

Apéndice C

Generación de trayectorias robustas mediante algoritmos genéticos

Este apéndice y el siguiente presentan trabajos previos al desarrollo del cuerpo central de la tesis, relacionados con técnicas de navegación local. Estos trabajos dieron lugar a publicaciones (Gallardo, Colomina, Flórez, Arques, Company, y Rizo 1997; Gallardo, Colomina, Flórez, y Rizo 1998) y sirvieron para plantear algunas preguntas de las que ha surgido la tesis.

C.1 Introducción

El problema de la generación de un camino a seguir por un robot móvil para llegar de una posición inicial a otra final evitando los obstáculos del entorno ha sido tratado ampliamente en la literatura (Latombe 1991), encontrándose soluciones eficientes tanto mediante técnicas algorítmicas como mediante técnicas evolutivas (Xiao, Michalewicz, Zhang, y Trojanowski 1997; Doyle 1995; Rendas y W.Tetenoire 1997; Ahuactzin, Talbi, Bessiere, y Mazer 1992). La mayor parte de estos enfoques resuelven el problema en el espacio de configuraciones del robot (definido normalmente por su posición x , y y su orientación θ). En ese caso la solución es una secuencia continua de configuraciones espaciales, esto es, una trayectoria en el plano que no colisiona con los obstáculos y que conecta el punto inicial con el punto final. Sin embargo, una trayectoria espacial no resuelve directamente el problema de mover el robot, ya que le falta una ley temporal asociada a la misma (distintas velocidades lineales y angulares pueden generar la misma trayectoria espacial).

Para resolver completamente el problema hay que planificar una secuencia de velocidades, realizando entonces la búsqueda no en el espacio de configuraciones sino en el espacio de velocidades (en el caso de robots *synchro-drive* como el que se utiliza en este trabajo,

estas velocidades son la velocidad lineal v y la velocidad angular ω). En este nuevo espacio, los obstáculos ya no son definibles geoméricamente, por lo que se limita mucho el tipo de técnicas algorítmicas que pueden aplicarse. Adicionalmente, en muchos casos es necesario imponer restricciones que reducen localmente la dimensionalidad del espacio de velocidades del robot. Por ejemplo, un robot que se mueve con las características de un automóvil, como es el presente caso, no puede moverse lateralmente y tiene limitado el ángulo de giro. A este problema se le denomina planificación de trayectorias con restricciones cinemáticas no holonómicas y su solución es materia de investigación actual en el campo de la robótica y el control (Latombe 1991; Divelbiss y Wen 1994; Chatila, Khatib, Jaouni, y Laumond 1997). Todas estas soluciones plantean dos importantes problemas:

1. Soluciones subóptimas: la mayor parte de las técnicas algorítmicas que resuelven el problema de la búsqueda de trayectorias no holonómicas encuentran *una* trayectoria, pero no contemplan factores prácticos de eficiencia como el tiempo de la misma, su regularidad, etc.
2. Robustez de la trayectoria: una vez calculada una trayectoria, ésta deberá ser ejecutada por un robot real, lo que nos lleva directamente al problema de la incertidumbre en su ejecución. Esta incertidumbre se debe a la inexactitud en la ejecución de las órdenes de velocidad y a la inexactitud en la localización del robot por la incertidumbre asociada a la odometría. Esta incertidumbre es acumulativa con lo que cuanto más larga sea la trayectoria, más se sufrirá.

Debido a ello, las trayectorias que se obtengan como solución deben ser robustas, en el sentido de que la introducción en ellas de pequeños cambios no debe variar mucho el resultado final. Esta característica de robustez no es garantizada por ninguna de las aproximaciones que se utilizan para resolver el problema.

En este trabajo se presenta una solución a la planificación de trayectorias no holonómicas mediante computación evolutiva que contempla los dos problemas arriba planteados. La búsqueda de la mejor trayectoria para unos criterios dados se realizará de forma natural introduciendo esos criterios en la función de bondad, y la robustez de la trayectoria se garantizará introduciendo en esta función de bondad un término de ruido gaussiano acumulativo y adaptando el método de búsqueda genética para que esto sea contemplado.

C.2 Planteamiento del problema

Esta sección describe las ecuaciones de movimiento fundamentales de un robot *synchro-drive*, definiendo la componente dinámica del control del mismo. Las trayectorias a seguir por el robot y las funciones de evaluación asociadas a los mismos se basan en estas ecuaciones.

