

Capítulo 4

Modelos para la estimación bayesiana

El paradigma de estimación bayesiana para los robots móviles se basa en la definición probabilística de un modelo del entorno, un modelo de observación y un modelo de movimiento.

El tipo de modelo del entorno (topológico o métrico) influye directamente en la formulación del modelo de observación, así como en el tratamiento del problema del mapeado. El uso de modelos métricos parametrizables, como los que definimos en este capítulo, permite estimar posiciones absolutas del robot, así como buscar, mediante algoritmos de mapeado, los parámetros del mapa que mejor explican una secuencia de movimientos y observaciones del robot.

El modelo de observación de las lecturas de sonares de un robot permite evaluar la probabilidad (verosimilitud) de que unas lecturas se hayan realizado en una determinada posición del entorno. Para que un modelo de observación se ajuste a la realidad hay que considerar una cierta probabilidad de que las lecturas hayan sido producidas por obstáculos o características no modeladas del entorno.

Por último, el modelo de movimiento evalúa la probabilidad de que el robot se encuentre en una posición nueva, dada la posición anterior del mismo y la acción (estimada a partir de la lectura de odometría) realizada.

La calidad de los modelos de observación y de movimiento es la clave de una estimación bayesiana robusta y fiable.

4.1 Mapas del entorno

Un modelo métrico de mapa de entorno permite que los algoritmos de localización determinen la posición absoluta (coordenada x , y y orientación θ) del robot, frente a un modelo topológico en donde la localización no es tan exacta (robot en pasillo, robot al final del pasillo, etc.).

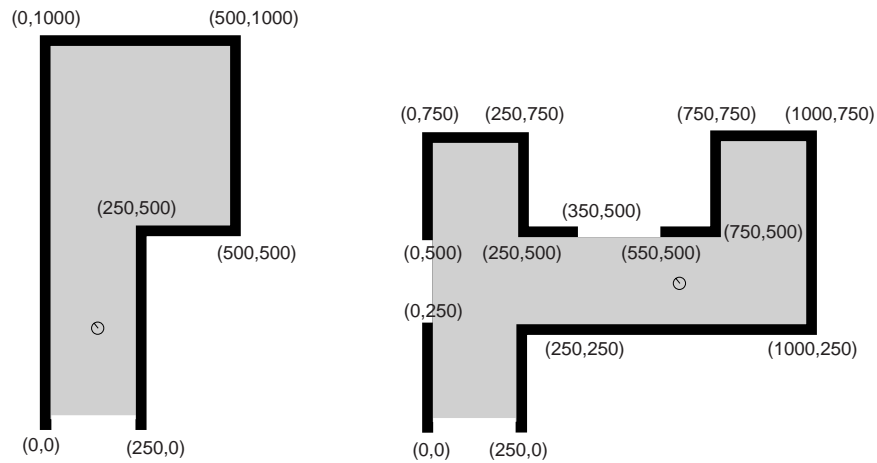


Figura 4.1: Ejemplos de mapas poligonales.

En el capítulo 2 revisamos los distintos modelos de entorno utilizados en la literatura. El modelo que proponemos se acerca a los modelos CAD utilizados por Burgard (Burgard, Fox, Henning, y Schmidt 1996; Burgard, Cremers, Fox, Hahnel, Lakemeyer, Schulz, Steiner, y Thrun 1998), aunque formalizamos su definición utilizando regiones poligonales, que van a permitir construir modelos paramétricos del entorno.

Un mapa del entorno se define mediante una región poligonal (polígono simple cerrado) cuyos vértices (p_1, p_2, \dots, p_n) representan coordenadas en el plano ($p_i = (x, y)$). Las aristas ($a_1 = \overline{p_1 p_2}, a_2 = \overline{p_2 p_3}, \dots, a_n = \overline{p_n p_1}$) representan los límites de la región poligonal y están etiquetadas con ABIERTO o CERRADO, dependiendo de si definen una zona abierta o cerrada (pared). Algunos ejemplos de mapas del entorno se muestran en la figura 4.1.

Las coordenadas de los vértices pueden utilizar un conjunto $\phi = (d_1, \dots, d_n)$ de parámetros para definir modelos genéricos paramétricos. Por ejemplo, en la figura 4.2 se define un modelo con tres parámetros que permite modelar desde un final de pasillo hasta una esquina.

