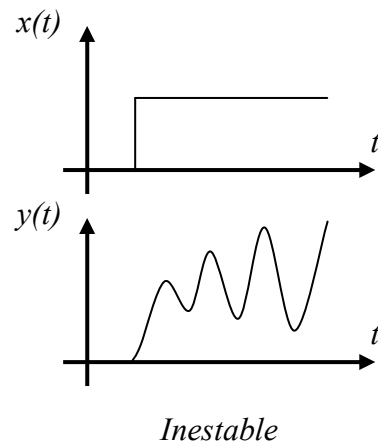
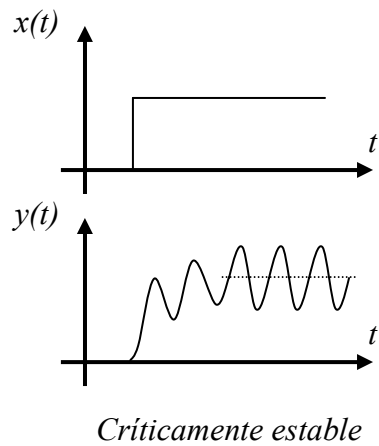
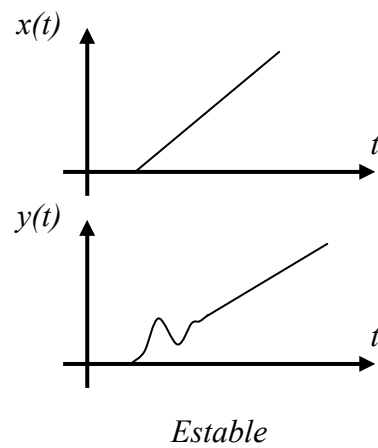
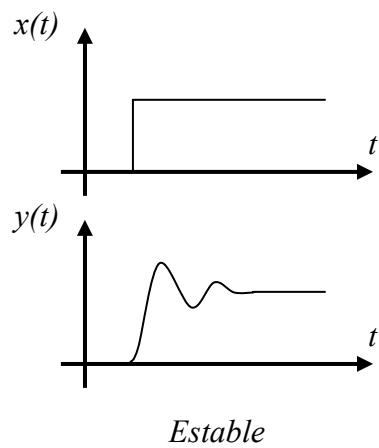
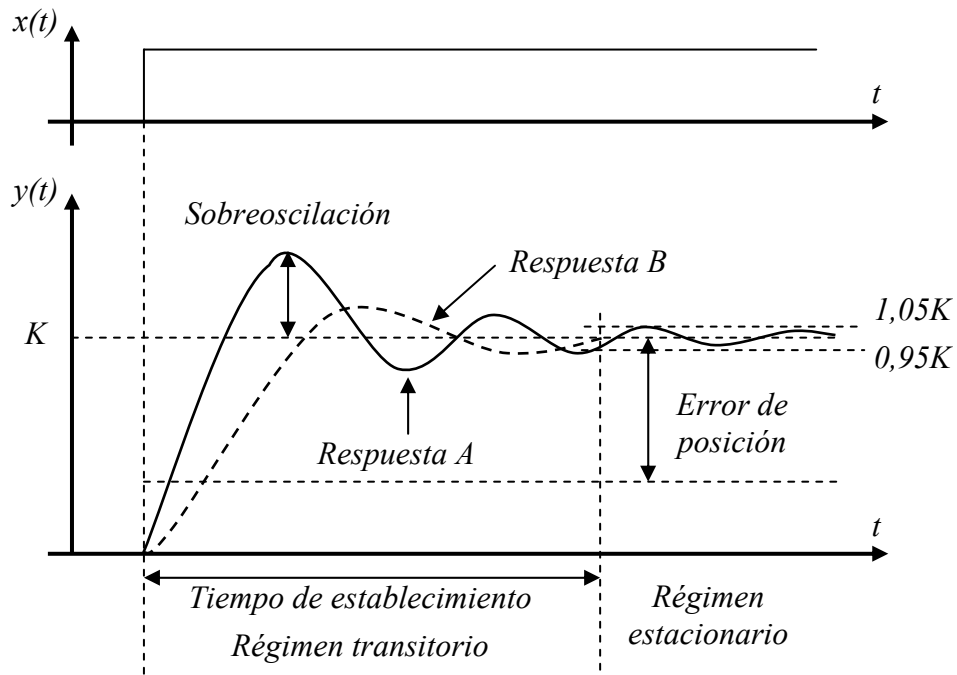