Las variables de estado del robot móvil son su posición (x, y) , su orientación (θ) y sus velocidades angular y lineal $(\omega$ y v , respectivamente). Consideraremos constantes las aceleraciones angulares y lineales $(a_\omega$ y $a_v)$. Estas aceleraciones tienden a no ser demasiado altas en implementaciones reales de robots móviles, para no someter a la estructura mecánica del robot a tensiones excesivas y para conseguir movimientos suaves. Debido a ello estas aceleraciones no deben ser despreciadas si se quieren conseguir resultados aplicables a la realidad.

El control del robot lo modelamos con las variables c_v y c_ω que toman valores discretos $\{-1, 0, 1\}$ y definen si, para un instante de tiempo determinado, las velocidades deben ser decrementadas, no modificadas o incrementadas. El incremento de estas velocidades vendrá dado por la constante de aceleración.

$$\omega(t_n) = \omega(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} a_\omega c_\omega(t) dt \quad (C.1)$$

$$v(t_n) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} a_v c_v(t) dt \quad (C.2)$$

La dinámica de las variables de posición y dirección angular del robot se modela con las siguientes ecuaciones.

$$\theta(t_n) = \theta(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} \omega(t) dt \quad (C.3)$$

$$x(t_n) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} v(t) \cos \theta(t) dt \quad (C.4)$$

$$y(t_n) = y(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} v(t) \sin \theta(t) dt \quad (C.5)$$

Las ecuaciones anteriores pueden simplificarse si se asume que el robot debe controlarse de forma discreta, con intervalos de control de tiempo Δt . Suponemos, pues, constantes las variables de control c_v y c_ω para estos intervalos de tiempo. De esta forma se simplifican las anteriores ecuaciones.

$$x(t_n) = x(t_0) + \sum_{i=0}^{n-1} \int_{t_i}^{t_i + \Delta t} (v(t_i) + \Delta_i^t v) \cos(\theta(t_i) + \Delta_i^t \theta) dt \quad (C.6)$$

donde

$$\Delta_{t_i}^t v = a_v c_v(t)(t - t_i) \quad (\text{C.7})$$

$$\Delta_{t_i}^t \omega = \omega(t_i) c_\omega(t_i)(t - t_i) + \frac{1}{2} a_\omega(t_i) c_\omega(t_i)(t - t_i)^2 \quad (\text{C.8})$$

Por ello el problema de encontrar una trayectoria en un espacio de velocidades puede formularse como la búsqueda de una secuencia temporal de valores para las órdenes c_v y c_ω

$$\langle (c_{v_{t_0}}, c_{\omega_{t_0}}), (c_{v_{t_1}}, c_{\omega_{t_1}}), \dots, (c_{v_{t_n}}, c_{\omega_{t_n}}) \rangle$$

que haga moverse el robot desde la configuración inicial ($x = x_0, y = y_0, \theta = \theta_0, v = 0, \omega = 0, t = t_0$) hasta la posición objetivo ($x = x_{\text{obj}}, y = y_{\text{obj}}, v = 0, \omega = 0, t = t_n$). Hay que hacer notar que el robot debe terminar en una configuración estática y que no imponemos ninguna restricción a la orientación final.

Además, como restricciones adicionales, buscamos que t_n sea el mínimo posible y que la trayectoria resultante sea robusta, en el sentido comentado anteriormente.

C.3 Generación de trayectorias mediante algoritmos genéticos

En el problema de la generación de trayectorias óptimas, la elección del uso de algoritmos genéticos (Back, Fogel, y Michalewicz 1997) se fundamenta en dos razones principales: en primer lugar, es una técnica adecuada para realizar búsquedas en espacios de dimensión elevada, como en este caso. Por otro lado, el método impone pocas restricciones de tipo matemático en la forma de la función a optimizar, de tal manera que es aplicable a la generación de trayectorias para cualquier tipo de comportamiento (evitar obstáculos, seguir paredes, etc.).

C.3.1 Representación de las soluciones

Cada individuo de la población representará una trayectoria que parte del punto origen e intenta llegar al destino. Como el objetivo no es únicamente obtener una secuencia de coordenadas espaciales que conecte el punto origen con el punto de destino, sino además encontrar cuál es la velocidad lineal y angular que el robot debe tomar en cada punto del camino, un cromosoma estará formado por una serie de velocidades lineales y angulares de referencia para el robot en instantes de tiempo sucesivos. Así, una trayectoria en el espacio de velocidades se codificará como un vector de pares de valores para v y w :

$$\langle (v_{t_1}, w_{t_1}), (v_{t_2}, w_{t_2}), \dots, (v_{t_n}, w_{t_n}) \rangle$$

Esta secuencia de velocidades de referencia se transformará para su evaluación en una secuencia de órdenes de cambio de velocidad como los descritos en la sección C.2.

