Rosabel Roig-Vila (Ed.)

El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

universidad

Octaedro

Rosabel Roig-Vila (Ed.)

El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

Octaedro

El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

EDICIÓN:
Rosabel Roig-Vila

Revisión y maquetación: ICE de la Universidad de Alicante

Primera edición: octubre de 2018

Ediciones OCTAEDRO, S.L.
C/ Bailén, 5 – 08010 Barcelona
Tel.: 93 246 40 02 – Fax: 93 231 18 68

www.octaedro.com – octaedro@octaedro.com

ISBN: 978-84-17219-25-3

Producción: Ediciones Octaedro

25. Desarrollo de la competencia mirar profesionalmente a través de un análisis del discurso*

Pedro Ivars[1], Juan Manuel González-Forte[2], Ceneida Fernández[3] y Salvador Llinares[4]

[1]Universidad de Alicante, pere.ivars@ua.es; [2]Universidad de Alicante, juanma.gonzalez@ua.es; [3]Universidad de Alicante, ceneida.fernandez@ua.es; [4]Universidad de Alicante, sllinares@ua.es

RESUMEN

La caracterización y desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje en los programas de formación inicial de maestros son desafíos que los investigadores en el área de Educación Matemática están afrontando en los últimos años. Con este objetivo, se ha diseñado un experimento de enseñanza con estudiantes para maestro de Educación Primaria. En este estudio mostramos los resultados obtenidos tras la implementación de un módulo de enseñanza diseñado alrededor de una trayectoria hipotética de aprendizaje sobre las fracciones con el objetivo de potenciar el desarrollo de esta competencia. Los resultados indican que, tras la participación en el módulo, los estudiantes para maestro fueron capaces de elaborar un discurso más detallado sobre el pensamiento matemático de los estudiantes, que implicó una mirada profesional más articulada.

PALABRAS CLAVE: mirada profesional, estudiantes para maestro, fracciones, experimento de enseñanza, discurso

1. INTRODUCCIÓN

La investigación centrada en el aprendizaje del estudiante para profesor se centra en la identificación de tareas que organizan la práctica profesional del profesor de manera que facilite la relación entre el conocimiento del profesor y su práctica profesional. Desde esta perspectiva, la idea de *uso del conocimiento en contexto* (Llinares, 2013) considera que la práctica del profesor de matemáticas se organiza alrededor de tres tareas profesionales: (i) seleccionar y diseñar tareas, (ii) analizar e interpretar el pensamiento de los estudiantes e (iii) iniciar y guiar el discurso matemático en la interacción de clase.

De esta manera, la competencia mirar profesionalmente es un componente de la práctica profesional del profesor de matemáticas centrada en cómo el profesor es consciente de lo que es esencial en una situación de enseñanza particular para generar posibles cursos de acción (Mason, 2002). Esta competencia docente es, en sí misma, una manifestación del uso del conocimiento teórico de didáctica de la matemática que es pertinente para entender la situación de enseñanza en la que se encuentra el profesor (Ivars, Buforn y Llinares, 2017; Llinares, 2013).

La conceptualización de la competencia mirar profesionalmente ha sido abordada desde diferentes perspectivas a lo largo de las últimas décadas, centrándose inicialmente en la identificación de situaciones relevantes en el aula (Mason, 2002; 2011; Star y Strickland, 2008), y ampliándose posteriormente a la interpretación de las situaciones previamente interpretadas (van Es y Sherin,

* Esta investigación ha contado con una ayuda del Programa de Redes-I3CE de investigación en docencia universitaria del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Alicante (convocatoria 2017-18). Ref.: 3986. Además, ha sido financiada por el Ministerio de Ciencia e Innovación (MINECO, España) EDU2017-87411-R y por la Conselleria d'Educació, Investigació, Cultura i Esport (Generalitat Valenciana) (PROMETEO/2017/135).

2002; 2008). Por su parte, Jacobs, Lamb y Philipp (2010) conceptualizaron un aspecto particular de esta competencia, mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes, a través de tres destrezas interrelacionadas, *atender* a las estrategias de los estudiantes, *interpretar* el pensamiento matemático de los estudiantes en función de las estrategias previamente identificadas y *decidir* cómo continuar considerando el pensamiento matemático de los estudiantes interpretado anteriormente.

Aunque estas conceptualizaciones adoptan diferentes perspectivas, todas ellas destacan el valor de identificar los aspectos importantes de las situaciones de enseñanza-aprendizaje que se interpretarán en función de las referencias teóricas, las cuales ejercerán de soporte cognitivo para justificar las decisiones de acción a tomar. Para Llinares (2013), desde estas conceptualizaciones de la competencia, la destreza *interpretar* puede ser vista como un instrumento vertebrador de la manera en la que los docentes *usan* el conocimiento teórico durante la práctica de sus funciones profesionales.

