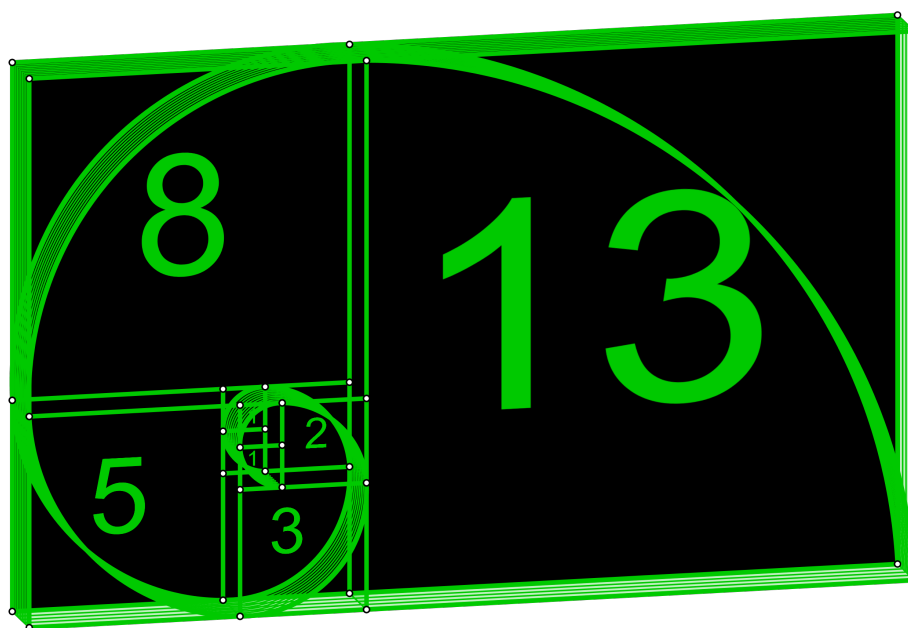


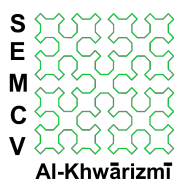
# XIII JORNADES D'EDUCACIÓ MATEMÀTICA DE LA COMUNITAT VALENCIANA

## INNOVACIÓ I TECNOLOGIA EN EDUCACIÓ MATEMÀTICA



Alacant, 19-20 d'octubre de 2018

Universitat d'Alacant



**Societat  
d'Educació Matemàtica  
de la Comunitat Valenciana**

**UA**

UNIVERSITAT D'ALACANT  
UNIVERSIDAD DE ALICANTE

**ICE** Institut de Ciències de l'Educació  
Instituto de Ciencias de la Educación

## **COMITÉ EDITOR- MAQUETACIÓ**

José Aurelio Pina Romero (SEMCV)

Fernando Arenas Planelles (SEMCV)

Òscar Forner Gumbau (SEMCV)

Julia Muñoz Martínez (SEMCV)

## **COMITÉ ORGANITZADOR**

Fernando Arenas Planelles (SEMCV)

Òscar Forner Gumbau (SEMCV)

José Aurelio Pina Romero (SEMCV)

Ferran Verdú Monllor (UA)

José Antonio Mora Sánchez (SEMCV)

## **COMITÉ CIENTÍFIC**

Fernando Arenas Planelles (SEMCV)

Òscar Forner Gumbau (SEMCV)

María García Monera (SEMCV)

Amparo Monedero Mira (SEMCV)

## **COMITÉ TÈCNIC**

Dissent del cartell: José Fernando Juan García

Pàgina web: Juan Fernando López Villaescusa

Plataforma d'inscripció: Juan Manuel Couchoud Pérez

## **REVISIÓ DEL TEXT**

Maria Teresa Navarro Moncho

**ISBN:** 978-84-09-14773-1

**Primera edició:** setembre de 2019

**Editor:** Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat d'Alacant

Qualsevol forma de reproducció, distribució, comunicació pública o transformació d'aquesta obra només pot ser realitzada amb l'autorització del seus titulars, llevat de les excepcions previstes per la llei. Adreceu-vos a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necessiteu fotocopiar o escanejar algun fragment d'aquesta obra.

**NOTA EDITORIAL:** Les opinions i continguts dels textos publicats en aquesta obra són de responsabilitat exclusiva dels autors.

