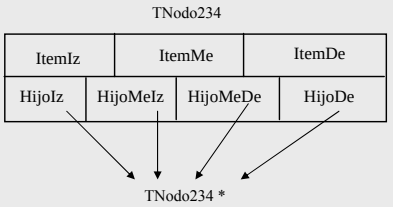
3.4. Árboles 2-3-4

DEFINICIONES

- Un árbol 2-3-4 es un árbol que está vacío o satisface las siguientes propiedades:
  - Los nodos pueden tener 2, 3 ó 4 hijos (2-nodo, 3-nodo ó 4-nodo)
  - Cumple las propiedades de árbol multicamino de búsqueda
  - Todas las hojas están en el mismo nivel
- Representación




```
class TArb234 {
    public:
    . . . . .
    private:
        TNodo234 * farb;
};
```


3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. PROPIEDADES

- Operaciones básicas:
  - Búsqueda (similar a los árboles multicamino de búsqueda)
  - Inserción (se realiza en las hojas. Se pueden producir reestructuraciones del árbol)
  - Borrado (se realiza en las hojas. Se pueden producir reestructuraciones del árbol)
- Propiedades:
  - En un árbol 2-3-4 de altura h tenemos:

    $2^h - 1$ elementos si todos los nodos son del tipo 2-nodo

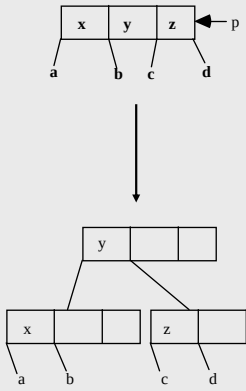
    $4^h - 1$ elementos si todos los nodos son del tipo 4-nodo

    por lo que la altura de un árbol 2-3-4 con *n* elementos se encuentra entre los límites: $\log_4 (n+1)$ y $\log_2 (n+1)$
  - Las reestructuraciones se realizan desde la raíz hacia las hojas

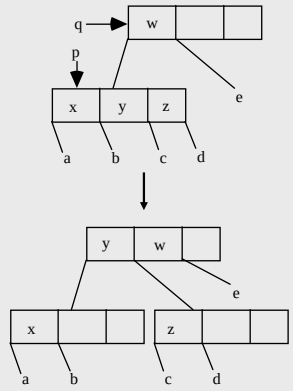
3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (I)

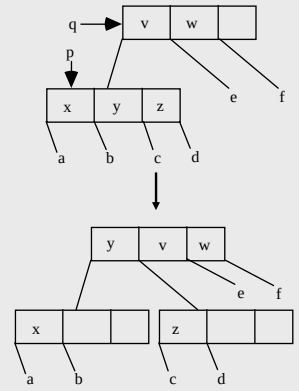
- Existen 3 situaciones en las que se puede encontrar un 4-nodo:



Es la raíz de un árbol 2-3-4:
(DIVIDERAIZ (p))



Su padre (q) es un 2-nodo:
(DIVIDEHIJODE2 (p, q))



Su padre (q) es un 3-nodo:
(DIVIDEHIJODE3 (p, q))