Sin embargo, las dificultades en el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Didis, Erbas, Cetinkaya, Cakiroglu y Alacaci, 2016; Lee y Choy, 2017; Jacobs et al., 2010) han llevado a indagar sobre qué características tienen que tener los módulos de enseñanza en los programas de formación de maestros para apoyar su desarrollo (Levin, Hammer y Coffey, 2009; Walkoe, 2015). En este sentido, las trayectorias hipotéticas de aprendizaje se han identificado como un constructo que puede actuar como marco de referencia para estructurar la mirada de los estudiantes para maestro, dotándolos de un lenguaje específico para describir el pensamiento matemático de los estudiantes y permitiéndoles interpretar el pensamiento matemático de estos y dar respuesta con una instrucción apropiada a su progresión en el aprendizaje (Edgington, Wilson, Sztajn y Webb, 2016). Las trayectorias de aprendizaje permiten a los maestros diseñar y planificar la instrucción especificando los objetivos de aprendizaje y seleccionando tareas en las que emerge el pensamiento matemático de los estudiantes (Wilson, Sztajn, Edgington y Myers, 2015). Además, las estrategias y dificultades reflejadas en la trayectoria de aprendizaje permiten anticipar las respuestas de los estudiantes y al mismo tiempo considerar si las tareas propuestas son apropiadas para ayudar a los estudiantes a seguir progresando en su aprendizaje. De este modo, las trayectorias de aprendizaje tienen el potencial para contribuir a la conexión entre la teoría y la práctica (Wilson et al., 2015).

Desde esta perspectiva, para dar cuenta del desarrollo de esta competencia los formadores de maestros se enfrentan a un doble desafío: por una parte, el diseño de tareas profesionales y entornos de aprendizaje que permitan el desarrollo de la competencia en los programas de formación, y, en segundo lugar, explicitar cómo podemos dar cuenta del aprendizaje de los estudiantes para maestro con relación al desarrollo de la competencia mirar de manera estructurada las situaciones de enseñanza aprendizaje (Fernández, Llinares y Valls, 2012; Llinares, 2014). Este doble desafío se genera por la dificultad que tienen los estudiantes para maestro para "usar" el conocimiento teórico proporcionado en el programa de formación en la práctica de enseñanza de las matemáticas.

Para afrontar este doble desafío, metodológicamente, hemos diseñado un experimento de enseñanza (Anderson y Shattuck, 2012; Ivars, González-Forte y Fernández, 2017) construido alrededor de una trayectoria hipotética sobre fracciones de los estudiantes de Educación Primaria.

El objetivo de nuestro estudio es, por tanto, caracterizar el desarrollo de la competencia docente en estudiantes para maestro con relación a las fracciones, analizando si la información proporcionada sobre una trayectoria de aprendizaje les permite interpretar e inferir el pensamiento matemático de los estudiantes, y tomar decisiones de acción adecuadas a la comprensión de estos.

2. MÉTODO. DISEÑO DEL EXPERIMENTO DE ENSEÑANZA

Los experimentos de enseñanza (Design-Based Research) permiten dibujar un escenario en el que la interrelación entre la práctica de formar profesores y los resultados empíricos de la investigación sobre el aprendizaje se utiliza para producir "productos" con los que desarrollar la práctica de formar profesores. Estos productos (en nuestro caso entornos de aprendizaje y materiales docentes) son iterados en ciclos de diseño y revisión, se implementan en contextos reales y posteriormente se evalúan y rediseñan (Anderson y Shattuck, 2012).

Un experimento de enseñanza se organiza en "ciclos de investigación" en tres fases (Cobb, Confrey, diSessa, Lehrer y Schauble, 2003; Design-Based Researcher Collective, 2003). La fase 1 es de diseño y planificación de la instrucción, donde se fijan los objetivos de aprendizaje que definen las metas a adquirir y se diseñan las tareas que propician el logro de los objetivos. En la fase 2 se implementan las tareas diseñadas en la fase anterior. En la fase 3 se realiza un análisis retrospectivo en el que los profesores e investigador observan y analizan la experiencia, apoyando los análisis desde las referencias teóricas que fundamentan el diseño del experimento de enseñanza. Tras este análisis se pueden modificar las tareas propuestas a los estudiantes (rediseño).