## COL·LABORADORS



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Departament de Matemàtica Aplicada  
Departamento de Matemática Aplicada



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Departament de Matemàtiques  
Departamento de Matemáticas



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

ICE Institut de Ciències de l'Educació  
Instituto de Ciencias de la Educación



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Departament d'Innovació i Formació Didàctica  
Departamento de Innovación y Formación Didáctica



A J U N T A M E N T D E  
S A N T V I C E N T D E L R A S P E I G

UA

UNIVERSITAT D'ALACANT

Facultat de Ciències  
Facultad de Ciencias

**CASIO**®

División Educativa



GOBIERNO  
PROVINCIAL  
ALICANTE

La Dipu de los Pueblos

UA

UNIVERSITAT D'ALACANT  
UNIVERSIDAD DE ALICANTE

ICE Institut de Ciències de l'Educació  
Instituto de Ciencias de la Educación

<b>EDITORIAL</b>	<b>3</b>
<hr/>	
<b>CONFERÈNCIES</b>	<b>7</b>
<hr/>	
CONFERÈNCIA: L'AVENTURA D'INNOVAR EN L'ENSEYAMENT DE LES MATEMÀTIQUES.	7
<hr/>	
<b>TALLERS</b>	<b>21</b>
<hr/>	
T-01. LA CALCULADORA CIENTÍFICA A L'AULA DE MATEMÀTIQUES.	21
T-02. INVESTIGACIONES EN CLASE DE MATEMÁTICAS CON GEOGEBRA	41
T-03. EDPUZZLE: UN RECURSO PARA EL FLIPPED CLASSROOM	55
T-04. CREANDO VÍDEOS PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.	63
T-05. TEOREMA "DOBLAR Y CORTAR": UN EJEMPLO DE INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA.	79
T-06. SUPERFICIES SECCIONADAS	89
T-07. LA CALCULADORA COM A RECURS DIDÀCTIC A L'EDUCACIÓ PRIMÀRIA.	101
T-08. LOS CALENDARIOS MAYAS.	113
T-09. INNOVACIÓN SIN PERDER LOS PAPELES	123
T-10. MANIPULANDO Z.	135
<hr/>	
<b>COMUNICACIONES</b>	<b>155</b>
<hr/>	
C-01. ANÀLISI DE LA COMPRESIÓ EN ESTUDIANTS DE BATXILLERAT DEL CONCEPTE DE LÍMIT D'UNA FUNCIÓ EN UN PUNT.	155
C-02. EMMA, ESTÍMUL DEL TALENT MATEMÀTIC COMARCAL.	173
C-03. JUGANT AMB GEOGEBRA.	181
C-04. APRENDIZAJE BASADO EN PROYECTOS EN 2º PMAR.	189
C-05. TAULES, PARÀMETRES I GRÀFICS ESTADÍSTICS RÀPIDS AMB GEOGEBRA PER A L'AULA D'ESO.	201
C-06. APRENDIENDO MATEMÁTICAS CON JUEGOS MÓVILES.	241
C-08. TRAS LA PISTA. (A2/0B11).	257
C-08. PROBLEMAS RICOS EN SECUNDARIA COMO DETECTOR DE CAPACIDAD MATEMÁTICA ALTA.	273
C-9 ANÀLISI D'UN OBSTACLE DIDÀCTIC: CONVEXITAT I CONCAVITAT D'UNA FUNCIÓ EN UN INTERVAL.	287
C-10. LAS SIMETRÍAS DEL PLANO PARA 6º DE E. PRIMARIA EN FORMATO DE IBOOK.	301
C-11. LA VÍDEOCONFERENCIA ENTRE ESTUDIANTES DE TALENTO EN UN TALLER DE MATEMÁTICAS.	315

**C-06. APRENDIENDO MATEMÁTICAS CON JUEGOS MÓVILES.**

Juan Miguel Ribera Puchades <sup>1</sup>, Lucia Rotger García <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidad de La Rioja.- [juanmisueca@gmail.com](mailto:juanmisueca@gmail.com)

<sup>2</sup> Universidad de La Rioja.- [luciarotger87@gmail.com](mailto:luciarotger87@gmail.com)

