Fundamentos de Colorimetría

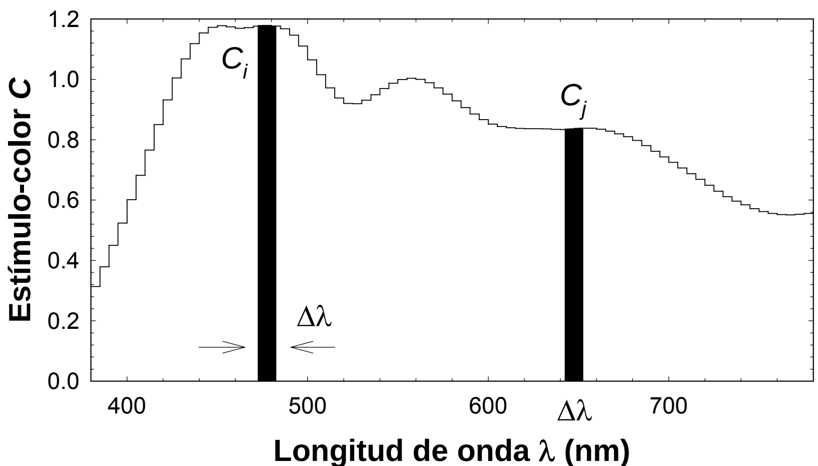
Sumario

- Introducción
- Sensibilidad espectral del sistema visual humano
- Trivariancia visual
- Unidades tricromáticas
- Valores triestímulo
- Funciones de igualación
- Coordenadas cromáticas
- La regla del centro de gravedad
- Definición psicofísica de tono y colorido

OBJETIVO PRINCIPAL: OC2
Asimilar los fundamentos matemáticos de codificación y representación de colores

Introducción

- Tratamiento matemático de la luz: El estímulo-color C es un vector de N dimensiones, en principio



$$\vec{\mathbf{C}} = \sum_{i=1}^{N} C_i \Delta\lambda \vec{\lambda}_i = \begin{bmatrix} C_1\Delta\lambda \\ C_2\Delta\lambda \\ \vdots \\ C_N\Delta\lambda \end{bmatrix}_{N\times 1} \quad \text{con} \quad \vec{\lambda}_i = \begin{array}{c c} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} 1 \\ \\ i-1 \\ i \\ i+1 \\ \\ N \end{array} \end{array}$$

$$C_{TOTAL} = \sum_{i=1}^{N} C_i \Delta\lambda \quad , \quad \text{donde } C \equiv \begin{cases} F_e & \text{flujo radiante } [W] \\ L_e & \text{radiancia } \left[\dfrac{W}{sr \cdot m^2}\right] \\ E_e & \text{irradiancia } \left[\dfrac{W}{m^2}\right] \\ S & \text{potencia relativa } [u.a.] \end{cases}$$

Pero, ¿son necesarias tantas variables?

Introducción

- Radiometría:

Q es la energía radiante

FUENTES PUNTUALES		
Magnitud	**Definición**	**Unidad**
FLUJO RADIANTE	$F_e = dQ/dt$	Vatio (W)
INTENSIDAD RADIANTE	$I_e = dF_e/d\omega$	(W / sr)
FUENTES EXTENSAS		
RADIANCIA	$L_e = dF_e/(d\omega \cdot dS \cdot \cos\alpha)$	(W / sr m^2)
SUPERFICIE RECEPTORA		
IRRADIANCIA	$E_e = dF_e/dS'$	(W / m^2)

Sensibilidad espectral del sistema visual humano

- Radiometría - Fotometría
  - Necesitamos medir la cantidad de luz que entra por los ojos

$$\text{energía radiante} \equiv \begin{cases} F_e \left[W\right] \\ L_e \left[\dfrac{W}{sr \cdot m^2}\right] \\ E_e \left[\dfrac{W}{m^2}\right] \end{cases} \xrightarrow{V(\lambda)} \text{respuesta} \equiv \begin{cases} F \text{ flujo luminoso } \left[lm\right] \\ L \text{ luminancia } \left[\dfrac{cd}{m^2}\right] \\ E \text{ iluminación } \left[lx\right] \end{cases}$$

RADIOMETRÍA **FOTOMETRÍA**

Sensibilidad espectral del sistema visual humano

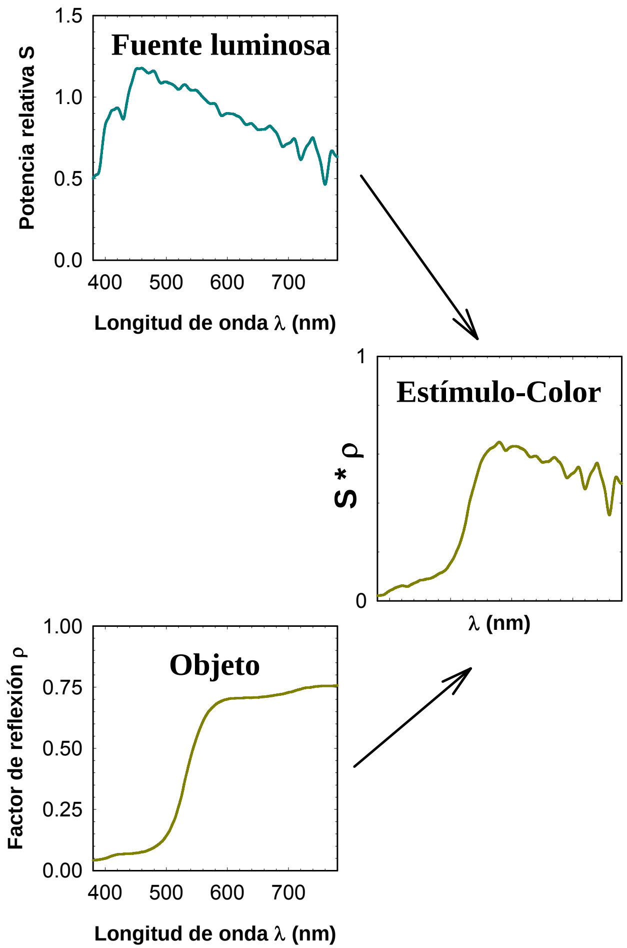
- Radiometría - Fotometría

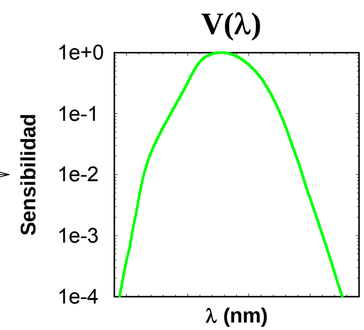
Sensibilidad espectral del sistema visual humano

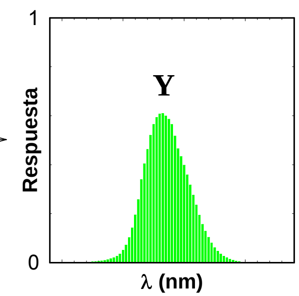
- Fotometría:
  - Cantidad de luz que capta, o a la que es sensible, el Ojo Humano

