2. DINAMICA DEL PUNTO MATERIAL

2. DINAMICA DEL PUNTO MATERIAL

1. INTRODUCCION. DINAMICA DEL PUNTO

La Dinámica es la parte de la Mecánica que estudia la relación entre el movimiento de un cuerpo y las causas que lo producen, es decir, las fuerzas.

El movimiento de un cuerpo es un resultado directo de sus interacciones con los otros cuerpos que lo rodean, las interacciones se describen convenientemente por un concepto matemático denominado "fuerza". La Dinámica relaciona las fuerzas que actúan sobre un cuerpo, con el movimiento de dicho cuerpo.

El estudio de la Dinámica que necesitaremos en el desarrollo de la asignatura corresponde fundamentalmente a la partícula o punto material, se omitirá por tanto el estudio de los sistemas de partículas y el sólido rígido.

Como ya se indicó al estudiar la Cinemática, un punto material o partícula es un cuerpo cuyas dimensiones geométricas son despreciables a la escala de observación, de forma que su posición en el espacio viene dada por la del punto geométrico que ocupa.

2. FUERZAS EN LA NATURALEZA

Todas las fuerzas que existen en la Naturaleza pueden entenderse como manifestaciones de cuatro interacciones básicas que ocurren entre las partículas elementales:

Interacción gravitaroria	Interacción fuerte
Interacción electromagnética	Interacción débil

Veamos a continuación sus características, y en especial su efecto sobre las partículas materiales.

2.1.- INTERACCION GRAVITATORIA

Entre dos partículas con masa aparece una fuerza que es atractiva y viene dada por la ley de la gravitación universal de Newton:

$$F_{12} = G\, m_1 m_2 / d^2$$

$$G = 6'67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N.m/kg^2}$$

donde m_1 y m_2 son las masas de las partículas y d la distancia entre éstas.

Son fuerzas de alcance infinito y se producen entre todas las partículas, aunque su efecto es extraordinariamente débil.

2.2.- INTERACCION ELECTROMAGNETICA

La interacción electromagnética tiene lugar entre las partículas que tienen carga eléctrica. Para la Electrostática dos cargas se atraen o se repelen, según que sean del mismo o diferente signo, obedeciendo la ley de Coulomb:

$$F_{12} = K\, q_1 q_2 / d^2$$

$$K = 9 \times 10^9 \ \mathrm{N.m^2/C^2}$$

donde q_1 y q_2 son las cargas eléctricas de las partículas y d la distancia entre éstas.

Son fuerzas de alcance infinito.

Con las fuerzas gravitatorias y eléctricas se puede describir el comportamiento macroscópico de la materia, pero no es posible describir completamente las interacciones que tienen lugar en el mundo microscópico. Así, se han introducido las fuerzas nucleares que actúan a distancias muy pequeñas.

2.3.- INTERACCION FUERTE

Actúa entre los nucleones (protones y neutrones) y, en general, entre los hadrones. Es la fuerza que mantiene los nucleones unidos y da cuenta de la estabilidad del núcleo. Son de corto alcance (10^{-15} m) pero de mayor intensidad que las electromagnéticas.

2.4.- INTERACCION DÉBIL

Actúa sobre leptones y hadrones. Es necesario introducirlas para explicar fenómenos como la desintegración β. Son de corto alcance ($<10^{-16}$ m).

3. SISTEMAS DE REFERENCIA

Cuando se habla de movimiento de una particula (o un sistema de partículas) es preciso indicar con respecto a qué "sistema de referencia" se mide su posición, velocidad o aceleración.

En general, los sistemas de referencia son un conjunto de ejes, rectas, vectores y relojes que sirven para determinar posiciones, velocidades, etc. de los cuerpos en dicho sistema. Previamente a esto es necesario establecer claramente los estados de reposo y de movimiento.

Es imposible conocer de una forma absoluta el estado de movimiento de un cuerpo, ya que siempre está referido a un sistema de referencia. Pero observadores en el mismo sistema de referencia pueden conocer fácilmente (midiendo su velocidad) el estado de movimiento relativo del cuerpo respecto a ellos.

3.1.- SISTEMA DE REFERENCIA INERCIAL

Un sistema de referencia es inercial cuando está en reposo respecto a todo el Universo.

Cualquier sistema que se mueva con velocidad uniforme con respecto a un sistema inercial también es inercial.

Estrictamente hablando no existe ningún sistema de referencia inercial.

3.2.- PRINCIPIO CLASICO DE RELATIVIDAD

Todas las leyes de la dinámica deben ser iguales para todos los observadores inerciales.

3.3.- PRINCIPIO ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD

(I) Todas las leyes de la Física deben de ser iguales para todos los observadores inerciales.

(II) La velocidad de la luz en el vacío es la misma en cualquier sistema de referencia inercial.

4. LEYES DE NEWTON

4.1.- CONCEPTO DE FUERZA

Se puede definir la fuerza como toda causa capaz de modificar el estado de reposo o movimiento de un cuerpo o de producir en él estados de tensiones.

Las relaciones fundamentales de la Dinámica están contenidas en las leyes de Newton.

4.2.- PRIMERA LEY DE NEWTON

Una partícula libre es aquélla que no está sujeta a interacción alguna. Estrictamente no existe tal cosa, ya que toda partícula está sujeta a interacciones con el resto del Universo. Luego, una partícula libre deberá estar completamente aislada o ser la única partícula del Universo. Una partícula libre se mueve siempre con velocidad constante.

Principio de inercia

"Si un cuerpo, en un sistema inercial, no está sometido a la acción de fuerza alguna, o se halla en reposo o tiene movimiento rectilíneo y uniforme".