3.4. Árboles 2-3-4

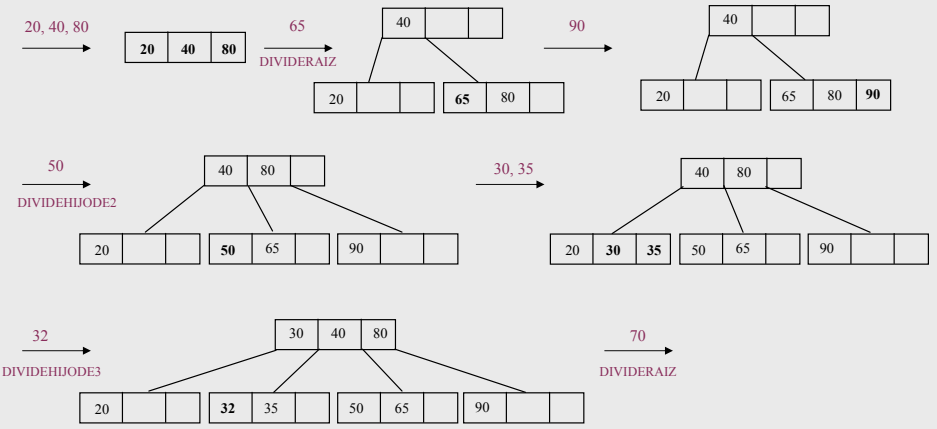
OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN (II)

```
ALGORITMO insertar (A: TArb234, y: item)
VAR p, q: TNodo234*; noencontrado: Boolean; B: TArb234; FVAR
    p = A.farb; q = p;
    si EsVacío( A ) entonces A = ENRAIZAR(A, y, B)
    sino
        si p es 4-nodo entonces DIVIDERAIZ( A ) fsi
        noencontrado = VERDADERO;
        mientras noencontrado hacer
          si p es 4-nodo entonces
            si q es 2-nodo entonces DIVIDEHIJODE2( p, q );
            sino DIVIDEHIJODE3( p, q ); fsi
            p = q;
          fsi
          caso de COMPARAR( y, p ):
            0:// Clave de y coincide con clave en p
              ERROR, ETIQUETA EXISTENTE;
            1:// p apunta a un nodo hoja
              PONER( y, p ); noencontrado = FALSO;
            2:// clave( y ) < ItemIz.clave( p )
              q = p; p = p → HiIz;
            3:// ItemIz.clave(p)<clave(y)<ItemMe.clave(p)
              q = p; p = p → HiMeIz;
            4://ItemMe.clave(p)<clave(y)<ItemDe.clave(p)
              q = p; p = p → HiMeDe;
            5:// clave(y) > ItemDe.clave(p)
              q = p; p = p → HiDe;
          fcaso
        fmientras
    fsi
FALGORITMO
```

3.4. Árboles 2-3-4

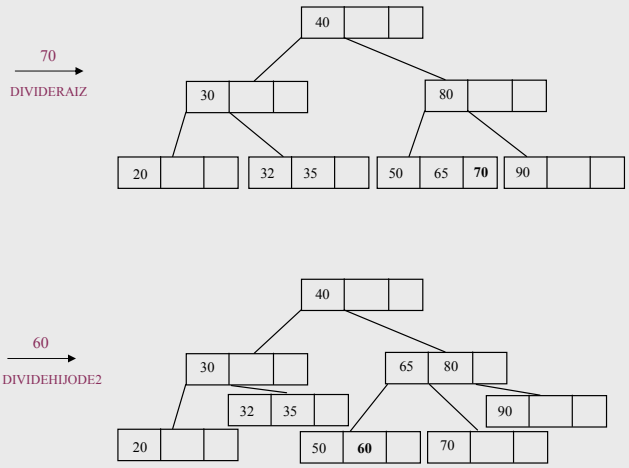
OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN. EJEMPLO (III)

- **Ejemplo**. Insertar en un árbol 2-3-4 inicialmente vacío los siguientes items: 20, 40, 80, 65, 90, 50, 30, 35, 32, 70, 60



3.4. Árboles 2-3-4

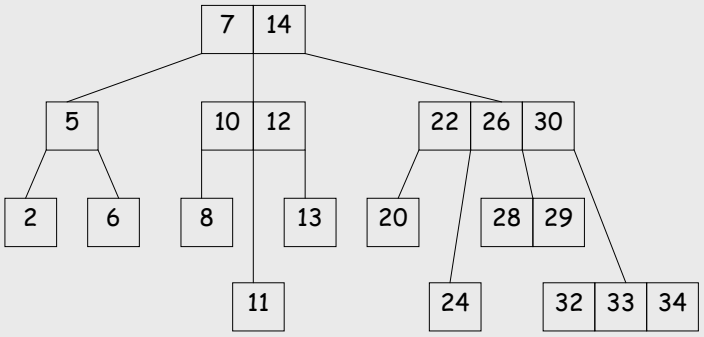
OPERACIONES BÁSICAS. INSERCIÓN. EJEMPLO (IV)