**Régimen transitorio – régimen estacionario**

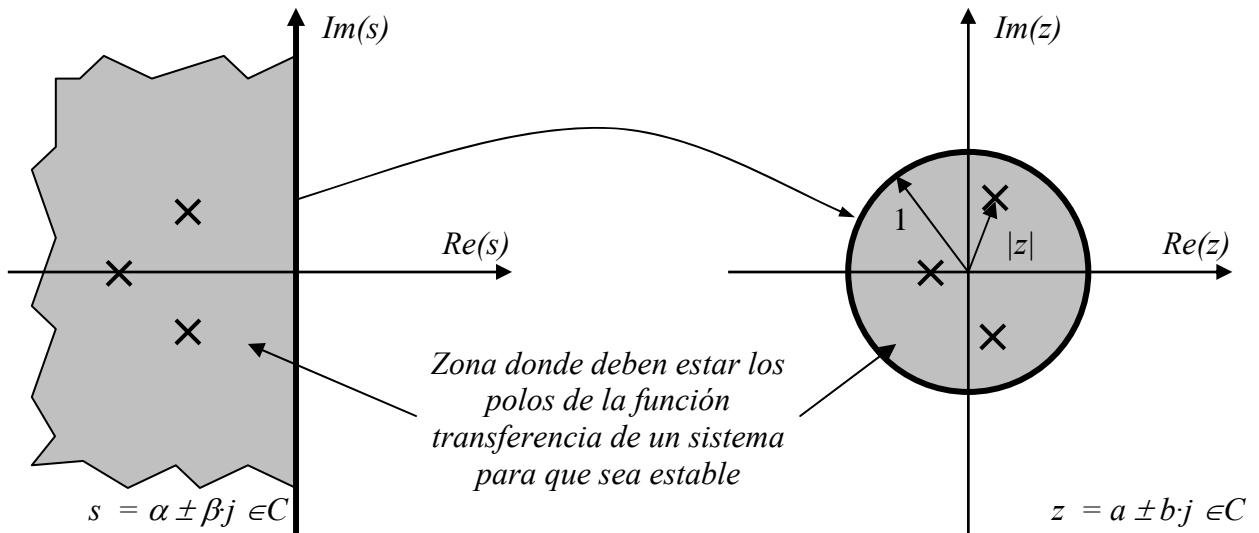


**Grados de estabilidad: estabilidad relativa**

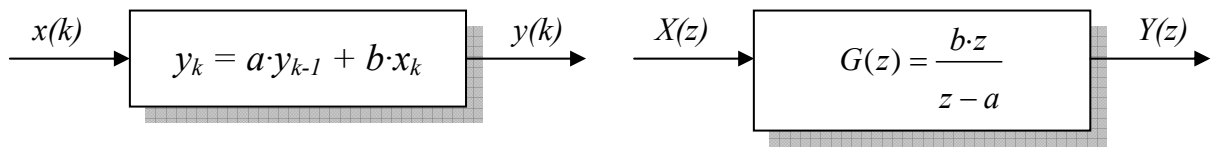


*B es más estable que A*

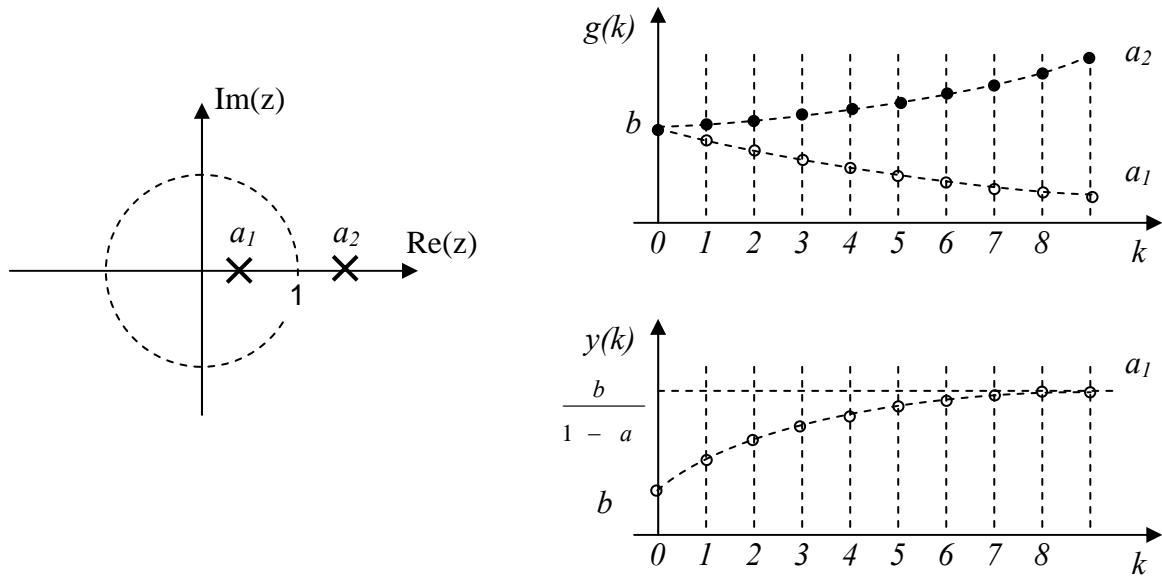
**Especificaciones de funcionamiento para la salida**