2.1. Diseño del módulo de enseñanza

El módulo de enseñanza es parte de la asignatura Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria del Grado en Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Alicante. Esta asignatura está estructurada alrededor de diferentes módulos de enseñanza con el objetivo de propiciar, entre otras, el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el pensamiento de los estudiantes.

El módulo de enseñanza utilizado en este estudio está vinculado al concepto de fracción como parte-todo y sus distintas representaciones y a las operaciones con fracciones. Consta de seis sesiones con una duración de dos horas cada una y una sesión de evaluación (Figura 1).

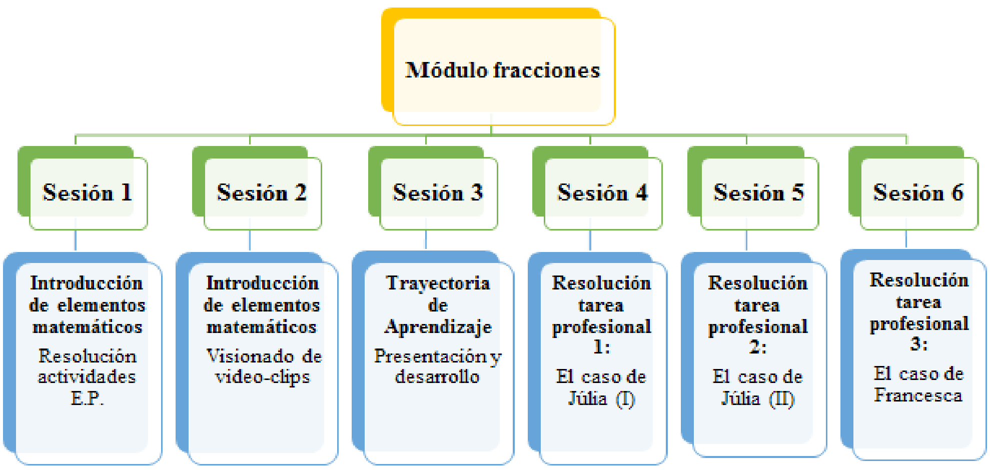


Figura 1. Estructura del entorno de aprendizaje sobre el significado parte-todo de las fracciones (Ivars et al., 2017)

Las cuatro tareas profesionales del módulo (tareas de las sesiones 4, 5 y 6 y la tarea de evaluación) están diseñadas para favorecer que los estudiantes para maestros reconozcan los elementos matemáticos que son relevantes al considerar el significado de fracción como parte-todo y las operaciones con fracciones, interpreten respuestas de estudiantes de primaria a actividades sobre fracciones, y propongan actividades para que los estudiantes puedan progresar en su comprensión. Para realizar estas tareas se proporcionó a los estudiantes para maestro información teórica sobre una trayectoria hipotética de aprendizaje de estudiantes de educación primaria en relación con el concepto de fracción.

Una trayectoria hipotética de aprendizaje está formada por tres componentes: un objetivo de aprendizaje, un conjunto de actividades que permitan alcanzar dicho objetivo y la descripción del proceso hipotético de aprendizaje, es decir, de la progresión del aprendizaje (Simon, 1995). En nuestro estudio, la trayectoria ha sido diseñada tras la revisión y consideración de los estudios empíricos sobre el desarrollo del pensamiento de los estudiantes de educación primaria sobre fracciones (Battista, 2012; Steffe, 2004; Steffe y Olive, 2010). El objetivo de aprendizaje de nuestra trayectoria consiste en dar sentido a la idea de fracción y su interpretación como parte-todo para dotar de sentido a los algoritmos con fracciones. En cuanto a la descripción del proceso hipotético de aprendizaje de los estudiantes de educación primaria, consta de seis niveles de desarrollo (Figura 2). Nuestra trayectoria de aprendizaje incluye actividades de identificación y comparación de fracciones, reconstrucción de la unidad y operaciones con fracciones. Estas actividades se presentan tanto en contexto continuo como en discreto y se utilizan fracciones propias e impropias.