La definición paramétrica de los modelos del entorno permite formular el problema del mapeado como un problema de estimación de parámetros. La utilización de estos parámetros para definir las posiciones de los vertices proporciona libertad suficiente para definir un amplio conjunto de modelos y para introducir restricciones *ad-hoc* que acoten la búsqueda.

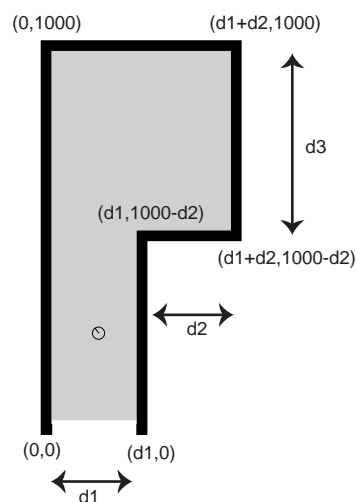


Figura 4.2: Ejemplo de mapa poligonal definido mediante los parámetros d_1 , d_2 y d_3 .

4.2 Modelo de observación

Un modelo de observación proporciona una estimación de la función de densidad $p(\mathbf{z} | \mathbf{x}, \phi)$. Recordemos que en el enfoque bayesiano esta función de densidad mide la verosimilitud de que unas medidas $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)$ hayan sido producidas en una configuración \mathbf{x} del modelo que se está estimando definido por los parámetros ϕ . En nuestro caso (z_1, \dots, z_n) son las lecturas tomadas por un barrido del anillo de sonares del robot móvil, \mathbf{x} son las posiciones del robot en el modelo del entorno y ϕ son los parámetros que definen el mismo.

En adelante supondremos un modelo fijo de entorno, por lo que utilizaremos $p(\mathbf{z} | \mathbf{x})$ en lugar de $p(\mathbf{z} | \mathbf{x}, \phi)$.

Un buen modelo de observación debe adecuarse lo más posible a las probabilidades reales de $p(\mathbf{z} | \mathbf{x})$. Sería ideal construir este modelo a partir de datos estadísticos de las lecturas reales del anillo en diferentes configuraciones del entorno. Sin embargo, el alto número de configuraciones posibles (todas las posiciones del robot en todos los posibles modelos de entorno) y la alta variabilidad de las lecturas hacen, en principio, que este enfoque no sea factible.

Usaremos el modelo del sensor formulado en el capítulo 3 como base de construcción de la función de verosimilitud. Dada una posición del robot en el entorno, podemos obtener lecturas simuladas de los sonares y compararlas con las lecturas reales, dando más verosimilitud a las reales cuanto más se parezcan a las simuladas.

Para simplificar la formulación supongamos que deseamos estimar la verosimilitud de una única lectura z_i obtenida desde la posición \mathbf{x} . Formalmente, el modelo del sensor define una función de probabilidad para las lecturas $\hat{p}(z | \mathbf{x})$, a partir de la que formulamos la verosimilitud de z_i como $\hat{p}(z_i | \mathbf{x})$. Al ser \hat{p} una función de probabilidad sin una fórmula analítica, no es posible evaluar esta verosimilitud directamente. Si embargo, es posible muestrear \hat{p} , aplicando los algoritmos de simulación del modelo del sonar y generar M lecturas simuladas $l_1(\mathbf{x}), \dots, l_M(\mathbf{x})$. Utilizamos, entonces, estas lecturas simuladas para representar \hat{p} como una suma de distribuciones normales centradas en cada una de estas lecturas resultantes. De esta forma, es posible calcular $\hat{p}(z_i | \mathbf{x})$ a partir de estas distribuciones normales. Recordemos que el modelo del sensor ha sido ajustado mediante lecturas reales, por lo que podemos afirmar que la función de verosimilitud se estima, de forma indirecta, a partir de datos reales.

El modelo de observación que se formula en esta sección contempla además la posibilidad de que algunas lecturas hayan sido causadas por obstáculos no modelados.

En los siguientes apartados se formula de forma general la función de probabilidad condicional, considerando las dependencias entre variables aleatorias. Después se concreta el modelo de observación, definiendo cada una de las distribuciones que intervienen en su formulación. Por último se proporcionan ejemplos y resultados del modelo definido.

