

Capítulo 3

Un modelo estocástico del sonar

Un buen modelo del sonar proporciona una estimación correcta de las lecturas reales que el sensor realizaría dado un entorno conocido. Esta estimación nos va a permitir formular una función de verosimilitud, con la que, dado un modelo del entorno, unos datos leídos y una posición del robot, sea posible determinar la probabilidad de que los datos hayan sido realmente percibidos en ese entorno y en esa posición.

La función de verosimilitud de las lecturas del sonar será el elemento clave de los algoritmos de localización y mapeado.

3.1 Introducción

La palabra sonar deriva del inglés *SOund NAVigation and Ranging*, y se suele utilizar para denominar dispositivos que detectan y localizan objetos submarinos mediante la emisión de ondas de sonido y el cálculo del tiempo de recepción del eco rebotado. Por extensión, reciben el mismo nombre los *sensores de distancia* de uso en robots móviles, basados en la emisión de pulsos de ultrasonidos y en la medición de la distancia de los obstáculos por el tiempo de recepción del eco.

A pesar del alto nivel de ruido existente en sus lecturas, los sonares se han convertido en el sensor de distancia típico de los robots móviles. Se ha utilizado el sonar, por ejemplo, para detectar obstáculos (Arkin 1989; Borenstein y Korem 1991), construir mapas de ocupación del entorno (Elfes 1989) o localizar la posición del robot en un entorno previamente conocido (Drumheller 1987).

El alto nivel de incertidumbre de las lecturas del sonar aconseja tratarlas mediante alguna técnica basada en modelos probabilísticos bayesianos (Fukunaga 1990) (incluyendo el *filtro de Kalman* y sus variantes (Dean y Wellman 1991)). De hecho, este tipo de enfoques se han aplicado al sonar desde los comienzos de la investigación en robótica móvil (Moravec y Elfes

1985; Matthies y Elfes 1988), aunque es en la actualidad cuando comienza a reconocerse plenamente su utilidad (Koenig y Simmons 1998; Fox, Burgard, Thrun, y Cremers 1998b; Thrun 1998).

En los enfoques bayesianos, como el propuesto en esta tesis, tiene una importancia fundamental realizar un cálculo correcto de la verosimilitud, y para ello es indispensable un buen modelo del sensor.

Este trabajo propone una función multimodal de verosimilitud de un sonar genérico basada en un modelo novedoso y realista del sensor que incorpora características no contempladas hasta el momento. El modelo parte de la formulación de Barshan (Barshan y Kuc 1990), a la que añadimos la utilización de una técnica equivalente al trazado de rayos (Watt y Watt 1992) para simular todas las posibles trayectorias de los haces de ultrasonidos emitidos por el transductor. De esta forma es posible simular lecturas que, hasta el momento, eran despreciadas como errores del sonar y, sin embargo, pueden ser modeladas correctamente mediante *dobles rebotes*.

Todas las medidas y experimentos presentado en este trabajo han sido realizados con el anillo de 24 sonares de PIXIE (ver figura 3.1).

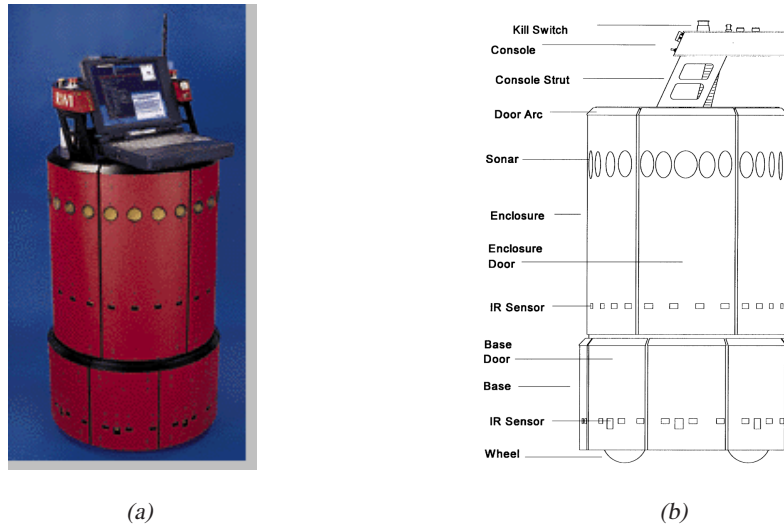


Figura 3.1: PIXIE, robot móvil RWI B-21 con el que se ha realizado la experimentación: (a) fotografía, (b) esquema mostrando sus elementos.

En el apartado 2 describiremos las características principales de los transductores de ultrasonidos, presentando datos reales del anillo de sonares. En el apartado 3 se propone

un modelo empírico de interacción entre un haz de ultrasonidos y el entorno. Este modelo se utiliza como base del algoritmo de trazado de rayos especificado en el apartado 4. En este apartado también se detallan los distintos parámetros que permiten ajustar el modelo a las lecturas reales, y se estudian los resultados obtenidos por el algoritmo de simulación, examinándose cómo varían dichos resultados en función de los valores dados a parámetros del modelo. Por último se comparan dichos resultados con lecturas reales y se realiza el ajuste de los parámetros a los datos reales. En el último apartado se formula la verosimilitud multimodal de las lecturas de un sonar y de un anillo basándose en el modelo planteado.

3.2 Características del sonar

Veremos en este apartado las características de los sensores de ultrasonidos Polaroid y explicaremos el funcionamiento usual de los anillos de sonares usados habitualmente en los robots móviles. Enumeraremos los distintos problemas inherentes a los sensores de ultrasonidos de este tipo y, por último, presentaremos datos experimentales de lecturas realizadas en distintos entornos y condiciones.

3.2.1 Funcionamiento del transductor de ultrasonidos Polaroid

Un transductor Polaroid (Polaroid Corp. 1984) tiene una forma circular, con un diámetro de unos 5 cm. Una fotografía de un sensor de este tipo aparece en la figura 3.2.

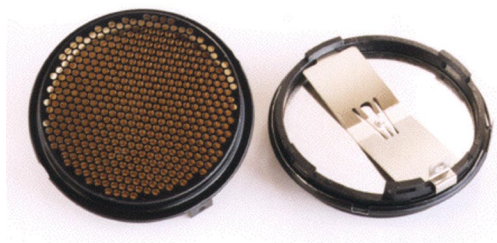


Figura 3.2: Fotografía de uno de los transductores Polaroid con los que se ha realizado la experimentación.

El transductor actúa como emisor y como receptor de señales de ultrasonidos. En su funcionamiento como emisor, envía frontalmente un breve tren de pulsos de ultrasonidos de unos 50 kHz. con el perfil de intensidad que aparece en la figura 3.3. Este perfil determina un haz principal de sonido en forma de cono con una extensión angular de unos 15° a ambos

lados del eje central en el que está orientado el transductor. A mayor distancia angular la intensidad del sonido decae exponencialmente.

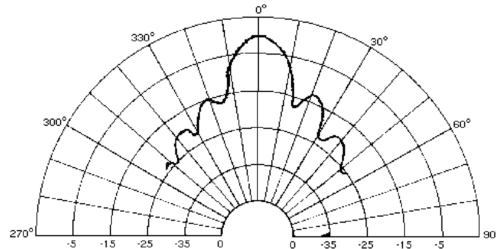


Figura 3.3: Patrón de intensidad de emisión de ultrasonidos (en dB) en función de la distancia angular al eje de orientación del transductor.

La duración del tren de ultrasonidos suele ser de alrededor de 1 ms. Después de haber emitido los pulsos, el sensor pasa a modo receptor, esperando los ecos procedentes de los obstáculos. Un amplificador va aumentando de forma calculada su ganancia para eliminar el efecto de atenuación del sonido con la distancia. Los ecos recibidos (ver figura 3.4) se filtran mediante un sencillo algoritmo de umbralización, y aquellos que sobrepasen el umbral de intensidad especificado se interpretan como ecos procedentes de un obstáculo. Tanto el umbral de intensidad como la ganancia se modifican manualmente en el proceso de calibración del sensor. Debido a ello es bastante probable que existan variaciones importantes en las lecturas proporcionadas por distintos sonares.

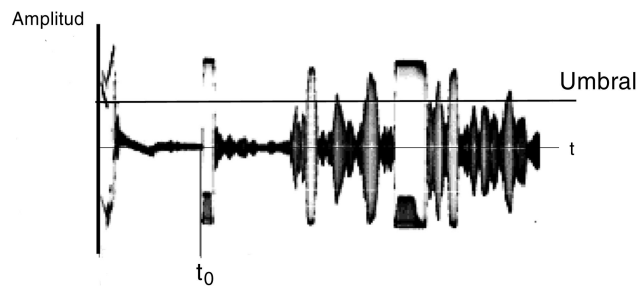


Figura 3.4: Eco de un pulso de ultrasonidos con múltiples reflexiones.

Una vez detectado un eco se calcula la distancia al objeto que lo ha producido mediante el tiempo transcurrido (*TOF* – *Time Of Flight*) desde la emisión del pulso hasta la recepción

del eco. En la figura 3.4 esto sucede, para el primer obstáculo, en el instante marcado como t_0 . A partir del TOF se obtiene, mediante la siguiente fórmula, la distancia R_0 a la que está situada el obstáculo.

$$R_0 = \frac{ct_0}{2}, \quad (3.1)$$

donde c es la velocidad del sonido en el aire ¹.

El sensor puede funcionar detectando el obstáculo más cercano o bien puede devolver los *TOF* de las lecturas que superan el umbral en un determinado intervalo de tiempo después de emitido el pulso. Todos los experimentos se han realizado con el sensor funcionando en el primer modo. Si, después de un intervalo de tiempo predefinido, no se detecta ningún eco, el sensor devuelve un valor máximo arbitrario.