La condición que establece este principio se cumple:

(a) Cuando sobre el cuerpo no actúa ninguna fuerza exterior, es decir, ninguna fuerza ejercida por otro cuerpo.

(b) Cuando sobre el cuerpo actúan fuerzas exteriores, pero de modo que sus efectos se contrarrestan, dando una resultante (o fuerza neta) nula.

Según el principio de inercia no es necesaria fuerza alguna para mantener un cuerpo en movimiento. Para lo que se requiere fuerza exterior es para modificar su velocidad, es decir, para acelerarlo. Así, un cuerpo no puede modificar su estado de reposo o movimiento por sí mismo.

4.3.- SEGUNDA LEY DE NEWTON

La fuerza neta que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa de dicho cuerpo por la aceleración que se produce si el movimiento se observa desde un sistema inercial:

$$\boxed{\vec{F} = m\,\vec{a}}$$

Esta última ecuación, denominada "Ecuación fundamental de la Dinámica", únicamente es válida si la masa m es constante. En general:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\,\vec{v}) = \frac{d\,\vec{p}}{dt}$$

siendo $\vec{p} = m\,\vec{v}$, la cantidad de movimiento o momento lineal de la partícula, producto de su masa por su velocidad.

Si sobre un cuerpo se aplican diferentes fuerzas F_1, F_2, F_3,... las aceleraciones serán a_1, a_2, a_3,... respectivamente. El cociente entre cada fuerza y la aceleración que produce es siempre el mismo y es la <u>masa inerte</u> de la partícula, m:

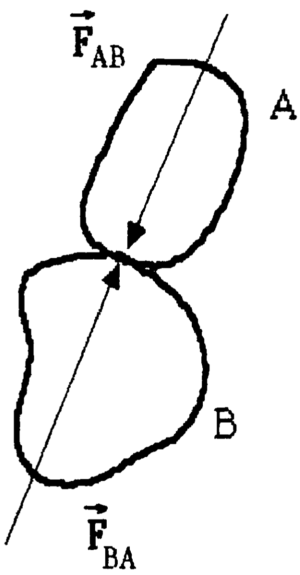
$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \ldots = m$$

4.4.- <u>TERCERA LEY DE NEWTON</u>

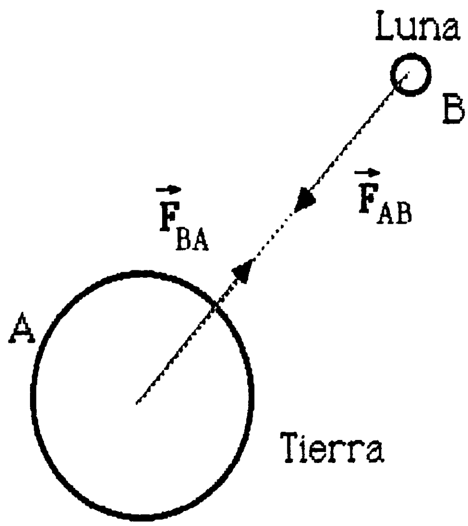
Las dos primeras leyes se refieren a un solo cuerpo, la tercera ley se refiere a dos cuerpos en interacción.

Por interacción entendemos que se ejercen fuerzas mutuas entre los dos cuerpos.

Estas fuerzas que se ejercen entre sistemas pueden ser por contacto directo o por "acción a distancia".



CONTACTO DIRECTO



ACCION A DISTANCIA

<u>Principio de acción y reacción</u>

Si un cuerpo B ejerce una fuerza sobre un cuerpo A, el cuerpo A ejercerá una fuerza igual pero opuesta sobre el cuerpo B:

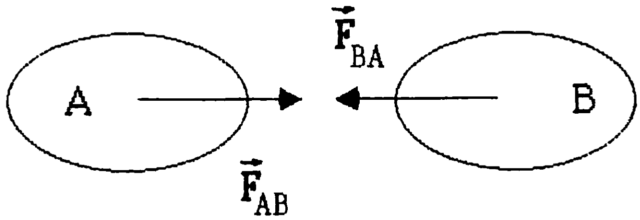
$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Las fuerzas de acción y reacción actúan en cuerpos distintos.

> "Siempre que un cuerpo ejerce una fuerza (acción) sobre otro, el segundo ejerce sobre el primero otra fuerza (reacción) de igual intensidad y dirección, pero de sentido contrario".

A pesar de la claridad del enunciado del principio, en su aplicación práctica son frecuentes los errores. Es necesario hacer, por tanto, algunas precisiones:

(a) El principio habla de dos cuerpos, cada uno de ellos hace una fuerza sobre el otro.

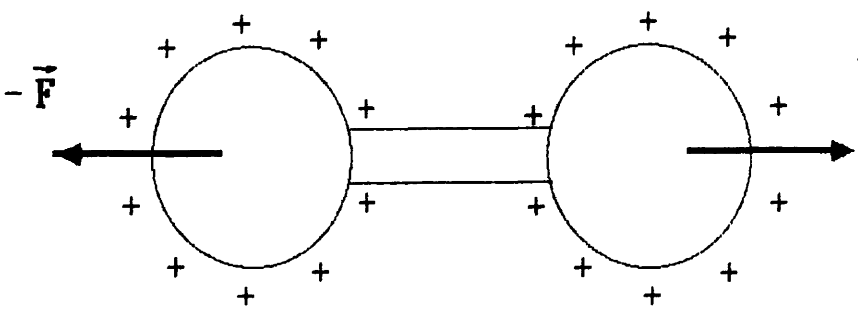


$\vec{F}_{AB}$: Fuerza que B ejerce sobre A.