C.3.2 Función de evaluación

La función de evaluación mide la optimalidad de cada trayectoria en términos de la distancia de la posición final del robot a la posición objetivo y el tiempo invertido en llegar hasta ella:

$$f = \alpha d_{\text{obj}}(t_n, \sigma) + \beta t_n$$

donde:

- $d_{\text{obj}}(t, \sigma) = \sqrt{(\chi(t, \sigma) - x_{\text{obj}})^2 + (\psi(t, \sigma) - y_{\text{obj}})^2 + v(t, \sigma)^2 + \varphi(t, \sigma)^2}$ es la distancia euclídea en el espacio (x, y, v, w) entre el objetivo y el punto final de la trayectoria.
- t_n es el tiempo invertido en recorrer la misma.
- α, β son coeficientes de ponderación que miden la importancia relativa de cada uno de los factores.

Para asegurar que los individuos que chocan siempre tienen una adecuación peor (mayor) que los que llegan al final sin chocar, se le suma al valor de su función de adecuación el valor de la adecuación del peor de los individuos que no ha chocado en esa generación.

Las funciones $v(t, \sigma)$ y $\varphi(t, \sigma)$ representan las velocidades lineal y angular obtenidas introduciendo un ruido gaussiano de desviación típica σ en las ecuaciones (C.1) y (C.2), quedando las mismas como:

$$\varphi(t_n, \sigma) = \omega(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} (a_\omega c_\omega(t) + \rho(t, \sigma)) dt \quad (\text{C.9})$$

$$v(t_n, \sigma) = v(t_0) + \int_{t_0}^{t_n} (a_v c_v(t) + \rho(t, \sigma)) dt \quad (\text{C.10})$$

Las funciones $\chi(t, \sigma)$ y $\psi(t, \sigma)$ son los valores de x e y que se obtienen con estas velocidades. El término de ruido $\rho(t, \sigma)$ modela la incertidumbre en las velocidades y en las posiciones que se produciría al ejecutar la secuencia de órdenes codificados en la trayectoria en un robot real.

Desde el punto de vista de la función de evaluación esta incertidumbre se traduce en que un cromosoma no tiene asociado un único valor de adecuación. Por ello, la estrategia adoptada consiste en evaluar N veces cada individuo y tomar como su valor de adecuación el máximo (el peor) de los valores obtenidos, para asegurar que se promueven las trayectorias robustas. Para impedir que la introducción de ruido mejore accidentalmente trayectorias que de otro modo obtendrían peor valoración, cada individuo se evalúa además suponiendo la inexistencia de ruido.

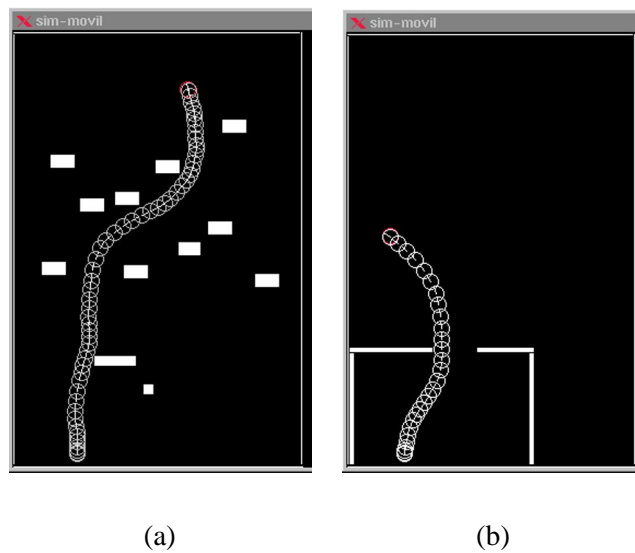


Figura C.1: Resultados sin ruido para distintos entornos.

C.3.3 Operadores genéticos

- Cruce:** este operador combina las velocidades de referencia de dos trayectorias. Para ello se calcula de manera aleatoria un punto de cruce independiente para cada uno de los cromosomas y se intercambia el material genético que queda a la derecha de los respectivos puntos de cruce. Al ser el punto de cruce distinto para cada uno de los "padres" este método da lugar a individuos de longitud variable. Esto permite que la longitud de la trayectoria vaya creciendo en las sucesivas generaciones y el robot se vaya aproximando al punto de destino.
- Mutación:** cada mutación consiste en sumar un valor aleatorio procedente de una distribución normal de media 0 y varianza 5 metros por segundo (o 5 grados por segundo en el caso de velocidades angulares) a una de las velocidades de referencia que componen el cromosoma.

