

Capítulo 2

Localización y mapeado en entornos de oficina

La localización de un robot móvil en un entorno conocido es uno de los problemas fundamentales de la robótica móvil, junto con la construcción automática de mapas del entorno. Se han propuesto un gran número de modelos, enfoques y técnicas para resolver ambos problemas. Muchas de estas técnicas presentan soluciones *ad-hoc* que sólo son útiles en situaciones muy específicas.

Frente a este tipo de técnicas, han aparecido recientemente algunas propuestas generales que utilizan enfoques bayesianos, como por ejemplo los modelos de Markov o las redes bayesianas.

Presentamos en este capítulo una formalización del problema de la localización y del mapeado que unifica las propuestas recientes y que proporciona una notación uniforme y coherente. Esta formalización sirve de marco conceptual en el que es posible desarrollar distintas implementaciones y técnicas.

Los elementos fundamentales de la formulación de ambos problemas son la definición de un *modelo de observación* que proporciona la probabilidad de las lecturas de los sensores dada una posición en el entorno definido y la definición de un *modelo de movimiento* que proporciona la probabilidad de la siguiente posición del robot, dada la posición actual y la acción ejecutada.

En capítulos siguientes presentaremos propuestas concretas para ambos modelos y algoritmos y técnicas de localización y mapeado basadas en esta formalización.

2.1 Introducción

Para navegar de forma robusta en entornos de oficina, un robot debe saber dónde se encuentra dentro de ese entorno. En los últimos años viene existiendo un gran interés en el desarrollo de algoritmos para estimar la localización del robot a partir de los datos percibidos por sus sensores. En el contexto de los robots móviles, el problema general de la localización puede ser formulado de la siguiente forma.

Dado: Un modelo del entorno, como una descripción geométrica, un mapa topológico o una rejilla de ocupación.

Tarea: Estimar la localización del robot en el modelo basándose únicamente en observaciones efectuadas por el robot. Dichas observaciones suelen consistir en información de odometría acerca de los movimientos realizados por el robot y en información de distancias a los obstáculos más cercanos obtenidas mediante sensores de alcance (sonar, láser)¹. Las observaciones también pueden consistir en imágenes obtenidas por una cámara montada en el robot, en cuyo caso estamos ante un problema de *localización visual*.

Un problema fuertemente ligado al de localización es el de la construcción automática del mapa del entorno. También en los últimos años se han desarrollado métodos para estimar y mantener modelos del entorno de forma autónoma. Este problema se puede formular de la siguiente forma.

Dado: Una serie de observaciones realizadas por el robot evolucionando por el entorno. Las observaciones, al igual que en el problema de la localización, suelen consistir en información de odometría e información de lecturas de alcance.

Tarea: Construir un modelo del entorno que pueda ser utilizado por los algoritmos de localización. Posibles modelos son descripciones geométricas del entorno, mapas topológicos o rejillas de ocupación.

Los modelos y métodos propuestos para resolver los problemas de localización y mapeado deben tratar con ciertas limitaciones y restricciones prácticas del funcionamiento de los robots móviles. Algunas de ellas son las siguientes.

1. **Localidad de los sensores.** El rango de percepción de la mayoría de sensores (ultrasonidos, láser, cámaras) está limitado a una zona pequeña alrededor del robot. Para adquirir información global, el robot debe explorar activamente su entorno.

¹Es importante resaltar que sólo se dispone de información local sobre la posición del robot. Evidentemente, si se contara con información global sobre su posición (mediante un sistema GPS, por ejemplo), el problema de la localización no existiría.

2. **Ruido en los sensores.** Las observaciones realizadas por los sensores son normalmente ruidosas, y la distribución estadística de este ruido no suele ser sencilla de modelar.
3. **Ruido en la posición.** Los movimientos del robot no suelen ser exactos, produciéndose los denominados errores de odometría. Estos errores son, además, acumulativos con la distancia recorrida. Por ejemplo, pequeños errores en la rotación del robot pueden tener efectos importantes en la estimación de los movimientos de traslación y en la determinación de la posición final del robot.
4. **Entornos complejos y dinámicos.** Los entornos de oficina en los que evoluciona el robot suelen ser complejos y dinámicos, haciendo prácticamente imposible mantener modelos consistentes de los mismos.
5. **Necesidad de tiempo real.** Los requisitos de la aplicación (control de un robot móvil) obligan a procesar la información en un tiempo real. Esto limita la complejidad del procesamiento realizado por los métodos de localización, así como los modelos del entorno.

En los siguientes apartados revisaremos los distintos aspectos de los problemas de localización y mapeado. Comenzaremos estudiando los distintos modelos del entorno propuestos en la literatura, a continuación presentaremos las aproximaciones al problema de la localización y al problema del mapeado. Se concluirá el capítulo definiendo formalmente el marco de estimación bayesiana, aplicado tanto a localización como a mapeado.

2.2 Modelos del entorno

Un elemento fundamental de la localización y el mapeado es el modelo de representación del entorno. Un modelo o mapa del entorno es una abstracción con la que se representan únicamente aquellas características del entorno que se consideran útiles para la navegación o la localización del robot. Al realizar esta abstracción se desechan características de grano fino que no se consideran útiles, debido a que pueden ser demasiado variables o no pueden ser detectadas con fiabilidad por los sensores.

La utilidad principal de un modelo del entorno es proporcionar el elemento fundamental para la localización del robot. En general, los algoritmos de localización suelen comparar las lecturas obtenidas por los sensores del robot con el modelo del entorno, actualizando la posición del robot de forma acorde con el resultado de esta comparación. La forma de realizar la comparación depende totalmente del tipo de modelo de entorno y de la propuesta realizada.

Se han desarrollado dos paradigmas fundamentales de modelado de los entornos de oficina: modelos métricos y modelos topológicos. A su vez, los modelos métricos pueden dividirse en modelos basados en rejillas y en modelos geométricos. En los siguientes apartados se revisarán los modelos de entorno más utilizados en la literatura, analizando las características y suposiciones de cada enfoque.

2.2.1 Mapas topológicos

La idea central de los mapas topológicos es representar las características esenciales del entorno percibidas por el robot móvil utilizando un grafo como un modelo de alto nivel. Los nodos se utilizan para representar lugares del entorno y los arcos caminos entre los lugares. Los lugares constituyen zonas del entorno (*landmarks*) con características sensoriales distinguibles de forma absoluta, o respecto a sus nodos vecinos.