FUENTES PUNTUALES		
Magnitud	**Definición**	**Unidad**
FLUJO LUMINOSO	$F = K_m \cdot V_\lambda \cdot F_e$	Lumen (lm)
INTENSIDAD LUMINOSA	$I = K_m \cdot V_\lambda \cdot I_e$	Candela (cd) = lm/sr
FUENTES EXTENSAS		
LUMINANCIA	$L = K_m \cdot V_\lambda \cdot L_e$	nit (cd/ m^2)
SUPERFICIE RECEPTORA		
NIVEL DE ILUMINACIÓN	$E = K_m \cdot V_\lambda \cdot E_e$	lux

Sensibilidad espectral del sistema visual humano







Y=L es la luminancia

$$F = k_m \sum_{\lambda} F_e(\lambda) V(\lambda) \Delta\lambda$$

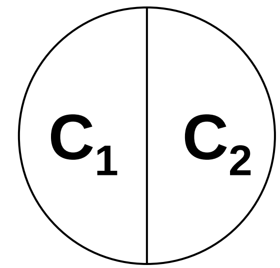
$$L = k_m \sum_{\lambda} L_e(\lambda) V(\lambda) \Delta\lambda$$

$$E = k_m \sum_{\lambda} E_e(\lambda) V(\lambda) \Delta\lambda$$

$$\text{con } k_m = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}}$$

Trivariancia visual

- ¿Cuántos parámetros son necesarios y suficiente para especificar un estímulo-color y distinguirlo de otro?



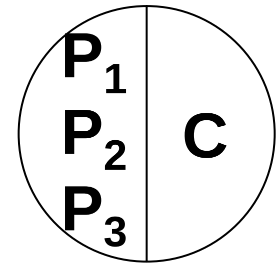
  - Caso simple: 1 fotodetector (fotómetro)
    - aunque $C_1(\lambda_i) \neq C_2(\lambda_i)$ puede que $Y_1 = Y_2$ (o $L_{e1}=L_{e2}$)
  - Caso complejo: 3 detectores (sistema visual + fotómetro)
    - Monocromáticos: $\lambda_1 \neq \lambda_2$, aunque $Y(\lambda_1) = Y(\lambda_2)$ (o $L_e(\lambda_1)= L_e(\lambda_2)$) $\Rightarrow$ si se perciben diferentes, necesitamos conocer 2 parámetros: λ y $L_e(\lambda)$

    Ejemplo en CVD (Color Vision Demonstrations)

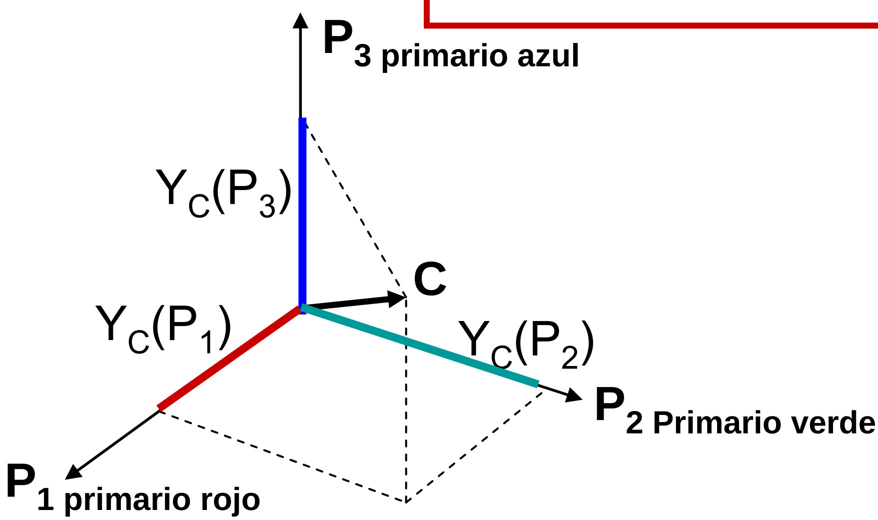
    - Colores mezcla: ¿n λ y n $L_e(\lambda)$?¿Variancia infinita?

Trivariancia visual

- Reproducción tricromática (Maxwell, 1855):
  - Con tres luces "primarias" podemos generar multitud de colores



  - Identidad visual: $Y(C)\vec{\mathbf{C}} \equiv Y_C(P_1)\vec{\mathbf{P}}_1 + Y_C(P_2)\vec{\mathbf{P}}_2 + Y_C(P_3)\vec{\mathbf{P}}_3$
  - Igualdad fotométrica: $\boxed{Y(C) = Y_C(P_1) + Y_C(P_2) + Y_C(P_3) = \sum_i Y_C(P_i)}$



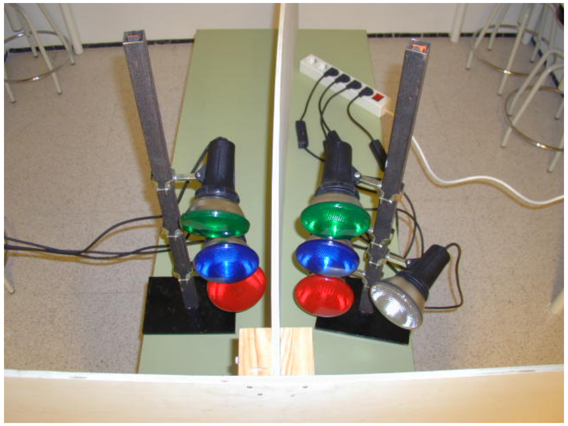
La terna $Y_c(P_i)$ caracteriza unívocamente el color C

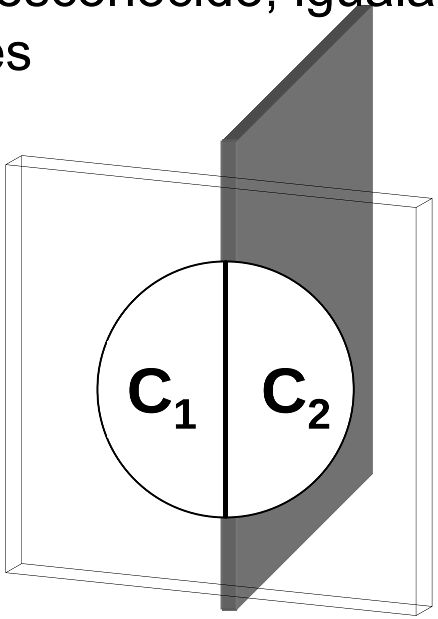
$\Downarrow$

Trivariancia

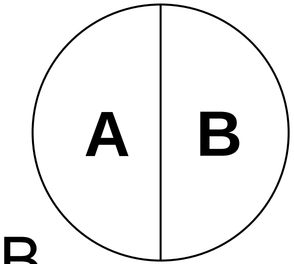
Trivariancia visual

- Un colorímetro visual: Alternativa con CVD y pantalla calibrada
  - Se utilizan dos semicampos separados, con dos sistemas de iluminación independientes, uno formado por tres luces (RGB) y otro por cuatro (RGBW)
  - El experimento consiste en, a partir de un color C1 desconocido, igualarlo en el otro semicampo C2 mediante la mezcla de luces





Trivariancia visual



- **Metamerismo**: aunque $A(\lambda_i) \neq B(\lambda_i)$, se cumple que $A \equiv B$

  – **Aditividad**: si $A \equiv B$ y $C \equiv D$ (metámeros diferentes) $\Rightarrow A + C \equiv B + D$

$$Y_{C \equiv C_1 + C_2}(P_i) = Y_{C_1}(P_i) + Y_{C_2}(P_i) \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