$\vec{F}_{BA}$: Fuerza que A ejerce sobre B

Entonces: $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

Si la acción y la reacción son fuerzas aplicadas a cuerpos distintos, no pueden contrarrestarse. Por ejemplo, en el caso de dos esferas cargadas positivamente y unidas

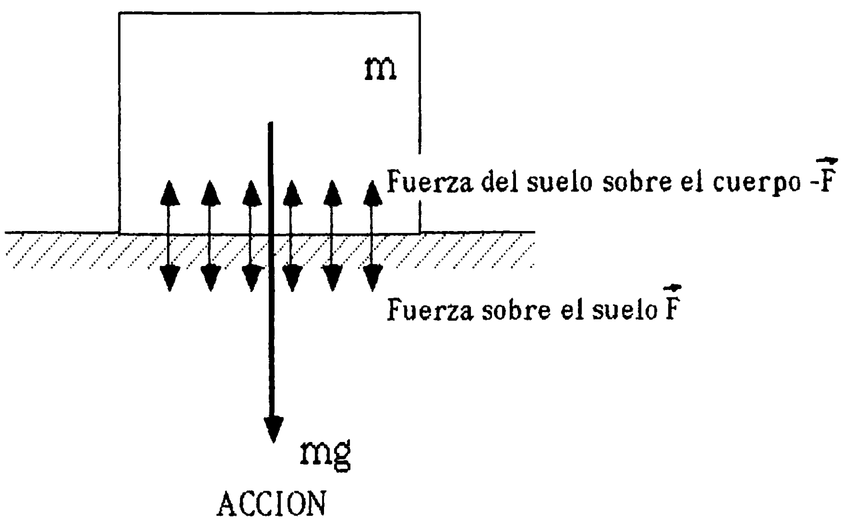


En este caso si se contrarrestan, ya que son dos fuerzas aplicadas sobre un mismo cuerpo.

(b) La acción y la reacción no son causa y efecto, ni se produce la primera antes que la segunda. Ambas fuerzas son simultáneas y no puede existir una sin la otra. Cuando dos cuerpos interaccionan, es decir, cada uno de ellos ejerce una fuerza sobre el otro, no existe ningún criterio que permita establecer cuál de las dos fuerzas debe ser la acción y cuál la reacción. Al llamar acción a una y reacción a la otra se procede arbitrariamente, siendo igualmente correcto nombrarlas a la inversa.

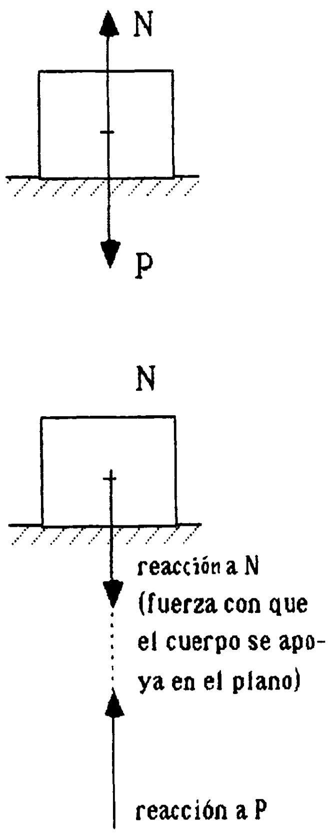
Consideremos un cuerpo de masa m apoyado sobre la superficie de la Tierra. Entonces:

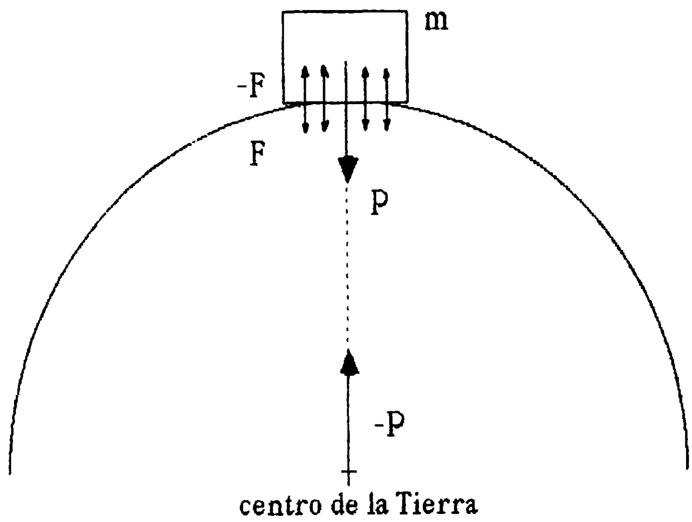
REACCION: Se tendría que dibujar en el centro de la Tierra



<u>Peso</u>: es la fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo y puede considerarse aplicado en el centro de gravedad. La reacción sería la fuerza con la que el cuerpo atrae a la Tierra ($-m\vec{g}$). $-\vec{F}$

y $\vec{\mathbf{P}}$ sí se contrarrestan pues están aplicadas en el mismo cuerpo (el cuerpo está por tanto en reposo).