3.4. Árboles 2-3-4

EJERCICIOS *inserción*

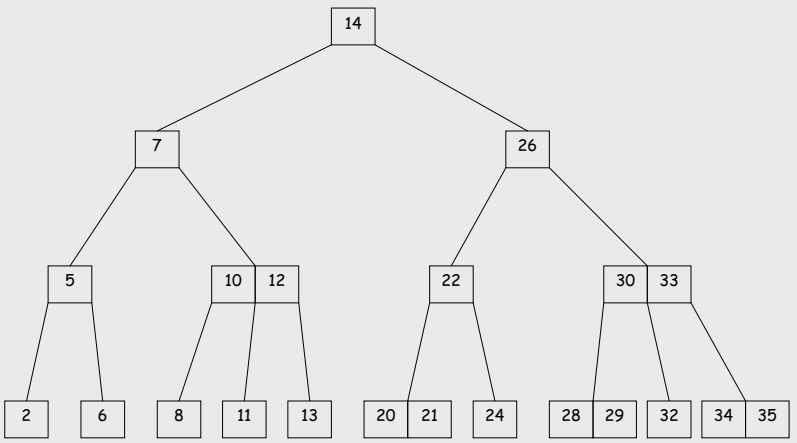
1) Dado el siguiente árbol 2-3-4, insertar los elementos 21 y 35



3.4. Árboles 2-3-4

EJERCICIOS *inserción*: SOLUCIÓN

1) La solución es la siguiente:



3.4. Árboles 2-3-4

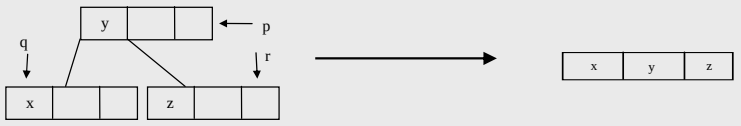
OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (I)

- Se reduce al borrado de un elemento en una hoja
- En el movimiento de búsqueda, cuando pasemos a un nodo en el siguiente nivel, éste nodo debe ser 3-nodo ó 4-nodo; si no es así (es 2-nodo) hay que reestructurar
  - **p =** nodo donde estamos
  - **q =** siguiente nodo en la búsqueda
  - **r =** uno de los nodos adyacentes a **q** (si hay dos adyacentes, escogemos **r** según criterio –hermano de la izquierda o hermano de la derecha–)
- Casos:
  1. **p es una hoja:** p sólo puede ser 2-nodo si es la raíz
  2. **q es 3-nodo ó 4-nodo:** la búsqueda continúa en q sin reestructurar

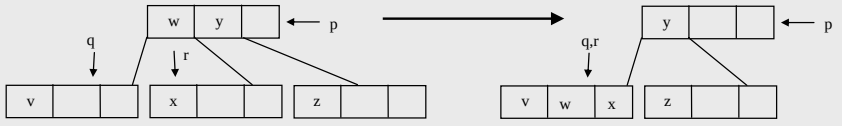
3.4. Árboles 2-3-4

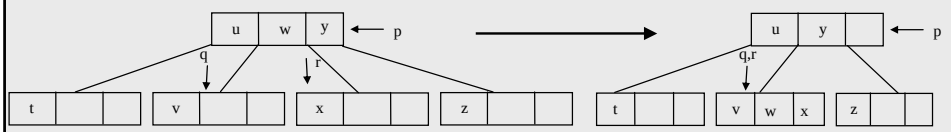
OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (II)

3. **q es 2-nodo y r es 2-nodo (COMBINACIÓN):**
   1. **p es 2-nodo:** es la raíz



   2. **p es 3-nodo ó 4-nodo**

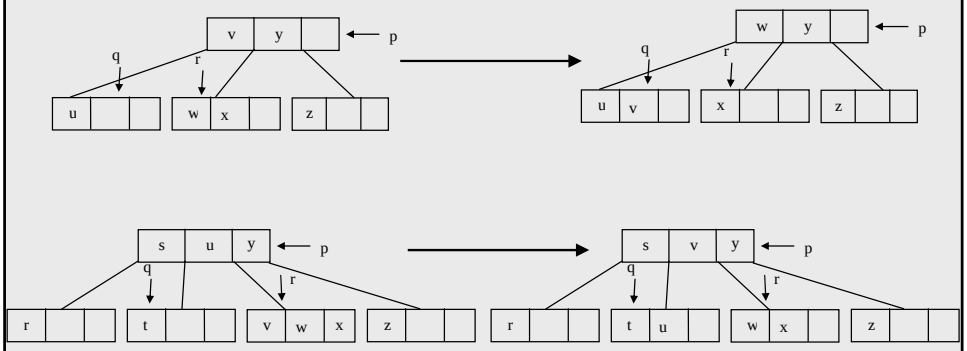




3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO (III)