  – **Proporcionalidad**: si $A \equiv B$ y k=escalar

$$kA \equiv kB \Rightarrow Y(kA) = k \cdot Y(A)$$

  los espectros kA y A son paralelos entre sí $\Rightarrow$ la proporción $Y_C(P_1) : Y_C(P_2) : Y_C(P_3)$ es constante con el escalado de intensidad/potencia

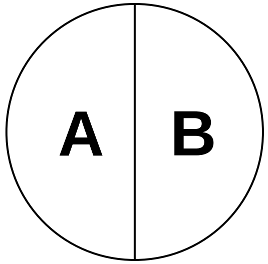
$$Y_{kC}(P_i) = kY_C(P_i) \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

Y es una magnitud lineal

Trivariancia visual

- ¿Qué condiciones deben cumplir los parámetros que definan matemática y gráficamente un estímulo de color?
  - **Definir colores de manera unívoca** (dos colores serán descritos por la misma terna $\Leftrightarrow$ son metámeros)
  - **Predecir propiedades básicas de las operaciones entre metámeros** (Leyes de Grassmann: simetría, transitividad, proporcionalidad, aditividad)

Trivariancia visual



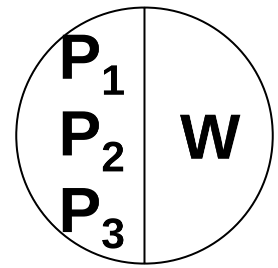
- Leyes de Grassmann (1853): tratamiento vectorial
  - Son las propiedades básicas del metamerismo
  - Simetría: si $A \equiv B \Rightarrow B \equiv A$
  - Transitividad: si $A \equiv B$ y $B \equiv C \Rightarrow A \equiv C$
  - Proporcionalidad: si $A \equiv B$ y k escalar $\Rightarrow kA \equiv kB$
  - Aditividad: si $A \equiv B$ y $C \equiv D \Rightarrow A + C \equiv B + D$

Podemos representar un color mediante un vector sin más que elegir la base adecuada (espacio de representación)

Unidades tricromáticas

- Elección del blanco (gris) de referencia:

$$Y(W) = Y_W(P_1) + Y_W(P_2) + Y_W(P_3)$$



- **Unidades tricromáticas**: $Y_W(P_i)$, i = 1, 2, 3

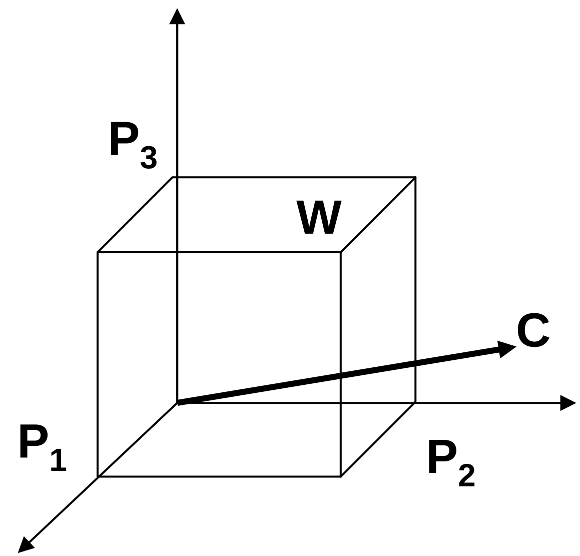
- Ejemplo en CVD:

Valores triestímulo

- Para cualquier estímulo-color C ➔ Valor triestímulo:

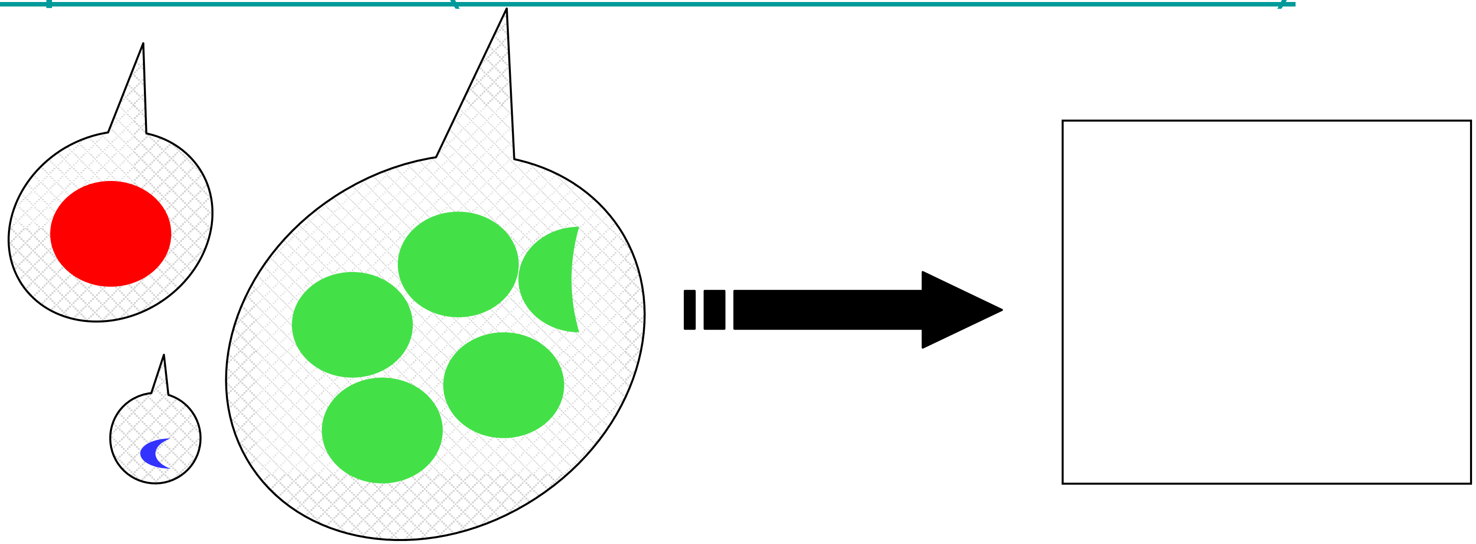
$$\boxed{T_i(C) = \frac{Y_C(P_i)}{Y_W(P_i)}} \quad i = 1, 2, 3$$

- Ejemplos: en CVD
  - –W = (1,1,1)
  - –P_1 = (1,0,0)
  - –P_2 = (0,1,0)
  - –P_3 = (0,0,1)
  - –C = (,   ,   )



Valores triestímulo

- Ejemplo 1 en CVD (Color Vision Demonstrations)



Valores triestímulo

R:

G:

B:

Proporción

? : ? : ?

