Tema 5: *Refinamientos del equilibrio de Nash*

Microeconomía Avanzada II

Iñigo Iturbe-Ormaeche

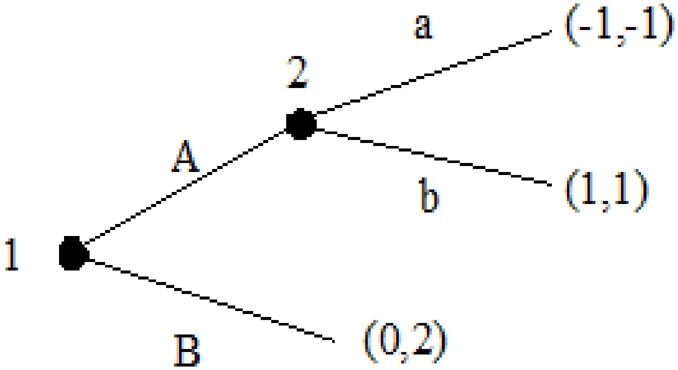
U. de Alicante

2008-09

Amenazas no creíbles

- Nash como condición necesaria para una predicción
- **Problema de multiplicidad:** necesitamos criterios adicionales que permitan discriminar entre los diferentes equilibrios de Nash. Nos centraremos en juegos en forma extensiva
- Una estrategia debe prescribir una acción en cada conjunto de información. Una propiedad razonable de un equilibrio es que *en ningún conjunto de información un jugador encuentre óptimo llevar a cabo una acción distinta de la prescrita por la estrategia*
- Si esto no es así, decimos que la estrategia en cuestión incluye una **amenaza no creíble**. No puedes amenazar con hacer algo que, si realmente llegases a esa situación, no te interesaría seguir adelante y ejecutar la amenaza

Ejemplo 1



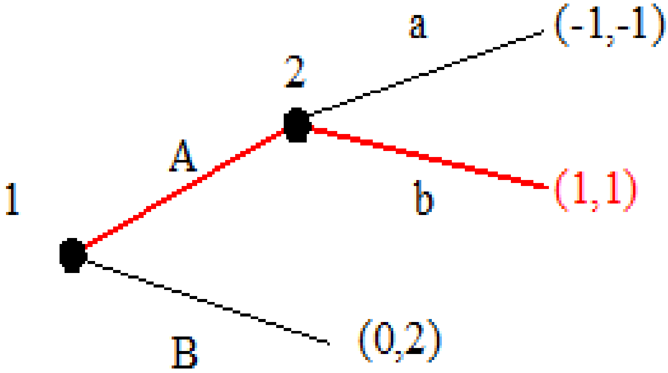
Equilibrios de Nash

- En este juego hay 2 equilibrios de Nash: (A, b) y (B, a)
- El segundo veremos que se sostiene en un amenaza "no creíble"
- Escribimos el juego en forma estratégica y buscamos los equilibrios de Nash:

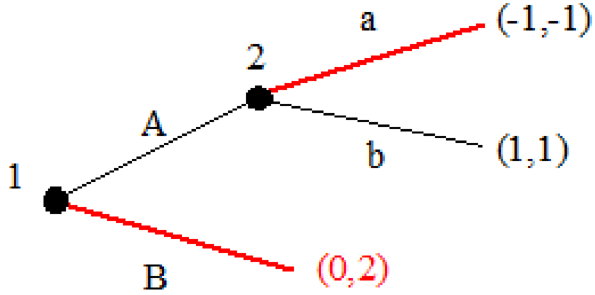
1\2	a	b
A	-1,-1	$\underline{1}$,$\underline{1}$
B	$\underline{0}$,$\underline{2}$	0,$\underline{2}$

- Vemos que el jugador 1 prefiere el equilibrio (A, b) y el jugador 2 prefiere (B, a)
- Los representamos en la forma extensiva

Equilibrio (A,b)



Equilibrio (B,a)



