0; d) de un sistema de coordenadas donde las distancias se miden en metros se sitúan dos altavoces que oscilan en fase y que emiten ondas sonoras de frecuencia 550 Hz. a) Determina la longitud de onda de las ondas sonoras emitidas por los focos. b) Al situar un detector en el punto $P(0,5; 0)$ se observa que, como resultado de la interferencia, la intensidad es máxima. Calcula un valor de d para que se cumpla dicha condición. c) Si se modifica el sonido emitido por los altavoces, haciéndolo más agudo, hasta que se observa que la intensidad en el punto P es mínima, ¿qué frecuencia emiten ahora los altavoces? d) Repite el apartado anterior en el caso de que se modifique el sonido haciéndolo más grave.

a) La longitud de onda es: $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{u} \longrightarrow \lambda = \frac{u}{v} = \frac{340}{550} = 0,62 \text{ m}$.

b) La distancia entre el punto A(0; 0) y el punto P(0,5; 0) es $x_A = 0,5 \text{ m}$. La distancia entre el punto B (0; d) y el punto P(0,5; 0) es $x_B = \sqrt{0,5^2 + d^2}$. Para que exista interferencia constructiva, la diferencia de camino debe ser $\Delta x = n\lambda$ con $n = 0, 1, 2, \dots$ (en este caso no puede ser cero ya que entonces A y B coincidirían). Por lo tanto,

$$\Delta x = \sqrt{0,5^2 + d^2} - 0,5 = n\lambda \longrightarrow 0,5^2 + d^2 = (n\lambda + 0,5)^2 \xrightarrow{n=1} d = \pm \sqrt{\lambda^2 + \lambda} = \pm 1,0 \text{ m}$$

c) Para que la interferencia sea destructiva: $\Delta x = (2n+1)\frac{\lambda'}{2}$ con $n = 0, 1, 2, \dots$, es decir:

$$\Delta x = (2n+1)\frac{u}{2v'} \longrightarrow v' = \frac{(2n+1)u}{2\Delta x} = \frac{(2n+1)340}{2\sqrt{0,5^2 + 1,0^2} - 0,5}$$

altavoces debe ser más agudo, la frecuencia pedida será mayor que 550 Hz. Ello ocurre para

$$n=1, \text{ resultando: } v' = \frac{3 \cdot 340}{2\sqrt{0,5^2 + 1,0^2} - 0,5} = 825 \text{ Hz}$$

d) El sonido emitido por los altavoces será más grave si $n=0$. En dicho caso:

$$\nu'' = \frac{1340}{2\sqrt{0,5^2 + 1,0^2} - 0,5} = 275 \text{ Hz}$$

8. Un guitarrista pulsa una cuerda y después la vuelve a pulsar mientras oprime con el dedo sobre un punto de la cuerda situado a una longitud que es $2/3$ de la inicial. a) ¿Cuál de las dos notas es más aguda (tiene mayor frecuencia)? ¿cuál es la relación entre las frecuencias de las dos notas? b) Si se aprieta la clavija de esa cuerda hasta que su tensión es el doble que la inicial, ¿será más aguda o más grave la nota respecto a la emitida con la tensión anterior? ¿cuál es la relación entre ambas frecuencias?

a) El ejercicio trata de ondas estacionarias en una cuerda con los dos extremos fijos. La frecuencia fundamental de dichas ondas viene dada por:

$$\nu_f = \frac{u}{2L}$$

Como la velocidad de las ondas sólo depende de la masa y de la tensión de la cuerda (supuesta igual en los dos toques) observamos que el que tenga menor longitud tendrá mayor frecuencia. Por lo tanto la segunda nota es más aguda.

La relación entre las frecuencias será:

$$\left. \begin{aligned} \nu_f &= \frac{u}{2L} \\ \nu'_f &= \frac{u}{2\frac{2}{3}L} \end{aligned} \right\} \frac{\nu_f}{\nu'_f} = \frac{3}{2}$$

b) En este caso, al variar la tensión de la cuerda lo que cambia es la velocidad ya que:

$$u = \sqrt{\frac{T}{\lambda_m}}$$

Si se aprieta la clavija, la tensión aumenta, por lo que la velocidad aumenta y la frecuencia de la nota emitida también. La relación entre las frecuencias será:

$$\left. \begin{aligned} \nu_f &= \frac{\sqrt{\frac{T}{\lambda_m}}}{2L} \\ \nu'_f &= \frac{\sqrt{\frac{2T}{\lambda_m}}}{2L} \end{aligned} \right\} \frac{\nu_f}{\nu'_f} = \sqrt{2}$$

9. Se sitúa un altavoz en el borde de un pozo. Al aumentar la frecuencia de la onda sonora emitida por el altavoz, partiendo de 0 Hz, se percibe un máximo en la intensidad del sonido al llegar a una frecuencia de 51 Hz. Si se sigue aumentando la frecuencia, se encuentra otro máximo de la intensidad para 85 Hz. a) Determina la profundidad del pozo. b) ¿Cuál es la frecuencia fundamental de este sistema? c) ¿Cuál debería ser la profundidad del pozo para que la frecuencia fundamental pudiera percibirse? Considera que la mínima frecuencia audible es 20 Hz.

a) Podemos suponer que el pozo se comporta como un tubo abierto por un extremo y cerrado por el otro. Las frecuencias de las ondas estacionarias permitidas vienen dadas por: $\nu = (2n+1)\frac{u}{4L}$ con $n = 0, 1, 2, \dots$. Como dice el enunciado, para una frecuencia de 51 Hz se tiene un máximo de intensidad, luego será una de las ondas permitidas $\nu_1 = (2n_1+1)\frac{u}{4L}$. La siguiente frecuencia permitida es 85 Hz, por lo que $\nu_2 = (2n_2+1)\frac{u}{4L}$.

Además $n_2 = n_1 + 1$, luego $\nu_2 = (2n_1+3)\frac{u}{4L}$. Operando se obtiene:

$$\frac{(2n_1+3)}{(2n_1+1)} = \frac{85}{51} \longrightarrow 102n_1 + 153 = 170n_1 + 85 \longrightarrow n_1 = 1 \longrightarrow n_2 = 2$$

La longitud del pozo será: $L = (2n_1+1)\frac{u}{4\nu_1} = 3\frac{340}{4 \cdot 51} = 5 \text{ m}$

b) La frecuencia fundamental ($n=0$): $\nu_f = \frac{u}{4L} = \frac{340}{4 \cdot 5} = 17 \text{ Hz}$

c) $\nu'_f = \frac{u}{4L'} \longrightarrow L' = \frac{u}{4\nu'_f} = \frac{340}{4 \cdot 20} = 4,25 \text{ m}$