Valores triestímulo

- Ejemplo 2 en CVD (Color Vision Demonstrations)

Proporción

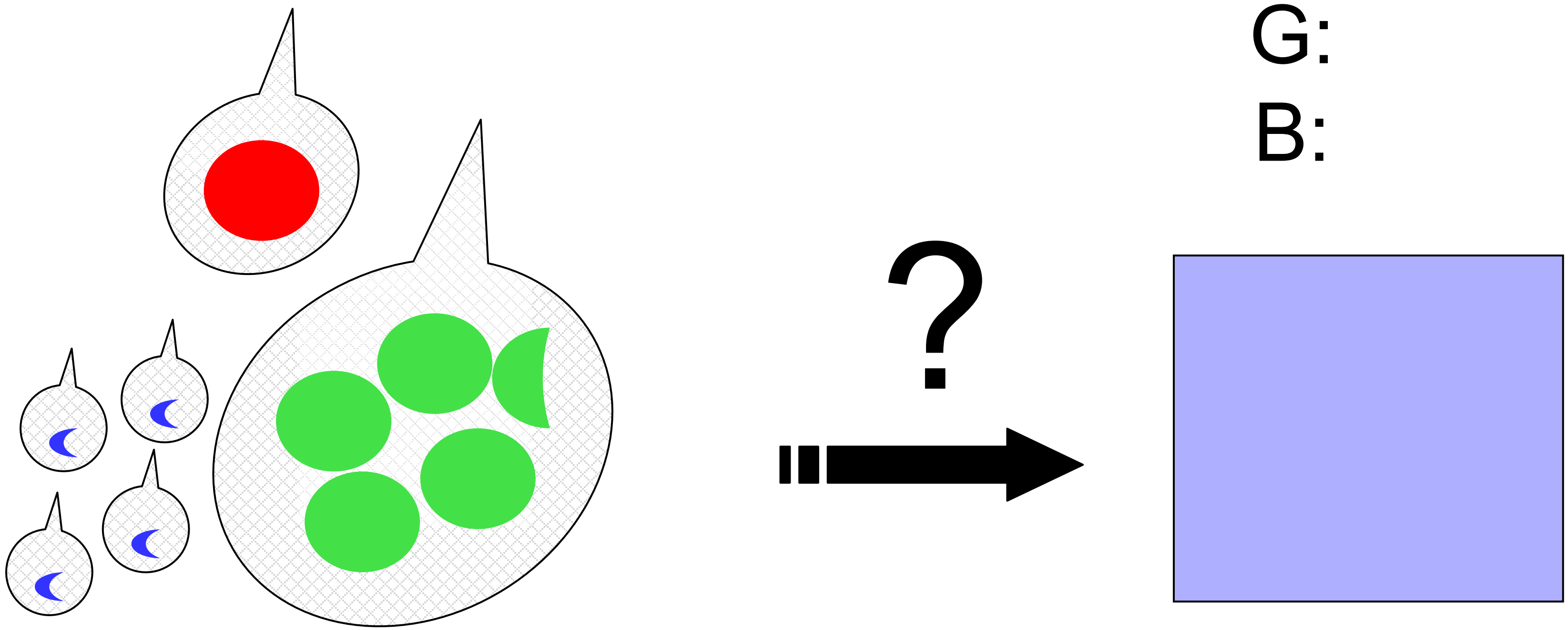
? : ? : ?

Valores triestímulo

R:

G:

B:



Valores triestímulo

- Ejemplo 3 en CVD (Color Vision Demonstrations)

Proporción

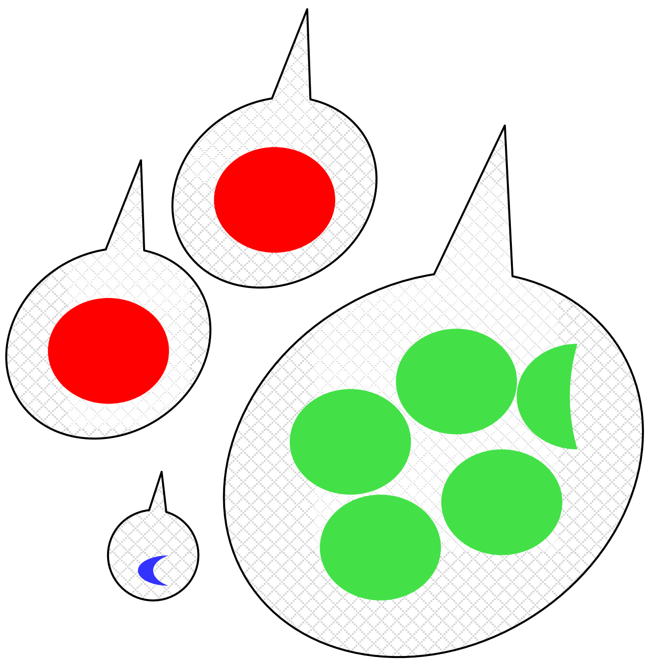
? : ? : ?

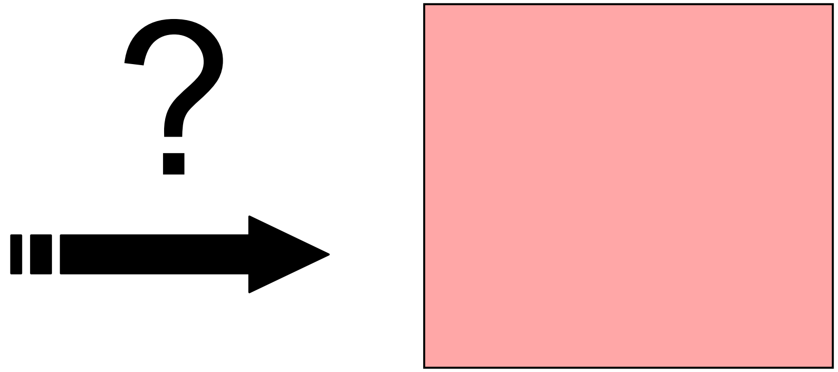
Valores triestímulo

R:

G:

B:

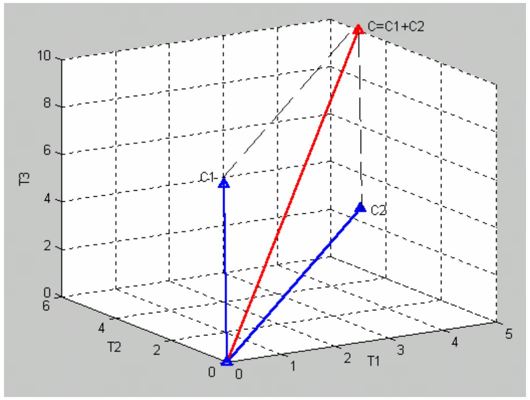




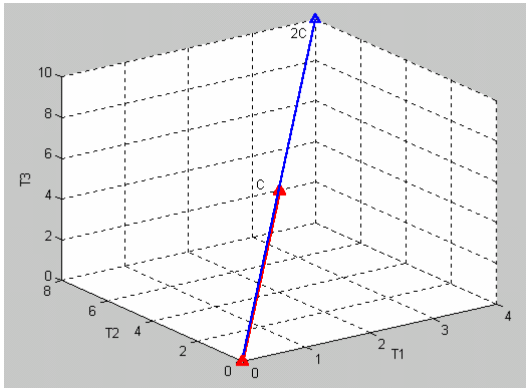
Valores triestímulo

- Reformulación de las leyes de Grassmann: i = 1, 2, 3

$$T_i\left(\sum_{k=1}^{n} C_k\right) = \sum_{k=1}^{n} T_i(C_k) \quad \rightarrow \quad \text{aditividad}$$