**Modalitat:** Comunicació

**Nivell educatiu:** Secundaria, Universidad

**Paraules clau:** Juegos móviles, matemáticas en los juegos, recursos TIC, contextualización de problemas.

**Resum:**

En esta comunicación presentamos una serie de actividades que planteamos a diferentes grupos de alumnos de Secundaria y Universidad basadas en el uso de los juegos móviles como recurso para la docencia en matemáticas. Para ser más exactos, esta secuencia docente está basada en el análisis y la profundización de las características matemáticas de un juego móvil con un aparente contenido matemático, 2048. Basándonos en este juego y en las diferentes versiones libres existentes en los repositorios online, hemos analizado los conceptos matemáticos presentes. Además, hemos observado los beneficios del análisis matemático de los juegos para mejorar su jugabilidad. Destacamos el interés mostrado por los estudiantes y la aplicación que han realizado a otros juegos y aplicaciones móviles. Saber más matemáticas nos permitirá jugar mejor.

## **Introducción**

La asignatura de matemáticas es una de las más temidas del currículo de secundaria y de algunos grados universitarios. Por tanto, es importante realizar metodologías docentes diferentes para promover el aprendizaje de esta asignatura entre los estudiantes. En los últimos años se ha producido un auge de otras metodologías docentes como son el aprendizaje cooperativo o el aprendizaje basado en la resolución de problemas. Dichas metodologías deben estar acompañadas de lecciones magistrales y promover las relaciones entre las matemáticas y la vida diaria. De ahí que podamos usar los juegos y aplicaciones móviles para introducir conceptos y solucionar problemas de matemáticas en nuestras clases.

Los dispositivos móviles son cada vez más comunes en nuestras casas y en los centros educativos a la par que se han convertido en una herramienta indispensable para comunicarnos. Dichos dispositivos tienen disponibles una gran variedad de aplicaciones con objetivos y utilidades diferentes, que además pueden ser vistas con ojos matemáticos. Existen aplicaciones que pueden ayudarnos en la realización de cálculos matemáticos, en la creación de gráficas, en el estudio de datos estadísticos, etc. Pero no son las únicas aplicaciones que tienen matemáticas. Por ejemplo, los algoritmos que usa Google en sus búsquedas, o los filtros de las imágenes de Instagram están llenos de conceptos matemáticos. Un tipo especial de aplicaciones móviles, los juegos, son muy populares entre los jóvenes (y no tan jóvenes). Muchos de estos juegos están estrechamente relacionados con las matemáticas.

## **Uso de los juegos para la docencia**

El uso de los juegos para el aprendizaje de matemáticas ha sido ampliamente trabajado desde diferentes puntos de vista. Las innovaciones actuales en el uso

de los juegos en la docencia están centradas en tres puntos de vista diferentes: gamificación, aprendizaje basado en juego y juegos serios.

La gamificación es una metodología docente que ha sido usada principalmente en la Educación Primaria pero que en los últimos años ha dado el salto a la Educación Secundaria. En ella se plantea una colección de actividades en las que la narrativa, el contexto y los componentes de un juego se combinan para complementar el contenido que se quiere explicar. Esta metodología sirve principalmente para actuar como refuerzo positivo en el aula a la vez que promover la competitividad entre los estudiantes. De esta manera, el juego aparece de forma transversal y no se necesita que esté estrechamente relacionado con el contenido matemático a impartir.

Por otro lado, el aprendizaje basado en juegos parte de un aprovechamiento del propio juego para desarrollar aspectos curriculares o competenciales a la vez que se está jugando o, en ocasiones, estableciendo adaptaciones adecuadas. Esta metodología ha sido ampliamente usada en los últimos años a través del uso de materiales manipulativos que adaptaban otros juegos ampliamente conocidos, como el dominó, con ligeras modificaciones. Un ejemplo de estas modificaciones es el dominó de sumas (restas, productos, divisiones, fracciones, cambios de medida, equivalencias de medidas, ...) en la que se busca que los estudiantes relacionen cantidades iguales expresadas de dos formas diferentes. A su vez, algunos grupos de profesores (como SET, Grup de Jocs d'ABEAM) han llevado más allá el aprendizaje basado en juegos y han analizado las posibilidades didácticas de otros juegos de mesa más complejos que los juegos clásicos como el ya mencionado dominó o el memory. Nuestra propuesta está relacionada con la del grupo SET pero, en este caso, adaptada a los juegos móviles.