4.2.1 Formulación general

Las lecturas $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_n)$ son lecturas contiguas de un anillo circular de sonares (las lecturas z_i y z_{i+1} son contiguas, así como la lectura z_1 y la z_n) y todas se realizan en el mismo instante de tiempo t . La orientación asociada a cada lectura de sonar z_i la denominamos θ_i .

Para modelar la posible presencia de obstáculos, se define una variable aleatoria $\Phi = \{o, \bar{o}\}$ con una probabilidad $p(o) = q$ de presencia de un obstáculo y una probabilidad $p(\bar{o}) = 1 - q$ de que no exista obstáculo en la dirección de la lectura de sonar que se está considerando.

De forma general, la verosimilitud del conjunto de lecturas la podemos formular como $p(z_1, z_2, \dots, z_n | \mathbf{x}, \Phi)$, dependiendo del entorno \mathbf{x} y de la existencia de algún obstáculo Φ . Desarrollando la expresión, se obtiene

$$p(z_1, z_2, \dots, z_n | \mathbf{x}, \Phi) = p(z_1 | \mathbf{x}, \Phi) \cdot p(z_2 | z_1, \mathbf{x}, \Phi) \cdot \dots \cdot p(z_n | z_1, z_2, \dots, z_{n-1}, \mathbf{x}, \Phi). \quad (4.1)$$

El caso de que no haya obstáculos en el entorno, consideramos que todas las lecturas son independientes entre sí, dependiendo únicamente de la configuración del entorno

$$p(z_i | z_{j \neq i}, \mathbf{x}, \bar{o}) = p(z_i | \mathbf{x}). \quad (4.2)$$

Sin embargo, las lecturas producidas por obstáculos no las consideramos independientes, ya que suponemos obstáculos con una cierta extensión angular. Por ello, lecturas cercanas angularmente tendrán valores similares, ya que van a ser afectadas por el mismo obstáculo.

Esto lo formulamos definiendo un entorno G_i de lecturas afectadas por un obstáculo detectado por la lectura z_i , y restringiendo a dicho entorno la dependencia entre las variables

$$p(z_i | z_{j \neq i}, \mathbf{x}, o) = p(z_i | z_{j \in G_i}, \mathbf{x}, o), \quad (4.3)$$

donde consideramos como entorno de z_i a las lecturas anterior y posterior

$$G_i = \begin{cases} \{i-1, i+1\} & \text{si } i \in \{2, n-1\} \\ \{n, 2\} & \text{si } i = 1 \\ \{n-1, 1\} & \text{si } i = n \end{cases}$$

Aplicando estas consideraciones a la ecuación (4.1), se puede formular la función de verosimilitud como

$$p(z_1, z_2, \dots, z_n | \mathbf{x}, \Phi) = p(z_1 | \mathbf{x}, \Phi) \cdot p(z_n | z_1, z_{n-1}, \mathbf{x}, \Phi) \cdot \prod_{i=2}^{n-1} p(z_i | z_j, \mathbf{x}, \Phi). \quad (4.4)$$

Para calcular todos los términos de esta expresión, debemos formular las probabilidades condicionales que aparecen en la misma.

Primero detallamos algo más la ecuación (4.3), en donde se formula la probabilidad condicional de una lectura z_i dadas las lecturas contiguas, la representación del entorno y dada la existencia de un obstáculo frente a z_i . Se deben contemplar dos casos: o bien el obstáculo frente a z_i ha sido detectado por alguna lectura contigua, o bien ninguna lectura contigua lo ha detectado. Para ello se descompone el evento o (existencia de un obstáculo frente a z_i) en dos eventos: o_1 , que denota el caso en que el obstáculo ha afectado alguna lectura contigua a z_i y o_2 , que denota el caso contrario. Las probabilidades de ambos eventos deben sumar q :

$$p(o_1) = q_1, \quad p(o_2) = q_2 \quad | \quad q_1 + q_2 = q.$$

En el caso o_1 la probabilidad de z_i depende de los valores de las lecturas contiguas, ya que se supone que alguna de ellas ha detectado el obstáculo que hay frente a z_i y que z_i deberá dar un valor similar a ésta

$$p(z_i | z_{j \neq i}, \mathbf{x}, o_1) = p(z_i | z_{j \in G_i}) \quad (4.5)$$

En el caso o_2 , en el que el obstáculo frente a la lectura no ha sido detectado por ninguna lectura contigua, estas lecturas no aportan ninguna información sobre la posición del obstáculo, por lo que la probabilidad de z_i no depende de ninguna de ellas, sino de la presencia del obstáculo y del entorno