3.2.2 Errores de medida en las lecturas del sensor de ultrasonidos

En muchas ocasiones las lecturas realizadas por un sensor de ultrasonidos contienen errores debido fundamentalmente a dos factores: la extensión angular del haz de sonido y la inclinación de los obstáculos frente al sensor.

Estos dos factores producen tres tipos fundamentales de errores, que enumeramos a continuación.

1. No recepción del eco por un ángulo de incidencia demasiado grande.

Como se representa en la figura 3.5 (a), un obstáculo demasiado inclinado con respecto al eje principal del sensor hace que el eco del pulso de sonido se pierda y no sea recogido por el transductor. Las inclinaciones a partir de las que este error comienza a producirse dependen principalmente de la extensión angular del haz. Cuando se produce este error, el sensor detecta un espacio vacío frente a él.

2. Incertidumbre de la distancia debido a la extensión angular del haz.

Cuando el ángulo entre el transductor y el obstáculo no es tan grande como para que se produzca el error anterior, se produce otro error de medición debido a que el eco devuelto por el obstáculo no es el procedente de la zona central del cono de sonido, sino de una zona periférica del mismo. En la figura 3.5 (b), se puede observar que el primer eco que llega al transductor es el procedente del lado izquierdo del haz, realizándose una medida de la pared menor de la existente en realidad.

3. Dobles rebotes.

¹340 m/s.

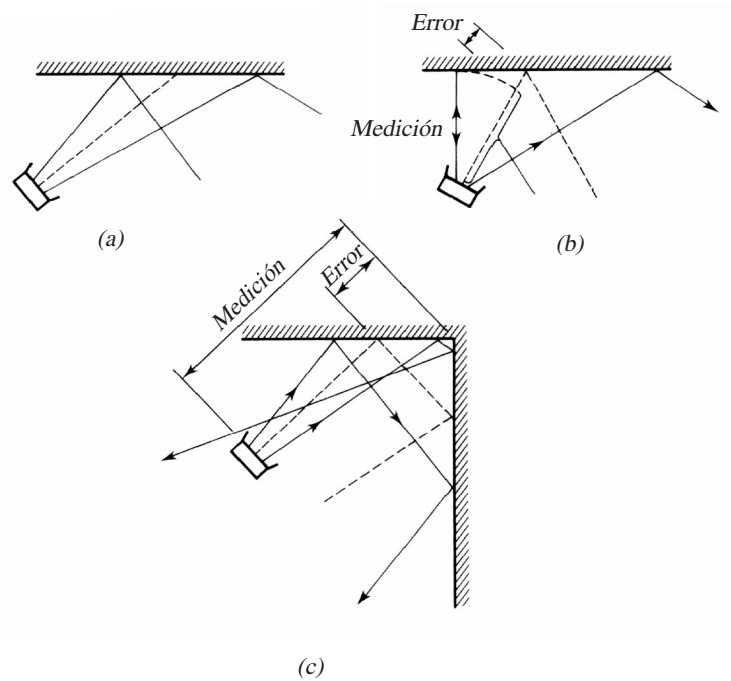


Figura 3.5: Tres tipos de errores de medición del sensor del sensor de ultrasonidos. En (a) el eco no se recibe debido a que rebota alejándose del transductor. En (b) se realiza una medida menor de la que existe en realidad debido a la extensión angular del haz de sonido. En (c) se realiza una medida mayor de la que existe en realidad debido a la recepción de un doble rebote producido por una esquina.

En el caso de la primera situación, en la que el eco es reflejado fuera del transductor, si la onda de sonido reflejada incide en otro obstáculo, es posible que éste refleje a su vez el sonido en la dirección del transductor. Este es el caso denominado como de un *doble rebote* y sucede principalmente en lecturas realizadas en configuraciones de esquina (ver figura 3.5 (c)). En este caso la lectura devuelta por el sensor es mayor que la existente en la realidad.

Estos errores de medición no se producen aleatoriamente, sino que se deben a factores que pueden ser cuantificados y modelados (extensión angular del haz, ángulo entre el eje del transductor y el obstáculo frente al transductor y disposición de los obstáculos en el entorno). En las secciones siguientes veremos cómo realizar esta modelización.

3.2.3 Anillo de sonares

Debido a la baja resolución de los sonares, lo normal es que no se utilicen individualmente, sino agrupados en ciertas disposiciones típicas. La más habitual de ellas, sobre todo para robots móviles circulares, es la de anillo con 12 o 24 sonares. Un anillo de 24 sonares determina que cada uno de ellos va a vigilar una zona angular de 15° . Esto es consistente con la resolución de los sensores y garantiza que todo el espacio alrededor del robot estará cubierto.

Un primer problema de los anillos de sonares es la posible existencia de lecturas cruzadas (*crosstalks* en inglés) entre sonares cercanos. Esto es, si disparamos dos transductores cercanos simultáneamente, es posible que los pulsos de sonido de uno de ellos activen el otro. Una manera de evitar los *crosstalks* consiste en activar los sensores en grupos de 4 unidades situadas en posiciones opuestas. De esta forma, después de 6 lecturas se habrá realizado una lectura completa de todo el anillo de 24 sonares. Todo el proceso dura unos 250 ms., dando tiempo a completar hasta 4 lecturas cada segundo. Es posible registrar de forma independiente el instante de tiempo en el que se ha realizado la lectura de cada uno de los sensores, lo que será de gran utilidad cuando se utilicen estas lecturas para realizar un seguimiento de la posición real del robot en movimiento, o de las características del entorno frente a él.

Existen enfoques mucho más sofisticados para temporizar las lecturas de los transductores de un anillo de sonares, como el propuesto por Borenstein y Koren en (Borenstein y Koren 1995). Con este método se consigue mejorar la velocidad de las lecturas entre 5 y 10 veces con respecto al método presentado previamente. Sin embargo, para la experimentación y para las aplicaciones que presentaremos, no hemos necesitado aumentar la velocidad de lectura del anillo.

Otro importante problema de los anillos, que no suele citarse en la literatura, es el problema de la distinta calibración de los sonares que lo componen. Es muy difícil ajustar todos los potenciómetros de todos los transductores para que proporcionen las mismas lecturas. En el siguiente apartado presentamos algunas lecturas realizadas por distintos sonares de un mismo anillo que evidencian el problema. La solución que proponemos pasa por considerar cada uno de los sonares de forma independiente, ajustando el modelo de sensor a cada uno de ellos.

3.2.4 Experimentación

Todos los resultados presentados en esta sección han sido obtenidos a partir de lecturas del anillo de sonares del robot móvil mencionado en la introducción.

En la figura 3.6 se muestran 130 lecturas de un mismo sonar del anillo obtenidas mediante un giro de 360° del robot.

La interpretación de las lecturas de la figura anterior se realiza en la figura 3.7, en donde se puede comprobar los errores ya mencionados propios de los sensores de ultrasonidos. Se han redondeado las lecturas producidas por dobles rebotes.

En la figura 3.8 se muestran las lecturas de distancia obtenidas por el anillo de sonares con el robot moviéndose a lo largo de un pasillo.

Por último, en la figura 3.9 se puede observar el problema de la calibración del anillo. Se puede comprobar que las lecturas tomadas por dos sonares distintos en diferentes posiciones de la habitación son bastante dispares, sobre todo en aquellos casos en las que el ángulo entre el sonar y el obstáculo es bastante pronunciado.

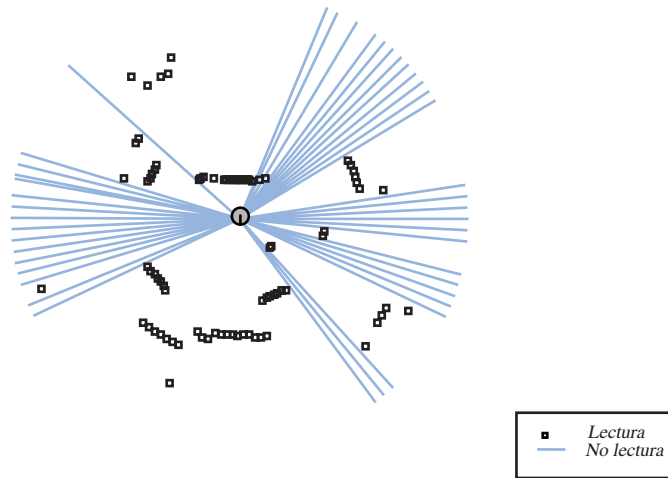


Figura 3.6: 130 lecturas de un sonar del anillo con el robot girando a una velocidad de $5^\circ/s$. Se dibujan como rectas aquellas lecturas que no detectan ningún obstáculo.