Otra metodología docente que está relacionada con el uso del juego son los juegos serios. Estos juegos son materiales únicos especialmente diseñados para la mejora de habilidades, competencias o contenidos entre los estudiantes. Los

juegos serios se plantean como una metodología en la que a la vez que se está jugando se está realizando un aprendizaje activo. Actualmente, este tipo de metodología se utiliza asociada con el juego de roles en campos como el marketing, la organización de empresas, economía o la gestión de recursos humanos; en ella se plantean situaciones hipotéticas en las que los estudiantes adoptan diferentes roles en la búsqueda de soluciones a los casos planteados. En el caso de las matemáticas, no son muchos los ejemplos que se pueden encontrar del uso de juegos serios en el aula, aunque (Aubanell, 2016) y el Grup Cúbic han presentado recientemente algunos ejemplos para la docencia de contenidos como la divisibilidad, la representación de funciones, la representación gráfica de ecuaciones o las distribuciones de probabilidad. En nuestro caso, planteamos un nuevo punto de vista en el cual las matemáticas no solo se aprenden a la vez que se juega, sino que se usan para mejorar las destrezas de los estudiantes en el juego.

### **Uso de las TIC para la docencia**

Desde hace unos años, las TIC se han abierto camino como una herramienta a tener en cuenta en la implantación de las metodologías docentes. El uso de las TIC ha planteado numerosos debates relacionados con la necesidad o el uso que debemos hacer de ellas. En nuestro caso, queremos plantear un uso de las mismas necesario para la resolución de las actividades planteadas.

Otro aspecto del uso de las TIC a tener en cuenta es la oportunidad de futuro que nos brinda. Actualmente, numerosas ofertas laborales solicitan justificar destreza en programas de gestión o comunicación. Es por ello por lo que la falta de manejo de las mismas puede suponer un obstáculo en el futuro de los estudiantes.

En Matemáticas, las herramientas tecnológicas nos aportan una gran variedad de oportunidades. No solamente nos ayudan en la realización de cálculos



directos, como las calculadoras, sino que también nos aportan mejoras en la visualización de los elementos matemáticos (gráficos, figuras geométricas, etc.).

Más aun, estas herramientas forman parte de los proyectos conocidos como STEAM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería, Arte y Matemáticas). El aprendizaje STEAM es rico en experiencias, resolución de problemas y en comunicación; según investigaciones recientes, la necesidad de comunicar los resultados de las tareas científicas crea oportunidades únicas de argumentación.

Más allá de las utilidades como herramienta, también se relaciona el uso de las TIC con un aumento de la motivación de los estudiantes por la realización de actividades en las que intervienen las mismas.

En este contexto, plantearemos una propuesta en la que las TIC nos aportan los datos necesarios para el planteamiento de problemas y que, además, pueden ser usadas para mejorar la comprensión de los mismos. Asimismo, pueden ser usadas para la comprobación de las soluciones aportadas.

### **Juegos móviles y matemáticas**

En este trabajo presentamos el análisis que hemos elaborado del uso que realizamos de diferentes juegos móviles y su utilidad para la docencia. Podemos diferenciar la siguiente clasificación de juegos desde un punto de vista educativo:

- Juegos en los que planteamos matemáticas.
- Juegos que nos aportan un contexto para la propuesta de problemas.
- Juegos en los que usamos matemáticas para jugar mejor.

En el primer grupo de juegos que diferenciamos aparece una serie de circunstancias en las que podemos plantear actividades matemáticas que pueden ser resueltas sobre el mismo juego. Estos juegos se caracterizan por disponer de una amplia dosis de creatividad que aprovechamos para el

planteamiento de problemas de matemáticas. Un ejemplo de estos juegos que planteamos es el Minecraft. Minecraft es una enorme matriz 3D donde cada celda puede ser rellena mediante bloques cúbicos de lado unidad que pueden ser modificados. Más adelante describimos algunas actividades que se pueden plantear en Educación Secundaria y Bachillerato basándonos en el mundo de Minecraft. La propia plataforma Minecraft dispone de una división educativa centrada en la creación de mundos donde se puede plantear actividades de role-playing.