$$p(z_i | z_{j \neq i}, \mathbf{x}, o_2) = p(z_i | \mathbf{x}, o) \quad (4.6)$$

Tras alguna derivación, utilizando teoría básica de probabilidad y las ecuaciones (4.2), (4.5) y (4.6) se llega a las siguientes expresiones (4.7), (4.8) y (4.9) que definen las probabilidades condicionales usadas en la función de verosimilitud anterior (4.4)

$$p(z_i | \mathbf{x}, \Phi) = qp(z_i | \mathbf{x}, o) + (1 - q)p(z_i | \mathbf{x}) \quad (4.7)$$

$$p(z_i | z_{i-1}, \mathbf{x}, \Phi) = q_1p(z_i | z_{i-1}) + q_2p(z_i | \mathbf{x}, o) + (1 - q)p(z_i | \mathbf{x}) \quad (4.8)$$

$$p(z_i | z_{i-1}, z_{i+1}, \mathbf{x}, \Phi) = q_1p(z_i | z_{i-1}, z_{i+1}) + q_2p(z_i | \mathbf{x}, o) + (1 - q)p(z_i | \mathbf{x}) \quad (4.9)$$

La ecuación (4.7) establece que la verosimilitud de z_i depende de la verosimilitud de que dicha lectura haya sido producida por un obstáculo en el entorno \mathbf{x} , ponderada por la probabilidad de que exista un obstáculo, y de la verosimilitud de la lectura dado únicamente el entorno \mathbf{x} , ponderada por la probabilidad de que no exista ningún obstáculo.

Las expresiones (4.8) y (4.9) definen las probabilidades condicionales de una lectura z_i en función de lecturas contiguas, el entorno y la presencia de un obstáculo.

4.2.2 Funciones de probabilidad condicional

En esta sección se definen las funciones de probabilidad condicional en las que se basa la función de verosimilitud (4.4). Estas funciones son $p(z_i | \mathbf{x})$, $p(z_i | \mathbf{x}, o)$, $p(z_i | z_{i-1})$ y $p(z_i | z_{i-1}, z_{i+1})$.

La primera de ellas define la verosimilitud de una lectura z_i dada una posición \mathbf{x} en el entorno.

$$p(z_i | \mathbf{x}) = \sum_{l_i(\mathbf{x})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\left(-\frac{(l_i(\mathbf{x}) - z_i)^2}{2\sigma_1^2}\right) p(l_i(\mathbf{x})) \quad (4.10)$$

Esta densidad se formula como una suma de distribuciones normales con desviaciones típicas σ_1 centradas en las lecturas $l_i(\mathbf{x})$ proporcionadas por el modelo simulado del sonar en la posición \mathbf{x} . Recordemos que $l_i(\mathbf{x})$ es una variable aleatoria definida por el modelo del sonar y que modela la lectura realizada por el sonar en la dirección θ_i en una posición \mathbf{x} del entorno.

La segunda función de densidad define la verosimilitud de una lectura dado un obstáculo y una posición.

$$p(z_i | \mathbf{x}, o) = \begin{cases} 1/(K_s - r_i(\mathbf{x})) & K_s \leq z_i \leq r_i(\mathbf{x}) \\ 0 & \text{para cualquier otro valor} \end{cases} \quad (4.11)$$

Esta densidad se define como una distribución uniforme en el intervalo $(K_s, r_i(\mathbf{x}))$, siendo K_s la distancia de seguridad de los métodos de navegación local (distancia en la que es seguro que no existirá un obstáculo) y $r_i(\mathbf{x})$ la menor distancia desde \mathbf{x} a un segmento del entorno en la dirección θ_i .

Por último, las distribuciones condicionales $p(z_i | z_j)$ y $p(z_i | z_j, z_k)$ se modelan, respectivamente, como una distribución normal centrada en z_j y como una suma de dos normales centradas en z_j y z_k en el segundo.

$$p(z_i | z_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\left(-\frac{(z_i - z_j)^2}{2\sigma_2^2}\right) \quad (4.12)$$

$$p(z_i | z_j, z_k) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_3} \exp\left(-\frac{(z_i - z_j)^2}{2\sigma_3^2}\right) + \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\sigma_3} \exp\left(-\frac{(z_i - z_k)^2}{2\sigma_3^2}\right). \quad (4.13)$$

4.2.3 Experimentos

En esta sección presentamos un ejemplo representativo del funcionamiento del modelo de observación.