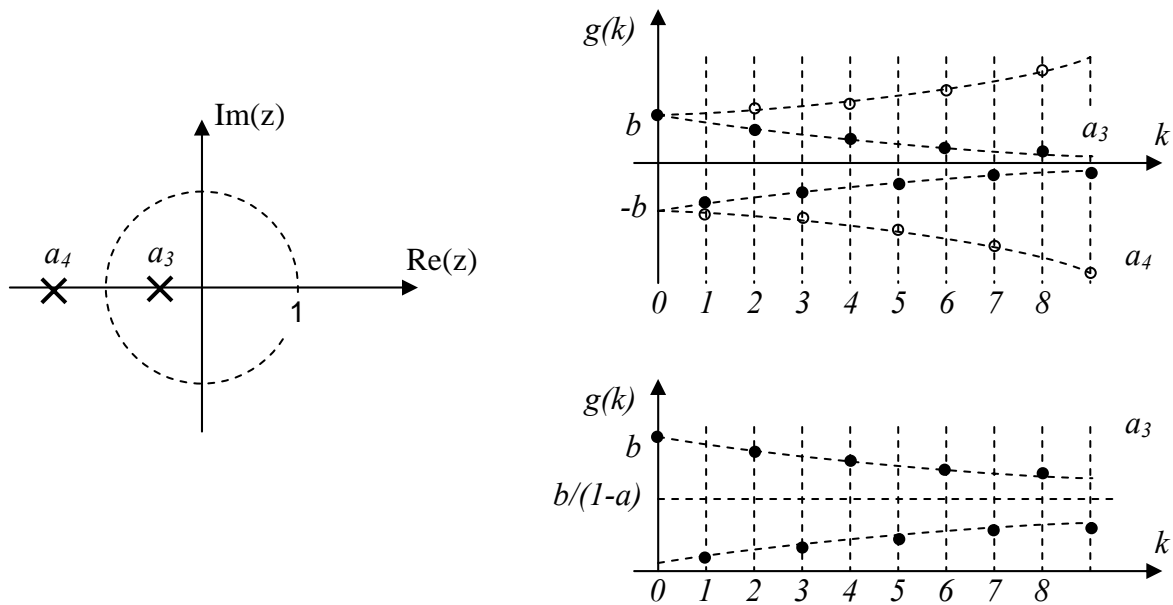
**Estabilidad en el plano  $z$  (transformada  $Z$  para sistemas discretos) en relación con el plano  $s$  (transformada de Laplace para sistemas continuos)**



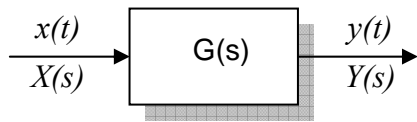
**Sistema de primer orden**



**Polos y respuestas del sistema cuando  $a > 0$**



**Polos y respuestas del sistema cuando  $a < 0$**

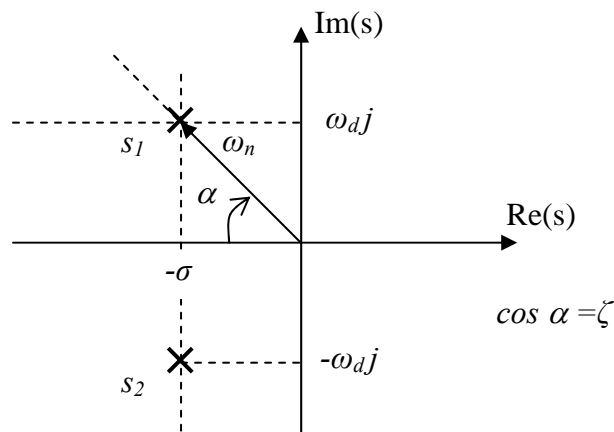


$$G(s) = \frac{K \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2} = \frac{K \cdot \omega_n^2}{(s + \sigma - \omega_d j)(s + \sigma + \omega_d j)}$$