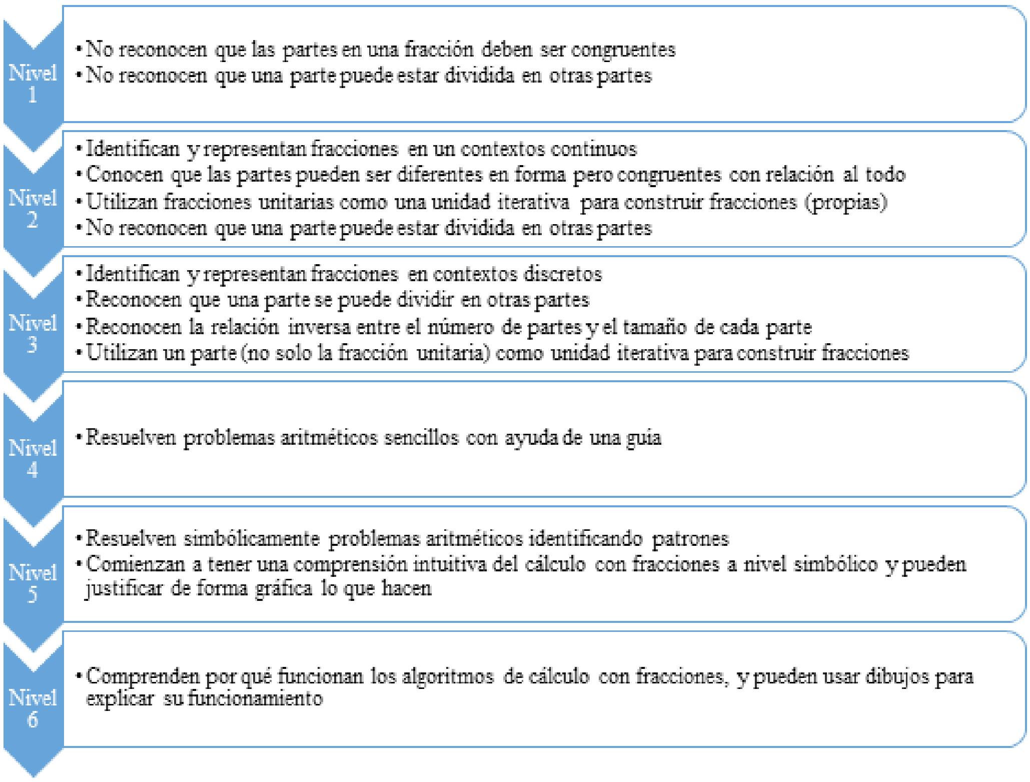


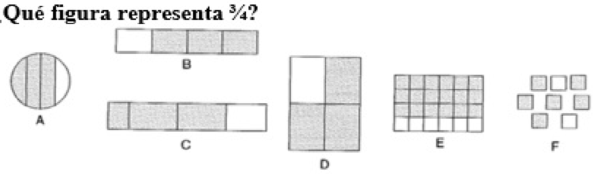
Figura 2. Descripción del proceso hipotético de aprendizaje de los estudiantes de Educación Primaria

La estructura de todas las tareas profesionales es similar. Se presenta una actividad de fracciones y las respuestas de tres estudiantes o parejas de estudiantes de primaria, que muestran características de los diferentes niveles de comprensión sobre fracciones de la trayectoria de aprendizaje. A continuación, los estudiantes para maestro deben responder las siguientes tres cuestiones:

– Describe cómo ha resuelto cada pareja de estudiantes la actividad identificando cómo han utilizado los elementos matemáticos implicados y las dificultades que han tenido con ellos.
– ¿En qué nivel de la Trayectoria de Aprendizaje situarías a cada pareja? Justifica tu respuesta.
– Define un objetivo de aprendizaje y propón una actividad (o modifica la propuesta) para ayudar a los estudiantes a progresar en la comprensión de las fracciones según la Trayectoria de Aprendizaje prevista.

En este estudio, presentamos el análisis de las tareas profesionales 1 y 4. En la Tarea 1 se presenta una actividad de identificar facciones (adaptada de Battista, 2012). Los elementos matemáticos (EM) implicados son *las partes en las que se divide el todo han de ser congruentes* (EM1) y *una parte puede estar dividida en otras partes/considerar un grupo de partes como una parte* (EM2). La Figura 3 muestra la actividad y las respuestas de tres parejas de estudiantes de primaria con características de los diferentes niveles de la trayectoria hipotética de aprendizaje (la pareja 1 - Víctor y Xavi - se sitúan en el nivel l; la pareja 2 -Joan y Tere- en el nivel 2 y la pareja 3 -Félix y Álvaro- en el nivel 3). La Tarea 4, consiste en una actividad de identificar fracciones y de reconstruir la unidad (Figura 4). En esta tarea, además de los elementos matemáticos 1 y 2 vinculados a la Tarea 1, está implicado el elemento matemático 3 (EM3), uso de *fracciones como unidades iterativas para construir otras fracciones un parte como unidad iterativa para reconstruir fracciones* en este caso una fracción impropia. Las respuestas de cada estudiante muestran características de los distintos niveles de comprensión en la trayectoria de aprendizaje (estudiante 1 se sitúa en el nivel 1, el estudiante 2 en el nivel 2 y el estudiante 3 en el nivel 3).