Por otro lado, podemos aprovechar la fama de algunos juegos móviles entre nuestro alumnado para diseñar actividades de matemáticas con contextos relacionados con dichos juegos. Este tipo de actividades propuestas deben estar estrechamente relacionadas con las características de los juegos. Para ello, es necesario analizar con ojos matemáticos las acciones que se realizan en el juego y así poder contextualizar de la mejor forma posible los contenidos matemáticos. Diferenciamos este tipo de contextualización de la conocida falsa contextualización, en la que los problemas diseñados pueden presentarse en otros contextos sin ninguna modificación de las características de los problemas. En nuestro caso proponemos el uso de problemas basados en datos reales del juego donde aparecen elementos del currículo de matemáticas. Un ejemplo de la contextualización que proponemos puede ser consultado en el proyecto Math Royale. Este proyecto plantea una batería de problemas de matemáticas de diferentes bloques del currículo de matemáticas de 5º curso de primaria en el que las actividades están basadas en datos reales o casi reales del juego. Este mismo juego usado en Math Royale como contexto, el Clash Royale, ha sido planteado por (Cesar, Gámez y Ribera, 2017) para la docencia de Matemáticas en Secundaria y Bachillerato dada su fama entre el alumnado de ese mismo tramo educativo.

Por último, diferenciamos otra tipología de juegos menos conocida sobre la cual trabajar las destrezas clásicas de la resolución de problemas de matemáticas. Esta engloba a aquellos juegos en los que las matemáticas son un factor fundamental para la óptima jugabilidad. Es muy común, en los problemas de probabilidad y estadística, plantear juegos hipotéticos en los que se estudia las posibilidades de victoria de los jugadores. Nosotros vamos un poco más allá y nos planteamos si, sabiendo matemáticas, podemos jugar mejor. Y cierto es que, en algunos juegos, observar factores matemáticos asociados a las acciones del jugador en el juego permite conocer mejor las posibilidades de victoria. Uno de los ejemplos más extendidos es el juego de cartas del Póker, donde uno de los factores a tener en cuenta para la toma de decisiones es la probabilidad de victoria a partir de las combinaciones de las cartas que dispone un jugador. En nuestro caso, nos centramos en otros tipos de juego donde entran otros factores diferentes de la probabilidad o la estadística como puede ser la lógica o la toma de decisiones. Un ejemplo de lo que presentamos es el juego de móvil 2048, donde mostramos algunos factores matemáticos que intervienen en la optimización de su jugabilidad.

### **Propuesta docente de uso de juego donde planteamos matemáticas.**

Como comentamos en apartados anteriores, la existencia de juegos que permiten a sus jugadores explotar su creatividad facilita, a su vez, la elaboración de propuestas docentes basadas en dichos juegos.

El ejemplo que traemos, en este caso, es el Minecraft. El juego desarrollado por Markus Persson y adquirido por Microsoft, es actualmente uno de los juegos de mayor repercusión entre los jóvenes. Sus diferentes modos de juego, así como su estrecha relación con otro juego de moda, el Fortnite, hacen que este juego sea muy popular entre nuestros estudiantes. Otra característica que hace único a este juego es, a su vez, su marca de identidad, el cubo como unidad básica. Todas

las construcciones del juego están realizadas a partir de pequeños cubos del mismo tamaño. Con la unión de un gran número de cubos se pueden llegar a realizar construcciones sorprendentes que pueden llegar a ser consideradas como arte. En menores cantidades, el modo creativo del juego nos aporta un suministro ilimitado de estos bloques que pueden ser colocados y destruidos de forma instantánea, por ejemplo, para construir figuras geométricas. Estos pequeños cubos nos recuerdan a los cubos multilink, un material manipulativo ampliamente usado en Educación Primaria.

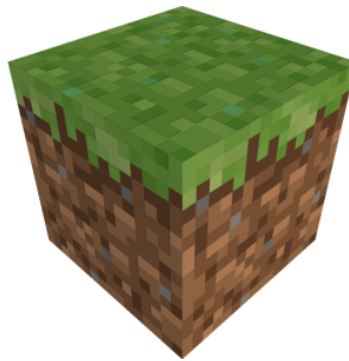


Figura 1: Ejemplo de cubo mínimo en el juego Minecraft.