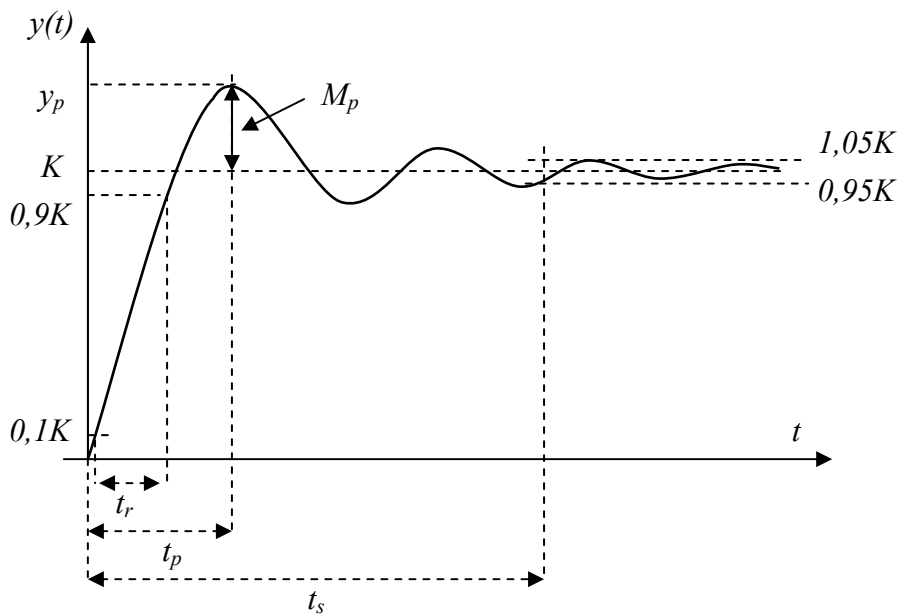
$$s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2 = 0 \rightarrow s_{1,2} = -\zeta \cdot \omega_n \pm \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} j$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \zeta \cdot \omega_n \\ \omega_d &= \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow s_{1,2} = -\sigma \pm \omega_d j$$

**Sistema continuo de segundo orden**



**Polos complejos conjugados de un sistema continuo de segundo orden**



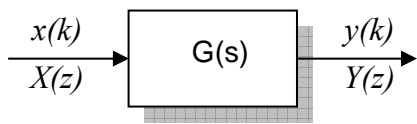
$$t_r = \frac{\pi - \alpha}{\omega_d}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$t_s \approx \frac{\pi}{\sigma}$$

$$M_p = \frac{y_p - K}{K} \cdot 100 = e^{-\frac{\sigma \cdot \pi}{\omega_d}} \cdot 100$$

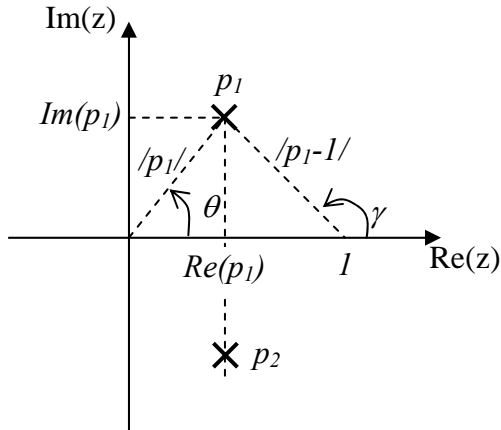
**Respuesta temporal a un escalón del sistema continuo de segundo orden**



$$y_k + a \cdot y_{k-1} + b \cdot y_{k-2} = c \cdot x_k$$

$$G(z) = \frac{c \cdot z^2}{z^2 + a \cdot z + b}$$

**Sistema discreto de segundo orden**

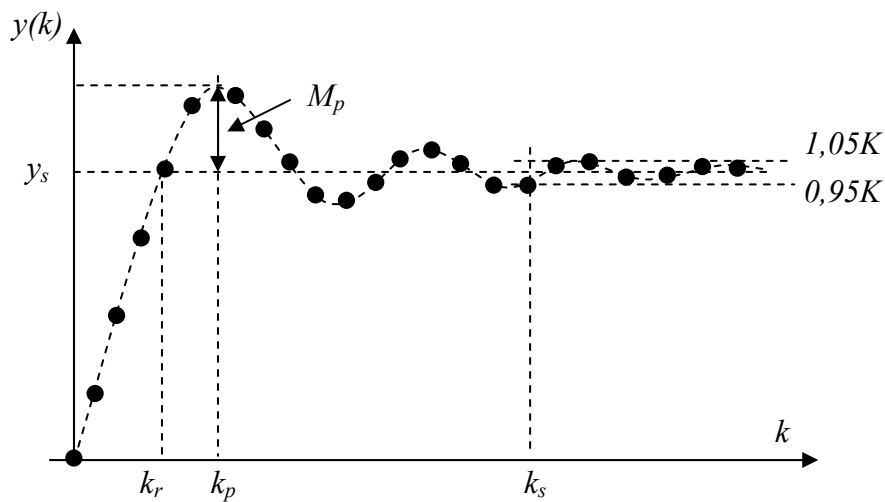


Polo de  $G(z)$  en notación polar:

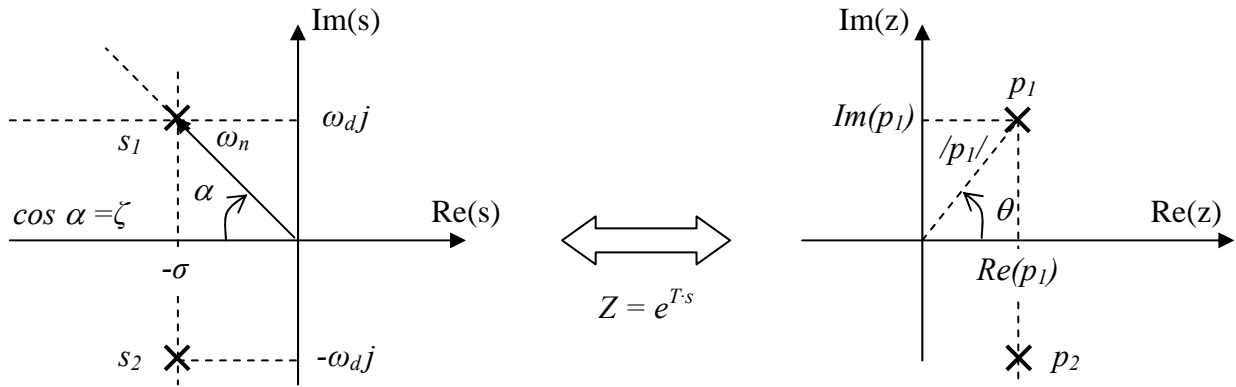
$$\left. \begin{aligned} |p_1| &= e^{-\sigma} \\ \angle p_1 = \theta &= e^{j\theta} \end{aligned} \right\} \rightarrow p_1 = e^{-\sigma} \cdot e^{j\theta}$$

**Polos complejos conjugados de un sistema discreto de segundo orden**

$$y(k) = \begin{cases} \frac{A}{1 - 2e^{-\sigma} \cos \theta + e^{-2\sigma}} + \frac{A}{|p_1 - 1| e^{-\sigma} \sin \theta} e^{-k \cdot \sigma} \sin(k \cdot \theta - \gamma) & k \geq 1 \\ 0 & k \leq 0 \end{cases}$$



**Respuesta temporal a una secuencia escalón del sistema discreto de segundo orden**



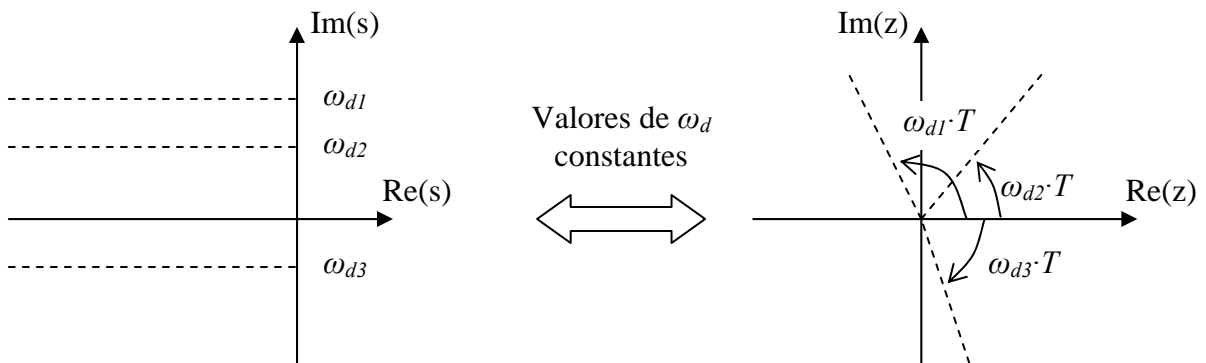
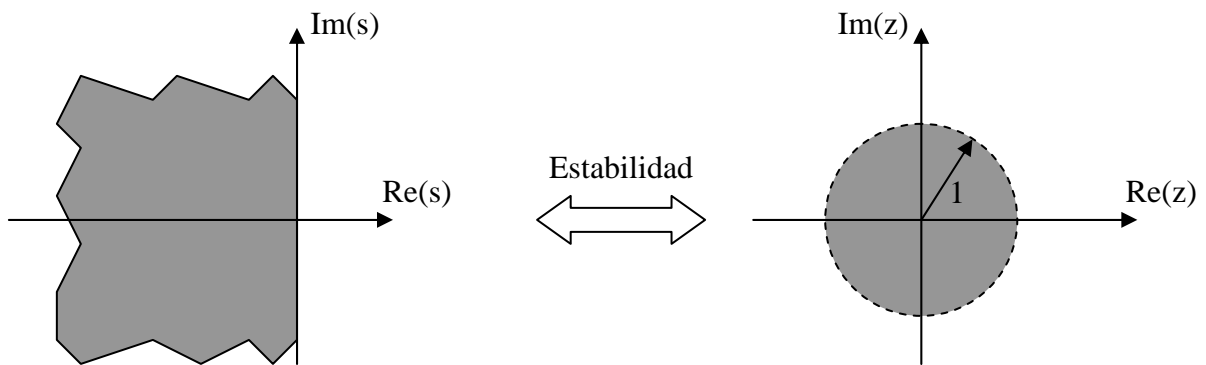
$$s_{1,2} = -\zeta \cdot \omega_n \pm \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} j = -\sigma \pm \omega_d j$$