1. ¿Qué figura representa ¾?



Pareja 1: A, B, C y D son ¾ porque tienen 3 partes de 4 sombreadas.	**Pareja 2**: B y D son ¾ porque están divididas en 3 partes iguales y 3 sombreadas. A y C no son ¾ porque las partes no son iguales. E son 24/18 y F no es una fracción.	**Pareja 3:** A, B, C y D como la pareja 2. E son ¾ porque tiene 4 líneas de 6 cuadrados y 3 sombreadas, y F también son ¾, ya que tiene 4 grupos de 2 cuadros y 3 grupos están sombreados

Figura 3. Tarea 1: Identificación de fracciones

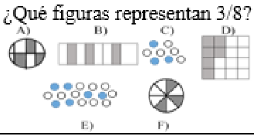
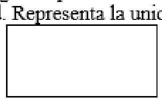
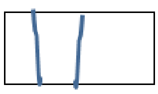
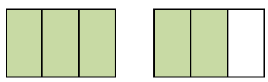
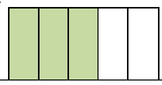
	Estudiante 1	**Estudiante 2**	**Estudiante 3**
¿Qué figuras representan 3/8? 	Las figuras que representan 3/8 son A), B) y F) porque hay tres partes de 8 pintadas	F) representa 3/8. A) y B) no son 3/8 porque las partes no son congruentes. C) son 3 puntos pintados y E) son 6 puntos pintados. D) son 6/16	A) y B) no tienen las partes congruentes y no son 3/8. C), D), E) y F) representan 3/8.
Esta figura representa 5/3 de la unidad. Representa la unidad 	Esto son 3 partes 	Divido lo que me han dado en 3 partes congruentes y luego cojo cinco partes como esas. 	Si nos muestran 5/3 primero divido la figura en cinco partes que representan los cinco tercios. Después sombreo 3 partes que representan 3/3, es decir la unidad. 

Figura 4. Tarea 4: Identificación de fracciones y reconstrucción de la unidad

2.2. Implementación

El módulo de enseñanza se implementó con 85 estudiantes para maestro (EPM) que se hallaban cursando la asignatura *Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria* del tercer curso del Grado en Maestro en Educación Primaria de la Universidad de Alicante. En los cursos anteriores, estos EPM habían atendido dos asignaturas de conocimientos matemáticos, una relativa al Sentido Numérico y otra al Sentido Geométrico.

2.3. Análisis retrospectivo

Las respuestas de los EPM a estas dos tareas profesionales fueron analizadas por tres investigadores individualmente mediante un proceso inductivo de análisis con el fin de examinar si los EPM:

- identificaron los elementos matemáticos del concepto de fracción al describir las respuestas de los estudiantes de primaria,
- interpretaron el pensamiento matemático de los estudiantes de primaria usando los elementos matemáticos identificados. Para ello se examinó si establecían relaciones entre los elementos identificados en las respuestas de los estudiantes y el nivel de comprensión propuesto en la trayectoria de aprendizaje y si aportaban evidencias de sus inferencias usando las respuestas de los estudiantes y
- decidían cómo responder proponiendo actividades para que el estudiante progresara en su comprensión.

Posteriormente se compararon los análisis individuales discutiéndose las diferencias y similitudes hasta que se consensuó un acuerdo.

3. RESULTADOS

El análisis del discurso elaborado por los EPM en las tareas profesionales 1 y 4 ha permitido observar cambios en la manera en la que interpretaban y proponían actividades para ayudar a los estudiantes en su progreso conceptual. En este sentido, en la tarea 1, 82 EPM lograron interpretar el pensamiento de los estudiantes estableciendo relaciones entre los elementos matemáticos previamente identificados en las respuestas de los estudiantes y los distintos niveles de la trayectoria hipotética de aprendizaje. Sin embargo, solo 53 de ellos aportaron un discurso rico en detalles, es decir, aportaron evidencias para respaldar sus inferencias usando detalles de las respuestas de los estudiantes. En la tarea 4 los 85 EPM lograron interpretar el pensamiento de los estudiantes y 70 de ellos aportaron un discurso rico en detalles. Por otro lado, 51 EPM en la Tarea 1 fueron capaces de proponer al menos una actividad para ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión sobre las fracciones (se propusieron 72 actividades) mientras que, en la Tarea 4, 62 EPM lograron proponer al menos una actividad (se propusieron 95 actividades). Sin embargo, centrándonos en las maneras de interpretar, aquellos EPM que aportaron un discurso rico en detalles fueron capaces de proponer más actividades en las dos tareas que aquellos que no interpretaron el pensamiento de los estudiantes, con un discurso menos rico en detalles. Por tanto, los resultados muestran un cambio en el discurso, ya que hubo más EPM en la tarea 4 que fueron capaces de elaborar un discurso rico en detalles, lo que les permitió estar en mejores condiciones para proponer decisiones.