Los nodos corresponden a la unidad elemental de localización, de manera que toda una zona geométrica del mapa real se representa por un único lugar. A partir del mapa topológico no es posible distinguir localizaciones más finas que las representadas por los lugares.

Veamos, como ejemplo, la propuesta de mapas topológicos de Kuipers (Kuipers y Byun 1991)(ver figura 2.1).

Los nodos corresponden a puntos distintivos del entorno y los arcos a caminos recorridos por el robot. Una posición del entorno correspondiente a un nodo debe distinguirse localmente de su vecindad mediante algún criterio definible en términos de los datos sensoriales. En el caso de los experimentos realizados por Kuipers, la función de distinción calcula el número de objetos cercanos que se encuentran a igual distancia del robot.

Los arcos entre los nodos representan caminos que se han seguido para llegar de un nodo a otro utilizando una determinada estrategia de control local (*seguir centro de pasillo, seguir pared a la derecha o seguir pared a la izquierda*).

Los mapas topológicos han sido utilizados, con múltiples variantes, a lo largo de los últimos años (Mataric 1992; Pierce y Kuipers 1994; Kortenkamp y Weymouth 1994; Shatkay y Kaelbling 1997; Nourbakhsh, Powers, y Birchfield 1995; Ryu y Yang 1988; Koenig y Simmons 1998; Thrun 1998; Thrun, Burgard, y Fox 1998).

Un inconveniente de los mapas topológicos es que la necesidad de distinción sensorial entre lugares hace imposible la representación de zonas abiertas (habitaciones grandes, halls) en las que el alcance limitado de los sensores no obtiene información.

Otro punto débil es que la definición de lugares y la conexión entre los mismos es muy dependiente de la aplicación, no utilizándose normalmente ningún criterio formal para su construcción.

Por último, como se puede comprobar en el ejemplo de la figura 2.1, los mapas construidos dependen excesivamente de la historia de las percepciones del robot al construirlos (por ejemplo, el arco entre *P1* y *P2* está etiquetado *seguir pared izquierda* porque esa es

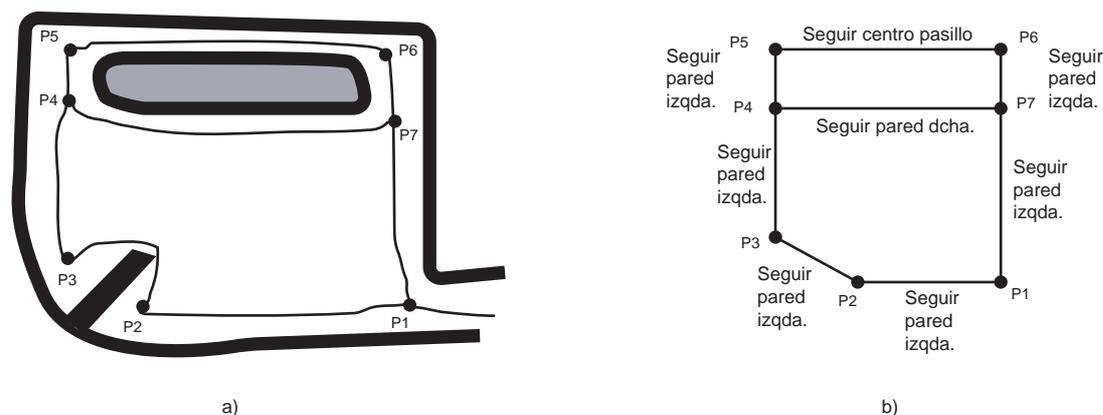


Figura 2.1: Ejemplo de mapa topológico de Kuipers.

precisamente la conducta local que el robot siguió para ir de un nodo a otro). Esto los hace muy sensibles a la aparición de elementos no modelados (personas, obstáculos imprevistos) que proporcionan información sensorial muy distinta de la modelada, haciendo que el robot pierda su localización.

Por otro lado, los modelos topológicos proporcionan ventajas a la hora de realizar una planificación de la trayectoria del robot, facilitan la interfaz con planificadores simbólicos y proporcionan un interfaz más natural para la interacción con instrucciones humanas (posibilitan órdenes del tipo "ir a la habitación A").

2.2.2 Rejillas de ocupación

Las rejillas de ocupación, inicialmente propuestas por Moravec y Elfes (Moravec y Elfes 1985), discretizan el entorno en celdillas de igual dimensión. Cada celdilla mantiene la probabilidad de que la zona del entorno asociada a ella esté ocupada. En la figura 2.2 se muestra un ejemplo de una rejilla de ocupación.

Es posible utilizar rejillas de ocupación definidas por el usuario, pero lo usual es que sea el propio robot móvil el que realice la construcción de la rejilla de forma autónoma, mediante algún algoritmo de exploración (Elfes 1987; Weigl, Siemiatkowska, Sikorski, y Borkowski 1993; Thrun, Burgard, y Fox 1998).

Las rejillas de ocupación se han utilizado desde entonces en numerosos enfoques de localización (Matthies y Elfes 1988; Courtney y Jain 1994; Schiele y Crowley 1994; Stevens, Stevens, y Durrant-Whyte 1995; Oriolo, Vendittelli, y Ulivi 1995; Daniel Pagac 1996;

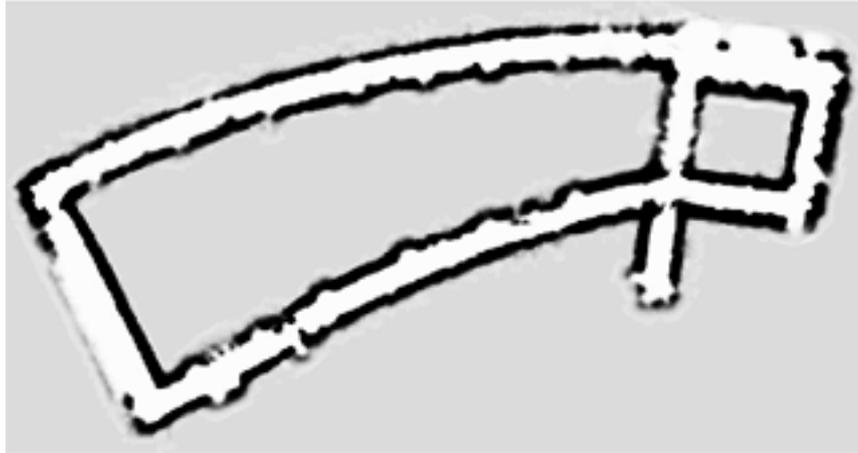


Figura 2.2: Ejemplo de rejilla de ocupación (tomado de (Thrun, Burgard, y Fox 1998)).