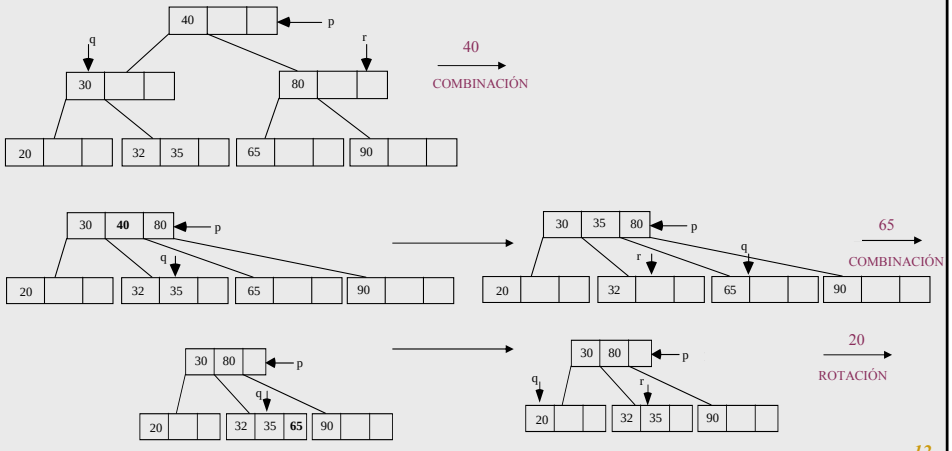
4. q es 2-nodo y r es 3-nodo ó 4-nodo (ROTACIÓN):



3.4. Árboles 2-3-4

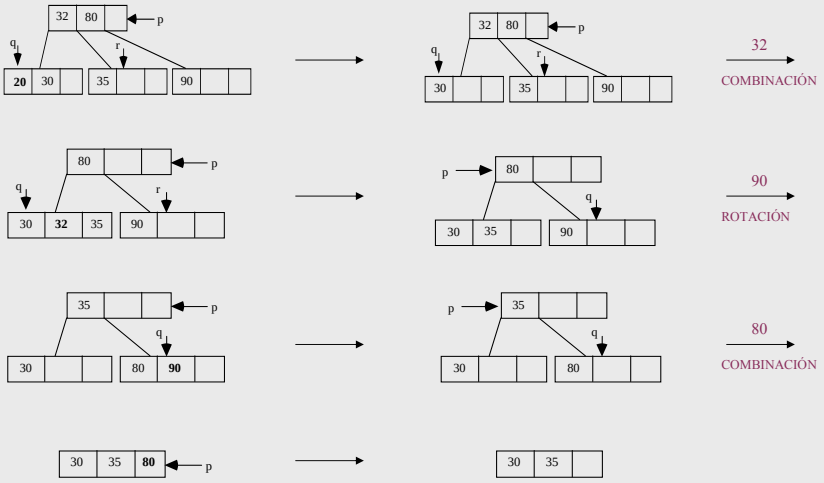
OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO. EJEMPLO (IV)

- **Ejemplo**. Borrar en el siguiente árbol 2-3-4 los siguientes items: 40, 65, 20, 32, 90, 80. (Criterios: (1) si el nodo tiene dos hijos hay que sustituir por el mayor de la izquierda, (2) Si hay dos nodos adyacentes a q, entonces r será el hermano de la izquierda)



3.4. Árboles 2-3-4

OPERACIONES BÁSICAS. BORRADO. EJEMPLO (V)



3.4. Árboles 2-3-4

EJERCICIOS *borrado*

1) Borrar en el siguiente árbol 2-3-4 el item: 25. (Criterios: (1) si el nodo tiene dos hijos hay que sustituir por el mayor de la izquierda, (2) Si hay dos nodos adyacentes a q, entonces r será el hermano de la izquierda)