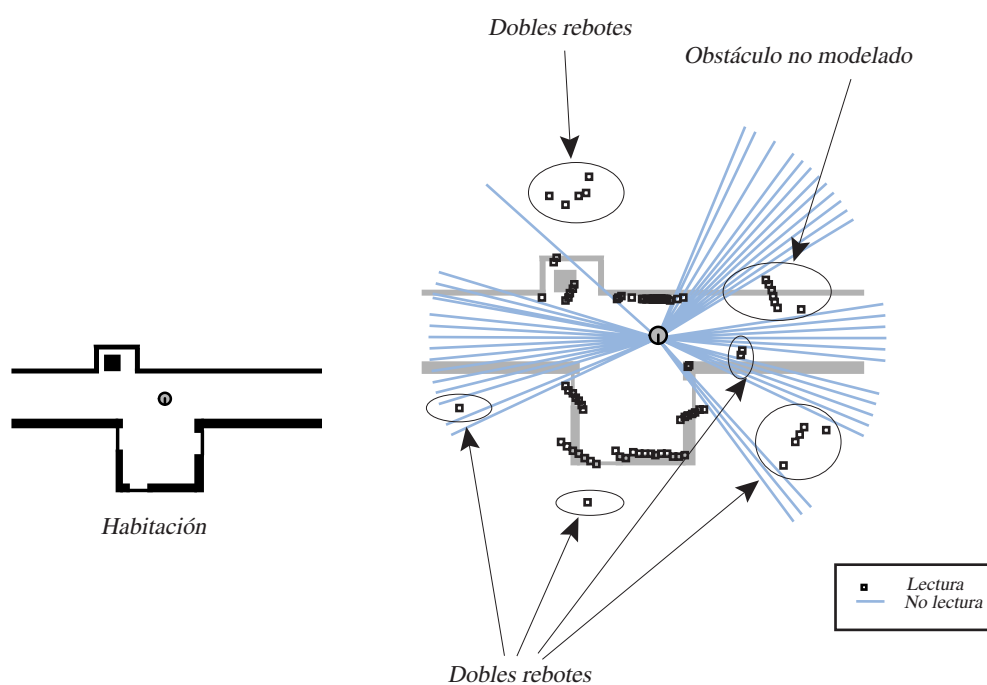


Figura 3.7: Representación de las lecturas de la figura 3.6 sobre la habitación en la que se realizó el experimento.

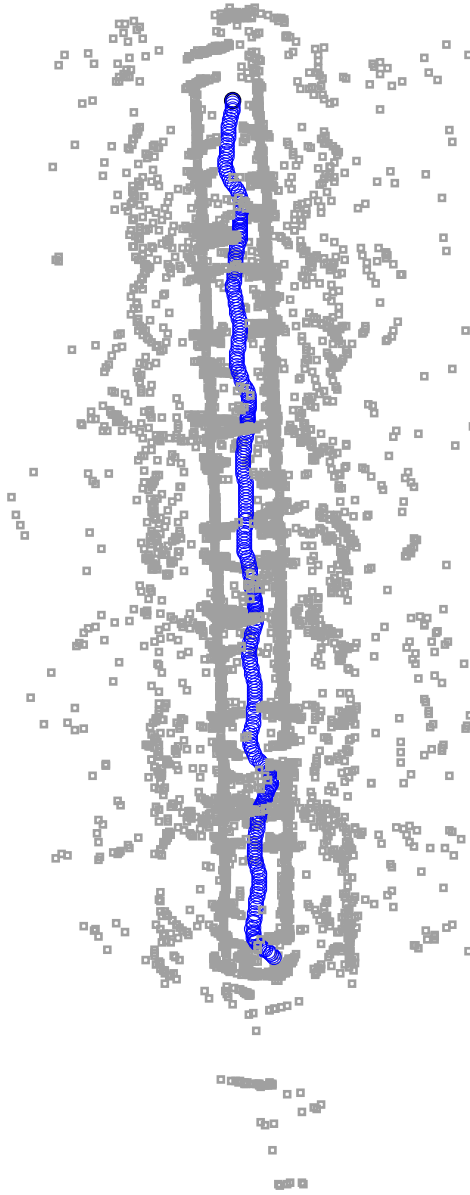


Figura 3.8: Lecturas del anillo de sonares de PIXIE obtenidas con el robot moviéndose a lo largo de un pasillo de 26 metros de largo y 1.6 metros de ancho.

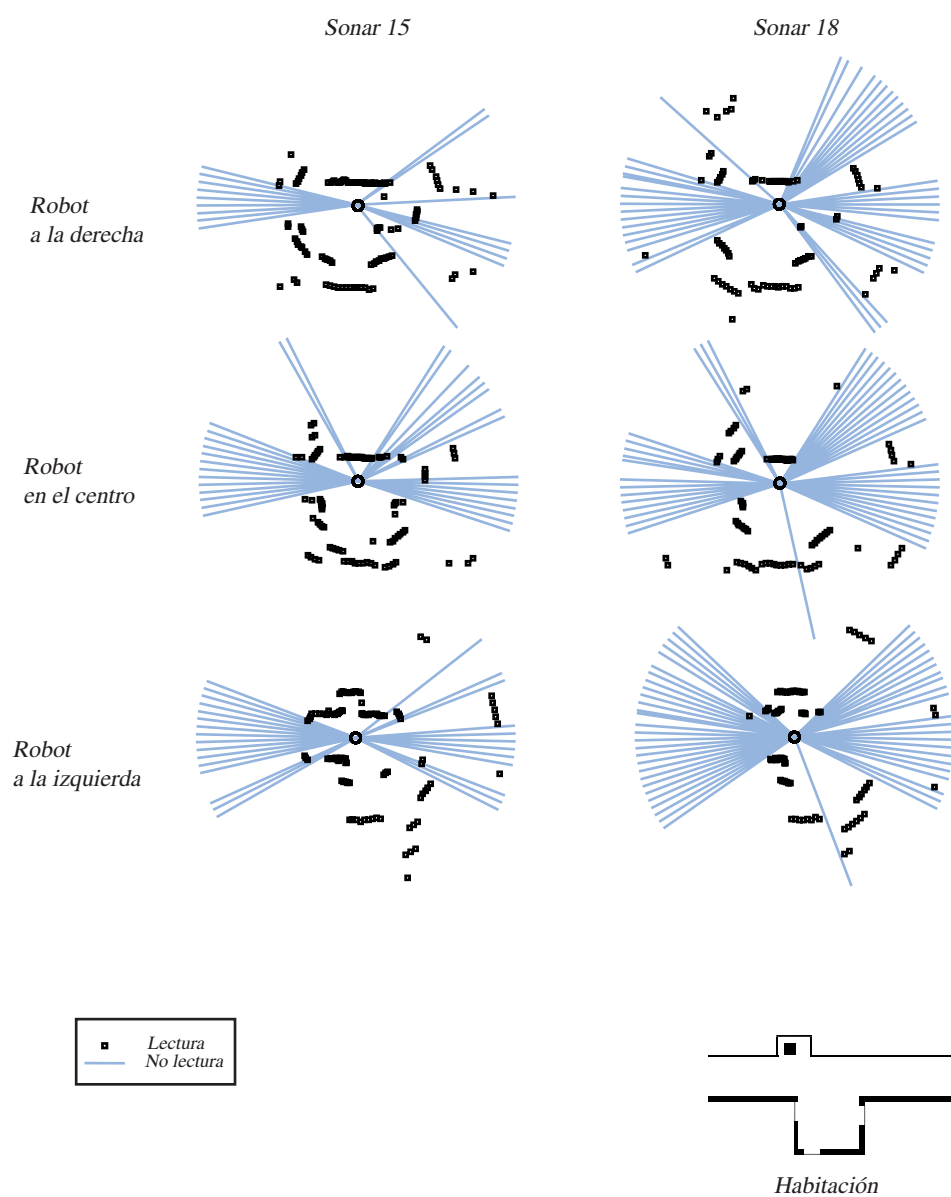


Figura 3.9: Lecturas de los sonares 15 (izquierda) y 18 (derecha) del anillo, con el robot situado en distintas posiciones (de arriba a abajo) de un recinto.

3.3 Modelo de interacción del sensor de ultrasonidos

Kuc (Kuc y Siegel 1987) formula, basándose en conceptos de acústica y teoría de sistemas lineales, un modelo físico que simula la interacción de las ondas del pulso de ultrasonidos con planos y esquinas del entorno. Los resultados son correctos, pero la complejidad computacional del modelo es muy grande.

En la propuesta de Barshan (Barshan y Kuc 1990), de amplia aceptación en la actualidad (Henderson, Bruderlin, Dekhil, Schenkat, y Veigel 1996; Ko, Kim, y Chung 1996; Ayrulu, Barshan, y Utete 1997), se simplifican las ecuaciones anteriores, desarrollándose expresiones analíticas más sencillas y eficientes de computar. Leonard (Leonard y Durrant-Whyte 1992) adapta el modelo de Barshan a diferentes tipos de obstáculos, como son planos, esquinas, aristas y cilindros. El modelo simula el sonar frente a un obstáculo plano, modelando correctamente los problemas de no recepción del eco y de incertidumbre en la distancia, pero dejando sin tratar los efectos de los dobles rebotes. Todos estos modelos tienen un carácter local ya que descomponen el entorno en el que se realiza la simulación en elementos individuales y modelan el comportamiento del sonar con cada uno de los elementos (ver figura 3.10).

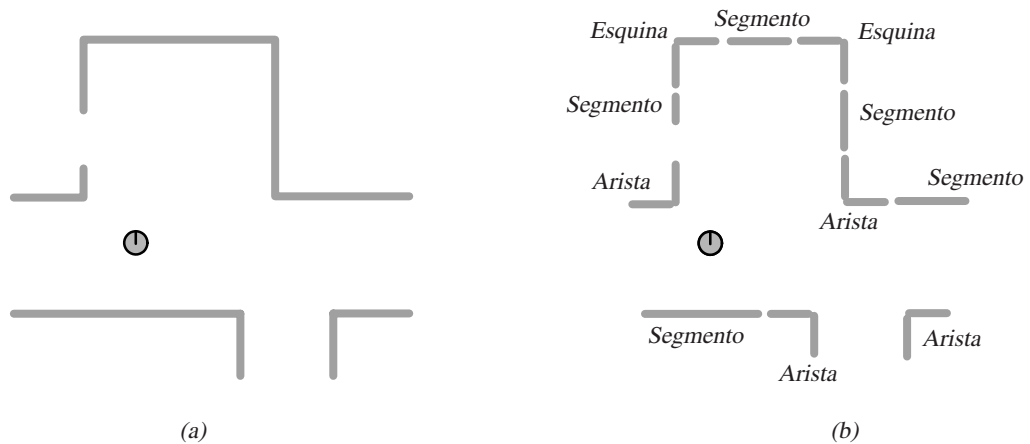


Figura 3.10: Los modelos del sonar de Barshan (Barshan y Kuc 1990) o Leonard (Leonard y Durrant-Whyte 1992) descomponen un entorno (a) en elementos individuales (b) (aristas, esquinas y segmentos) y simulan la interacción del sonar con cada uno de los elementos.