Yamauchi 1996) normalmente para alinear mapas locales construidos mediante los datos de los sensores con el mapa de ocupación global.

En los últimos años ha resurgido el interés en las rejillas de ocupación al aparecer algoritmos que permiten manejar el problema de los errores de odometría en la construcción de rejillas de entornos de gran tamaño (ver (Thrun 1998; Thrun, Burgard, y Fox 1998)).

2.2.3 Modelos geométricos

Los modelos geométricos definen el entorno mediante sus características geométricas (distancias, dimensiones de los elementos que lo componen, posiciones absolutas). La ventaja principal de estos modelos es que, si se utilizan junto con un buen modelo del sensor, es posible simular los datos que los sensores del robot obtendrían en cualquier posición del entorno. Esto hace posible comparar los datos percibidos por el robot con los datos que se obtendrían en posiciones candidatas, calculándose una actualización de la probabilidad asociada a cada posición.

Existen distintos tipos de modelos geométricos. Un primer enfoque define el entorno mediante un conjunto de características geométricas (segmentos de rectas, esquinas) y mediante las relaciones geométricas entre ellas (distancia, posición, etc.). Ejemplos de utilización de estos modelos son los trabajos (Drumheller 1987; Neira, Horn, Tardos, y Schmidt 1997; Ohya, Nagashima, y Yuta 1994; Chong y Kleeman 1997; Leonard, Durrant-Whyte, y Cox 1992; Cox 1991; Ayache y Faugeras 1989).

Otro enfoque, los modelos geométricos basados en características, se relaciona directamente con implementaciones de modelos de sensor en las que se utilizan estas características geométricas como elementos base del modelado (Barshan y Kuc 1990; Kuc 1990; McKerrrow 1993). En la figura 2.3 se muestra un ejemplo de mapa del entorno construido a base de las características geométricas definidas por Leonard (Leonard y Durrant-Whyte 1992): esquinas, aristas y segmentos de rectas.

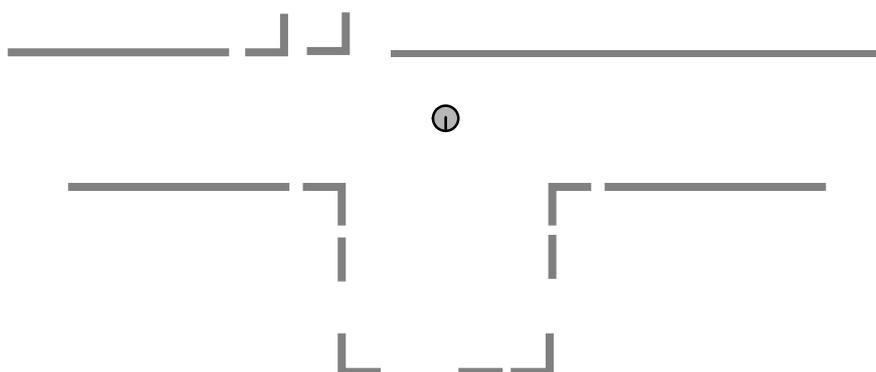


Figura 2.3: Ejemplo de modelo geométrico del entorno. Las características geométricas usadas en el modelo son: *esquinas, aristas y segmentos de rectas*.

Otro conjunto de modelos geométricos definen el entorno mediante un mapa CAD del mismo (Burgard, Fox, Henning, y Schmidt 1996; Burgard, Cremers, Fox, Hahnel, Lakemeyer, Schulz, Steiner, y Thrun 1998). Un mapa CAD refleja los elementos del entorno que se desea modelar, recogiendo sus dimensiones y posiciones. En la figura 2.4 se muestra un ejemplo de mapa CAD de un entorno.

Cuanto más detallado sea el modelo CAD mayor calidad tendrán las simulaciones de las lecturas de los sensores del robot en las posiciones candidatas. Evidentemente, para obtener simulaciones de lecturas de buena calidad es necesario utilizar un buen modelo del sensor. Burgard (Burgard, Cremers, Fox, Hahnel, Lakemeyer, Schulz, Steiner, y Thrun 1998) propone utilizar una simulación sencilla de sensores de rango, obteniendo la distancia angular con los obstáculos del entorno en una posición determinada.

Por último, los trabajos (Weib, Wetzler, y Puttkamer 1994; Lu y Milios 1994; Gutmann y Schlegel 1996; Lu y Milios 1997) proponen utilizar como modelo del entorno los propios datos percibidos por los sensores del robot (figura 2.5), aplicándoles el mínimo tratamiento posible (si acaso, una corrección de odometría). El problema principal de esta representación es que no se realiza ningún filtrado para eliminar ruido procedente de lecturas erróneas, por

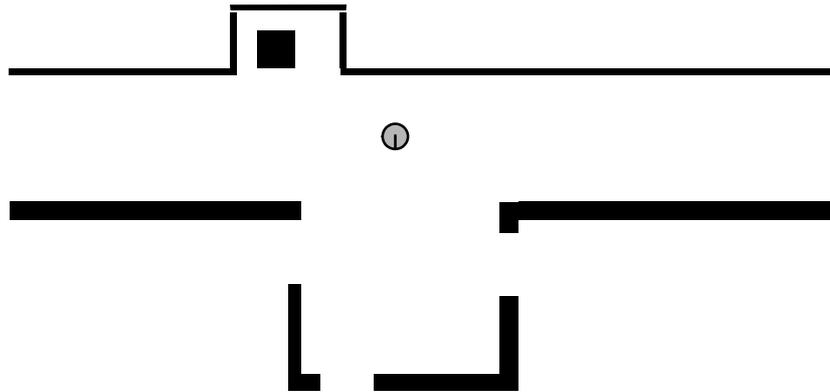


Figura 2.4: Ejemplo de modelo CAD del entorno.



Figura 2.5: Ejemplo de modelo sensorial del entorno, en el que el entorno es el mismo que el modelado por las figuras 2.3 y 2.4.

lo que sólo es aplicable a sensores muy precisos (sensores de alcance por láser).

2.3 Aproximaciones al problema de la localización

Una vez revisados los principales tipos de modelos de entorno, pasamos a tratar el problema de la localización. Localización es el proceso de estimar la posición de un robot móvil en un mapa que determina un sistema de coordenadas globales. Las fuentes de información disponibles para resolver el problema son las observaciones del entorno realizadas por el robot y sus lecturas de odometría (incrementos de posición registrados por el robot).