Por todos estos motivos, seleccionamos este juego para plantear una serie de actividades de matemáticas contextualizadas dentro del entorno del juego. Por tramos de la Educación Secundaria y Bachillerato podemos plantear actividades de:

- Cálculo de áreas. Para ello, es necesario plantear una vista cenital del campo de creación de forma que los cubos colocados sobre el campo sean vistos como cuadrados. Podemos realizar actividades introductorias del cálculo de áreas de figuras prestando especial atención al cálculo de áreas de rectángulos y cuadrados. Esto puede sernos útil también para mostrar la relación entre el área de un rectángulo y la de un paralelogramo de la misma base y altura.
- Estimación de áreas. Las características invariables de los bloques cúbicos, vistos como cuadrados desde una vista superior, permite a los jugadores

crear aproximaciones a figuras geométricas que no pueden ser divididas en cuadrados. El ejemplo más interesante que hemos trabajado ha sido el de obtener una aproximación al valor de  $\pi$ . En ella, planteamos a los estudiantes la creación de circunferencias de diferentes tamaños en las cuales aplicamos la fórmula del cálculo del área a partir del radio para aproximar el valor de  $\pi$ . En este tipo de actividades podemos incluir preguntas sobre cálculo de errores para conocer la calidad de las aproximaciones obtenidas.

- Cálculo y estimación de volúmenes. Análogamente a lo planteado en el caso de las áreas, podemos estudiar el cálculo del volumen de ortoedros y establecer la relación con los paralelepípedos de igual base y altura. Asimismo, se pueden plantear actividades de estimación de mayor complejidad que las anteriores como podría ser el cálculo estimado de  $\pi$  a partir de la aproximación a una esfera.
- Sucesiones numéricas relacionadas con cuadrados y cubos. Las demostraciones visuales permiten establecer relaciones entre identidades numéricas. Por ejemplo, podemos mostrar la equivalencia entre la suma de  $n$  impares consecutivos y el cuadrado del número  $n$ . Estas representaciones visuales permiten facilitar la comprensión de los conceptos a la par que presentar un esquema visual de la demostración deductiva asociada.
- Representación gráfica. Esta la podemos trabajar desde un punto de vista estadístico como representación de diagramas de barras o histogramas o, también, desde el punto de vista de la representación de funciones. La distribución de los bloques permite crear ejes cartesianos sobre los que definir los elementos básicos de la representación gráfica. Desde un punto de vista de representación de funciones, la vista superior de los cubos distribuidos sobre el campo plano puede evocar a las imágenes de una

función. Mientras que desde un punto de vista estadístico puede ser utilizado para el análisis de las distribuciones representadas.

- Introducción al cálculo de integrales. A la vez que la representación gráfica, podemos trabajar algunas propiedades de las integrales definidas de funciones elementales. Este mundo nos permite imitar la definición de Riemann de las integrales de funciones en un intervalo a partir de la división de dicho intervalo en subintervalos más pequeños de la misma amplitud. Así, no solo puede ser útil para la visualización de las áreas debajo de una curva, sino también para dar sentido a la definición de integral de una función constante. Más aún, puede ser utilizada para obtener las aproximaciones superiores e inferiores a las integrales definidas de algunas funciones que puedan ser aproximadamente representadas en este mundo.

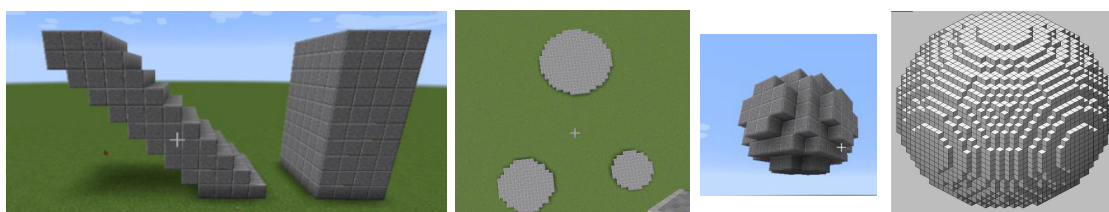


Figura 2: Representaciones en el juego Minecraft de algunos de los ejemplos presentados.

Estos son solo algunos ejemplos de los contenidos que se pueden trabajar, pero también se pueden diseñar actividades relacionadas con otros contenidos matemáticos como son números primos y compuestos, coordenadas o simetrías.

Todos estos ejemplos que hemos planteado abarcan contenidos de diversos bloques del temario de Matemáticas, lo que permite usar el Minecraft no solo como un juego donde planteamos matemáticas sino como un contexto donde visualizar las matemáticas desde otro punto de vista.