Con el fin de dar evidencias de este cambio, a continuación, mostraremos a través de las respuestas del estudiante para maestro E61 cómo cambió su discurso desde la Tarea 1 hasta la Tarea 4 y las decisiones de acción propuestas en cada tarea.

En la Tarea 1 este EPM empieza describiendo cómo ha solucionado cada pareja de estudiantes la actividad de la siguiente manera:

> **Víctor y Xavi**: No reconocen que las partes deben ser congruentes. No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes y presentan dificultades en contextos discretos. Están en el nivel 1.
>
> **Joan y Tere**: Reconocen que las partes en que se divide un todo pueden ser diferentes en forma, pero ser congruentes. Identifican y representan fracciones en contexto continuo, pero tienen dificultades en los contextos discretos. No reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes. Esta pareja está en nivel 2.
>
> **Félix y Álvaro**: Sí que reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes y consideran que las partes pueden ser diferentes en forma, pero congruentes. Identifican y representan fracciones en contextos discretos. Están en transición de nivel 2 al nivel 3.

En primer lugar, el EPM describe cómo han resuelto los estudiantes la actividad identificando el EM1 *las partes en las que se divide un todo deben ser congruentes* y el EM2 *una parte puede estar dividida en otras partes*. Por ejemplo, cuando afirma que la pareja 1 (Víctor y Xavi) "no reconocen que las partes deben ser congruentes" y "no reconocen que una parte puede estar dividida en otras partes". La identificación de estos elementos matemáticos permite al EPM situar en un nivel de la trayectoria hipotética de aprendizaje a cada pareja de estudiantes relacionando los elementos matemáticos con los distintos niveles de comprensión de la trayectoria hipotética de aprendizaje. Sin embargo, no aporta evidencias de sus inferencias, sino que únicamente enuncia los elementos matemáticos identificados y sitúa a los estudiantes en el nivel de la trayectoria correspondiente, sin aportar detalles de las respuestas de los estudiantes que den soporte a su interpretación.

Tras interpretar la comprensión de los estudiantes, el EPM debía proponer un objetivo de aprendizaje y una actividad para ayudar a cada pareja a progresar en su aprendizaje, considerando su comprensión de las fracciones. Este EPM propuso una actividad para la pareja 1, sin embargo, aunque identifica un objetivo de aprendizaje que ayudaría a la pareja a progresar conceptualmente, la actividad propuesta no es coherente con el objetivo, ya que no trabaja el reconocimiento de que las partes en las que se divide un todo pueden ser diferentes en forma, pero deben ser congruentes con relación al todo (Figura 5).

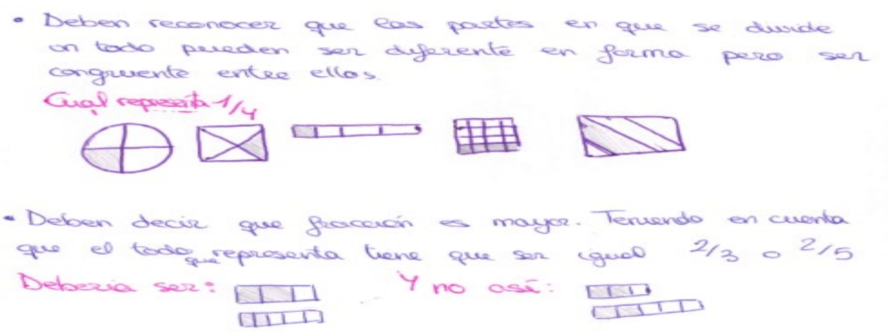


Figura 5. Actividad propuesta por el EPM71 en la Tarea 1

Tras la participación en el entorno de aprendizaje, el análisis de las respuestas de este EPM a la Tarea 4 mostró cómo su discurso había cambiado. De esta manera, al describir cómo habían resuelto cada pareja de estudiantes la tarea, identificando cómo habían utilizado los elementos matemáticos implicados y las dificultades que habían tenido con ellos, el EPM proporciona un discurso mucho más detallado en el que apoyaba sus inferencias aportando detalles de las respuestas de los estudiantes.