Otros enfoques más aplicados utilizan elementos externos incorporados artificialmente al entorno (como reflectores, marcas visuales, líneas, etc.) para triangular la posición del robot (ver el informe de Borenstein (J. Borenstein 1996) para un exhaustivo repaso de este tipo de técnicas). Descartamos la utilización de estos enfoques por la estructuración artificial que imponen en el entorno.

Es posible identificar dos variantes del problema general, dependiendo de si se supone conocida la posición inicial del robot o de si la desconocemos. Los enfoques de *localización local* suponen conocida la posición del robot y realizan un seguimiento (*tracking*) de la misma para estimar la siguiente posición. Por otro lado, los enfoques de *localización global* intentan estimar la posición del robot, sin tener un conocimiento a priori de la misma, utilizando la información de las lecturas en varios instantes de tiempo.

Revisaremos en este apartado distintas aproximaciones al problema de localización.

2.3.1 Localización local

El problema de la localización local se puede formular como el problema de realizar un seguimiento del estado del robot que compense los errores de odometría mediante el uso de observaciones del entorno.

Métodos basados en *landmarks*

Un conjunto de técnicas atacan el problema mediante la identificación de *landmarks* en las observaciones. Las posiciones de estos *landmarks* son conocidas, y con ellas puede corregirse la posición del robot. Ejemplos de algoritmos que han implementado con éxito estas técnicas son (Kuipers y Byun 1991; Kortenkamp y Weymouth 1994; Nourbakhsh, Powers, y Birchfield 1995; Koenig y Simmons 1998; Ryu y Yang 1988).

Métodos basados en emparejamiento de características

Se han propuesto distintos algoritmos basados en el siguiente esquema genérico: (1) estimar características locales a partir de las últimas observaciones y (2) encontrar la mejor corrección a la posición actual del robot maximizando la correlación entre las características locales y el mapa del entorno.

Por ejemplo, Weib (Weib, Wetzler, y Puttkamer 1994) construye histogramas locales a partir de barridos de sensores láser, que después se correlacionan con histogramas almacenados. Yamauchi (Yamauchi 1996) aplica una técnica similar, pero utilizando rejillas de probabilidad (Moravec y Elfes 1985) como elementos de emparejamiento.

Métodos basados en el filtro de Kalman

El enfoque más usado para resolver el problema de la localización local es la utilización del *filtro de Kalman* (Sorenson 1970), una conocida técnica para integrar información en el tiempo. Este método fue inicialmente propuesto por Kalman (Kalman 1960) para estimar el estado de un proceso dinámico lineal arbitrario. Cada variable que describe el estado del proceso se representa mediante una distribución normal. Los parámetros de la distribución (media y varianza) se actualizan siempre que se aplica un comando de control al sistema y siempre que los sensores realizan nuevas mediciones. Estas dos actualizaciones del estado se suelen denominar *predicción* y *corrección*. En la fase de predicción, se modela el cambio del estado debido a las acciones de control. En la fase de corrección se combina la estimación del estado producida por la fase anterior con las lecturas realizadas por los sensores. Tal y como se verá, estas dos fases también están presentes en la estimación bayesiana. De hecho, se ha demostrado que el filtro de Kalman puede verse como un caso particular del enfoque de estimación bayesiana (Barker, Brown, y Martin 1994).

La aplicación del filtro de Kalman a la localización de robots móviles estima la posición (x, y, θ) del robot en el entorno mediante una distribución normal. La covarianza de esta distribución representa la incertidumbre local en la posición estimada. Siempre que se mueve el robot, la posición estimada se desplaza según la distancia medida por la odometría del robot. Las observaciones realizadas por los sensores se utilizan para actualizar la distribución de probabilidad de la localización, buscando la nueva distribución que maximiza la verosimilitud de las lecturas.

La mayoría de algoritmos que aplican el filtro de Kalman utilizan modelos de movimiento similares, pero difieren en cómo se calcula la verosimilitud de las lecturas de los sensores. Existen dos grupos principales de técnicas: basadas en características y basadas en rejillas de ocupación.

Entre las primeras, Leonard (Leonard, Durrant-Whyte, y Cox 1992) busca emparejar características extraídas de las lecturas de sonar con características predichas a partir de un

mapa geométrico del entorno. Las características son planos, cilindros y esquinas basados en *regiones de profundidad constante* estimadas a partir de las lecturas del sonar. Cox (Cox 1991) utiliza distancias medidas por sensores de rango de infrarrojos y las compara con una descripción del entorno basada en segmentos de rectas. Gutmann (Gutmann y Schlegel 1996) extiende este trabajo a modelos del mundo aprendidos en una fase de exploración previa.

Entre las segundas, Schiele (Schiele y Crowley 1994) compara distintas estrategias de seguimiento de la posición del robot basadas en rejillas de ocupación y en sensores de ultrasonidos. En esta propuesta se construye una rejilla de ocupación local que se empareja con la rejilla global para producir una posición estimada que se combina con estimaciones previas mediante el filtro de Kalman.

Como conclusión, todas las implementaciones de técnicas basadas en el filtro de Kalman suponen que la posición del robot puede representarse mediante una función de densidad normal. Esta limitación hace que estas técnicas no sean robustas a ruido no modelado, ya que únicamente permiten representar una única posición posible del robot (función de densidad unimodal).

En condiciones normales, el ruido en las observaciones (*clutter*) producido por obstáculos no modelados hará de *distractor* del filtro y podrá ocasionar que el robot pierda totalmente su localización.

La suposición de localización gaussiana hace también difícil tratar el problema de la localización global, ya que no se dispone de una estimación inicial para la localización. Además, debido a la ambigüedad en la percepción del entorno (distintas zonas del entorno pueden generar mediciones similares), es necesario utilizar una función de distribución multimodal para representar la posible localización del robot.

2.3.2 Localización global

Tradicionalmente se ha supuesto que para solucionar el problema de la localización global son necesarias técnicas basadas en búsqueda, como la propuesta por Drumheller (Drumheller 1987).