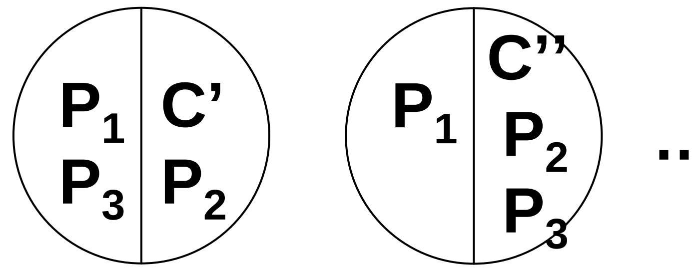


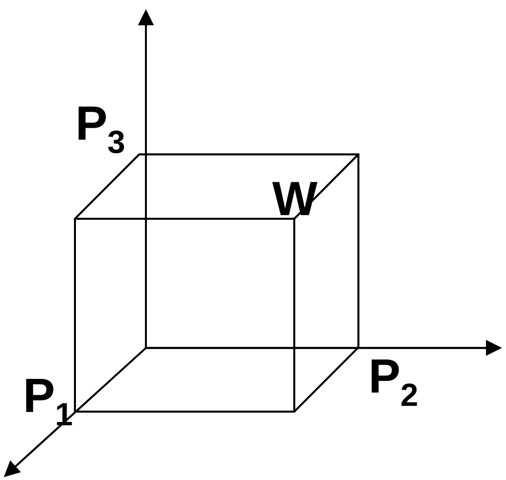
$$T_i(kC) = kT_i(C) \quad \rightarrow \quad \text{proporcionalidad}$$



Valores triestímulo

- Colores con valores triestímulo “negativos”:
  - Son colores que se pueden codificar así:



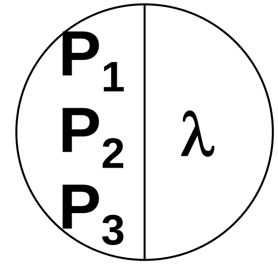


$$Y(C')+Y_{C'}(P_2)=Y_{C'}(P_1)+Y_{C'}(P_3)$$

Funciones de igualación

- Para colores monocromáticos con una radiancia E_0:

$$Y_\lambda(P_1) + Y_\lambda(P_2) + Y_\lambda(P_3) = Y_0(\lambda) = k_m E_0 V(\lambda) = V(\lambda)$$



con la condición de normalización:

$k_m = 1/E_0 = 683$ lm/W

- Definición: $$\boxed{\bar{t}_i(\lambda) = \frac{Y_\lambda(P_i)}{Y_W(P_i)}}$$

<u>Función de igualación</u>

Color Matching Functions ≡ CMFs

Funciones de igualación

- Relación con la curva $V(\lambda)$ del Ojo:

como $$Y(\lambda) = k_m E_0 V(\lambda) = \sum_{i=1}^{3} Y_\lambda(P_i) = \sum_{i=1}^{3} Y_W(P_i)\bar{t}_i(\lambda)$$

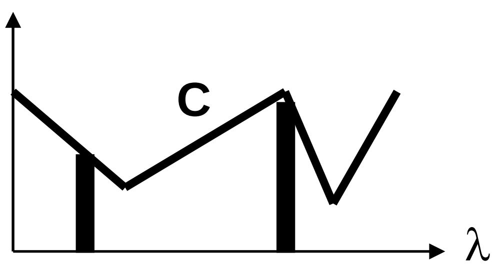
$$\boxed{V(\lambda) = \sum_{i=1}^{3} Y_W(P_i)\bar{t}_i(\lambda)}$$

- La $V(\lambda)$ del Ojo es una combinación lineal de las CMFs

- ¿Para qué sirven?

Funciones de igualación-Valores Triestímulo

- ¿Es posible calcular los $T_i(C)$ de un color C cualquiera a partir de su espectro $C(\lambda)$, en vez de buscar los $T_i(C)$ a partir de nuestro sistema de primarios P_i?



$$¿\begin{bmatrix} T_1(C) \\ T_2(C) \\ T_3(C) \end{bmatrix} \xleftarrow{Y_W(P_i)} \begin{bmatrix} Y_C(P_1) \\ Y_C(P_2) \\ Y_C(P_3) \end{bmatrix}?$$

Ejemplo en Excel mediante el espectro C(λ)

Funciones de igualación-Valores Triestímulo

- Para un color monocromático T y $\bar{t}$ son proporcionales:

$$T(\lambda) = \frac{E(\lambda)}{E_0}\bar{t}(\lambda) = k_m E(\lambda)\bar{t}(\lambda)$$

- Para un color C con radiancia $E(\lambda)$:

$$T(C) = k_m \sum E(\lambda)\bar{t}(\lambda)$$

$$T(C) = k_m \int E(\lambda)\bar{t}(\lambda)d\lambda$$

Funciones de igualación-Valores Triestímulo

- Considerando siempre estímulos-color discretos y que se verifica la linealidad de los T llegamos a:

$$T_i\left(\sum_{k=1}^{N} C_k\right) = \sum_{k=1}^{N} T_i(C_k)$$

$$\boxed{T_i(C) = k_m \sum_{\lambda} E(\lambda)\cdot \bar{t}_i(\lambda)\Delta\lambda}$$