Figura 4.3: Representación de la función de densidad de las lecturas del sonar, $p(z_i | \mathbf{x})$, para una posición (x, y) fija del robot en un entorno de final de pasillo centrado en la posición en la que se han tomado las lecturas. A la izquierda nuestro modelo, a la derecha el modelo de (Burgard, Cremers, Fox, Hahnel, Lakemeyer, Schulz, Steiner, y Thrun 1998).



Figura 4.4: Situación de PIXIE en el experimento con el modelo de observación.

Utilizamos la función de verosimilitud $p(\mathbf{z} | \mathbf{x})$ para encontrar la posición de máxima verosimilitud de PIXIE en un final de pasillo, a partir de lecturas realizadas por su anillo de sonares. Comprobaremos que la función de probabilidad propuesta mejora mucho los resultados que se obtienen utilizando un modelo más sencillo del sensor, como el propuesto por (Fox, Burgard, Thrun, y Cremers 1998b). En este modelo se simula la distancia obtenida por un sonar como la distancia al elemento del entorno más cercano en la orientación del sonar. En la figura 4.3 se muestran las funciones de densidad producidas por cada uno de los modelos.

Es importante resaltar, para colocar los resultados en su justa medida, que el barrido se han extraído del conjunto de lecturas de la figura 3.8, lecturas con una gran cantidad de ruido producido por la presencia en el pasillo de múltiples columnas y por la abundancia de puertas (ver fotografía en la figura 4.4).

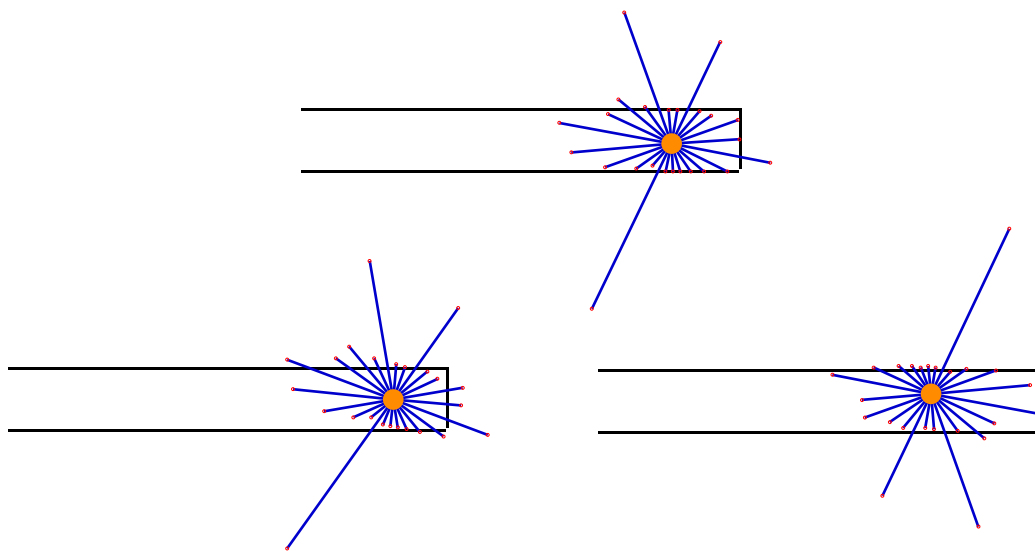


Figura 4.5: Superior: Barrido de 24 lecturas del anillo de sonares en la posición del robot en la que se tomó el barrido. Inferior izquierda: posición de máxima verosimilitud con la función propuesta. Inferior derecha: posición de máxima verosimilitud con la función simplificada.

El experimento ha consistido en, dadas unas lecturas de los sonares (ver figura 4.5), buscar la localización $\mathbf{x} = (x, y, \theta)$ de *máxima verosimilitud* (\mathbf{x}_{MV}) suponiendo conocido las dimensiones del final del pasillo.