Frente a estos modelos locales existen propuestas globales, procedentes del campo de la acústica, que simulan correctamente el comportamiento del sonido en una sala. En particular, se ha propuesto con éxito la utilización del trazado de rayos (*ray-tracing*) (Watt y Watt 1992)

y de variantes suyas como el *cone tracing* y el *pyramid tracing* para resolver el problema de los rebotes indirectos de los ecos con el entorno (Ondet y Babry 1989; Stephenson 1990; Vian y van Maercke 1986).

Formulamos en este apartado una extensión del modelo de Barshan que, con una implementación eficiente, contempla los rebotes de los ecos con el entorno mediante una variante del algoritmo básico del trazado de rayos.

3.3.1 Modelo físico del sensor de ultrasonidos

Cuando el sonar emite un pulso de sonido, éste se comporta como un haz con forma de cono centrado en el transductor y que tiene como eje de simetría la línea perpendicular a la superficie del sonar. Experimentalmente se comprueba que la amplitud de la presión del sonido en un punto p situado en el extremo del cono varía de forma exponencial en función del ángulo $\Delta\theta$ entre la perpendicular al sonar y la recta que va del centro del sonar a p , formando el típico lóbulo emisor del sonar (figura 3.11).

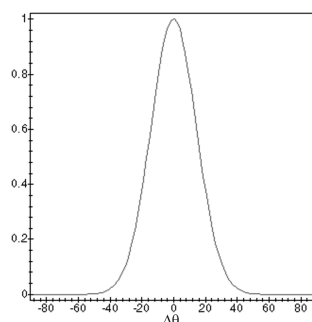


Figura 3.11: Representación de la ecuación $e^{(-2\Delta\theta^2/\theta_0^2)}$ que define la amplitud del haz de ultrasonidos emitido por un transductor en función de la desviación con respecto a la normal del propio transductor.

La presión máxima se obtiene cuando p está situado justo en la perpendicular del sonar y disminuye de forma exponencial conforme aumenta $\Delta\theta$. La ecuación

$$a(\Delta\theta) = a_{\max} e^{(-2\Delta\theta^2/\theta_0^2)} \quad (3.2)$$

modela esta presión, siendo a_{\max} , la amplitud máxima observada. Esta ecuación representa una distribución normal con una desviación estándar igual a $\theta_0/2$, siendo θ_0 una constante que

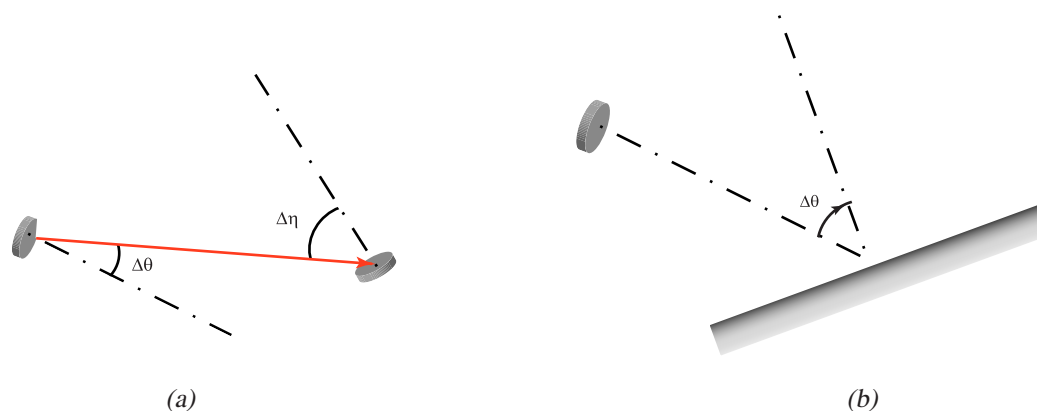


Figura 3.12: (a) Un par de transductores enfrentados. (b) Un transductor enfrentado a una pared con una inclinación $\Delta\theta$.

depende del tipo de emisión del pulso de sonido y que denominamos constante de dispersión del haz.

Para un par de transductores idénticos, uno actuando como emisor y el otro como receptor, la amplitud de la señal detectada se computa multiplicando las dos presiones del pulso:

$$a(\Delta\theta, \Delta\eta) = a_{\max} e^{(-2\Delta\theta^2/\theta_0^2)} e^{(-2\Delta\eta^2/\eta_0^2)}, \quad (3.3)$$

siendo $\Delta\theta$ y $\Delta\eta$ los ángulos de inclinación del transductor emisor y receptor respectivamente (ver figura 3.12 (a)), y a_{\max} la amplitud máxima observada, esto es, cuando los transductores están enfrentados directamente y $\Delta\theta = \Delta\eta = 0$.

En el modelo propuesto por Barashan y Kuc se supone que el entorno está formado por paredes planas que actúan como reflectores especulares del sonido. El transductor actúa al mismo tiempo como emisor y como receptor. Se deriva la siguiente expresión para la amplitud de la señal recibida por el transductor

$$a(\Delta\theta) = a_{\max} e^{(-4\Delta\theta^2/\theta_0^2)}, \quad (3.4)$$

siendo $\Delta\theta$ el ángulo formado por la normal al transductor y la normal al plano de la pared (ver figura 3.12 (b)).

La mayoría de los sonares no proporcionan la amplitud de la señal recibida, sino el TOF del primer rebote. Este se obtiene umbralizando la señal, de forma que se considera que se ha recibido un reflejo de la señal cuando la amplitud recibida supera un determinado umbral a_0 . De esta forma, sustituyendo a_0 en la ecuación 3.4, consideramos que un obstáculo se

detecta correctamente cuando el ángulo $\Delta\theta$ que forman la normal al transductor y la normal al plano del obstáculo es menor que un umbral de sensibilidad $\Delta\theta_d$, donde

$$\Delta\theta_d = \frac{\theta_0 \sqrt{-\ln(a_0/a_{\max})}}{2} \quad (3.5)$$

Normalizando la ecuación anterior, considerando $a_{\max} = 1$, entonces $0 < a_0 < 1$ y la ecuación anterior queda como sigue

$$\Delta\theta_d = \frac{\theta_0 \sqrt{-\ln(a_0)}}{2}, \quad (3.6)$$

con lo que el sector angular de sensibilidad del sonar es (ver figura 3.13)

$$\left[-\frac{\theta_0 \sqrt{-\ln(a_0)}}{2}, +\frac{\theta_0 \sqrt{-\ln(a_0)}}{2} \right]. \quad (3.7)$$

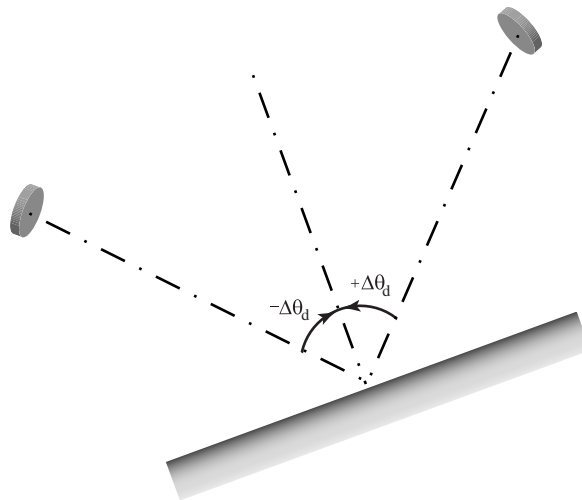


Figura 3.13: Zona de sensibilidad del haz de ultrasonidos.

3.3.2 Extensión del modelo para contemplar múltiples reflexiones

La limitación más importante del modelo anterior es que únicamente contempla la interacción entre un sonar y un único obstáculo, no considerando el sonido indirecto debido a los reflejos del mismo entre los propios obstáculos. Lecturas como las que se marcan en la figura 3.14

(a), no se detectarían como obstáculos con una aplicación directa del modelo de Barshan. Esto es debido a que el ángulo de la superficie en la que incide directamente el sonar supera el umbral angular de sensibilidad, $\Delta\theta_d$. Sin embargo, como se muestra en la figura, el sonar recibe sonido rebotado por esa superficie. Una interpretación plausible de dichas lecturas, que se utiliza con éxito en las simulaciones de acústica, es que ese sonido ha llegado al sonar después de varios rebotes con las paredes del entorno, como se muestra en la figura 3.14 (b).