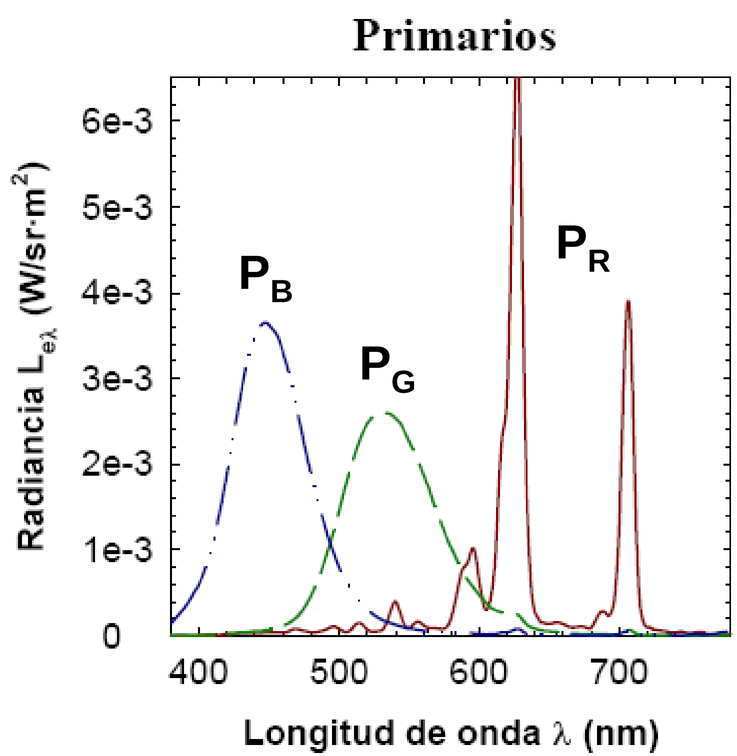
$\rightarrow$ **Concepto de Área**

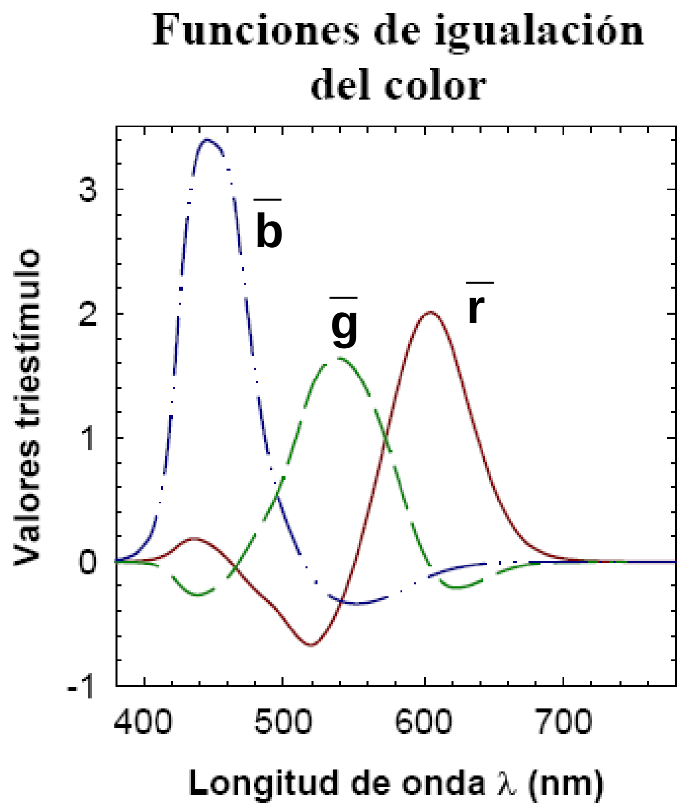
Estímulo-color (iluminante + reflectancia) = S·ρ

Observador: sensibilidades espectrales (funciones de igualación)

Funciones de igualación-Valores Triestímulo

- Ejemplo en el CVD-CRT: primarios y funciones de igualación





Funciones de igualación-Valores Triestímulo

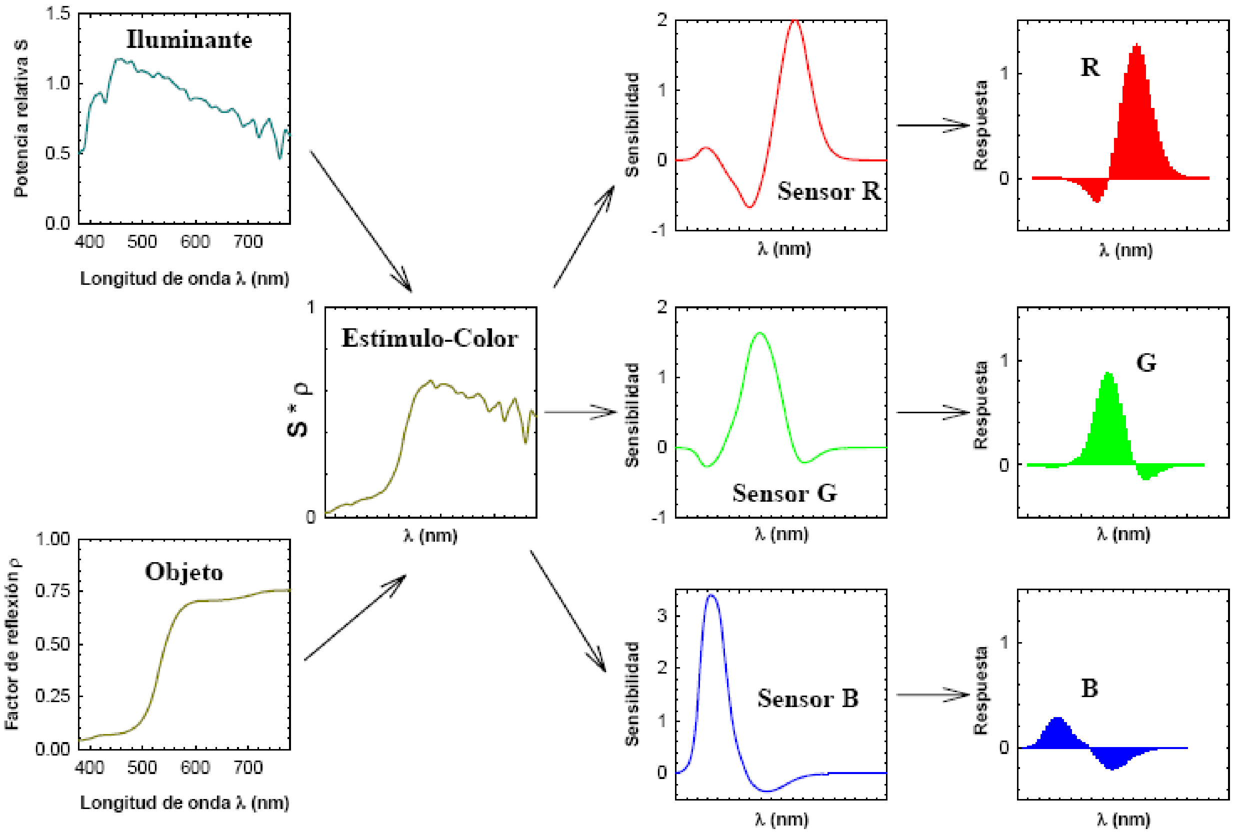
- Ejemplo en el CVD-CRT: cálculo de valores triestímulo a partir del estímulo-color C(λ)

$$i = R, G, B$$

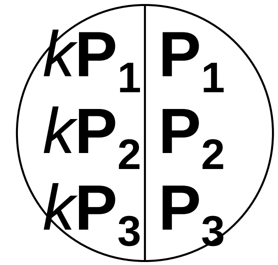
$$T_1(C) \equiv R = k_m \sum_{\lambda} S(\lambda) \cdot \rho(\lambda) \cdot \bar{r}(\lambda) \Delta\lambda$$

$$T_2(C) \equiv G = k_m \sum_{\lambda} S(\lambda) \cdot \rho(\lambda) \cdot \bar{g}(\lambda) \Delta\lambda$$

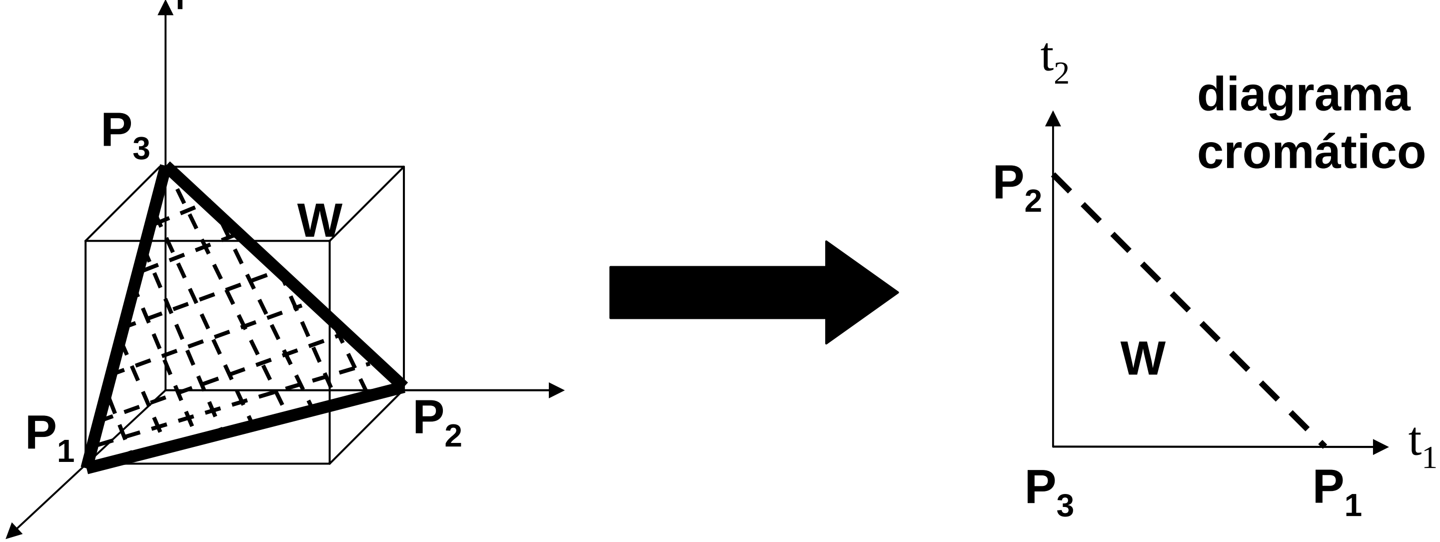
$$T_3(C) \equiv B = k_m \sum_{\lambda} S(\lambda) \cdot \rho(\lambda) \cdot \bar{b}(\lambda) \Delta\lambda$$