Así para el estudiante 2 comenta:

> **Estudiante 2 actividad 1**: tiene adquirido el elemento de partes congruentes por eso responde que A y B no pueden ser [3/8] y F sí. Por otro lado, D dice que son 6/16 y C y E no los asume ni como fracción por lo que no tiene adquirido el elemento de una parte puede estar dividido en otras partes. El contexto discreto lo desconoce.
>
> **Estudiante 2 actividad 2**: ha tomado la figura como la unidad 3/3, no sabe realizar tareas con fracciones impropias, pero sí hace las partes congruentes. Identifica 1/3 como fracción unitaria.
>
> Este estudiante se encuentra en el nivel 2 ya que tienen el elemento de partes congruentes adquirido, reconoce la fracción unitaria como unidad iterativa pero no tiene adquirido que una parte puede estar dividida en más partes, no conoce el contexto discreto ni sabe trabajar con fracciones impropias.

En las respuestas del EPM observamos cómo aporta un discurso más rico en detalles de las respuestas de los estudiantes que utiliza para apoyar sus inferencias. Por ejemplo, cuando considera que el Estudiante 2, en la actividad 1, tiene adquirido el EM1 las partes en las que se divide el todo deben ser congruentes "por eso responde que A y B no pueden ser y F sí" además identifica que no tienen adquirido el EM2 porque "D dice que son 6/16 y C y E no los asume ni como fracción", y que en la actividad 2, aunque ha utilizado la unidad iterativa y entiende la congruencia de las partes, no es capaz de reconocer fracciones impropias ya que "ha tomado la figura como la unidad 3/3". A continuación, sitúa al estudiante 2 en el nivel 2 de la trayectoria hipotética de aprendizaje relacionando los elementos matemáticos identificados con los niveles de comprensión de la trayectoria.

En comparación con las respuestas dadas en la Tarea 1, se observa cómo el discurso proporcionado es más rico en detalles, aportando evidencias de sus inferencias usando las respuestas de los estudiantes. Posteriormente, este EPM propuso dos objetivos de aprendizaje y dos actividades que ayudaban a cada estudiante a progresar en su comprensión de las fracciones (Figura 6).

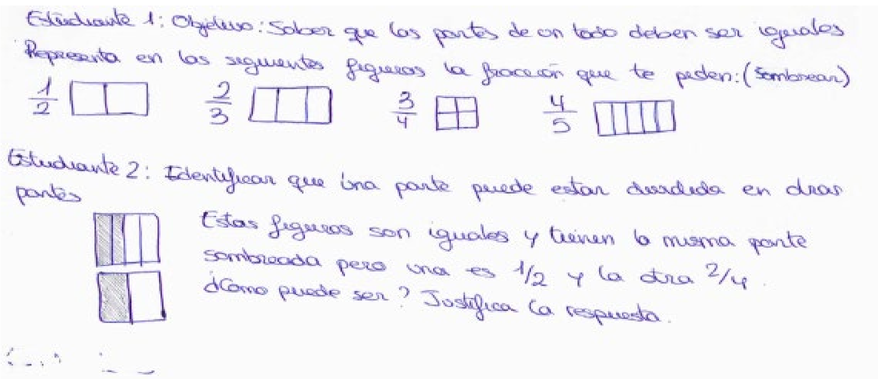


Figura 6. Actividades propuestas por el EPM71 en la Tarea 4

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Respuestas de los EPM como la que hemos mostrado en la sección de resultados señalan cómo, tras la participación en el módulo de enseñanza, algunos estudiantes para maestro elaboraron un discurso más detallado sobre el pensamiento matemático de los estudiantes aportando detalles de las respuestas de los estudiantes para apoyar sus interpretaciones. Este resultado es relevante ya que, en nuestro estudio, aquellos EPM que elaboraron un discurso más detallado fueron capaces de proponer más actividades apropiadas centradas en su progreso conceptual.

Además, los resultados muestran la manera en la que la participación en el entorno de aprendizaje y el uso de la trayectoria hipotética de aprendizaje, usada como marco de referencia para interpretar el pensamiento de los estudiantes, les ayudó a generar un discurso profesional más elaborado en el que se incluían mayor cantidad de detalles, dotándoles de un lenguaje matemático específico para describir el pensamiento de los estudiantes (Edgington et al., 2016) que les ayudó a describir e interpretar su comprensión articulando su mirada profesional. Estos cambios en la manera de articular el discurso profesional, en el sentido de focalizar la atención en los detalles de las situaciones de enseñanza-aprendizaje, aportando un discurso matemático rico en detalles, pueden considerarse como un resultado de aprendizaje por sí mismo (Clarke, 2013), ya que la sensibilidad hacia los detalles se vincula con la toma de decisiones adecuadas (Mason, 2002), que es de entre las destrezas que componen la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes, la más difícil de adquirir por los EPM (Jacobs et al., 2010; Lee y Choy, 2017; Stahnke, Schueler y Roesken-Winter, 2016).