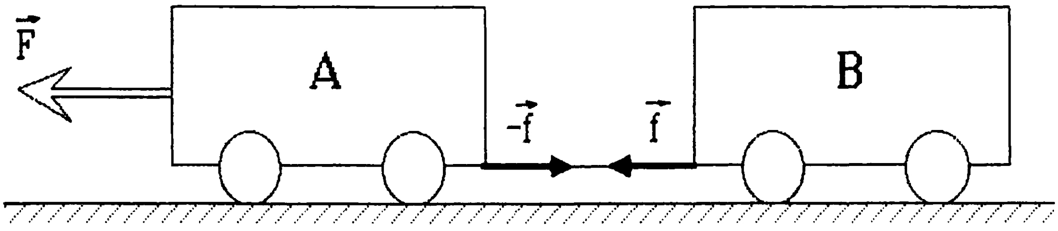
ACCION: ($\vec{\mathbf{P}}$) fuerza con que la Tierra atrae al cuerpo de masa m.
REACCION: ($-\vec{\mathbf{P}}$) fuerza con la que el cuerpo de masa m atrae a la Tierra.

$\vec{\mathbf{F}}$: fuerza que ejerce la masa m sobre el suelo (se encuentra repartida sobre toda la superficie de apoyo). La intensidad de $\vec{\mathbf{F}}$ es igual a la de $\vec{\mathbf{P}}$.

$-\vec{\mathbf{F}}$: reacción de $\vec{\mathbf{F}}$, fuerza que ejerce el suelo sobre la masa m. (La "normal" $\vec{\mathbf{N}}$)

$-\vec{\mathbf{F}}$ y $\vec{\mathbf{P}}$ actúan sobre la masa m , y por lo tanto se contrarrestan. Como P - F = 0 el cuerpo m está en reposo.

(c) Una objección al principio de acción y reacción que, equivocadamente, se plantea algunas veces es la siguiente:



Los carritos se mueven hacia la izquierda debido a la tracción de la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$ que tira del carro A. El carro A intenta arrastrar al remolque B ejerciendo una fuerza, $\vec{\mathbf{f}}$, (acción), según el principio de acción y reacción, el carro B tirará del carro A con otra fuerza, $-\vec{\mathbf{f}}$, de igual intensidad; en consecuencia, podríamos pensar que el carro B nunca sería arrastrado. La respuesta a esta cuestión es que sobre el carro B únicamente actúa la fuerza $\vec{\mathbf{f}}$ hacia adelante y por lo tanto, éste es arrastrado. La reacción $-\vec{\mathbf{f}}$, actúa sobre el carro A, pero sobre éste también actúa la fuerza $\vec{\mathbf{F}}$, de mayor intensidad que $-\vec{\mathbf{f}}$. Así pues, la fuerza resultante sobre el vehículo A también está dirigida hacia la izquierda y éste acelera.

5. FUERZAS DE ROZAMIENTO

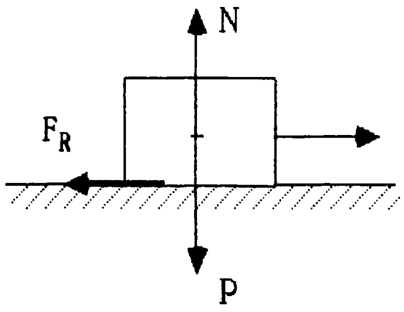
Al desplazar un cuerpo por una superficie, ya sea deslizándolo, caso de arrastrar un cuerpo, o por medio de ruedas, caso de un vagón que se mueve por un rail, aparece una fuerza que se opone al movimiento que es la fuerza de rozamiento. El rozamiento es un fenómeno complejo y sus causas no están suficientemente claras, aunque de forma general se admite que es originado por:

- La rugosidad de las superficies de contacto.
- Las interacciones moleculares.

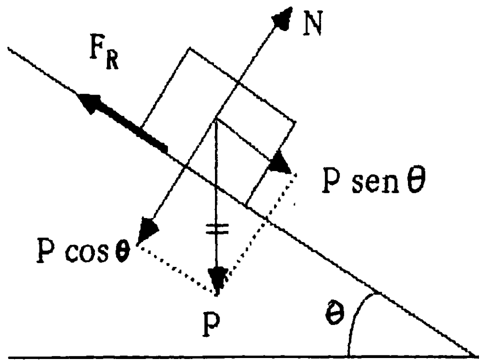
En el caso de rozamiento por deslizamiento la fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal, $\vec{\mathbf{N}}$:

$$\vec{\mathbf{F}}_R = -\mu \, \vec{\mathbf{N}}$$

donde el signo (-) indica que es opuesta al movimiento (al sentido del movimiento). μ recibe el nombre de <u>coeficiente de rozamiento</u>.



$F_R - \mu N - \mu P$



$F_R = \mu N = \mu P \cos\theta$

Se puede hablar de dos tipos de rozamiento:

ESTATICO: que está relacionado con la fuerza que se opone a poner en movimiento un cuerpo respecto a otro. Se debe a las pequeñas rugosidades de la superficie de todos los cuerpos, que encajan con las del plano de apoyo, produciéndose una acción mutua entre ambas.

DINAMICO: que está relacionado con la fuerza de rozamiento cuando el cuerpo ya está en movimiento.

6. LEY DE LA GRAVITACION UNIVERSAL

Debida a Newton es la célebre ley de la Gravitación Universal, según la cual dos masas puntuales ejercen entre sí una fuerza de atracción mutua cuyo módulo es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa, d. En módulo:

$$F = G(m_1 m_2)/d^2$$

G es la constante de la gravitación universal cuyo valor en el S.I. es: $G=6'67\times10^{-11}$ $N.m^2kg^{-2}$.

Esta ley puede aplicarse a los cuerpos reales que posean simetría esférica, sin más que considerar toda la masa concentrada en el centro de simetría.

Supuesta la Tierra esférica de radio R y masa M, un pequeño cuerpo de masa m situado sobre su superficie se verá atraído con una fuerza, llamada de gravitación, cuyo módulo es $F = GMm/R^2$, estando dicha masa sometida a una aceleración, según la segunda ley de Newton: $g = GM/R^2$.