Equilibrio (B,a), continuación

- ¿Por qué el 1 elige B, obteniendo 0? Porque el 2 le amenaza: “Si eliges A, yo elegiré a”. Como el 1 elige B, la amenaza nunca se ejecuta. No obstante, es una amenaza que induce al 1 a elegir B en lugar de A
- En el equilibrio (B, a) el conjunto de información del jugador 2 nunca se alcanza (el jugador 2 no llega a jugar)
- Ahora bien, imaginemos que el jugador 2 tuviera que decidir entre a y b :
  1. Si elige a (ejecutando su amenaza), obtiene -1
  2. Si elige b (no ejecutando su amenaza), obtiene $+1$
- Si es racional, **no ejecutará su amenaza**
- El jugador 1 puede anticipar que si él elige A, el jugador 2 elegirá b
- El otro equilibrio (A, b), en cambio, sí que **prescribe una acción que es óptima para cada jugador en el momento en que le corresponde tomar su decisión**

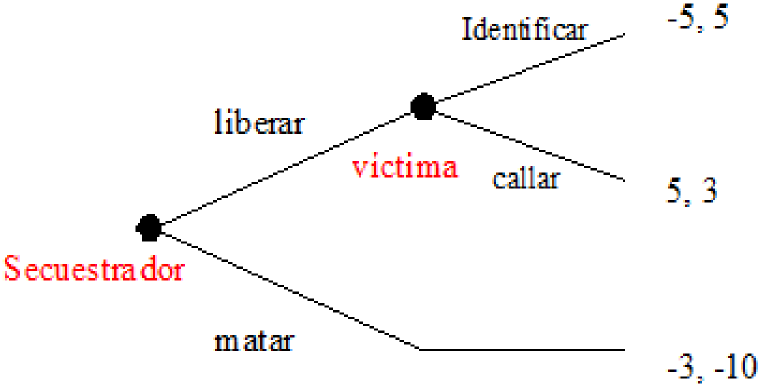
Inducción hacia atrás

- A partir de ahora supondremos que cuando un individuo toma una decisión, la valoración de cada una de sus acciones **incorpora el resultado de las decisiones que serán óptimas en el futuro para cada jugador cuando le corresponda jugar**
- Es como si anticipase cómo van a jugar a continuación los demás. En el juego de arriba, el jugador 1 anticipa que si elige A, el jugador 2 elegirá b ya que gana $+1$ frente a -1 con a
- A partir de ahora los siguientes conceptos son equivalentes:
  1. Un equilibrio de Nash que NO se sostiene en amenazas increíbles
  2. Un equilibrio de Nash que se obtiene aplicando la inducción hacia atrás
  3. Un equilibrio de Nash **perfecto en subjuegos**

Ejemplo 2: el secuestrador amable (Varian)

- Unos criminales secuestran a un individuo y descubren que no van a poder cobrar el rescate. ¿Deberían liberar al secuestrado? La víctima por supuesto promete no revelar la identidad de los secuestradores
- Ahora bien, ¿mantendrá la promesa? Una vez que ha sido liberado, no tiene ningún incentivo a hacerlo
- Incluso en el caso de que los secuestradores quieran dejar libre a la víctima, no pueden hacerlo por el temor a ser identificados
- La víctima tiene el problema de hacer creíble el compromiso de no revelar la identidad de los secuestradores

El juego del secuestrador



Cómo hacer creíble el compromiso

- ¿Cómo puede la víctima convencer a los secuestradores de que no romperá la promesa y revelará sus identidades?
- El secuestrado debe imaginar una forma de cambiar los pagos del juego. En particular, necesita encontrar una forma de imponerse a sí mismo un coste si identifica a sus secuestradores
- Por ejemplo, si la víctima ha cometido algún acto reprobable que le perjudique en caso de salir a la luz pública, debería contárselo a los secuestradores
- Y si no existe tal acto, debería cometer uno delante de sus captores, para crear un lazo con ellos que garantice su silencio