El método de Drumheller obtiene un conjunto de características (segmentos de rectas) a partir de las lecturas de los sonares del robot y busca el mejor emparejamiento entre estas características y el modelo del entorno, utilizando un algoritmo de emparejamiento de características propuesto por Grimson (Grimson 1990). Como hace notar Leonard (Leonard y Durrant-Whyte 1992), el uso de técnicas de búsqueda no es lo suficientemente eficiente para un modo de funcionamiento continuo de un robot móvil. El enfoque de búsqueda fue abandonado por la comunidad de robótica móvil, y el problema de la localización global ha permanecido sin solución hasta la utilización de enfoques bayesianos (Nourbakhsh, Powers, y Birchfield 1995; Simmons y Koenig 1995; Kaelbling, Cassandra, y Kurien 1996; Burgard,

Fox, Henning, y Schmidt 1996). Estos enfoques se pueden dividir en dos grandes grupos: los que utilizan modelos topológicos y los que usan rejillas de probabilidad. Revisaremos ambos métodos después de introducir los fundamentos de la localización bayesiana.

2.4 Aproximaciones al problema del mapeado

Al igual que los modelos del entorno, podemos distinguir dos enfoques fundamentales al problema del mapeado, a saber, enfoques métricos y enfoques topológicos.

Enfoques métricos

Uno de los métodos más antiguos y usados de construcción de mapas del entorno son las rejillas de ocupación. Las rejillas de ocupación fueron propuestas inicialmente por Elfes y Moravec (Moravec y Elfes 1985; Elfes 1987), y desde entonces se han adaptado en numerosos sistemas robóticos (Borenstein y Korem 1991; Yamauchi 1996; Burgard, Fox, Henning, y Schmidt 1996; Thrun, Bucken, Burgard, Fox, Frohlinghaus, Hennig, Hofmann, Krell, y Schmidt 1998). Constituyen uno de los primeros enfoques probabilísticos capaces de fusionar distintas observaciones realizadas por el robot, además de resaltar el papel fundamental del modelo del sensor en la construcción de los mapas. Su principal problema es la ausencia de mecanismos correctores de los errores de odometría, por lo que no es factible la construcción de mapas de tamaño medio. Este problema ha sido atacado por Thrun (Thrun 1998) mediante la utilización de la hipótesis de ortogonalidad y paralelismo de las paredes del entorno.

Otros enfoques métricos utilizan modelos geométricos del entorno. Por ejemplo, Chatila y Laumon (Chatila y Laumon 1985), en una propuesta similar a la planteada en nuestro trabajo, proponen representar el entorno mediante polígonos en un sistema de referencia global. En la propuesta se sugiere descomponer el espacio libre en un pequeño número de celdas correspondientes a habitaciones, pasillos, puertas, etc. Sin embargo, aunque el enfoque contiene elementos muy atractivos, no se detalla el mismo ni se presentan experimentos que demuestren su aplicabilidad. Leonard (Leonard y Durrant-Whyte 1992) propone la construcción iterativa, mediante un filtro de Kalman, de una interpretación del entorno basada en características elementales como segmentos y esquinas. Thrun (Thrun 1997) construye mapas geométricos de forma incremental a base de concatenar segmentos de rectas detectados en secuencias temporales de mediciones de sonar.

Por último, un conjunto de métodos suponen que se parte de ciertos modelos a priori del entorno e intentan ajustar distintos parámetros del modelo mediante las lecturas realizadas por el robot. Es el caso de los trabajos de Koenig y Simmons (Koenig y Simmons 1996) y Shatkay (Shatkay y Kaelbling 1997), que utilizan el algoritmo EM (también conocido

como Baum-Welch) (Rabiner y Juang 1986) para realizar la estimación. Recientemente, Thrun (Thrun 1998) ha formulado el problema de la construcción de mapas del entorno en términos bayesianos (como detallaremos en el apartado 2.6). Sin embargo, ha aplicado esta formulación al problema más restringido de encontrar el mejor mapa del entorno que explica una secuencia de observaciones de n tipos de landmarks, observaciones que han sido recogidas de forma manual.

Enfoques topológicos

Los enfoques topológicos definen los mapas como grafos, con los nodos correspondiendo a lugares y los arcos a acciones genéricas que mueven el robot de un lugar a otro. A menudo se añade a estos grafos información métrica que facilita la navegación de un lugar a otro. Intentan resolver, sobre todo, el problema del mapeado global.

Uno de los primeros trabajos en esta línea fue el de Kuipers y Byun (Kuipers y Byun 1988; Kuipers y Byun 1991). Los nodos de su propuesta se corresponden con lugares *distinguibles* del entorno mediante alguna función genérica aplicada a los datos percibidos por los sensores. En concreto, proponen utilizar como medida de distinción de los lugares el número de obstáculos equidistantes. De esta forma los nodos de sus grafos topológicos representan máximos locales de esta medida de distinción. Los arcos corresponden a conductas de navegación que el robot utiliza para moverse de un lugar a otro (como "*seguir pared*", o "*seguir pasillo*") junto con información métrica adicional sobre la conducta de navegación seguida. El robot explora el entorno y construye el mapa topológico de forma incremental, conforme va encontrando nuevos lugares *distinguibles*. Sin embargo, estas propuestas sólo han sido comprobadas en entornos simulados y, en estas simulaciones, el robot contaba con una brújula que eliminaba los errores de odometría en la orientación.

Un enfoque similar fue propuesto por Mataric (Mataric 1992). Su algoritmo utiliza como nodos topológicos *landmarks* predefinidos como segmentos rectos, puertas o esquinas. Los lugares topológicos vecinos que va encontrando el robot se conectan mediante aristas que representan también conductas de navegación junto con información métrica que ayuda a localizar al robot. La propuesta fue probada en un robot real evolucionando en una pequeña habitación. Los problemas del método propuesto residen en la dificultad de tratar mapas de mayor tamaño y en la sensibilidad del mismo a falsas detecciones de *landmarks*.

2.5 Fundamentos de la localización bayesiana

La localización bayesiana proporciona un potente marco probabilístico general para estimar la posición de un robot móvil en a partir de las observaciones realizadas por el robot y a las acciones realizadas.

Se han realizado distintas propuestas e implementaciones de este paradigma (Nourbakhsh, Powers, y Birchfield 1995; Simmons y Koenig 1995; Kaelbling, Cassandra, y Kurien 1996; Burgard, Fox, Henning, y Schmidt 1996). En el capítulo 5 aportaremos una nueva propuesta, basada en la utilización de métodos estocásticos de muestreo, que mejora la eficiencia y la precisión de las implementaciones realizadas hasta el momento.