Peso de un cuerpo

El peso de un cuerpo es la fuerza con la que la Tierra lo atrae:

$$F_g = G\, M_T\, m_g /r^2 = m_g\, g$$

siendo m_g una constante que recibe el nombre de masa gravitatoria del cuerpo y que no tiene porqué coincidir con su masa inercial. Todas las experiencias realizadas hasta la fecha permiten aceptar que ambas masas son iguales.

No es evidente, a priori, la igualdad de las dos masas. Tenemos,

$$\left.\begin{array}{l} F = G\, M_T\, m_g / r^2 \\ F = m_i\, a \end{array}\right\}$$

para la caída libre:

$$m_g\, g = m_i\, a$$

para otro cuerpo

$$m'_g\, g = m'_i\, a$$

entonces,

$$m_i / m'_g = m_i / m'_i$$

es decir $$m'_i / m'_g = m_i / m_g$$

Este cociente es el mismo para todos los cuerpos luego, podemos tomar $m_i = m_g$.

Principio de equivalencia

Un observador no tiene medios para distinguir si su laboratorio se encuentra en un campo gravitacional uniforme o en un sistema de referencia acelerado.

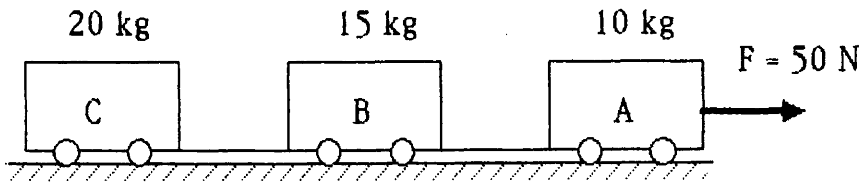
7. APLICACION DE LAS LEYES DE NEWTON A LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE LA DINAMICA

7.1.- BLOQUES ARRASTRADOS POR CUERDAS. TENSIONES

En el sistema de la figura vamos a calcular:

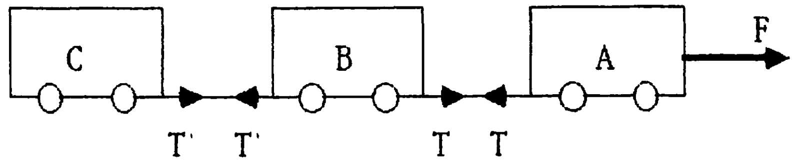
(a) Aceleración.

(b) Tensión en cada una de las cuerdas. (Supuestas inextensibles y sin masa).



El concepto de tensión se refiere a la fuerza que soporta una cuerda o elemento de unión entre dos partes de un mismo sistema.

Aislando cada uno de los cuerpos:



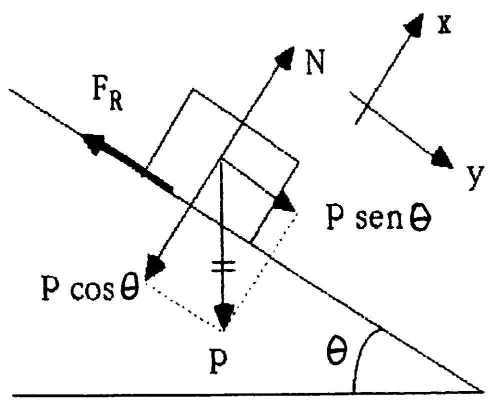
y aplicando a cada uno de ellos la 2ª ley de Newton:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{F}-\mathbf{T} &= m_A\,\mathbf{a} \\ \mathbf{T}-\mathbf{T}' &= m_B\,\mathbf{a} \\ \mathbf{T}' &= m_C\,\mathbf{a} \end{aligned}\right\} \text{Sumando } \mathbf{F} = (m_A + m_B + m_C)\,\mathbf{a}$$

de este sistema se puede despejar, **a**, **T**, y **T'**. (**a**=1'11 m/s²; **T**=38'88 N; y **T'**= 22'22 N)

7.2.- PLANOS INCLINADOS

Determinar la aceleración de un bloque de masa m que se mueve sobre una superficie que forma un ángulo θ con la horizontal, si el coeficiente de rozamiento es μ. ¿Cuánto tiene que valer μ, para que la masa descienda con movimiento uniforme?



$$\left.\begin{aligned} &\text{(Eje X)} \qquad \mathbf{N} = mg\cos\theta \\ &\text{(Eje Y)} \qquad m\,\mathbf{g}\,\mathrm{sen}\theta - F_R = m\,\mathbf{a} \end{aligned}\right\}$$

Entonces: $m\,\mathbf{g}\,\mathrm{sen}\theta - \mu\,m\,\mathbf{g}\cos\theta = m\,\mathbf{a}$