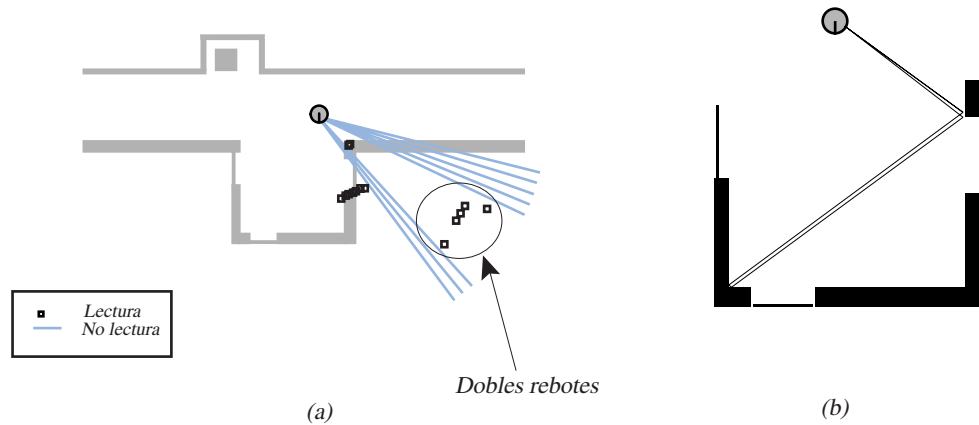


Figura 3.14: (a) Lecturas procedentes de dobles rebotes. (b) Trayectorias del sonido que han producido uno de los dobles rebotes.

A continuación presentamos una extensión del modelo de Barshan que realiza una simulación global del comportamiento del sonar, en la que todos los elementos del entorno interactúan entre sí, reflejándose en las ondas de sonido.

Amplitud

Cuando un pulso de ultrasonidos rebota en una superficie consideramos que su reflejo sigue el mismo patrón definido por la ecuación 3.2, sufriendo una atenuación exponencial conforme el ángulo se aparta del ángulo principal de reflexión. Así, supongamos un rayo puntual con amplitud a_i que incide en una superficie. Consideramos que el reflejo de este rayo se comporta como un haz cuya presión de sonido máxima corresponde al ángulo de reflexión especular y decae exponencialmente según la ecuación

$$a(\Delta\kappa) = a_i e^{(-2\Delta\kappa^2/\kappa_0^2)}, \quad (3.8)$$

siendo $\Delta\kappa$ el incremento con respecto al ángulo de reflexión especular (ver figura 3.15), a_i la presión del rayo incidente y κ_0 la varianza de la distribución de reflexión, que depende principalmente del tipo de material del obstáculo.

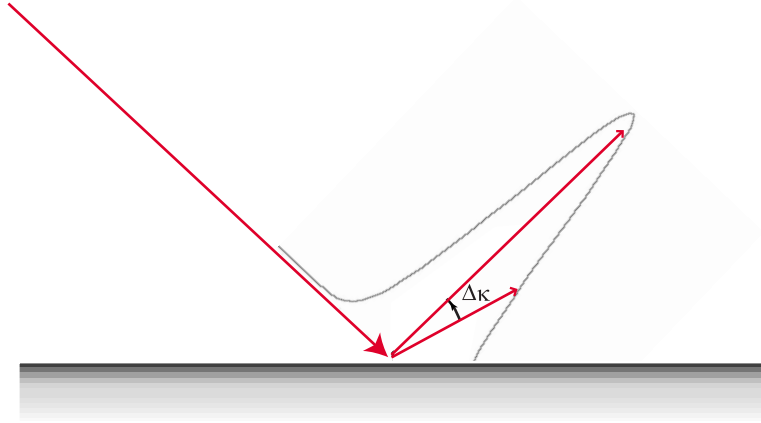


Figura 3.15: El reflejo de un pulso de sonido incidente en un obstáculo con una amplitud a_i genera un haz reflejado cuya amplitud a_r decae exponencialmente alrededor del rayo reflejado ideal según la ecuación $a_r = a_i e^{(-2\Delta\kappa^2/\kappa_0^2)}$, siendo $\Delta\kappa$ el ángulo de desviación con respecto al rayo reflejado ideal.

La amplitud del eco percibido por el sonar, en el caso de un haz que rebota en n superficies, se calcula multiplicando la expresión anterior tantas veces como superficies existan. Al final la señal rebotada será percibida por el sonar si el último haz rebota en su dirección.

Por ejemplo, en la figura 3.16, vemos un rayo que se emite con un ángulo $\Delta\theta$ con respecto a la normal del transductor, que se refleja con una trayectoria definida por los ángulos $\Delta\kappa_1, \Delta\kappa_2$ con respecto a los ángulos de reflexión especular y que incide en el transductor con ángulo $\Delta\eta$.

En general, denotamos por Γ la trayectoria seguida por un rayo emitido por el transductor, con un ángulo de emisión $\Delta\theta$, ángulos de reflexión $\Delta\kappa_1, \dots, \Delta\kappa_n$ y ángulo de incidencia $\Delta\eta$. La amplitud final de un rayo emitido que sigue la trayectoria Γ se puede calcular siguiendo la idea de Barshan de multiplicar las sucesivas disminuciones de la amplitud causadas por las desviaciones angulares de la trayectoria, lo que nos lleva a la siguiente ecuación.

$$a(\Gamma) = e^{-2(\Delta\theta^2/\theta_0^2 + \Delta\kappa_1^2/\kappa_0^2 + \dots + \Delta\kappa_n^2/\kappa_0^2 + \Delta\eta^2/\theta_0^2)}. \quad (3.9)$$

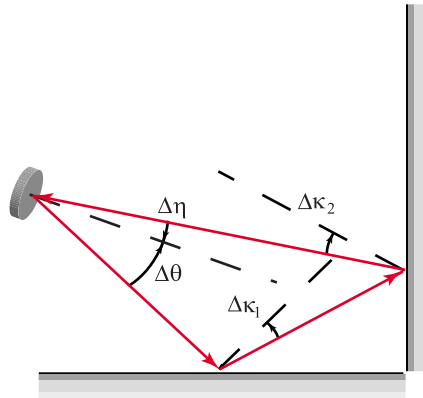


Figura 3.16: Ejemplo de un rayo de ultrasonidos que se refleja en una superficie con un ángulo $\Delta\kappa_1$ con el rayo reflejado ideal y en otra con $\Delta\kappa_2$.

Normalmente se utilizan amplificadores de ganancia para compensar la pérdida de amplitud de la señal debida a la difracción y a la atenuación, por lo que la amplitud del rayo reflejado puede considerarse independiente de la distancia a la que se encuentra el obstáculo y, por tanto, este factor no se considera en la ecuación anterior.

TOF

Para obtener el primer TOF del haz debemos encontrar el rayo que realice el recorrido menor, esto es, el que primero llegue rebotado al transductor, y que cumpla la propiedad de incidir en el sensor con una amplitud mayor que su umbral de sensibilidad, que hemos denominado a_0 . Si llamamos D_Γ a la distancia recorrida por un rayo que sigue la trayectoria angular Γ , entonces la expresión que define el rango R_0 medido por nuestro modelo de sonar es la siguiente

$$R_0 = \arg \min_{\Gamma} D_\Gamma / 2 \quad \text{sujeto a } a(\Gamma) > a_0. \quad (3.10)$$

Para simular n sensores de un robot móvil consideraremos que son independientes unos de otros (como de hecho sucede en la realidad) y aplicaremos el modelo en la orientación definida por cada sensor. Será necesario ajustar en cada caso los parámetros del modelo a las características particulares de cada uno de los sonares.

3.4 Simulación del sonar mediante trazado de rayos

La simulación del modelo del sonar se basa en el algoritmo de *trazado de rayos* (consultar (Watt y Watt 1992) para una revisión completa), adaptado para incorporar el tratamiento del TOF.

3.4.1 Trazado de rayos

En la técnica del trazado de rayos, utilizada para construir imágenes sintéticas hiper-realistas, se lanza un conjunto de rayos, uno por cada uno de los elementos de imagen de la pantalla, desde el punto de vista desde el que se toma la imagen hacia la escena.

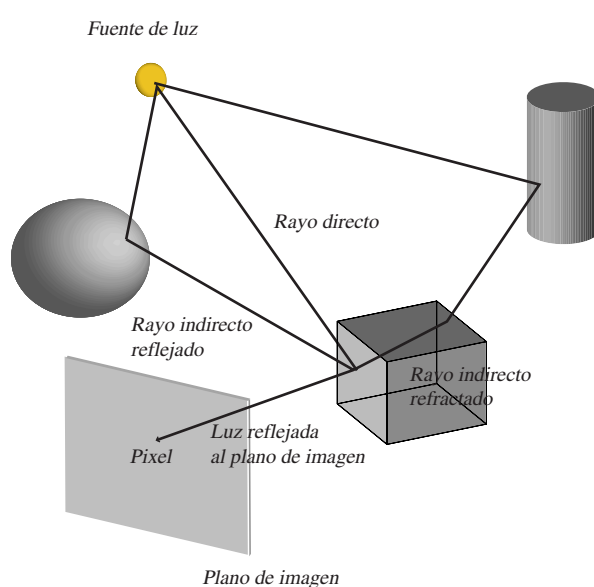


Figura 3.17: Funcionamiento básico del trazado de rayos. El rayo que llega desde la escena es una composición de un rayo reflejado ambiental, un rayo reflejado especular y un rayo refractado.

Para cada rayo se calcula la intersección más cercana con un objeto de la escena y se computa el color del mismo. Para ello se supone que el color del objeto depende de la luz recibida por el mismo, calculándose de forma recursiva las tres posibles formas por las que puede recibir luz el objeto: rayo de luz indirecto reflejado procedente de otro objeto, rayo de luz indirecto refractado si el objeto tiene algún grado de transparencia y rayo directo procedente de la fuente de luz (ver figura 3.17).

