
Resumen

Este trabajo presenta la concepción y el desarrollo de un modelo de procesador aritmético especializado para el cálculo numérico exacto con posibilidades de ajuste de la precisión. Se describen los métodos de expresión y procesamiento flexible así como una propuesta de implementación.

El procedimiento de representación de los números aprovecha la circunstancia de que la expresión fraccionaria posicional de todo número racional está formada por una cantidad finita de cifras significativas. A partir del esquema de representación en coma flotante, la incorporación de una mantisa que codifique la parte periódica junto con la flexibilidad en la longitud de los campos del formato da lugar a una función de representación de elementos de \mathbb{Q} . Los operadores sobre este sistema de representación numérica mantienen la capacidad operativa y añaden características de ajuste de la precisión atendiendo a los requerimientos de cada problema. El procesamiento de precisión variable que se aborda es el de las operaciones primitivas de identidad, suma y producto.

La operatoria se apoya en definiciones y teoremas sobre el cálculo de números racionales expresados en notación fraccionaria posicional. El desarrollo de los métodos se sustenta en dos pilares básicos: el diseño basado en esquemas iterativos, el cual permite que el procesamiento alcance a todas las cifras de los operandos y la utilización de memorias con resultados precalculados, lo que garantiza estructuras robustas y posibilidades de reutilización y paralelización. La integración de estos métodos de cálculo se materializa en la concepción de un procesador aritmético especializado que incorpora los elementos adicionales para la correcta gestión de la precisión de los operandos y de los resultados. Una unidad de control de la precisión determinará el grado de aproximación al resultado exacto para cada operación y una unidad flexible de memoria dispondrá la estructura necesaria de almacenamiento para alojar los datos de longitud variable.

Se realizan experimentos que muestran los aspectos relevantes tanto de los métodos como de los resultados. Se toma como base de comparación la capacidad de estos operadores para obtener un resultado exacto y, así, medir la desviación que produce el procesamiento con otros métodos de cálculo convencionales para valorar la oportunidad de su utilización en problemas críticos.

Resum

Aquest treball presenta la concepció i el desenvolupament d'un model de processador aritmètic especialitzat per al càlcul numèric exacte amb possibilitats d'ajustament de la precisió. Descriu els mètodes d'expressió i processament flexible, com també una proposta d'implementació.

El procediment de representació dels nombres aprofita la circumstància que l'expressió fraccionària posicional de tot nombre racional està formada per una quantitat finita de xifres significatives. A partir de l'esquema de representació en coma flotant, la incorporació d'una mantissa que codifique la part periòdica juntament amb la flexibilitat en la longitud dels camps del format dona lloc a una funció de representació d'elements de \mathbb{Q} . Els operadors sobre aquest sistema de representació numèrica mantenen la capacitat operativa i afegeixen característiques d'ajustament de la precisió atenent als requeriments de cada problema. El processament de precisió variable que s'hi aborda és el de les operacions primitives d'identitat, suma i producte.

L'operatòria es fonamenta en definicions i teoremes sobre el càlcul de nombres racionals expressats en notació fraccionària posicional. El

desenvolupament dels mètodes està sustentat en dos pilars bàsics: el disseny basat en esquemes iteratius, que permet que el processament abrace totes les xifres dels operands i la utilització de memòries amb resultats precalculats, cosa que garanteix estructures robustes i possibilitats de reutilització i paral·lelisme. La integració d'aquests mètodes de càlcul es materialitza en la concepció d'un processador aritmètic especialitzat que incorpora els elements addicionals per a la correcta gestió de la precisió dels operands i dels resultats. Una unitat de control de la precisió determinarà el grau d'aproximació al resultat exacte per a cada operació, i una unitat flexible de memòria disposarà l'estructura necessària d'emmagatzematge per a allotjar les dades de longitud variable.

Es fan experiments que mostren els aspectes rellevants tant dels mètodes com dels resultats. Es pren com a base de comparació la capacitat d'aquests operadors per a obtenir un resultat exacte i, així, mesurar la desviació que produeix el processament amb altres mètodes de càlcul convencionals per a valorar l'oportunitat de la seua utilització en problemes crítics.

Abstract

This doctoral dissertation presents a model of specialized arithmetic processor from the scratch to precisely calculate numbers and which also allows further precision adjustment to be made on it. It describes not only expression but flexible processing methods together with an implementation proposal. It is hoped that its outcome will provide a deeper insight when building high performance processors.

The number representation format takes advantage of the fact that the positional fractional expression of any rational number is made up of a finite amount of significant digits. Taking the floating point representation as a starting point, a representation function of any \mathbb{Q} element can be obtained through the addition of one mantissa that codifies the periodic part, given the flexibility the format shows in length. The operators on this numerical representation system maintain the operational capacity and incorporate characteristics of precision adjustment required by each problem. The variable precision processing discussed is the primitive identity, addition and multiplication operations.

The operating process is supported by definitions and theorems on the rational number calculation expressed in positional fractional notation. The development of the methods rests on two basic pillars: iterative design frames, which enable processing to account for all the operand digits and the use of memories containing pre-calculated results, ensuring robust structures parallel designs and further re-use. The integration of these calculation methods accomplishes a specialized arithmetic processor that incorporates the additional elements for the correct management of the precision of operands and results. A precision control unit will determine the degree of proximity the exact result for each operation and, a flexible memory unit will get adequate structure to lodge the data variable in length.

The experiments validate diverse aspects of the methods used and the results obtained. The capacity of these operators to deliver an exact result is taken as base for comparison to measure the deviation shown by conventional calculation method processing and to value its use in solving critical problems.