De donde: $\mathbf{a} = \mathbf{g} (\operatorname{sen}\theta - \mu\cos\theta)$

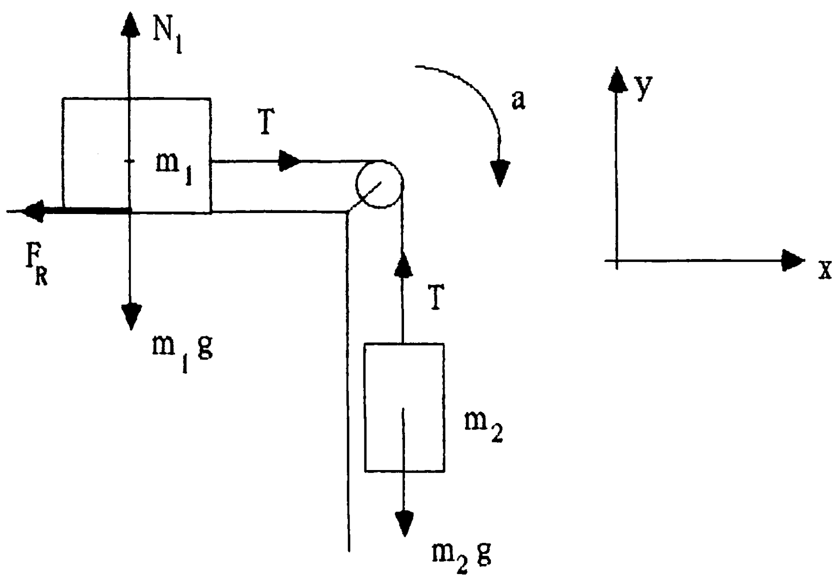
Para que la masa descienda con moviemiento uniforme, su aceleración tiene que ser nula, por tanto

$$\mathbf{a} = 0: \quad 0 = \mathbf{g} (\operatorname{sen}\theta - \mu \cos\theta)$$

$$\underline{\mu = \operatorname{tg}\theta}$$

7.3.- POLEAS

Un bloque cuelga de una cuerda que pasa por una polea sin rozamiento y está conectado a otro bloque situado sobre una mesa de coeficiente de rozamiento μ con el bloque. Determinar la aceleración de cada uno de los bloques y la tensión de la cuerda.



Bloque 1: $\mathbf{N}_1 = m_1 \mathbf{g}$; $\mathbf{F}_R = \mu \mathbf{N}_1$

$\mathbf{T} - \mathbf{F}_R = m_1 \mathbf{a}$

Bloque 2: $m_2 \mathbf{g} - \mathbf{T} = m_2 \mathbf{a}$

sumando $-\mathbf{F}_R + m_2 \mathbf{g} = (m_1 + m_2) \mathbf{a}$

$$\mathbf{g}\,(m_2 - \mu m_1) = (m_1 + m_2)\,\mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{g}\,(m_2 - \mu m_1)/(m_1 + m_2)$$

$$\mathbf{T} = m_1 \mathbf{a} + \mathbf{F}_R \;;\; \mathbf{T} = m_1 \mathbf{a} + \mu m_1 \mathbf{g}$$

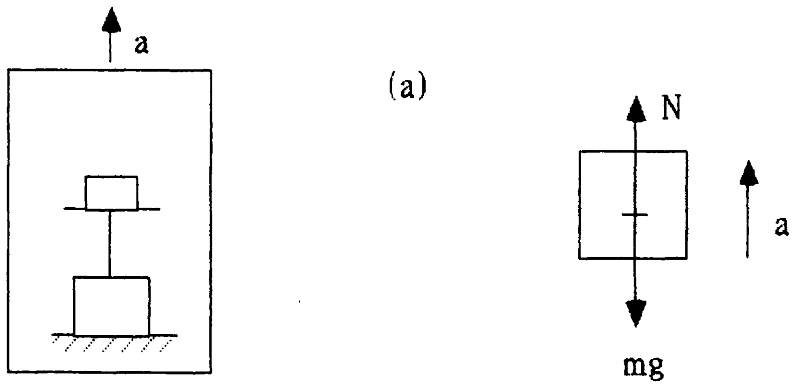
$$\mathbf{T} = m_1 \mathbf{g}\,(m_2 - \mu m_1)/(m_1 + m_2) + \mu m_1 \mathbf{g}$$

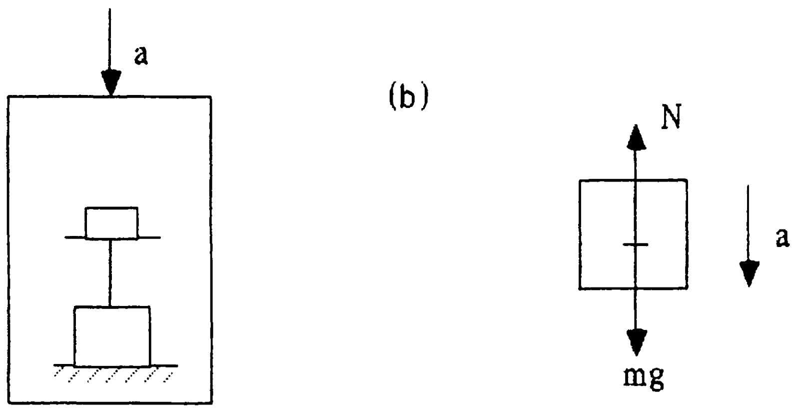
$$\mathbf{T} = m_1 \mathbf{g}[(m_2 + \mu m_2)/(m_1 + m_2)]$$

7.4.- ASCENSORES

Un bloque descansa sobre una balanza de resorte en un ascensor. ¿Cuál es la lectura de la balanza cuando el ascensor acelera: (a) hacia arriba y (b) hacia abajo?

La lectura de la balanza es N (acción de la masa sobre el platillo).





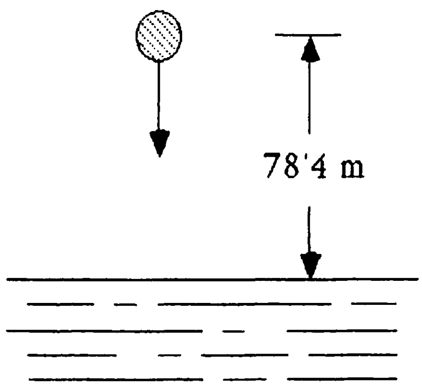
Caso (a): $\sum \mathbf{F} = m\,\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{N} - m\,\mathbf{g} = m\,\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{N} = m(\mathbf{a} + \mathbf{g})$

Caso (b): $\sum \mathbf{F} = -\,m\,\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{N} - m\,\mathbf{g} = -\,m\,\mathbf{a}\ ;\ \mathbf{N} = m(\mathbf{g} - \mathbf{a})$

7.5.- <u>FUERZAS ASCENSORIALES. PRINCIPIO DE ARQUIMEDES</u>

"Todo cuerpo sumergido en un líquido experimenta un empuje hacia arriba igual al peso del fluido que desaloja".