$$z_{1,2} = e^{T \cdot s} = e^{T(-\sigma \pm \omega_d j)} = e^{-T\sigma} e^{\pm T \cdot \omega_d j}$$

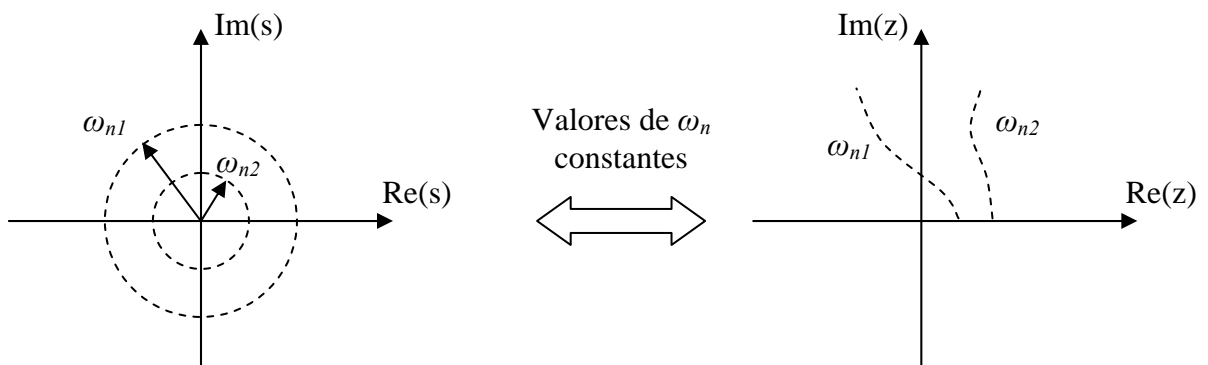
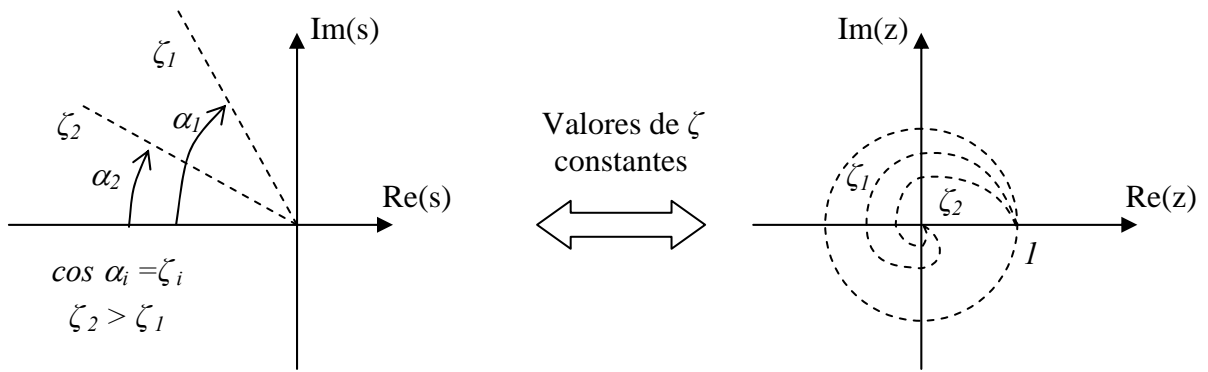
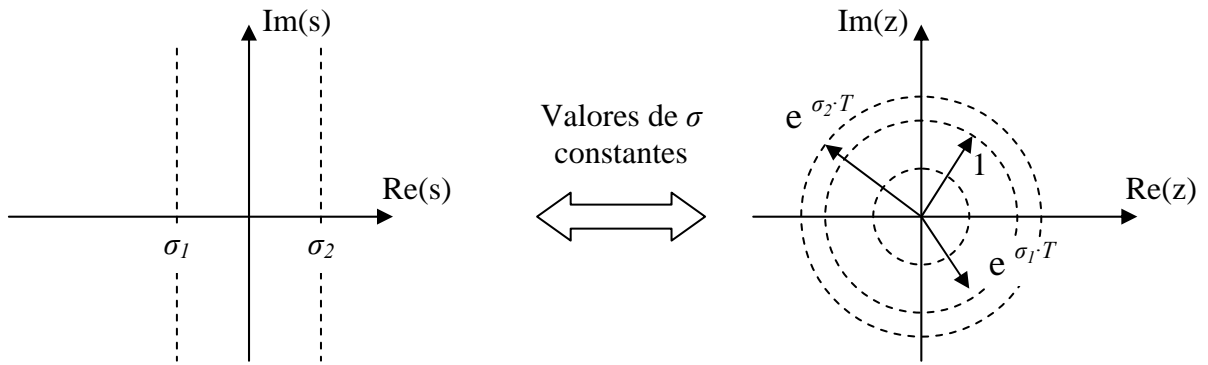
$$|z_1| = e^{-T\sigma} = \sqrt{\text{Re}(z_1)^2 + \text{Im}(z_1)^2}$$