Futuras investigaciones en este campo de estudio podrían recabar información sobre la medida en que este tipo de experiencias tienen continuidad durante el periodo de prácticas en el aula. De este modo, resultados al respecto permitirían conocer el nivel de relación entre la teoría y la práctica. Para ello, podríamos comenzar solicitando narrativas en las que tuvieran que identificar situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que consideraran relevantes, para posteriormente identificarlas, interpretarlas, desde el conocimiento que poseen de didáctica de la matemática; y posteriormente tomar decisiones de cómo continuar con la instrucción.

5. REFERENCIAS

Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in Education Research? *Educational Researcher, 41*(16), 17-25.

Battista, M. T. (2012). *Cognition-based assessment & teaching of fractions: Building on students' reasoning*. Portsmouth: Heinemann.

Clarke, D. J. (2013). Contingent conceptions of accomplished practice: the cultural specificity of discourse in and about the mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education, 45*(1), 21-33.

Cobb, P., J. Confrey, A. diSessa, Lehrer, R., & Schauble L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher, 32*(1), 9-13.

Design-Based Researcher Collective (2003). Design- Based Research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher, 32*(1), 5-8.

Didis, M. G., Erbas, A. K., Cetinkaya, B., Cakiroglu, E., & Alacaci, C. (2016). Exploring prospective secondary mathematics teachers' interpretation of student thinking through analysing students' work in modelling. *Mathematics Education Research Journal*, *28*(3), 349-378.

Edgington, C., Wilson, P. H., Sztajn, P., & Webb, J. (2016). Translating learning trajectories into useable tools for teachers. *Mathematics Teacher Educator, 5*(1), 65-80.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM Mathematics Education*, *44*(6), 747-759.

Ivars, P., Buforn, A., & Llinares, S. (2017). Diseño de tareas y desarrollo de una mirada profesional sobre la enseñanza de las matemáticas de estudiantes para maestro. En A. Salcedo (Comp.), *Alternativas pedagógicas para la educación matemática del siglo XXI* (pp. 65-88). Caracas, Venezuela: CIE-Universidad de Central de Venezuela.

Ivars, P., González-Forte, J. M., & Fernández, C. (2017). Un experimento de enseñanza para aprender a mirar profesionalmente usando una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones. En R. Roig-Vila (Ed.), *Investigación en docencia universitaria. Diseñando el futuro a partir de la innovación educativa* (pp. 294-304). Ediciones Octaedro: Barcelona.

Jacobs, V., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169-202.

Lee M. Y., & Choy B.H. (2017) Mathematical teacher noticing: The key to learning from lesson study. En E. Schack, M. Fisher, & J. Wilhelm (Eds.), *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks. research in mathematics education* (pp. 121-140). Springer International Publishing.

Levin, D. M., Hammer, D., & Coffey, J. E. (2009). Novice teachers' attention to student thinking. *Journal of Teacher Education*, *60*(2), 142-154.

Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus-Journal of Education*, *1*(3), 76-93.

Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática, nº extraordinario,* 31-51.

Mason, J. (2002). *Researching your own practice: The discipline of noticing*. London: Routledge.

Mason, J. (2011). Noticing: roots and branches. En M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp.35-50). New York: Routledge.

Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(2), 114-145.

Stahnke, R., Schueler, S., & Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *ZDM Mathematics Education, 48*(1-2), 1-27

Star, J. R., & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of mathematics teacher education*, *11*(2), 107-125.

Steffe, L. P. (2004). On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurate fractions. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(2), 129-162.

Steffe, L., & Olive, J. (2010). *Children's fractional knowledge*. New York: Springer.

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education, 10*(4), 571-595.

van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2008). Mathematics teachers' "learning to notice" in the context of a video club. *Teaching and Teacher Education*, *24*(2), 244-276.

Walkoe, J. (2015). Exploring teacher noticing of student algebraic thinking in a video club. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *18*(6), 523-550.

Wilson, P. H., Sztajn, P., Edgington, C., & Myers, M. (2015). Teachers' uses of a learning trajectory in student-centered instructional practices. *Journal of Teacher Education*, *66*(3), 227-244.