Se deja caer un cuerpo de densidad 0'8 g/cm^3 y 1000 cm^3 de volumen desde una altura de 78'4 m sobre benceno, de densidad 0'9 g/cm^3. Calcúlese el tiempo que tardará en alcanzar la profundidad máxima.



El cuerpo llega a la superficie libre del líquido con una velocidad de $v=(2gh)^{1/2}=39$ m/s. En cuanto entra en el líquido, está sometido a una fuerza que tiende a frenarlo. Dicha fuerza es la producida por el empuje:

$$F = E - P = V\rho_b g - V\rho_c g = g\,(\rho_b - \rho_c) = 0'98 \text{ N}$$

Entonces $a = F/m = 1'225$ m/s^2. Cuando se para $0 = v_0 - a\,t_2$;

$0 = 39'2 - 1'22\,t_2$; $t_2 = 32$ s. Tiempo total $T = t_1 + t_2 = 4 + 32 = 36$ s.

8. MOMENTO LINEAL Y CONSERVACION

Dada una partícula de masa m moviéndose con una velocidad $\vec{\mathbf{v}}$, se define el momento lineal de la partícula, $\vec{\mathbf{p}}$, como

$$\vec{\mathbf{p}} = m\,\vec{\mathbf{v}}$$

<u>Teorema de conservación del momento lineal</u>

"En todo sistema aislado, es decir, no sometido a fuerzas exteriores, el momento lineal total permanece constante".

Como la fuerza que actúa sobre un sistema se calcula:

$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt}$$

si $\vec{\mathbf{F}} = 0$, entonces $\qquad (d\vec{\mathbf{p}}/dt) = 0 \qquad \vec{\mathbf{p}} = \text{cte}.$

o bien, $\qquad d\vec{\mathbf{p}} = \vec{\mathbf{F}}\,dt$

$$\int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{\mathbf{p}} = \int_{t_0}^{t} \vec{\mathbf{F}}\,dt$$

$$\vec{\mathbf{p}} - \vec{\mathbf{p}}_0 = \int_{t_0}^{t} \vec{\mathbf{F}}\,dt$$

y si $\vec{\mathbf{F}} = 0$ $\qquad \vec{\mathbf{p}} - \vec{\mathbf{p}}_0 = 0 \; ; \quad \vec{\mathbf{p}}_0 = \vec{\mathbf{p}}$

para un sistema de partículas

$$\vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2 + \vec{\mathbf{p}}_3 + \ldots + \vec{\mathbf{p}}_n = \vec{\mathbf{p}}'_1 + \vec{\mathbf{p}}'_2 + \vec{\mathbf{p}}'_3 + \ldots + \vec{\mathbf{p}}'_n$$

donde se aprecia que los momentos individuales pueden cambiar, pero no así el total.

9. REDEFINICION DE FUERZA

Consideremos dos partículas que interaccionan, cuyos momentos lineales sean:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{\mathbf{p}}_1 = m_1 \vec{\mathbf{v}}_1 \\ \vec{\mathbf{p}}_2 = m_2 \vec{\mathbf{v}}_2 \end{array}\right\}$$

después de la interacción los momentos lineales serán:

$$\left.\begin{array}{l} \vec{\mathbf{p}}_1{}' = m_1 \vec{\mathbf{v}}_1{}' \\ \vec{\mathbf{p}}_2{}' = m_2 \vec{\mathbf{v}}_2{}' \end{array}\right\}$$

Como no actúan fuerzas exteriores, por conservación del momento lineal, se cumplirá:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'$$

$$0 = \vec{p}_1{}' - \vec{p}_1 + \vec{p}_2{}' - \vec{p}_2$$

$$0 = \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2$$

es decir, $$\Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2$$

Para dos partículas interactuantes, el cambio en el momento lineal de una de ellas en un cierto intervalo de tiempo, es igual y opuesto al cambio en el momento lineal de la otra durante el mismo intervalo de tiempo.

Dividiendo los dos miembros de la última igualdad por $\Delta t = t_2 - t_1$, queda:

$$\frac{\Delta\vec{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta\vec{p}_2}{\Delta t}$$

y cuando Δt tiende a 0:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{p}_1}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{p}_2}{\Delta t}$$

es decir:

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} = -\frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

y a $d\mathbf{p}/dt$ se le llama fuerza **F**:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad \text{(2ª Ley de Newton)}$$

entonces: $\vec{\mathbf{F}}_1 = -\vec{\mathbf{F}}_2$ (3ª Ley de Newton)

Como resultado de la conservación del momento lineal la acción y la reacción son iguales y opuestas.