Formularemos en esta sección el enfoque bayesiano utilizando una notación general en la que tendrán cabida distintas implementaciones específicas. Estas implementaciones (filtros de Kalman, rejillas de probabilidad y métodos topológicos) se revisarán posteriormente.

2.5.1 Definiciones y consideraciones previas

Para definir formalmente la localización bayesiana, sea $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_t)$ una secuencia de variables aleatorias que representan el estado del robot móvil en sucesivos instantes de tiempo. La variable aleatoria \mathbf{x} puede estar definida sobre el espacio paramétrico de configuraciones (x, y, θ) del robot (siendo x e y coordenadas cartesianas en un mapa global del entorno y θ la orientación del robot) o puede tomar valores en el espacio discreto de nodos topológicos que representan el entorno.

En cada instante de tiempo t el robot realiza una observación \mathbf{z}_t del entorno y realiza una acción \mathbf{a}_t . La variable aleatoria \mathbf{z} puede ser una tupla con valores de distancias medidas por sonares o por sensores láser, o puede ser una imagen del entorno tomada por una cámara. La acción \mathbf{a}_t proporciona información sobre el siguiente estado \mathbf{x}_{t+1} del robot y puede tomar valores en el espacio de velocidades (v, ω) del robot (donde v es la velocidad lineal y ω la angular), puede también representar incrementos de posición $(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta)$ obtenidos de los mecanismos de *odometría* del robot, o puede representar un valor tomado de un espacio discreto de comandos (*moverse en la dirección θ , seguir pared o girar a la derecha*).

El enfoque bayesiano nos permite estimar la función de densidad de la posición del robot \mathbf{x}_t en el instante t , dadas las observaciones y acciones realizadas hasta ese instante y dada la probabilidad a priori $p(\mathbf{x}_1)$. Esta función de densidad representa la *probabilidad a posteriori* después de t instantes de tiempo, y se formula matemáticamente como

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_t, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}). \quad (2.1)$$

Veremos a continuación una formulación recursiva que permite la actualización de la función de densidad en el instante t , $p(\mathbf{x}_t)$ a partir de la densidad en el instante anterior, $p(\mathbf{x}_{t-1})$, de los datos medidos en el instante t , \mathbf{z}_t , y de la acción previa \mathbf{a}_{t-1} .

Para llegar a esta formulación es necesario considerar dos suposiciones, a saber, la condición de Markov del modelo dinámico y la independencia de las observaciones. Tratamos cada suposición por separado.

Condición de Markov

El modelo dinámico del robot determina la información que las acciones y los estados previos proporcionan sobre el estado actual. La formulación de este modelo se expresa como una función de probabilidad condicional

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}).$$

La condición de Markov sobre el modelo dinámico determina que el nuevo estado depende únicamente del estado y de la acción anterior. Esto es,

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) = p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_{t-1}). \quad (2.2)$$

La condición de Markov establece que el conocimiento de las acciones y posiciones previas, $(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-2}, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{t-2})$, no proporciona ninguna información adicional a la derivada de conocer la posición y acción inmediatamente previas.

Independencia en las observaciones

La segunda suposición se refiere a las medidas \mathbf{z} observadas por el robot. Se supone que dichas observaciones son independientes con respecto al tiempo, esto es, que

$$p(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_t | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) = \prod_{i=1}^t p(\mathbf{z}_i | \mathbf{x}_i, \mathbf{a}_{i-1}), \quad (2.3)$$

y que la probabilidad de la observación depende del estado y no de la acción previa

$$p(\mathbf{z}_i | \mathbf{x}_i, \mathbf{a}_i) = p(\mathbf{z}_i | \mathbf{x}_i). \quad (2.4)$$

Así,

$$p(\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_t | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_t, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) = \prod_{i=1}^t p(\mathbf{z}_i | \mathbf{x}_i). \quad (2.5)$$

Esta suposición permite formular la función de probabilidad conjunta de todas las observaciones como el producto de la *función de verosimilitud* de cada lectura. La suposición de independencia, a pesar de no ser estrictamente correcta, se aplica normalmente con éxito en muchos trabajos que utilizan estos enfoques (Pearl 1988) y, en concreto, en la construcción incremental de mapas de ocupación del entorno (Moravec 1998; Thrun 1998).

2.5.2 Actualización de la probabilidad a posteriori

Se utiliza la regla de Bayes para calcular la probabilidad a posteriori

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_t, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) = \alpha p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) \quad (2.6)$$

Esto es, la probabilidad a posteriori puede expresarse como la verosimilitud de la última lectura, ponderada por la función de probabilidad a priori de la posición del robot.

La verosimilitud de la última lectura depende únicamente de la posición actual del robot

$$p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) = p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t). \quad (2.7)$$

Este término se denomina normalmente *modelo de observación* o *modelo del sensor*. Hay que hacer notar que en la expresión de probabilidad hay implícita una variable que define el mapa del entorno, ya que las observaciones dependen tanto de la posición del robot como del entorno en el que éste evoluciona. Esta variable se hace explícita en aquellos enfoques que pretenden realizar una estimación del mapa del entorno a partir de las lecturas realizadas por el robot (Thrun 1998; Koenig y Simmons 1996), tal y como haremos en la sección 2.6, utilizándose entonces la expresión

$$p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \phi),$$

donde ϕ es la variable que define el modelo del entorno.

El segundo término de la ecuación 2.6 describe la estimación a priori de la localización \mathbf{x}_t inmediatamente *después* de la acción \mathbf{a}_{t-1} y *antes* de realizar la observación \mathbf{z}_t . El modelo dinámico (ecuación 2.2) permite expresar esta densidad como

$$p(\mathbf{x}_t | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-1}) = \int_{\mathbf{x}_{t-1}} p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_{t-1}) p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-2}). \quad (2.8)$$

Si observamos el último término de la ecuación anterior,

$$p(\mathbf{x}_{t-1} | \mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{t-1}, \mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_{t-2})$$

podremos comprobar que representa la estimación a posterior anterior, por lo que podremos formular la ecuación 2.6 como

$$p(\mathbf{x}_t) = \alpha p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t) \int_{\mathbf{x}_{t-1}} p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_{t-1}) p(\mathbf{x}_{t-1}), \quad (2.9)$$

que proporciona una expresión recursiva de la estimación a posteriori de la localización del robot. El factor α es un factor de normalización que asegura que $\int_{\mathbf{x}_t} p(\mathbf{x}_t) = 1$.