Esta localización es aquella para la que el modelo de observación devuelve una probabilidad máxima, esto es

$$\mathbf{x}_{MV} = \arg \max_{\mathbf{x}} p(\mathbf{z} | \mathbf{x}).$$

En este ejemplo no se considera el modelo de movimiento del robot, ni las probabilidades a priori de las configuraciones, ya que se pretende mostrar el comportamiento aislado de la función de verosimilitud.

Las tres componentes de la posición se han discretizado para poder llevar a cabo la experimentación. Se ha calculado, para el barrido de lecturas \mathbf{z} , su verosimilitud $p(\mathbf{z} | x, y, \theta)$, con

$$H_x = \{20, 40, 60, \dots, 420\} \quad (21 \text{ hipótesis})$$

Parámetros	Valores reales	Máxima verosimilitud 1	Máxima verosimilitud 2
x	190 cms.	150 cms.	290 cms.
y	80 cms.	90 cms.	110 cms.
θ	180 grad.	170 grad.	0 grad.

Tabla 4.1: Comparación de la posición real de PIXIE (primera columna) con de las posiciones de máxima verosimilitud de nuestro modelo de observación (segunda columna) y del modelo de observación de Fox (tercera columna).

$$H_y = \{20, 40, 60, 80, 100\} \quad (5 \text{ hipótesis})$$

$$H_\theta = \{9, 18, 27, \dots, 360\} \quad (40 \text{ hipótesis})$$

El resumen de la comparación entre ambos modelos de observación se muestra en la tabla 4.1. Se puede comprobar que la corrección del modelo propuesto es, en este caso, mucho mayor que la del propuesto por Fox. La posición real del robot es (190,90,180), la calculado con nuestro modelo es (150,90,170) y la calculada con el modelo de Fox es (290,110,0).

Es interesante observar qué valores de probabilidad calculan los modelos de observación para el todas las posibles posiciones del robot. Para ello representamos (figuras 4.6 y 4.7) los las probabilidades marginales de dos de los parámetros variando el tercero. Podemos comprobar que el modelo de observación propuesto es más sensible y selectivo (además de exacto) que el de Fox.

Por último, en la figura 4.8 se representa la verosimilitud marginal de x e y con respecto a θ ,

$$p(\mathbf{z} | t_x, t_y) = \sum_{\theta \in H_\theta} p(\mathbf{z} | t_x, t_y, \theta).$$

Esta marginal puede entenderse como la información que proporciona la función de verosimilitud sobre la localización de PIXIE en el pasillo.

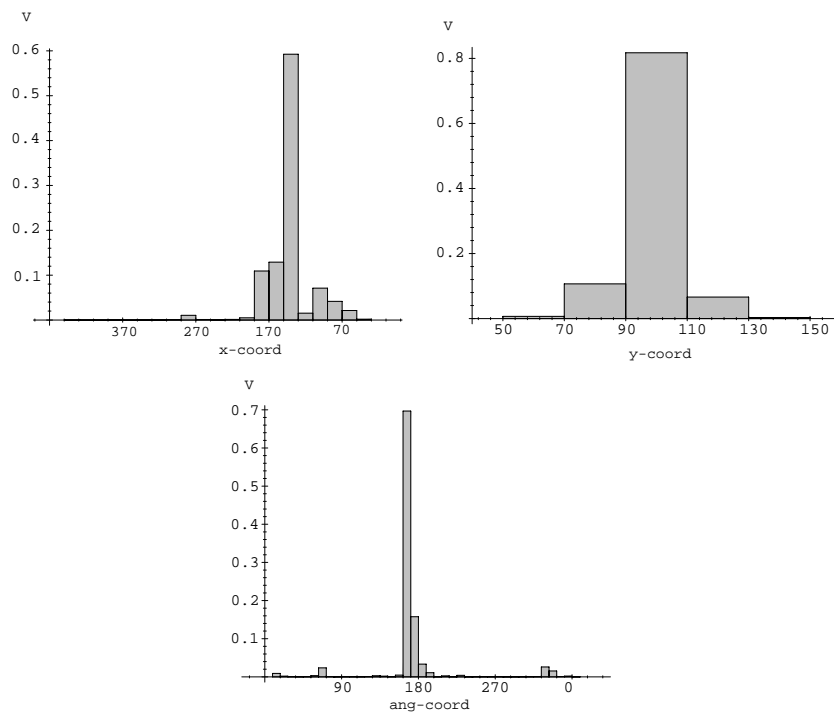


Figura 4.6: Función de verosimilitud propuesta. Verosimilitudes marginales de x , y y θ . Posición real del robot: $x = 190$, $y = 80$, $\theta = 180$.