Coordenadas cromáticas



- Paso a 2D, se pierde información de Y
- Nos apoyamos en el escalado de intensidad:
  - Si C' ≡ *k*C, ¿cuáles son las diferencias y semejanzas entre estos dos colores?
  - Selección de un plano de cromaticidad constante



Coordenadas cromáticas

- Definición: $$\boxed{t_i(C) = \frac{T_i(C)}{\sum_{k=1}^{3} T_k(C)}} \qquad i = 1, 2, 3$$

- Conversión a valores triestímulo: $$T_i(C) = \frac{Y(C)}{\sum_{k=1}^{3} Y_W(P_k)\, t_k(C)}\, t_i(C)$$

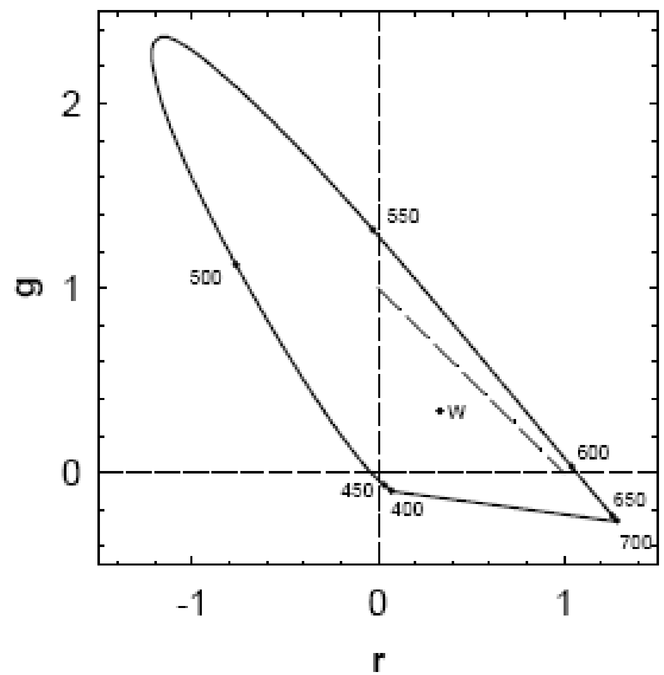
$$T_k(C) = \frac{Y_C(P_k)}{Y_W(P_k)}$$

$$Y(C) = \sum_k Y_C(P_k) = \sum_k T_k(C)\, Y_W(P_k) = \sum_k t_k(C) \sum_i T_i(C)\, Y_W(P_k)$$

Coordenadas cromáticas

- Propiedad: $t_i(kC) = t_i(C)$, cromaticidad constante
- Locus: Lugar de los colores monocromáticos
- Ejemplo en CVD: naranja y marrón
  - Naranja: C, Marrón: kC, k < 1

Diagrama cromático



La regla del centro de gravedad

- ¿Dónde está el color mezcla C de dos colores C_1 y C_2?

Aplicamos concepto de “masa” colorimétrica:

Sabemos: $T_i\left(C_1 + C_2\right) = T_i\left(C_1\right) + T_i\left(C_2\right)$

Llamemos:

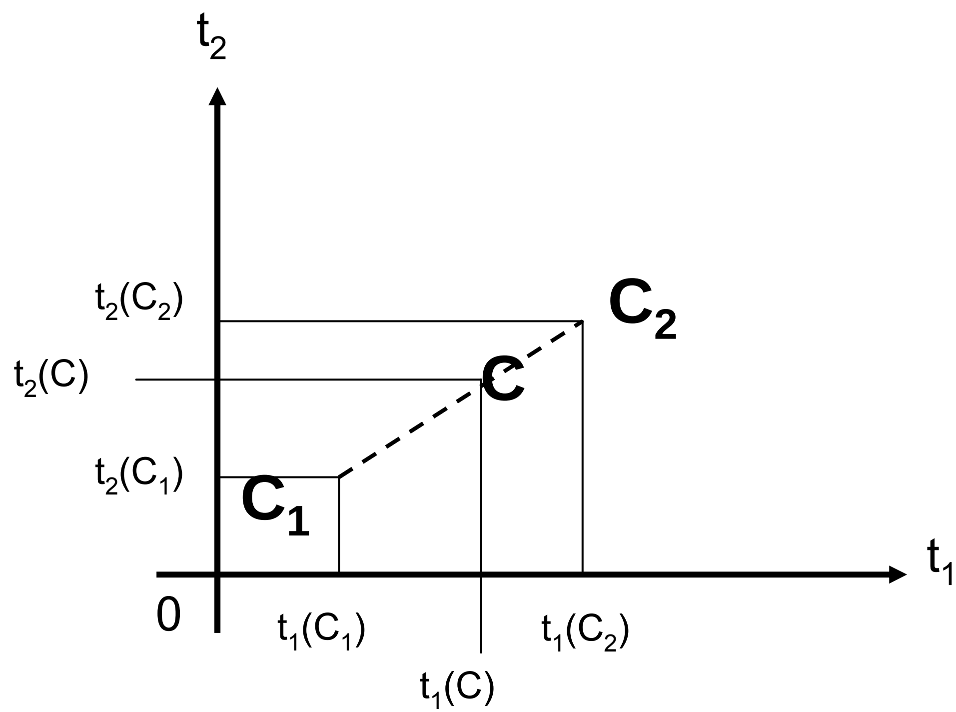
$$S(C) = \sum_{k=1}^{3} T_k(C) = T_1(C) + T_2(C) + T_3(C) \Rightarrow S\left(C_1 + C_2\right) = S\left(C_1\right) + S\left(C_2\right)$$