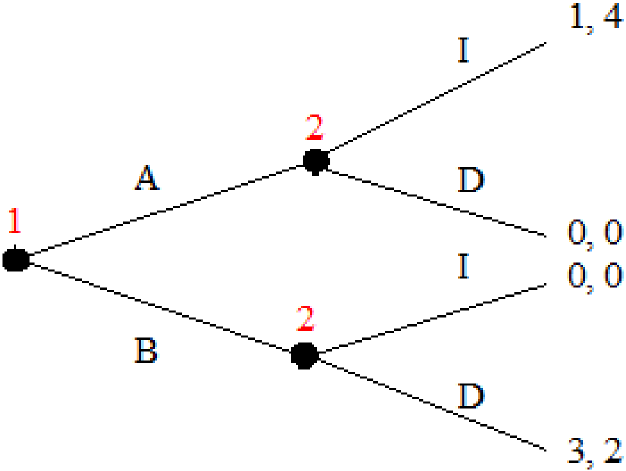
Ejemplo 3

- Consideramos el juego siguiente:

1\2	I	D
A	1,4	0,0
B	0,0	3,2

- Este juego tiene dos equilibrios de Nash en estrategias puras: (A,I), (B,D)
- Ahora supongamos que, en lugar de ser un juego simultáneo, el jugador 1 es el primero en elegir

Forma extensiva



Forma estratégica

- Ahora el jugador 2 debe decidir qué hacer después de que el jugador 1 haya decidido. Por lo tanto tiene 4 estrategias: {II, ID, DI, DD}
- Escribimos el juego en forma estratégica o normal:

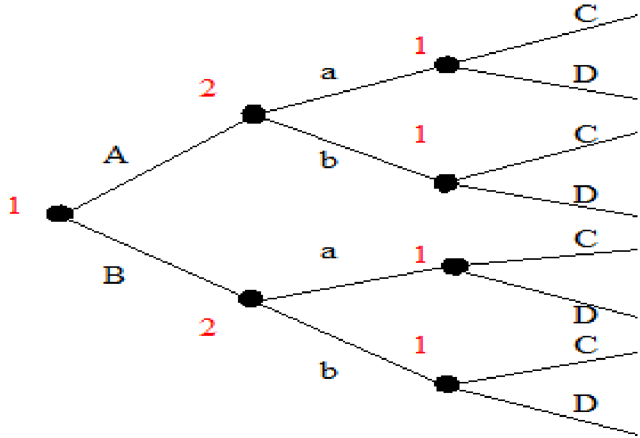
1\2	II	ID	DI	DD
A	1,4	1,4	0,0	0,0
B	0,0	3,2	0,0	3,2

- Ahora vemos que hay 3 equilibrios de Nash: (A, II), (B, ID) y (B, DD). El primero favorece al jugador 2 y los otros dos favorecen al jugador 1
- Pero para el 2 decir que siempre va a jugar I (o que siempre va a jugar D) no es una amenaza creíble. Si el 1 juega A, el 2 jugará I. Si el 1 juega B, el 2 jugará D
- Como el 1 anticipa lo que el 2 va a hacer, elegirá B

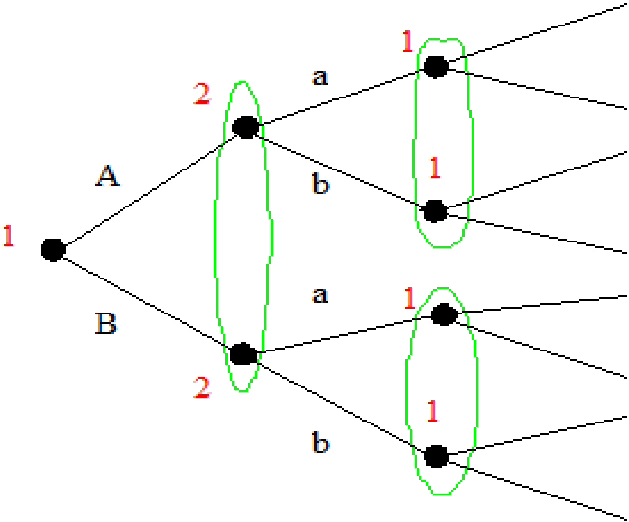
Subjuego propio

- Un subjuego propio de un juego es un subconjunto del juego con dos propiedades:
  1. Comienza con un conjunto de información que contiene un solo nodo. Contiene a todos sus sucesores y sólo a ellos
  2. Si el nodo x está en el subjuego, también lo están todos los nodos que están en el conjunto de información que contiene a x
- ¿Cuántos subjuegos propios hay en el juego de arriba?