<p>Algoritmo TrazadoDeRayos <i>Entrada:</i> PuntoComienzo, Dirección del rayo de la pantalla hacia la escena, Profundidad <i>Salida:</i> Color resultante</p> <p>Si Profundidad > PROFUNDIDAD_MAXIMA devolver COLOR_NEGRO Sino Calcular el <i>Objeto</i> y el <i>Punto</i> donde intersecta el rayo que va de <i>PuntoComienzo</i> a <i>Dirección</i> Si existe <i>Objeto</i> intersectado <i>ColorLocal</i> := CalcularLuzDirecta(<i>Objeto</i>,<i>Punto</i>) <i>DirecciónReflejada</i> := CalcularReflexión(<i>Objeto</i>,<i>Punto</i>) <i>DirecciónRefractada</i> := CalcularRefracción(<i>Objeto</i>,<i>Punto</i>) <i>ColorReflejado</i> := TrazadoDeRayos(<i>Punto</i>,<i>DirecciónReflejada</i>,Profundidad +1) <i>ColorRefractado</i> := TrazadoDeRayos(<i>Punto</i>,<i>DirecciónRefractada</i>,Profundidad +1) devolver Combinar(<i>Objeto</i>,<i>ColorLocal</i>,<i>ColorReflejado</i>,<i>ColorRefractado</i>) sino devolver COLOR_NEGRO</p>
--

Tabla 3.1: Algoritmo recursivo base del trazado de rayos

Hay que hacer notar que, aunque el fundamento del modelo es el que se ha enunciado previamente, el trazado de rayos se realiza de atrás hacia adelante, desde el punto de vista hacia la escena, en vez de hacerlo desde la fuente de luz hacia el punto de vista. Esto es porque no estamos interesados en todos los rayos emitidos desde la fuente de luz, sino sólo en un subconjunto reducido de éstos, los que, después de reflejarse en elementos de la escena, terminan pasando a través del plano de imagen.

La forma de implementar el trazado de los rayos es recursiva, utilizándose una estructura de árbol binario como soporte lógico. Cada nodo representa una llamada recursiva del procedimiento general de trazado de rayos, teniendo normalmente una rama producida por el rayo reflejado y otra por el refractado. Si un rayo intersecta un objeto, éste produce otros dos rayos, uno reflejado y otro refractado. En ambos se aplica el algoritmo de trazado de rayos para calcular con qué objetos intersectan y, para cada intersección, volver a dividirlo en una componente reflejada y otra refractada. El proceso continúa hasta que se llega a un nivel de recursión predeterminado o hasta que el rayo no intersecta con ningún objeto, en cuyo caso se le asigna un color de fondo. El color de cada intersección se calcula sumando la componente de luz ambiental debida a la fuente de luz con las componentes debidas a los rayos reflejados y refractados. En la tabla 3.1 se encuentra una versión de alto nivel del algoritmo recursivo del trazado de rayos (adaptado de (Watt y Watt 1992)).

3.4.2 Simulación del sonar

A diferencia del algoritmo del trazado de rayos no se trazarán los rayos hacia atrás, sino de forma inversa (como en la técnica del *backward raytracing* (Glassner 1989)). Esto se debe

a que en el caso del sonar coinciden la fuente y el sensor de sonido, con lo que es indiferente trazar los rayos hacia atrás o hacia adelante.

En la figura 3.18 se puede ver un ejemplo de recorrido de los rayos de sonido según el algoritmo de simulación del sonar.

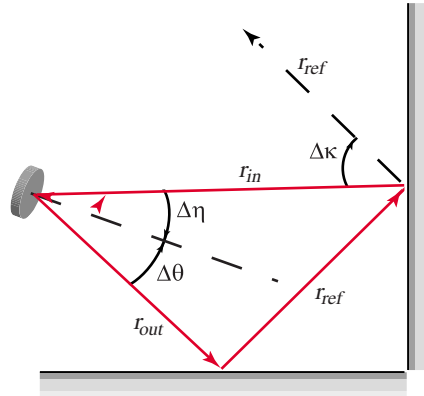


Figura 3.18: Ejemplo del funcionamiento del algoritmo de simulación del sonar.

El algoritmo de simulación (detallado en la tabla 3.2) funciona como sigue.

- Suponemos que el sonar está orientado en la dirección θ . En primer lugar se calcula el umbral de sensibilidad del sonar $\Delta\theta_d$, y se emite un número δ de rayos desde $\theta - \Delta\theta_d$ hasta $\theta + \Delta\theta_d$. Se recorren todos estos rayos emitidos y se calcula el alcance devuelto por cada uno de ellos, devolviendo el menor alcance.
- Para calcular el alcance de un rayo emitido r_{out} , primero se determina el punto de intersección p con el entorno y la dirección de reflejo del rayo en ese punto r_{ref} . A continuación se comprueba si r_{ref} incide en el sensor de ultrasonidos con amplitud suficiente. Para ello se traza el rayo r_{in} del transductor al punto p y se calcula el ángulo $\Delta\kappa$ entre r_{in} y r_{ref} , y el ángulo $\Delta\eta$ entre r_{in} y la orientación del transductor θ . Una vez calculados estos ángulos ya se puede aplicar la ecuación 3.9 para calcular la amplitud del sonido entrante en el transductor. Si ésta es mayor que el umbral, entonces se almacena el rayo y la distancia recorrida en una lista.
- Si la amplitud no es mayor que a_0 comprobamos entonces el siguiente reflejo. Se considera que el pulso se refleja en la dirección del rayo reflejado r_{ref} y se calcula la intersección de éste con el entorno, volviendo a calcular la amplitud del sonido entrante en el transductor debida al rayo reflejado con el método anterior.

Algoritmo Alcance de sonar
Entrada: Ángulo θ en el que se realiza la lectura del sonar
Salida: Alcance del sonar en la orientación θ
Parámetros: θ_0, κ_0, a_0

Sea *ListaRayos* una lista vacía
 $\Delta\theta_d := \theta_0 \sqrt{\ln(a_0)}/2$
Sean $r_{out_1} \dots r_{out_n}$ rayos con orientación $\theta_i = \theta - \Delta\theta_d \dots \theta + \Delta\theta_d$ con incremento δ
Para cada r_{out} con desviación $\Delta\theta_{in} = \theta_i - \theta$
 Inicializar *Profundidad* a 0
 Mientras (*Profundidad* < PROFUNDIDAD_MAXIMA)
 Calcular p el punto de intersección de r_{out} con el objeto más cercano
 Calcular r_{ref} el rayo reflejado por r_{out} en p
 Calcular r_{in} el rayo del transductor a p
 Calcular $\Delta\kappa$ el ángulo entre r_{ref} y r_{out}
 Calcular $\Delta\eta$ el ángulo entre la orientación del transductor y r_{in}
 $a := e^{-2(\Delta\theta^2/\theta_0^2 + \Delta\eta^2/\theta_0^2 + \Delta\kappa^2/\kappa_0^2)}$
 Si $a > a_0$
 Calcular d distancia recorrida por r_{out}
 Añadir (r_{out}, d) a *ListaRayos*
 Sino
 $r_{out} := r_{ref}$
 Profundidad := *Profundidad*+1
 FinMientras
FinParaCada
Devolver el alcance de r_{out} con menor recorrido d en *ListaRayos*

Tabla 3.2: Algoritmo de simulación del sonar

Aquí estamos realizando una importante simplificación para hacer tratable el algoritmo. En el modelo del sonar consideramos que el reflejo de un pulso de sonido es un haz, sin embargo en el algoritmo de simulación esto lo tenemos en cuenta únicamente a efectos del cálculo del rayo entrante emitido hacia el transductor y no para seguir trazando rayos reflejados. El único rayo reflejado que se considera es el principal, el que coincide con la dirección de reflejo.

El trazado del rayo reflejado termina cuando se alcanza un número de rebotes determinado.

- Por último, una vez realizado el trazado de todos los rayos emitidos, se devuelve la menor distancia recorrida. En el caso en el que ningún rayo haya vuelto al sensor, se devuelve un valor arbitrario que indica que no hay rebote.

Como ejemplo de funcionamiento, en la figura 3.19 se muestra la simulación del sonar en un entorno idéntico al recinto en el que se realizaron las mediciones de la figura 3.7. Como dato curioso se acompaña la figura de las lecturas reales, haciendo notar que no se ha realizado ningún proceso de ajuste de los parámetros del modelo.

Resaltamos la correcta simulación de los dobles rebotes, como puede comprobarse en la figura, no conseguida por otros modelos.

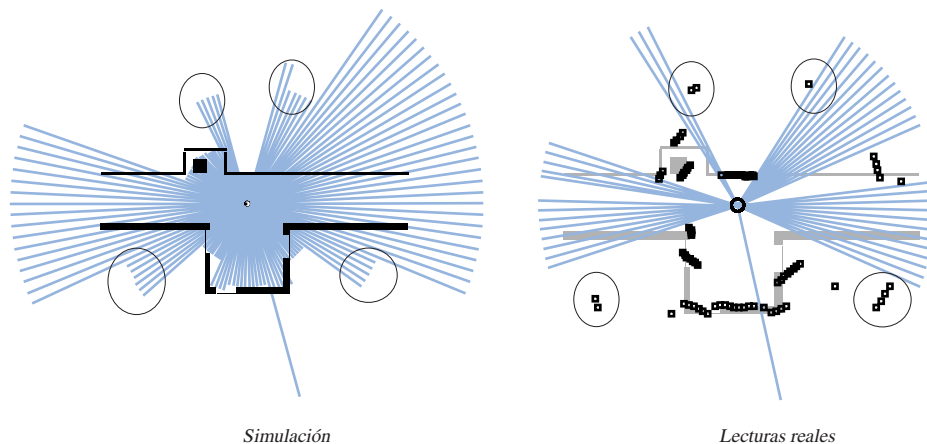


Figura 3.19: Resultado, a la izquierda, de la simulación de 130 lecturas de sonar en un entorno idéntico al recinto en el que se han realizado las mediciones. A la derecha se muestran los resultados reales de las mediciones. Tanto en la simulación como en los datos reales aparecen rodeadas las lecturas producto de dobles rebotes.