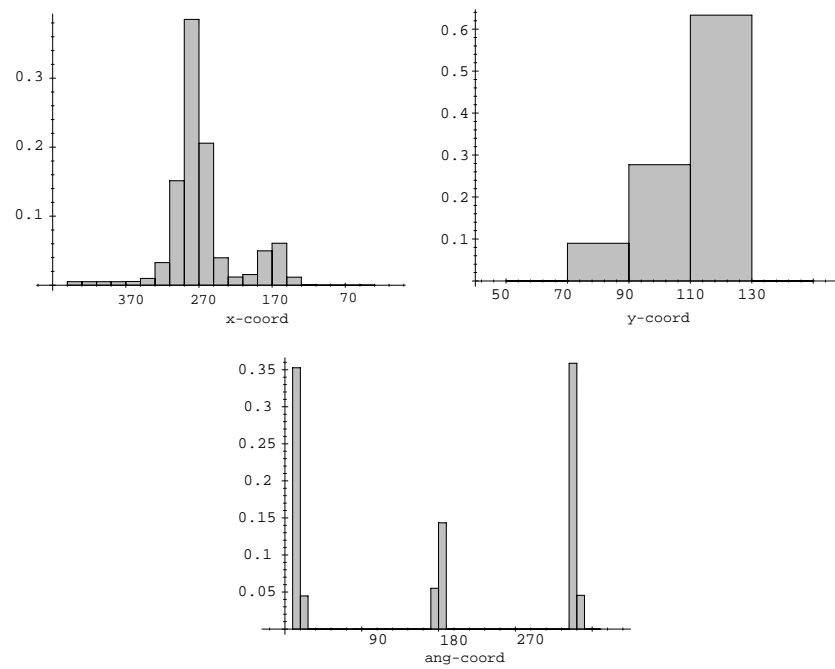


Figura 4.7: Función de verosimilitud de Fox. Verosimilitudes marginales de x , y y θ . Posición real del robot: $x = 190$, $y = 80$, $\theta = 180$.

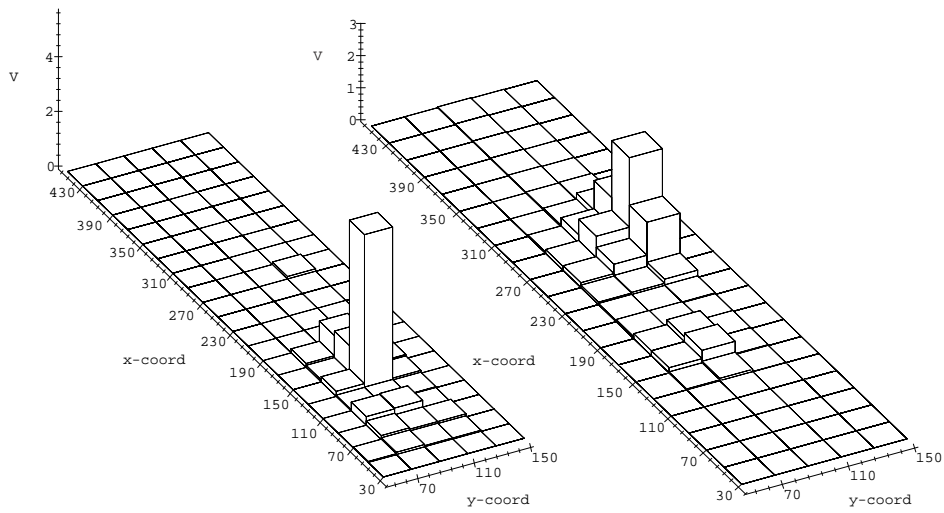


Figura 4.8: Funciones de verosimilitud marginal de x e y con respecto a la orientación. Izquierda: función propuesta. Derecha: función de Fox. Posición real del robot: $x = 190$, $y = 80$, $\theta = 180$.