¿Cuántos subjuegos propios hay?



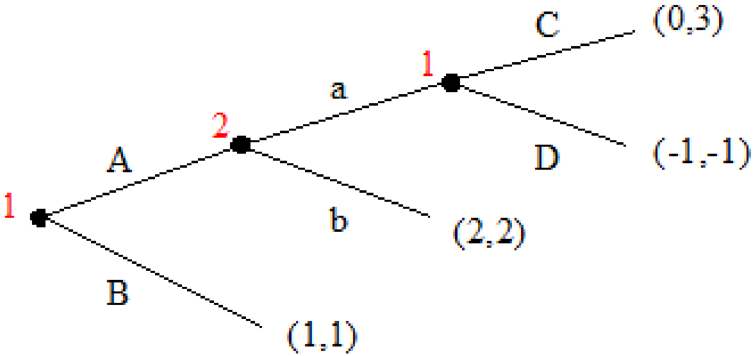
¿Y en éste?



Equilibrio perfecto en subjuegos

- Un equilibrio de Nash perfecto en subjuegos induce un equilibrio de Nash en cada subjuego, **sea éste alcanzado o no en equilibrio**
- Debe prescribir un comportamiento racional incluso en contingencias que no se alcanzan en el equilibrio
- Esto significa que las amenazas que sustentan, fuera de la senda de equilibrio, las acciones propiamente de equilibrio tienen que ser creíbles, es decir, el jugador estaría dispuesto a adoptarlas

Ejemplo 4



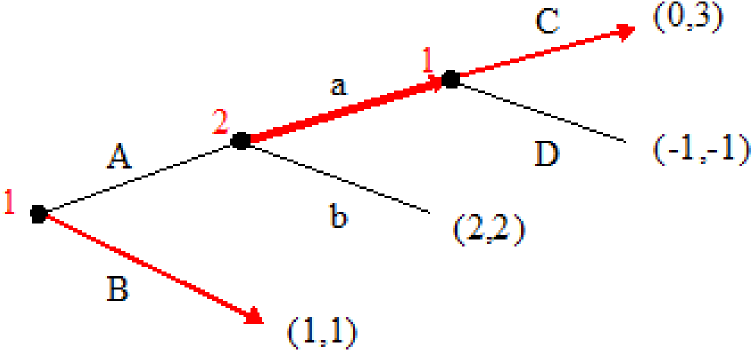
Ejemplo 4, forma estratégica

- El jugador 2 tiene 2 estrategias: a y b. El jugador 1 tiene 4 estrategias: AC, AD, BC, BD
- Para encontrar los equilibrios de Nash escribimos el juego en forma estratégica:

1\2	a	b
AC	0,3	2,2
AD	-1,-1	2,2
BC	1,1	1,1
BD	1,1	1,1

- Hay 3 equilibrios: (i) (AD, b); (ii) (BC, a); (iii) (BD, a)
- Sólo el segundo es un equilibrio perfecto en subjuegos. ¿Por qué?

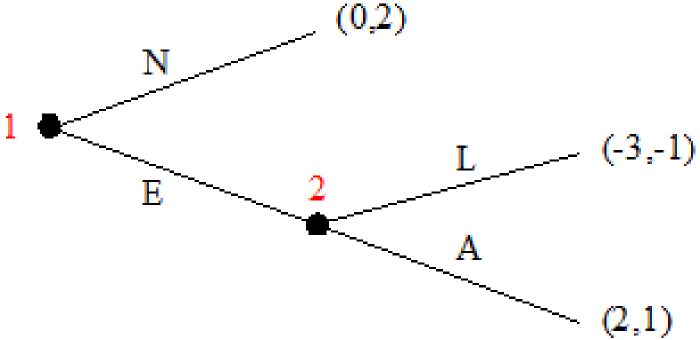
Aplicamos la inducción hacia atrás



Entrada a un mercado

- La empresa 1 está pensando si entra o no en un mercado en el que actualmente hay una única empresa (la empresa 2)
- La empresa 1 debe decidir si entra (E) o no entra (N) en el mercado
- En caso de que entre, la empresa 2 debe decidir si inicia una guerra de precios (L) o si acepta la entrada sin luchar (A)
- Si la empresa no entra, los pagos son $(0, 2)$
- Si entra y la otra elige L, los pagos son $(-3, -1)$
- Si elige A los pagos son $(2, 1)$
- Hay dos equilibrios de Nash, (N, L) y (E, A), pero sólo el segundo es perfecto en subjuegos