3.4.3 Parámetros del modelo y del algoritmo

Si revisamos el algoritmo y el modelo del sensor, comprobaremos que existen tres parámetros de cuyo valor va a depender el comportamiento del sonar. Se trata de θ_0 , κ_0 y a_0 . Los dos primeros determinan, respectivamente, la extensión angular del haz emitido por el sonar y del haz de sonido reflejado en un obstáculo. Ambos se comportan igual, cuanto mayores sean, mayor será la extensión angular del haz y mayor sensibilidad (e imprecisión) tendrá el sonar. El último parámetro determina el umbral del transductor. En la figura 3.20 se muestra el resultado de simular 130 lecturas de sonar en el mismo entorno con distintos valores de parámetros.

Hay que hacer notar que, para una lectura con un determinado ángulo, la variación de la medida no es continua con la variación de los parámetros. Por el contrario, se manifiesta en la simulación un *efecto de escalón* que hace que la distancia calculada por un sonar cambie bruscamente frente a una pequeña modificación de los parámetros.

Para demostrar este efecto, se recogieron los resultados de la simulación de un sonar en una configuración de esquina, variando los parámetros θ_0 entre 0.05 y 1.5 y κ_0 entre 0.05 y 1.5. La representación de los resultados se muestra en la figura 3.21. Como se observa, los valores medidos por el sonar simulado son, alternativamente, 100, 210 y 350 centímetros, definiéndose un comportamiento marcadamente multimodal del modelo. Existe también una combinación de parámetros que hace que el sonar no detecte obstáculos. En la simulación el alcance máximo del sonar se fijó en 500 cm.

Modificando estos parámetros es posible ajustar la simulación a los valores reales proporcionados por cada uno de los sonares. Debido a que, como ya mencionamos, el comportamiento de los sonares del anillo es muy dispar se deberá realizar un ajuste de parámetros independiente para cada uno de los sonares. En el siguiente apartado se presenta el proceso de ajuste y los resultados del mismo.

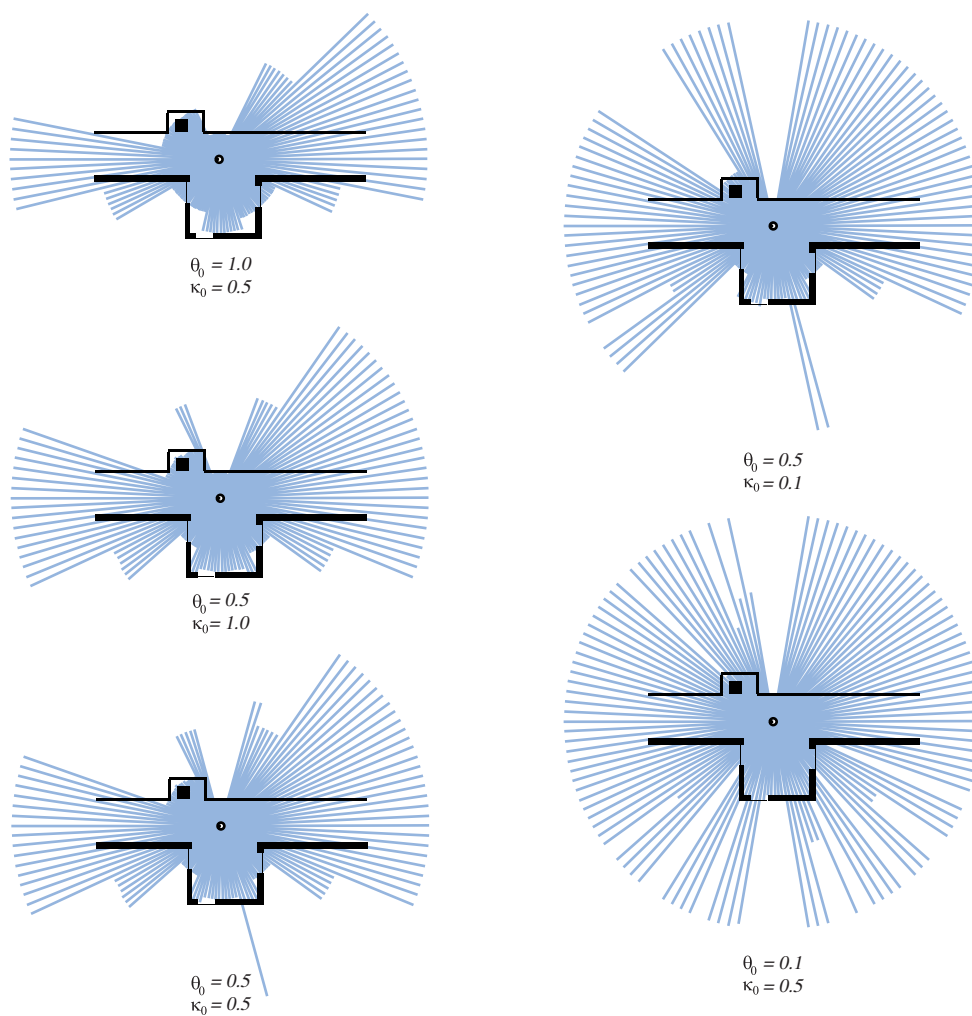


Figura 3.20: Resultado de la simulación de 130 lecturas de sonar en el mismo entorno, variando los valores de los parámetros del algoritmo de simulación.

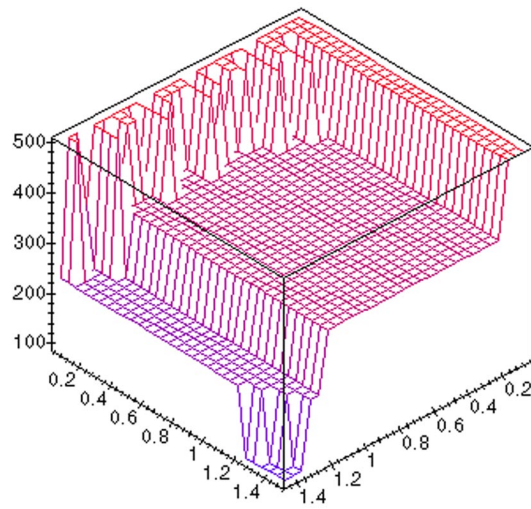


Figura 3.21: Variación de la lectura del sensor para un ángulo determinado cuando se varía θ_0 entre 0.05 y 1.5 y κ_0 entre 0.05 y 1.5.

3.4.4 Ajuste *off-line* de los parámetros del modelo

Para ajustar el modelo debemos encontrar los valores de sus parámetros que optimizan la simulación, haciendo que ésta se acerque lo máximo posible a los valores tomados por el sensor en el mismo entorno.

Formalmente, buscaremos para cada sonar aquellos valores de los parámetros que minimicen la siguiente expresión

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (x_i - f(x_i, \theta_0, \kappa_0, a_0))^2, \quad (3.11)$$

siendo N el número de lecturas realizadas para el ajuste, x_i los valores de alcance medidos en las lecturas y $f(x_i; y)$ el valor medido por el simulador correspondiente a la lectura i con los valores de los parámetros θ_0, κ_0 y a_0 .

La ecuación del modelo impide una resolución analítica del ajuste, ya que no es posible calcular las derivadas de la ecuación 3.10. Además, en el apartado anterior se comprobó que el comportamiento del modelo tiene forma de función escalón, debido a que las desviaciones en los parámetros del modelo hacen que una lectura dada varíe entre dos o tres valores muy distintos (100, 210, 350 cm. y *no obstáculo*, por ejemplo, en la figura 3.21) sin tomar valores intermedios. Por ello, tampoco será posible calcular de forma numérica las derivadas de la ecuación 3.11.

Dado que el número de parámetros es pequeño, hemos optado por realizar una búsqueda exhaustiva de los valores de los parámetros, variando todos ellos desde 0.0 hasta 1.0. Si el modelo hubiera tenido un número mayor de parámetros la búsqueda exhaustiva no hubiera sido eficiente, teniendo que recurrir a métodos estocásticos como el *simulated annealing* o la búsqueda genética.

Los resultados obtenidos para cada uno de los sonares se muestran en la tabla 3.3, y un ejemplo de dos sonares ajustados se muestra en la figura 3.22.