Si tenemos una partícula libre, no está sometida a fuerza alguna y:

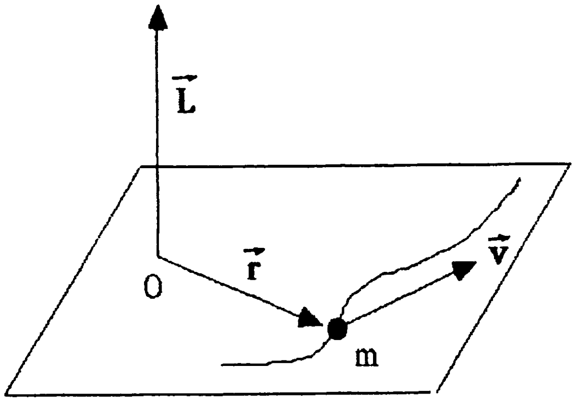
$\vec{\mathbf{p}}$ - cte. (1ª Ley de Newton)

PRINCIPIO		TEOREMA
Leyes de Newton	$\longrightarrow$	Conservación de $\vec{\mathbf{p}}$
Conservación de $\vec{\mathbf{p}}$	$\longrightarrow$	Leyes de Newton

10. MOMENTO ANGULAR Y CONSERVACION. FUERZAS CENTRALES

Dada una partícula de momento lineal $\vec{\mathbf{p}}$, el momento angular respecto a un punto O es:

$$\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$$



Para el movimiento circular:

$$|\vec{L}| = |\vec{r}|\,|\vec{p}| \ \text{sen}\ 90° = r\ p = r^2\ m\ w$$

es decir

$$\vec{L} = m\ r^2\ \vec{w}$$

si derivamos con respecto a t:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times \vec{p}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times \vec{p} + \vec{r} \times \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

es decir:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F}$$

La variación del momento angular de una partícula es igual al momento de la fuerza que apliquemos. El momento angular se conserva cuando:

$$d\vec{L}/dt = \vec{r} \times \vec{F} = 0 \begin{cases} \vec{L} = \text{cte.} \ \ \vec{r} \parallel \vec{F} \text{ (fuerza central)} \\ \vec{L} = \text{cte.} \ \ \vec{F} = 0 \text{ (partícula libre)} \end{cases}$$

"Si el momento angular permanece constante, la trayectoria de la partícula está siempre confinada en un plano".

11. IMPULSO MECANICO

De la ecuación fundamental de la Dinámica:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

podemos escribir :

$$\vec{F}\,dt = d\vec{p}$$

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}\,dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

A la integral $\int_{t_0}^{t} \vec{F}\cdot dt$ se le conoce con el nombre de impulso mecánico, $\vec{I}$,

$$\vec{I} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\,dt = \Delta\vec{p}$$

ecuación que corresponde al "Teorema del impulso":

"El impulso de las fuerzas que actúan sobre una partícula, durante un intervalo de tiempo, es igual al incremento de la cantidad de movimiento del punto en ese intervalo".

El cambio de momento lineal de una partícula es igual al impulso mecánico.

Como se cumple:

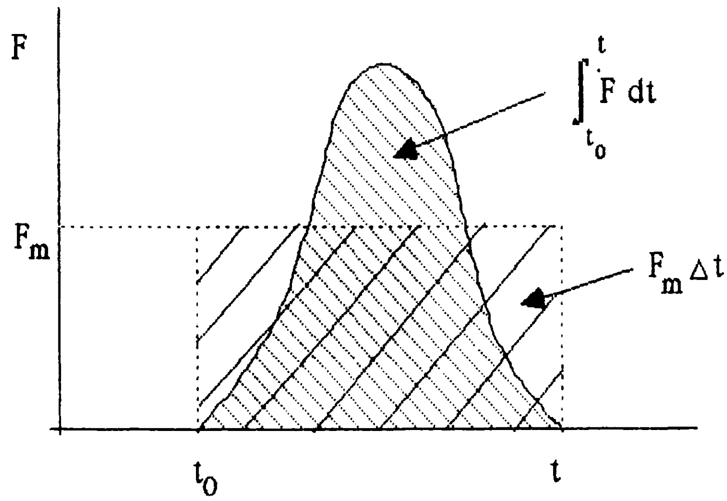
$$\vec{p} = m\vec{v}; \quad \vec{p}_0 = m\vec{v}_0\,; \quad \vec{I} = m\,(\vec{v}-\vec{v}_0)\,; \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{I}/m$$

Muchas veces no se conoce la dependencia de $\vec{F}(t)$, luego no podrá calcularse el impulso mecánico directamente a través de su definición, sin embargo, podemos introducir una fuerza constante $\vec{F}_m$, denominada <u>fuerza media</u>, de modo que:

$$\int_{t_0}^{t} \vec{F}\, dt = \vec{F}_m\,(t - t_0) = \vec{F}_m\, \Delta t$$

con lo cual:

$$\vec{I} = \vec{F}_m\, \Delta t \qquad\qquad \Delta\vec{p} = \vec{F}_m \Delta t$$



Como $\qquad \vec{I} = \Delta\vec{p} \qquad\qquad \vec{I} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}\, dt$

Una fuerza fuerte que actúe en un tiempo pequeño puede causar un cambio de momento lineal comparable a una fuerza débil, que actúe por un tiempo largo.

BIBLIOGRAFIA

- FISICA, Vol. I: MECANICA, M. Alonso & E. Finn. Fondo Educativo Interamericano. Madrid, 1979.

- CERCA DE LA FISICA, F. M. Alonso. Ed. Alhambra. Madrid, 1977.

- CURSO DE FISICA APLICADA: ELECTROMAGNETISMO Y SEMICONDUCTORES, J. Llinares, A. Page. Servicio de Publicaciones, Universidad Politécnica de Valencia, 1987.

- FISICA GENERAL, S. Burbano. Librería General, Zaragoza, 1978.

- FISICA, J. Catalá. Ed. Saber, Valencia, 1979.

- FISICA: Tomo I, P.A. Tipler. Ed. Reverté, Barcelona, 1986.