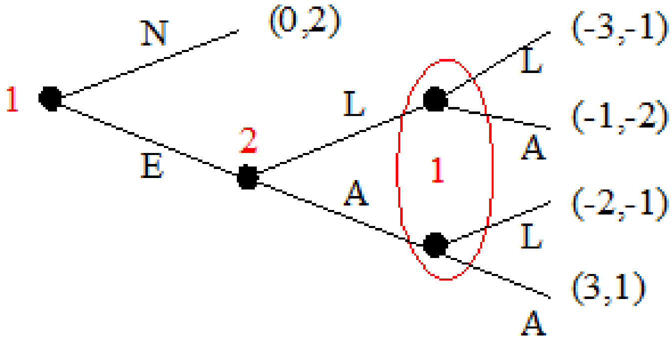
Forma extensiva



Entrada a un mercado-2

- Ahora cambiamos el ejemplo anterior
- En caso de que la 1 decida entrar, ambas empresas deciden **simultáneamente** si entran o no en una guerra de precios. Es decir, ambas deciden entre luchar (L) o acomodarse (A)
- La representación en forma extensiva es diferente

Nueva forma extensiva



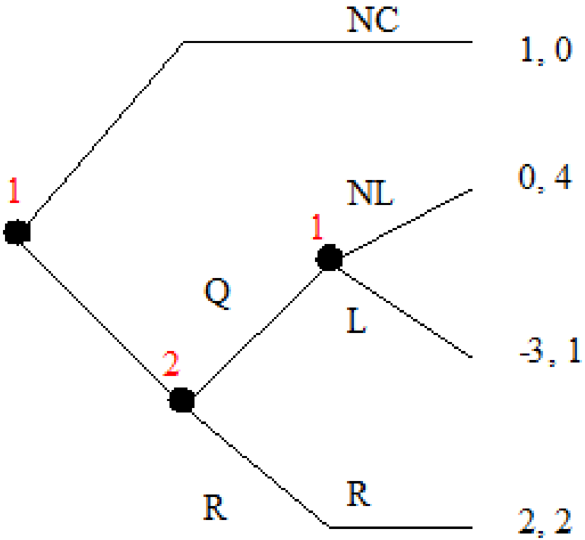
Equilibrio perfecto en subjuegos

- El jugador 1 tiene 4 estrategias: $S_1 = \{NL, NA, EL, EA\}$
- El jugador 2 tiene 2 estrategias: $S_2 = \{L, A\}$
- Hay 3 equilibrios de Nash: $(NL, L), (NA, L), (EA, A)$
- Si analizamos el único subjuego, vemos que tiene un único equilibrio de Nash: (A, A)
- Por lo tanto, el único EPS es (EA, A)

Juego de confianza

- El jugador 1 puede elegir confiar (C), dándole al jugador 2 un euro para que invierta
- Si el jugador 1 elige no confiar (NC), el juego se acaba
- Cuando el jugador 2 invierte el euro, éste se convierte en 4 euros
- Ahora el jugador 2 tiene que elegir entre repartirse (R) los 4 euros con el jugador 1 (2 euros para cada uno) o quedárselo todo él (Q)
- Si representamos la forma extensiva, vemos que el único equilibrio perfecto en subjuegos es (NC, Q)
- Ahora supongamos que si el 2 elige Q, el 1 puede iniciar una lucha (L) que les produce una pérdida de 3 a ambos

Confianza y castigo



Nuevo equilibrio

- Vemos que la posibilidad de castigo no le ayuda nada al jugador 1. El resultado en el equilibrio no va a cambiar
- Lo que sí podría cambiar el resultado es que el jugador 1 disfrute de vengarse del jugador 2
- En concreto, supongamos que el jugador 1 gana -3+V, donde V representa una ganancia de utilidad para el 1 por vengarse del 2
- Ahora, si V es suficientemente grande en el equilibrio se puede conseguir el resultado en el que el 1 confía y el 2 reparte a partes iguales