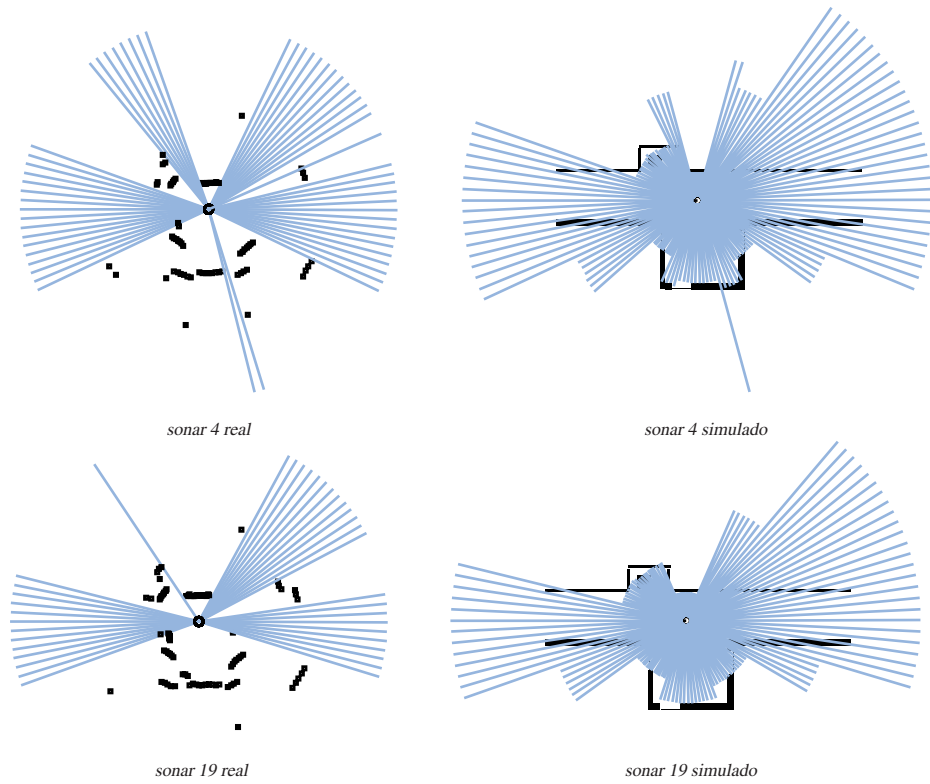


Figura 3.22: Ejemplo del resultado del ajuste de dos sonares, comparando su simulación con las lecturas reales.

<i>Sonar</i>	θ_0	η_0	a_0	<i>Sonar</i>	θ_0	η_0	a_0
0	0.65	0.05	0.00	12	0.50	0.50	0.60
1	0.90	0.50	0.60	13	0.50	0.25	0.40
2	0.85	0.05	0.00	14	0.65	0.95	0.80
3	0.70	0.15	0.20	15	0.85	0.20	0.40
4	0.50	0.25	0.40	16	0.25	0.95	0.20
5	0.75	0.25	0.60	17	0.85	0.05	0.00
6	1.00	0.20	0.40	18	0.80	1.00	0.60
7	0.50	0.35	0.40	19	0.90	0.95	0.60
8	0.80	0.10	0.20	20	0.70	0.15	0.20
9	0.70	0.15	0.20	21	0.80	0.55	0.60
10	0.45	0.85	0.00	22	0.75	0.45	0.60
11	0.70	0.15	0.20	23	0.85	0.80	0.60

Tabla 3.3: Resultados del ajuste de parámetros para los 24 sonares de PIXIE.

3.5 Modelo estocástico

Una vez detallado el modelo del sonar y el algoritmo que lo simula, pasamos a definir el cálculo de la función de verosimilitud $p(\mathbf{z}|\mathbf{x})$ del sensor. En primer lugar daremos una formulación para el caso de un único sonar, y a continuación la ampliaremos al caso de un anillo.

3.5.1 Sonar único

Sea $\mathbf{x} = (o_1, \dots, o_n, x, y, \theta)$ un entorno definido por las características geométricas de los objetos que lo forman (o_1, \dots, o_n) y por la posición del sonar (x, y) , y la orientación del mismo θ . Sea $\mathbf{z} = r_{real}$ una lectura de distancia r_{real} realizada por un sonar.

En una primera versión, para calcular la verosimilitud de que la distancia r_{real} haya sido producida en el entorno \mathbf{x} , se aplica en este entorno el modelo del sonar, calculando la distancia r_{sim} devuelta por un sonar en la posición (x, y) y con la orientación θ . La verosimilitud se calcula entonces como una distribución normal truncada:

$$p(r_{real} | o_1, \dots, o_n, x, y, \theta) = e^{-(\phi(r_{real}, r_{sim})/2\sigma^2)}, \quad (3.12)$$

donde

$$\phi(r_{real}, r_{sim}) = \begin{cases} (r_{real} - r_{sim})^2 & \text{si } r_{real} < r_{max} \text{ y } r_{sim} < r_{max} \\ \rho_1 & \text{si } r_{real} = r_{max} \text{ y } r_{sim} = r_{max} \\ \rho_2 & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad (3.13)$$

y ρ_1 es una constante cercana a 1 para el caso en el que ambas lecturas devuelvan una lectura máxima (no existe obstáculo frente al sensor) y ρ_2 es una constante de penalización para el caso en que la lectura simulada o la real devuelvan una lectura máxima cuando la otra no lo hace.

El problema de esta versión inicial es que asume un modelo gaussiano del ruido, cuando esto no es correcto. Recordemos que pequeñas variaciones de los parámetros del modelo o de la orientación del sensor producen grandes cambios en el valor devuelto por el sensor (el efecto de escalón que aparecía en la figura 3.20).

En la versión final de la función de verosimilitud introducimos una componente estocástica en forma de ruido gaussiano añadido a los parámetros del modelo y a la orientación del sonar. El algoritmo para calcular la verosimilitud es el siguiente

1. Generar las lecturas r_1, \dots, r_n repitiendo la simulación añadiendo ruido gaussiano a los parámetros del modelo y a la orientación del sonar.
2. Buscar el valor r_i más próximo a r_{real} .

3. Calcular la verosimilitud aplicando la ecuación 3.12 a las lecturas r_{real} y r_i

$$p(r_{real} | o_1, \dots, o_n, x, y, \theta) = e^{-\phi(r_{real}, r_i)/2\sigma^2}. \quad (3.14)$$

Este algoritmo, a diferencia de la primera versión, produce una función de verosimilitud multimodal, mucho más acorde con las características del sensor de ultrasonidos.

En la figura 3.23 se puede comprobar el resultado de esta formulación. En ella se supone que el robot y su anillo de sonares se encuentra centrado en la habitación. Se han generado uniformemente 40000 posiciones p_i alrededor del robot y se ha supuesto que cada una de ellas define una lectura real r_i . La distancia r_i es la distancia entre la posición p_i y el robot, y la orientación θ_i correspondiente a la lectura se define por la orientación de la recta que une p_i con el centro del robot. Una vez definidas cada lectura y cada orientación, se ha calculado su verosimilitud dado el entorno y la posición del robot, y se ha dibujado la posición p_i de la lectura con un tono de gris proporcional a la verosimilitud. De esta forma, cuanto más oscura aparece una posición, mayor es la verosimilitud de su lectura asociada.

3.5.2 Anillo de sonares

Para calcular la verosimilitud de las lecturas de un anillo aplicamos el modelo anterior a cada uno de los sonares que lo componen, y calculamos la probabilidad conjunta de todas las lecturas.

Al ser lecturas independientes, podemos aplicar la siguiente expresión

$$p(z_1, \dots, z_n | o_1, \dots, o_n, x, y, \theta) = \prod_{i=1}^n p(z_i | o_1, \dots, o_n, x, y, \theta_i), \quad (3.15)$$

donde θ es la orientación de referencia del anillo y θ_i la orientación individual del sonar que ha producido la lectura z_i . Para calcular las lecturas simuladas actualizamos el modelo del sonar con los parámetros propios del sonar que ha realizado la lectura.

3.6 Discusión

Se ha presentado en esta sección un modelo del sonar realista, que es capaz de simular con notable fidelidad el comportamiento de los sensores de ultrasonidos, modelándose correctamente lecturas que previamente eran despreciadas como errores. La simulación se basa en una adaptación del algoritmo de *trazado de rayos*, con el que se sigue el recorrido de los haces de ultrasonidos y sus rebotes con el entorno.

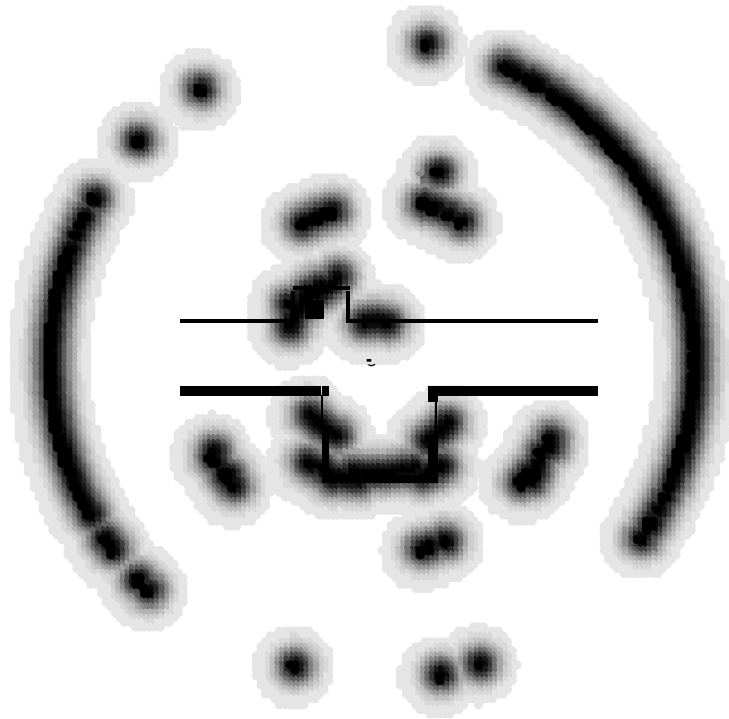


Figura 3.23: Verosimilitud de 40000 posiciones distribuidas uniformemente alrededor del anillo de sonares. Cuanto más oscura aparece una posición, mayor es la verosimilitud de su lectura asociada.

Se ha realizado un ajuste de los parámetros del modelo a partir de mediciones obtenidas por los sonares de PIXIE, y se han presentado numerosos experimentos que muestran la corrección de la simulación.

Por último se ha presentado un algoritmo estocástico con el que, variando aleatoriamente los valores de los parámetros del modelo, se obtiene una función multimodal de verosimilitud de las lecturas del sensor.