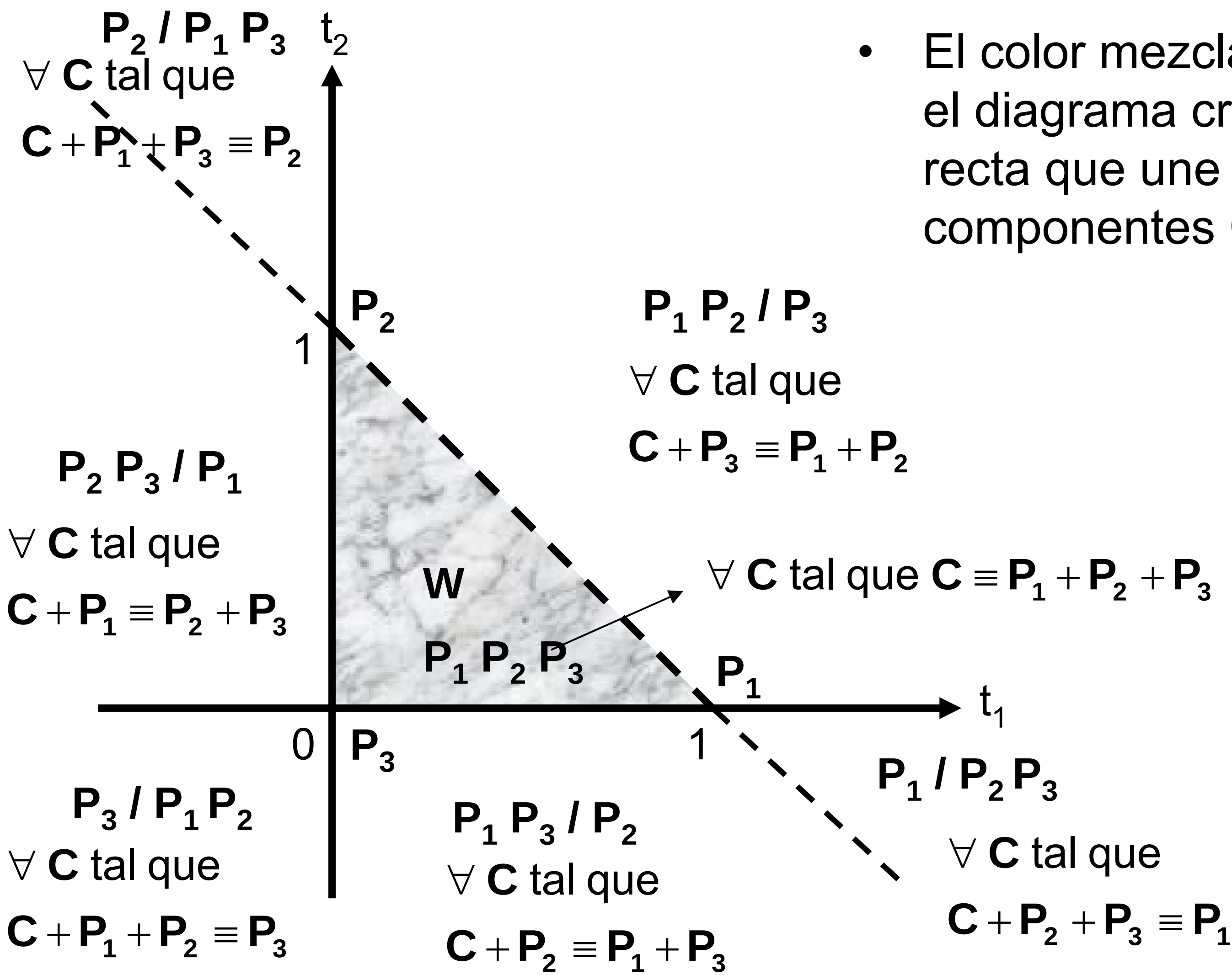
Sustituyendo en t:

$$t_i(C) = \frac{t_i\left(C_1\right) \cdot S\left(C_1\right) + t_i\left(C_2\right) \cdot S\left(C_2\right)}{S\left(C_1\right) + S\left(C_2\right)}$$

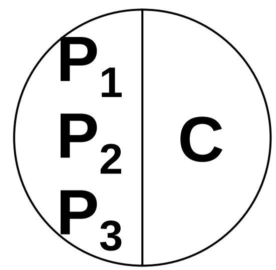
La regla del centro de gravedad

- ¿Dónde está el color mezcla C de dos colores C_1 y C_2?
- Ejemplo en CVD:





- El color mezcla C se encuentra en el diagrama cromático en la línea recta que une los dos colores componentes C_1 y C_2



Definición psicofísica de tono y colorido

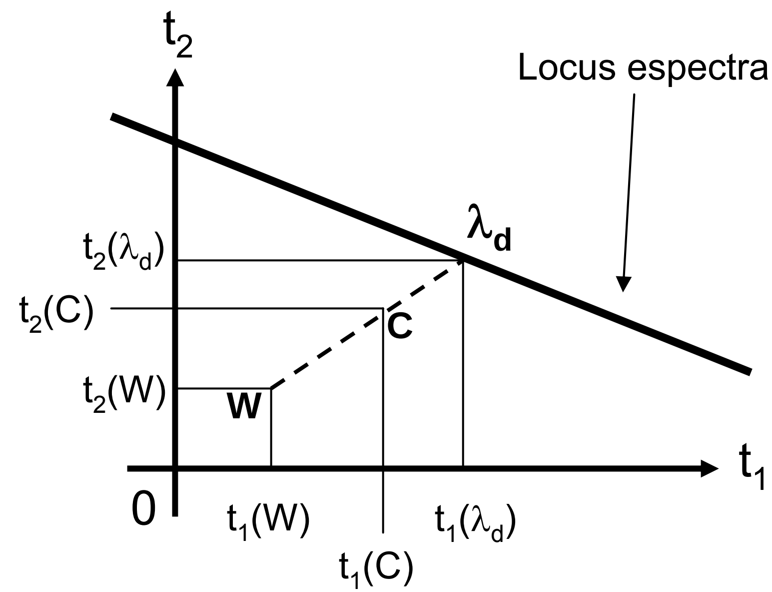
- Resultados de Newton (s. XVII) y Helmholtz (s. XIX):
  - El estímulo-color C se puede igualar con blanco (W) y un color monocromático (λ_d, dominante): $Y(C) = Y_C(W) + Y_C(\lambda_d)$

pureza de excitación $\boxed{p_e = \left| \dfrac{t_i(C) - t_i(W)}{t_i(\lambda_d) - t_i(W)} \right|}$

si $C \to \lambda_d \quad \Rightarrow \quad p_e \to 1$ saturado

si $C \to W \quad \Rightarrow \quad p_e \to 0$ desaturado

pureza colorimétrica $\boxed{p_c = \dfrac{Y(\lambda_d)}{Y(C)} = \dfrac{\sum_{i=1}^{3} Y_W(P_i)\, t_i(\lambda_d)}{\sum_{i=1}^{3} Y_W(P_i)\, t_i(C)} p_e}$



Definición psicofísica de tono y colorido

- Comparación $[T_1(C), T_2(C), T_3(C)]$ vs. $[Y(C), \lambda_d , p_c]$
  - Con T_i: la mezcla de colores se caracteriza por la suma de triestímulos y se verifica la regla del centro de gravedad con coordenadas t_i
  - Con Y, λ_d, p_c esta regla no se cumple

    $\lambda_d(C_1+C_2) \neq \lambda_d(C_1) + \lambda_d(C_2)$

    $p_c(C_1+C_2) \neq p_c(C_1) + p_c(C_2)$
  - Conclusión: La codificación psicofísica del color en valores T representa una estructura de espacio vectorial lineal