El juego del ultimatum

- Tú y una persona a quién no conoces os vais a repartir 100 euros. Tú haces una propuesta de reparto. A continuación, la otra persona decide si acepta o rechaza tu oferta. Si la acepta, os repartís el dinero de acuerdo a tu propuesta. Si la rechaza, ninguno recibe nada
- ¿Qué oferta debes hacer? De acuerdo a la teoría, deberías proponer quedarte con 99 euros y darle 1 euro al otro
- Si lo haces así, ¿qué crees que va a suceder?
- De hecho, en sucesivos experimentos se ha observado que cuando se ofrece al jugador 2 menos del 30 % del total, la probabilidad de rechazo es muy elevada
- La razón es que esas ofertas son percibidas como injustas

El juego del ultimatum: resultados experimentales

- En experimentos con el juego del ultimátum la media de las ofertas está entre el 40 y el 50 % de la cantidad a repartir, y estas ofertas suelen ser aceptadas. Una oferta típica es (55, 45)
- El jugador que hace las ofertas se comporta de forma racional, puesto que ofrecer 45 significa aproximadamente maximizar el pago esperado, **dada la frecuencia observada de rechazo**
- Es el jugador 2 quien se comporta de manera diferente a lo que predice la teoría, al rechazar ofertas injustas, incluso cuando eso es mejor que nada
- Una de las explicaciones propuestas es que las ofertas muy pequeñas van en contra de las **normas sociales** de comportamiento

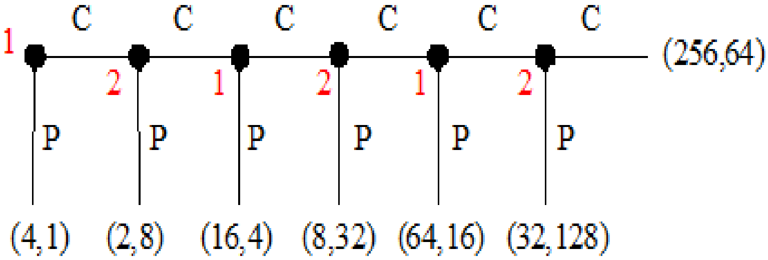
El juego del ultimatum: más explicaciones

- Otra explicación es que el receptor disfruta de fastidiar al oferente, cuando éste hace una oferta injusta. Cuando nos hacen una oferta muy injusta, disfrutamos devolviendo el golpe dejando sin nada a quien creemos que nos intenta tratar mal
- Los resultados pueden cambiar si se cambia la cantidad a repartir. Si la cantidad total es 1000 euros, ¿rechazarías una oferta que te da 100?

El cienpiés

- En la mesa hay en un lado 4 euros y en otro lado 1 euro. El jugador 1 tiene dos opciones, puede elegir parar (P) o continuar (C). Si elige parar el juego se acaba y él se lleva la cantidad más grande (4 euros), mientras que el jugador 2 se lleva la otra cantidad (1 euro). Si decide continuar, las dos cantidades se doblan, a 8 euros y 2 euros
- Ahora el jugador 2 se enfrenta a una decisión similar, entre parar (P) o continuar (C). Si para, él se lleva la cantidad grande (8 euros), dejando la otra para el jugador 1 (2 euros). Si decide continuar, de nuevo ambas cantidades se doblan y le corresponde al jugador 1 decidir
- El juego continúa un máximo de 6 periodos. Si para entonces ninguno de los dos ha parado, el 1 se lleva 256 euros y el 2 se lleva 64 euros

Forma extensiva del cienpiés



Equilibrio en el juego del cienpiés

- ¿Cómo creemos que jugarán los individuos?
- La predicción del EPS es que el jugador 1 elegirá P en la primera jugada. Lo podemos obtener aplicando la inducción hacia atrás
- Hay múltiples equilibrios de Nash, pero en todos ellos el jugador 1 elige P en la primera jugada