$$\angle z_1 = \theta = T \cdot \omega_d = \arctg \frac{\text{Im}(z_1)}{\text{Re}(z_1)}$$

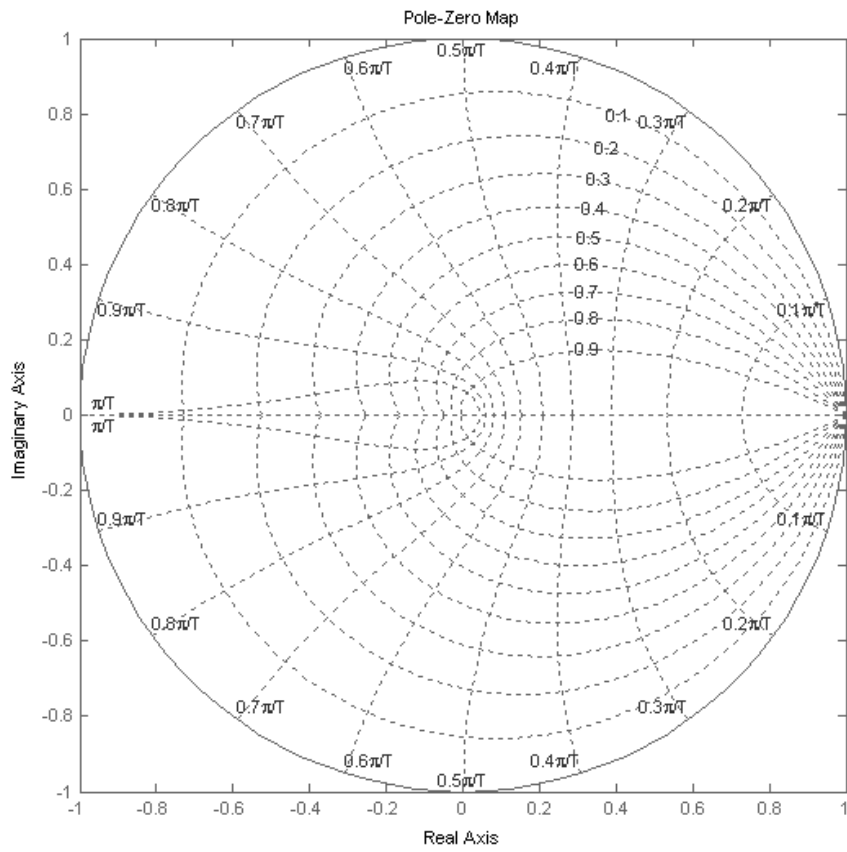
**Relación entre los polos de un sistema continuo de segundo orden y uno discreto**