La expresión anterior es una expresión genérica que se aplica a cualquier implementación concreta de la localización bayesiana, obtenida mediante la definición de un modelo de observación y de movimiento específicos.

Pero, sobre todo, lo que distingue los distintos enfoques de localización bayesiana es el método escogido para estimar computacionalmente la función de densidad anterior. Revisamos en el siguiente apartado los métodos más utilizados hasta el momento.

2.5.3 Estimación de la función de densidad a posteriori

En la sección anterior se ha derivado la expresión matemática de la función de densidad a posteriori. Revisaremos en esta sección las distintas técnicas propuestas para su estimación computacional.

Entre las más extendidas se incluyen: (1) la suposición de que $p(\mathbf{x})$ es una función normal y la estimación de sus parámetros (mediante el filtro de Kalman, (2) la discretización del espacio de la variable aleatoria \mathbf{x} (métodos basados en la estimación de rejillas de probabilidad) y (3) la consideración de que \mathbf{x} toma valores discretos (métodos topológicos).

Frente a estos enfoques proponemos en la tesis la utilización de *filtros de partículas* que representan la función de densidad mediante un conjunto de muestras.

La localización bayesiana mediante el filtro de Kalman ya ha sido comentada previamente. Revisamos a continuación los enfoques de rejillas de probabilidad y de métodos topológicos. En el capítulo 5 presentaremos nuestra propuesta de estimación bayesiana mediante un filtro de partículas.

Rejillas de probabilidad

Frente a la propuesta anterior, las rejillas de probabilidad (Burgard, Fox, Henning, y Schmidt 1996; Thrun, Burgard, y Fox 1998) permiten representar y actualizar funciones de probabilidad arbitraria. Para ello discretizan con una resolución fina todo el espacio de posibles localizaciones \mathbf{x} del robot y formulan las funciones de densidad de la ecuación 2.9 como funciones constantes en los intervalos correspondientes a la discretización. De esta forma, la actualización de la función de densidad se completa iterando por todos los posibles valores discretos.

Es interesante recoger aquí el proceso de actualización de la función de densidad a posteriori, dada la similitud que tendrá el mismo con el método basado en muestreo que

propondremos más adelante. La formulación está basada en los trabajos de Burgard (Burgard, Fox, Henning, y Schmidt 1996; Burgard, Cremers, Fox, Hahnel, Lakemeyer, Schulz, Steiner, y Thrun 1998) y aparece, en forma de algoritmo, en la tabla 2.1. En el algoritmo, se utiliza la notación $P(\mathbf{x}_i)$ para referirse a la estimación de la probabilidad para la celda i del espacio paramétrico \mathbf{X} de posibles configuraciones del robot.

Algoritmo: *Localización bayesiana con rejilla de probabilidad*

1. Inicialización

Para cada celda $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}$

$$P(\mathbf{x}_i) \leftarrow P_0(\mathbf{x}_i)$$

2. Actualización de la acción \mathbf{a}

Para cada celda $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}$

$$P(\mathbf{x}_i) \leftarrow \sum_{\mathbf{x}_j} P(\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_j, \mathbf{a}) P(\mathbf{x}_j)$$

3. Actualización de la lectura \mathbf{z}

Para cada celda $\mathbf{x}_i \in \mathbf{X}$

$$P(\mathbf{x}_i) \leftarrow P(\mathbf{z} | \mathbf{x}_i) P(\mathbf{x}_i)$$

$$P(\mathbf{x}_i) \leftarrow \frac{P(\mathbf{x}_i)}{\sum_{\mathbf{x}_j} P(\mathbf{x}_j)} \quad (\text{normalización})$$

4. Saltar a 2.

Tabla 2.1: Algoritmo de localización basado en rejillas de probabilidad.

Los métodos basados en este enfoque han demostrado su potencia en aplicaciones en robots reales (Burgard, Cremers, Fox, Hahnel, Lakemeyer, Schulz, Steiner, y Thrun 1998; Koenig y Simmons 1998), pero tienen ciertos problemas, entre los que se pueden citar la complejidad computacional y la necesidad de definir a priori el tamaño de la discretización del espacio de parámetros y, por ello, su precisión.

Métodos topológicos

Los métodos topológicos (Nourbakhsh, Powers, y Birchfield 1995; Kaelbling, Cassandra, y Kurien 1996; Koenig y Simmons 1998) definen un espacio discreto de estados para el robot, distinto del espacio de configuraciones (x, y, θ) . Este espacio discreto suele ser de un grano muy grueso (*pasillo, unión, final de pasillo*), en contraste con el grano fino usado en el enfoque anterior. Por ejemplo, Nourbakhsh (Nourbakhsh, Powers, y Birchfield 1995) utiliza nodos topológicos que representan pasillos o uniones.

El grano grueso mejora la complejidad computacional del método anterior. Sin embargo, no se garantiza una localización precisa del robot y se producen con frecuencia errores de confusión de estados, debidos a la ausencia de información métrica en los nodos.

2.6 Fundamentos del mapeado bayesiano

Al igual que en el apartado de localización bayesiana (sección 2.5), denotamos por $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T)$ la secuencia de variables aleatorias que definen el estado del robot móvil en sucesivos instantes de tiempo. En cada instante $t \leq T$ el robot ha realizado una observación \mathbf{z}_t y ejecutado una acción \mathbf{a}_t . Llamaremos D a la secuencia de observaciones y acciones obtenidas

$$D = (\mathbf{z}_1, \mathbf{a}_1, \mathbf{z}_2, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_{T-1}, \mathbf{z}_T). \quad (2.10)$$

La utilización de la variable T mayúscula hace notar que el número de observaciones es constante. El proceso de mapeado se aplica una vez que el robot ha realizado la exploración del entorno, y ha almacenado las observaciones realizadas. Todas ellas se van a utilizar para estimar los mejores parámetros que definen el mapa del entorno. Estos parámetros se representan con una variable aleatoria, ϕ , cuyos valores dependen del enfoque utilizado. Por ejemplo, en el trabajo de Thrun (Thrun, Burgard, y Fox 1998), ϕ es una asignación de coordenadas cartesianas (x, y) a un conjunto de *landmarks* que el robot ha ido registrando mientras navegaba. En la propuesta de Koenig (Koenig y Simmons 1996), se estima la distancia entre los nodos de un mapa topológico construido a priori. En nuestra propuesta, la variable ϕ representa un conjunto de parámetros utilizados en la definición de las coordenadas de los vértices del modelo poligonal construido a priori.