### **Juegos en los que usamos matemáticas para jugar mejor.**

Paralelamente a lo que hemos expuesto en el apartado anterior, planteamos también el análisis en profundidad de las matemáticas que se pueden encontrar

en algunos juegos móviles. Esta propuesta, pretende acercar al alumnado la necesidad de conocer destrezas matemáticas que ayuden a optimizar la jugabilidad de estos juegos. Así, relacionamos las matemáticas con la motivación que tiene el alumnado por mejorar en estos juegos. Observamos, además, que estos juegos no son necesariamente competitivos, sino por el contrario, hemos propuesto estas actividades en juegos donde promovemos la autosuperación de los estudiantes.

El juego que planteamos como ejemplo es el 2048, un juego móvil que surgió en el año 2014 y, dado que era de código abierto, fue ampliamente modificado por diferentes creadores de aplicaciones que propusieron alternativas muy interesantes. El juego original parte de una rejilla cuadrada de tamaño  $4 \times 4$  formada por 16 cuadrados. Sobre la rejilla aparecen una serie de cuadrados etiquetados con potencias de 2 pintadas de diferentes colores según la potencia. La acción del jugador se basa en la realización de un deslizamiento en una de las cuatro direcciones posible: hacia arriba, hacia abajo, hacia derecha o hacia izquierda. Estos movimientos permiten agrupar en la dirección elegida todos los cuadrados etiquetados existentes en la rejilla con dos posibilidades: si se agrupan dos cuadrados con la misma etiqueta (con la misma potencia de dos asociada) entonces colisionan en un único cuadrado que se etiqueta con la siguiente potencia de dos; mientras que si se agrupan dos cuadrados con etiquetas diferentes, no se produce ninguna colisión y simplemente quedan situados uno al lado del otro en caso que estuviesen separados. Con estas simples condiciones, se creó un juego cuya versión más popular cuenta con más de 10 millones de descargas en todo el mundo.

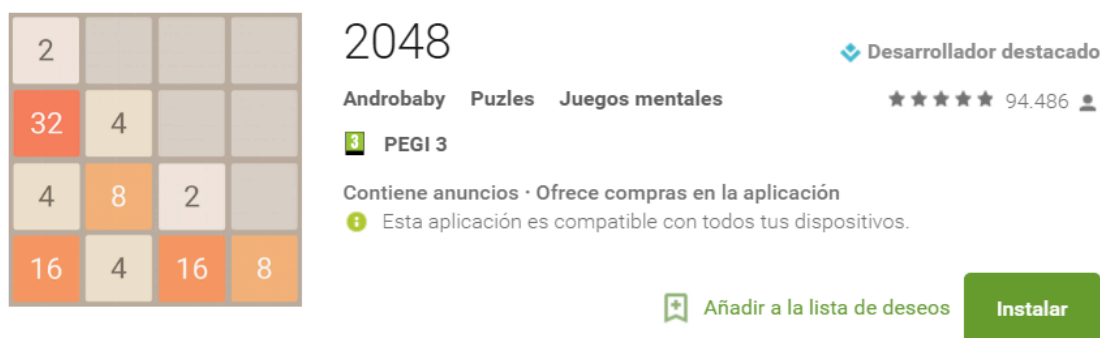


Figura 3: Captura de la Play Store de la versión más popular del juego 2048.

En este caso, la creatividad vino de la mano de todos aquellos desarrolladores de aplicaciones móviles que modificaron la idea inicial del 2048. Así, existen modificaciones del juego original de diferente tipo.

- Modificaciones en el tamaño de la rejilla. Algunos desarrolladores han planteado la posibilidad de modificar el tamaño de la rejilla a otra cantidad de cuadrados, desde 3 x 3 a 8 x 8.
- Modificaciones en la forma de la rejilla. Entre las más populares se encuentra la rejilla en forma de hexágono o la versión circular. En esta última, los cuadrados etiquetados vienen representados por trapecios circulares. Algunos desarrolladores han planteado la posibilidad de modificar la cantidad de dimensiones creando rejillas tridimensionales que imitan la estructura de un cubo de Rubik. Así, dispondremos de una rejilla cúbica formada por 3x3x3 cubos.
- Modificaciones en los números de las etiquetas de los cuadrados. En este tipo de modificaciones hemos encontrado las versiones numéricas matemáticamente más interesantes. En ellas se modifican las potencias de 2 por otras sucesiones numéricas como los números de Fibonacci, las potencias de 3, primos y compuestos, etc. A su vez, también se modifica las condiciones para la agrupación, por ejemplo, en la versión con los números de Fibonacci solo colisionan los valores consecutivos de la



sucesión en un nuevo cuadrado etiquetado con el siguiente valor de la sucesión.