**Correspondencia entre un sistema continuo de segundo orden y uno discreto (I)**

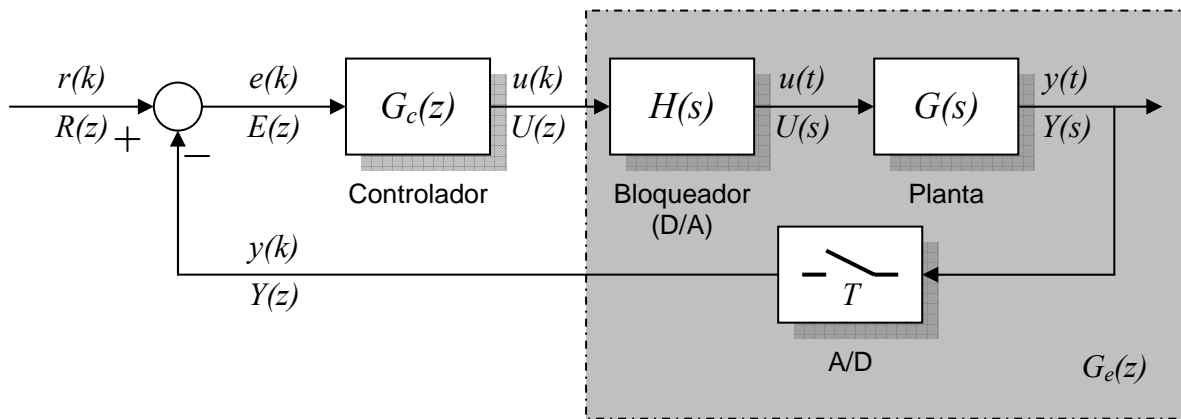


**Correspondencia entre un sistema continuo de segundo orden y uno discreto (II)**



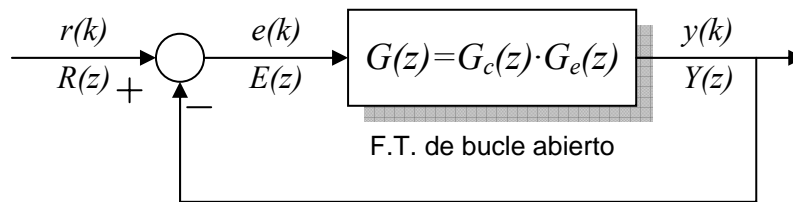
**Correspondencia entre un sistema continuo de segundo orden y uno discreto (III)**





$$G_e(z) = Z\{L^{-1}\{H(s)\cdot G(s)\}\}$$

**Sistema de control digital directo**



**Sistema de control digital directo simplificado (con realimentación unitaria)**

$$E(z) = \frac{1}{1 + G(z)} R(z)$$

$$e_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) E(z)$$

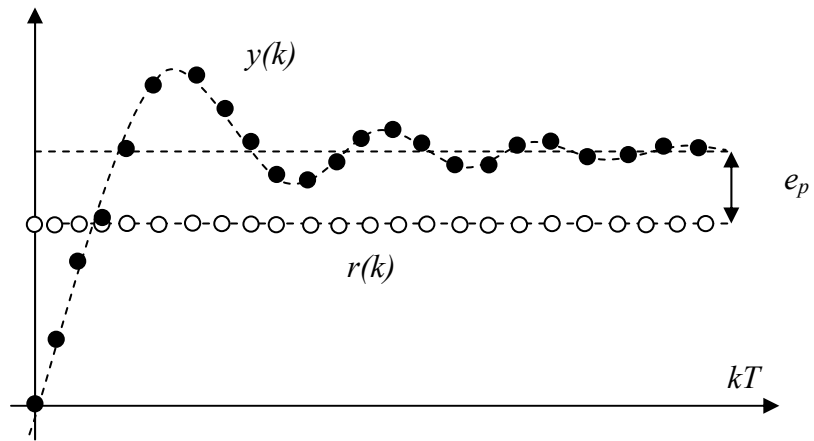
$$e_\infty = \lim_{z \rightarrow 1} (1 - z^{-1}) \frac{1}{1 + G(z)} R(z)$$

$$R(z) = \begin{cases} \text{Secuencia escalón} & Z[\{1, 1, 1, 1, \dots\}] = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1} \\ \text{Secuencia rampa} & Z[\{0, T, 2T, 3T, \dots\}] = \frac{T \cdot z}{(z - 1)^2} \end{cases}$$

**Cálculo del error en régimen estacionario con el teorema del valor final**

$$e_{\infty} = e_p = \frac{1}{1 + K_p}$$

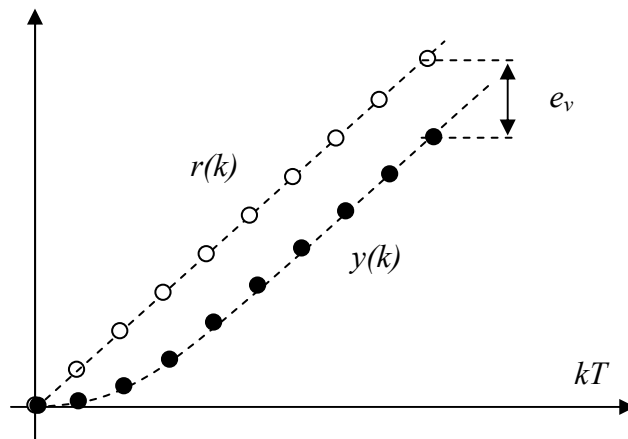
$$K_p = \lim_{z \rightarrow 1} G(z)$$



Error cuando la entrada es la secuencia escalón o "error de posición" en un sistema de tipo 0

$$e_{\infty} = e_v = \frac{T}{K_v}$$

$$K_v = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)G(z)$$



Error cuando la entrada es la secuencia rampa o "error de velocidad" en un sistema de tipo 1

Tipo	$e_p$	$e_v$
0	$\frac{1}{1 + K_p}$	$\infty$
1	0	$\frac{T}{K_v}$
2	0	0
3	0	0
...	0	0

Tabla resumen de los errores para cada tipo de sistema