4.3 Modelo dinámico

En muchos problemas de estimación temporal (seguimiento de objetos en imágenes, por ejemplo) el sistema no proporciona ninguna información sobre su evolución o es muy complicada la obtención de la misma. Por ejemplo, supongamos la primera instantánea de una película de una persona caminando. En ausencia de más información es muy complicado dar una estimación de hacia dónde se moverá la imagen de la persona. Es necesario entonces suponer un modelo a priori de la evolución temporal del sistema. Por ejemplo, se puede suponer que en el tipo de secuencias que se analizan las personas se mueven hacia la derecha, o se mueven con una velocidad constante.

En el caso de los robots móviles, sin embargo, se tiene la ventaja de que el sistema proporciona información de su evolución, mediante lo que se denomina *odometría*. El robot va integrando los incrementos de posición x , y y de orientación θ medidos con contadores (*shaft encoders*) situados en sus partes móviles. Estas medidas permiten estimar incrementos pequeños de posición del robot, pero no es aconsejable su uso para localizarlo en periodos largos, debido al alto error acumulativo de las mismas.

El modelo de movimiento del robot se puede formular, pues, a partir de las posiciones del robot proporcionadas por la odometría. Supongamos que las posiciones estimadas por odometría en el instante anterior son $(\hat{x}_{t-1}, \hat{y}_{t-1}, \hat{\theta}_{t-1})$, y en el instante actual $(\hat{x}_t, \hat{y}_t, \hat{\theta}_t)$. El desplazamiento lineal del robot estimado por odometría $\Delta_{t-1}\hat{d}$ entre el instante $t-1$ y el t y el desplazamiento angular del mismo $\Delta_{t-1}\hat{\theta}$ se pueden estimar como

$$\Delta_{t-1}\hat{d} = \sqrt{(\hat{x}_t - \hat{x}_{t-1})^2 + (\hat{y}_t - \hat{y}_{t-1})^2} \quad (4.14)$$

$$\Delta_{t-1}\hat{\theta} = \hat{\theta}_t - \hat{\theta}_{t-1} \quad (4.15)$$

Podemos definir entonces una variable aleatoria, $\Delta_{t-1}d$ que define el desplazamiento real del robot dado un desplazamiento $\Delta_{t-1}\hat{d}$ medido mediante la odometría. Su función de densidad se define como una distribución normal de media $\Delta_{t-1}\hat{d}$ y desviación típica σ_d

$$p(\Delta_{t-1}d | \Delta_{t-1}\hat{d}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_d} \exp\left(-\frac{(\Delta_{t-1}d - \Delta_{t-1}\hat{d})^2}{2\sigma_d^2}\right) \quad (4.16)$$

Una vez definida la variable aleatoria $\Delta_{t-1}d$ es posible formular las posiciones del robot en el instante t , x_t e y_t , como variables aleatorias calculadas a partir de $\Delta_{t-1}d$, y de las posiciones en el instante anterior

$$x_t = x_{t-1} + d \cos(\theta_{t-1}) \quad (4.17)$$

$$y_t = y_{t-1} + d \sin(\theta_{t-1}). \quad (4.18)$$

Las funciones de densidad de x_t e y_t se pueden calcular y muestrear a partir de las ecuaciones 4.15, 4.16 y 4.18.

La orientación del robot en el instante t , θ_t , la formulamos también como una variable aleatoria con función de densidad normal centrada en la orientación estimada

$$p(\theta_t | \Delta_{t-1} \hat{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left(-\frac{(\theta_t - (\theta_{t-1} + \Delta_{t-1} \hat{\theta}))^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \quad (4.19)$$

4.4 Discusión

En este capítulo se han propuesto distintos modelos necesarios para la localización y el mapeado bayesianos.

En primer lugar, se ha presentado un modelo paramétrico de mapa de entorno, basado en regiones poligonales. La posibilidad de definir las posiciones de sus vértices de forma paramétrica dota al modelo de gran flexibilidad y permite formular de forma sencilla restricciones geométricas en los mapas de entorno.

En segundo lugar, se ha propuesto un modelo de observación robusto basado en el modelo del sonar del capítulo anterior y en una formulación probabilística que contempla la posible presencia en el entorno de obstáculos no modelados. Se ha comprobado, con datos obtenidos del robot PIXIE, que el modelo es más robusto y fiable que otros modelos más simples presentados en la literatura.

Por último, se ha presentado un modelo de movimiento que define la probabilidad de localización del robot, dado una localización anterior y unos datos de odometría.