- Modificaciones en el etiquetado de los cuadrados. Algunas de las propuestas que se pueden encontrar en las tiendas de aplicaciones van más allá y modifican las numeraciones basadas en números por etiquetados tan originales como ciudades o civilizaciones que evolucionan igual que evolucionarían las potencias de dos.

En la propuesta docente que presentamos aprovechamos esta variedad para que sea usada por el alumnado para analizar y estudiar las diferencias entre las versiones existentes. Para ello, en nuestra propuesta docente empezamos estudiando el juego original a la par que realizamos una serie de preguntas que facilitan el análisis de las restricciones matemáticas existentes en el juego. Entre ellas:

- Descripción del juego.
- ¿Qué matemáticas observas en este juego?
- ¿Cuál es la mejor estrategia para jugar?
- ¿Qué relación tiene esa estrategia con las matemáticas?

Posteriormente tratamos de responder a las mismas preguntas respecto otra versión del juego original, poniendo especial interés en una nueva pregunta: ¿Qué diferencias observas entre la estrategia óptima del juego original y la de esta versión del juego? Con esta pregunta tratamos de analizar las diferencias matemáticas y su repercusión en la jugabilidad.





Figura 4: Captura de la Play Store de las versiones más populares del juego 2048.

Como resultado final, el alumnado acaba analizando con ojos matemáticos aquellos juegos y aplicaciones que utilizan comúnmente, observando así la gran cantidad de componentes matemáticos asociados a la programación de estos. Más aún, a lo largo de la sesión adquieren y utilizan términos como invariante, grados de libertad, estrategia óptima de juego, etc. Esta terminología está asociada a campos de economía como la toma de decisiones o como la optimización en programación informática.

Y, lo más importante, el alumnado nos trasmite a posteriori sus avances en estos y otros juegos gracias a lo aprendido en esta sesión. Además, aplican los conocimientos y estrategias adquiridas para analizar autónomamente otros juegos que nos presentan fuera de las clases. Estos juegos que ellos mismos nos presentan nos permiten mejorar la clasificación matemática los juegos móviles.

## Conclusiones

En esta propuesta presentamos algunos ejemplos de sesiones dedicadas al análisis matemático de los juegos. Una de las razones en la que observamos la existencia de Matemáticas es el aumento de dificultad entre niveles de un juego, que está estrechamente relacionado con un aumento en la cantidad de restricciones (desde un punto de vista matemático) que nos presenta el juego.

En esta secuencia didáctica presentamos las preguntas que debemos responder a la hora de analizar matemáticamente los juegos móviles. Estas preguntas nos permitirán observar tanto los contenidos matemáticos más obvios como aquellos que pueden pasar desapercibidos a simple vista. Las estrategias óptimas de juego suelen estar relacionadas con resoluciones óptimas a problemas matemáticos. En consecuencia, el estudio de estos conceptos matemáticos puede ser de utilidad directa para la mejora de la jugabilidad de algunos juegos.

Lo importante es aprovechar todo este contenido matemático existente en las aplicaciones y juegos móviles para mostrar que las matemáticas nos rodean en nuestro día a día. Saber más matemáticas nos permitirá jugar mejor.

### **Referencias bibliográficas**

Aubanell, A. (2016). Construint matemàtiques, Nosaltres com a recurs: role-plays a classe de matemàtiques (1). Noubiaix, Revista de la FEEMCAT i de la SCM, 39, 104-110.

Aubanell, A. et al (2018) Role-plays en clase Matemáticas. VIII Congreso Iberoamericano de educación matemática. Libro de actas. ISBN 978-84-945722-3-4.

César, A., Gámez, J. C. & Ribera, J. M. (2017). *Mathapp. Aplicaciones para llevar a las matemáticas al aula*. VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática. Libro de actas. T-905. 567 – 574. ISBN 978-84-945722-3-4.