Siguiendo el enfoque bayesiano, se debe encontrar el mapa ϕ más probable dada la secuencia de datos observada D , esto es, el mapa *máximo a posteriori* (MAP). Aplicando la regla de Bayes, el MAP es el valor de ϕ que cumple

$$\begin{aligned} \phi^* &= \arg \max_{\phi} p(\phi | D) = \\ &= \arg \max_{\phi} p(D | \phi) p(\phi). \end{aligned} \quad (2.11)$$

El término $p(D | \phi)$ define la *verosimilitud* de la secuencia de datos dado el mapa ϕ , y el término $p(\phi)$ define la probabilidad a priori de ϕ . En muchos enfoques se supone que la probabilidad a priori de ϕ es uniforme. En este caso, podemos simplificar la ecuación anterior y considerar sólo el término $p(D | \phi)$ para encontrar el mapa más probable. El valor de ϕ que maximiza este término se denomina valor de *máxima verosimilitud* (MV)

$$\phi^* = \arg \max_{\phi} p(D | \phi). \quad (2.12)$$

Desarrollando el término de verosimilitud de la ecuación anterior, podemos incorporar en el mismo la secuencia de posiciones $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T)$ en las que se ha encontrado el robot en los sucesivos instantes de tiempo. Estas variables se denominan *variables ocultas* en la terminología de los Modelos Ocultos de Markov (*Hidden Markov Models*, HMM) ya que el observador no tiene acceso directo a ellas (consultar (Rabiner y Juang 1986) para una revisión sobre los HMM y algoritmos asociados).

Si se conocieran estas posiciones, podríamos expresar el estimador de máxima verosimilitud como

$$\phi^* = \arg \max_{\phi} p(D, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T | \phi). \quad (2.13)$$

Aplicando la definición de la probabilidad condicional, se llega a la siguiente expresión de la función de densidad en la ecuación 2.13

$$p(D, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T | \phi) = p(D | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T, \phi) p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T | D), \quad (2.14)$$

Dado que la observación \mathbf{z}_t depende únicamente del mapa ϕ y de la posición del robot en el instante t , \mathbf{x}_t , y suponiendo independencia entre las observaciones, el primer término de la ecuación anterior puede reescribirse como

$$p(D | \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T, \phi) = \prod_{t=1}^T p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \phi). \quad (2.15)$$

La localización del robot en el instante t , \mathbf{x}_t , depende únicamente de su localización en el instante $t - 1$, \mathbf{x}_{t-1} , y de la acción \mathbf{a}_t realizada por el robot en ese instante,

$$p(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T | D) = p(\mathbf{x}_1) \prod_{t=2}^T p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_{t-1}). \quad (2.16)$$

El término $p(\mathbf{x}_1)$ determina la distribución a priori de la localización del robot en el primer instante de tiempo.

Sustituyendo las ecuaciones 2.15 y 2.16 en la ecuación principal 2.13 se llega a la formulación final del mapa de máxima verosimilitud

$$\begin{aligned}\phi^* &= \arg \max_{\phi} p(D, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T | \phi) = \\ &= \arg \max_{\phi} p(\mathbf{x}_1) \prod_{t=1}^T p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \phi) \prod_{t=2}^T p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_{t-1}).\end{aligned}\quad (2.17)$$

La expresión final, al igual que la expresión que determina la localización (2.9), depende únicamente del modelo de observación, $p(\mathbf{z}_i | \mathbf{x}_i, \phi)$, y del modelo dinámico del robot, $p(\mathbf{x}_i | \mathbf{x}_{i-1}, \mathbf{a}_{i-1})$.

El problema fundamental de la expresión 2.17 es que no se conoce el valor de las posiciones $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_T)$. Una solución, claramente ineficiente, sería integrar todos los posibles valores de estas variables, de forma que se calculara

$$\arg \max_{\phi} \int_{\mathbf{x}_1} \dots \int_{\mathbf{x}_T} p(\mathbf{x}_1) \prod_{t=1}^T p(\mathbf{z}_t | \mathbf{x}_t, \phi) \prod_{t=2}^T p(\mathbf{x}_t | \mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{a}_{t-1}).\quad (2.18)$$

Existe, afortunadamente, una técnica que realiza un descenso por gradiente en el espacio de verosimilitud: el método EM (Dempster, Laird, y Rubin 1977), que, en el contexto de los HMM se denomina algoritmo Baum-Welch (Rabiner y Juang 1986) (para aplicaciones del EM en el contexto del mapeado, consultar (Koenig y Simmons 1996; Shatkay y Kaelbling 1997; Thrun, Burgard, y Fox 1998)). Un algoritmo EM realiza un descenso por gradiente en el espacio de verosimilitud alternando dos pasos, un *paso de estimación (expectation)* (paso E) y un *paso de maximización* (paso M). En el paso E, se estiman los valores más probables de las localizaciones del robot basándose en el mejor valor del mapa obtenido hasta el momento (en la primera iteración no hay ninguno). En el paso M se estima un mapa de máxima verosimilitud a partir de las localizaciones estimadas en el paso E. El paso E puede interpretarse como un procedimiento de localización dado un mapa fijo, mientras que el paso M implementa un proceso de mapeado bajo la suposición de que la localización del robot es conocida. La aplicación iterativa de ambos pasos conduce a un refinamiento sucesivo tanto de las posiciones estimadas como del mapa.

Un algoritmo EM de mapeado debe proporcionar implementaciones del paso E y del paso M. Dependiendo del modelo del entorno y de las funciones de densidad, será más o menos directo implementar ambos pasos. En nuestro caso, al ser ϕ un modelo paramétrico, y la función de verosimilitud una función multimodal no representable mediante una distribución normal, no es posible llegar a una solución cerrada de ninguno de los pasos. En el capítulo 7 proponemos un algoritmo estocástico que sigue la filosofía del EM para buscar el mapa de máxima verosimilitud.

2.7 Discusión

Se han presentado en este capítulo los problemas de la localización y el mapeado, que constituyen los problemas centrales de la tesis. Se han revisado los distintos enfoques y propuestas existentes en la literatura para tratar ambas cuestiones, haciendo un énfasis especial en los distintos modelos de entorno, en las propuestas de localización global y local y en los enfoques para resolver el problema del mapeado.

Se presenta una formalización de ambos problemas utilizando la teoría de estimación bayesiana. Esta formalización unifica las propuestas existentes y proporciona un marco general en el que se pueden formular muchas de las técnicas propuestas.