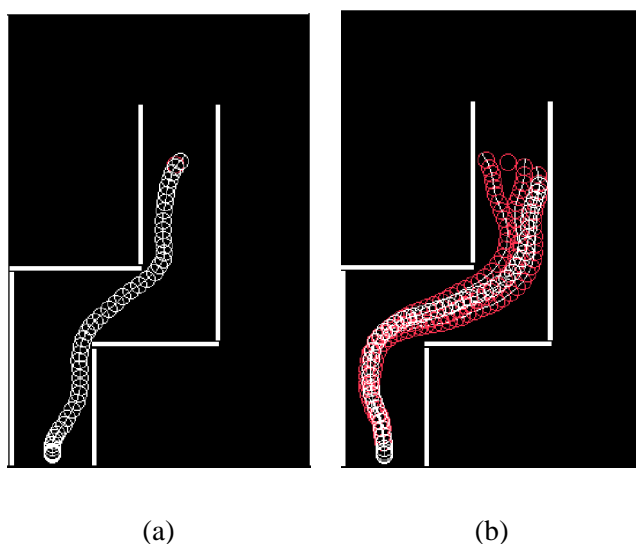


Figura C.2: Resultados para el entorno *pasillo*.

C.4 Resultados

C.4.1 Resultados en distintos entornos sin ruido

En la figura C.1 pueden verse dos trayectorias generadas por el algoritmo genético en distintos entornos, ambas sin aplicar ningún término de ruido a la función de evaluación. Para obtenerlas se han utilizado los siguientes parámetros: número de individuos $m = 100$, número de generaciones $n = 100$, probabilidad de cruce $p_c = 0.75$ y probabilidad de mutación $p_m = 0.01$.

Hay que hacer notar que las trayectorias resultantes alcanzan velocidades considerables que pasan demasiado cerca de los obstáculos. Una ejecución de alguna de ellas en un robot real terminaría, probablemente, en una situación de colisión con alguno de ellos.

C.4.2 Comparación de resultados con y sin ruido

Con el objeto de comprobar los efectos que produce la introducción de ruido en las características de las trayectorias obtenidas mediante el algoritmo evolutivo, se han realizado distintas pruebas en un mismo entorno (figura C.2), manteniendo constantes los parámetros del algoritmo (los mismos que en el apartado anterior) y variando únicamente la desviación estándar σ del ruido gaussiano generado. El promedio de los resultados obtenidos tras 20

ejecuciones del algoritmo con cada nivel de ruido se muestra en la tabla C.1. El parámetro D_{min} representa la distancia mínima del robot a los objetos del entorno a lo largo de toda la trayectoria, mientras que V_{med} es la velocidad lineal media del robot.

Como puede observarse, la presencia de ruido fuerza a que las trayectorias se alejen a una mayor distancia de los objetos. Las trayectorias sin ruido consiguen una mejor velocidad promedio al no verse sometidas a restricciones de distancia (figura C.2), aunque este aspecto se ve ampliamente compensado al utilizar ruido, ya que éstas son más seguras de cara a su ejecución en un robot real.

Parámetro	Nivel de ruido (σ)		
	0.0	0.04	0.1
$D_{min}(cm)$	38.2	39.8	43.8
$V_{med}(cm/s)$	51.31	50.92	46.4

Tabla C.1: Resultados obtenidos para el entorno *pasillo*

C.5 Conclusiones

Se ha presentado una solución al problema de generación de trayectorias robustas en el espacio de velocidades de un robot móvil mediante algoritmos genéticos. Los resultados obtenidos son correctos y se mejora la robustez de las trayectorias resultantes con respecto a las de otros métodos. Para ello se ha utilizado en el algoritmo genético una función de evaluación que incorpora un término de ruido acumulativo y se ha adaptado este algoritmo para que sea capaz de encontrar una solución subóptima y robusta que satisfaga esta función de evaluación.

Como trabajos futuros nos planteamos modificar la función de evaluación para generar diferentes trayectorias que correspondan a esquemas de comportamiento local, como es el seguimiento de paredes, o la navegación por el centro del pasillo, con objeto de utilizar estas trayectorias obtenidas como muestras de aprendizaje para la generación de un controlador local que responda a estos esquemas. También estamos estudiando otras alternativas de codificación de las soluciones que permita obtener mejores resultados en entornos con mínimos locales pronunciados.