

Rosabel Roig-Vila (Ed.)

# El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior

Rosabel Roig-Vila (Ed.)

# **El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior**

*El compromiso académico y social a través de la investigación e innovación educativas en la Enseñanza Superior*

EDICIÓN:

Rosabel Roig-Vila

Comité científico internacional

Prof. Dr. Julio Cabero Almenara, Universidad de Sevilla

Prof. Dr. Antonio Cortijo Ocaña, University of California at Santa Barbara

Prof. Dra. Floriana Falcinelli, Università degli Studi di Perugia

Prof. Dra. Carolina Flores Lueg, Universidad del Bío-Bío

Prof. Dra. Chiara Maria Gemma, Università degli studi di Bari Aldo Moro

Prof. Manuel León Urrutia, University of Southampton

Prof. Dra. Victoria I. Marín, Universidad de Oldenburgo

Prof. Dr. Enric Mallorquí-Ruscalleda, Indiana University-Purdue University, Indianapolis

Prof. Dr. Santiago Mengual Andrés, Universitat de València

Prof. Dr. Fabrizio Manuel Sirignano, Università degli Studi Suor Orsola Benincasa di Napoli

Comité técnico:

Jordi M. Antolí Martínez, Universidad de Alicante

Gladys Merma Molina, Universidad de Alicante

Revisión y maquetación: ICE de la Universidad de Alicante

Primera edición: octubre de 2018

© De la edición: Rosabel Roig-Vila

© Del texto: Las autoras y autores

© De esta edición:

Ediciones OCTAEDRO, S.L.

C/ Bailén, 5 – 08010 Barcelona

Tel.: 93 246 40 02 – Fax: 93 231 18 68

[www.octaedro.com](http://www.octaedro.com) – [octaedro@octaedro.com](mailto:octaedro@octaedro.com)

ISBN: 978-84-17219-25-3

Producción: Ediciones Octaedro

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

NOTA EDITORIAL: Las opiniones y contenidos de los textos publicados en esta obra son de responsabilidad exclusiva de los autores.

## 7. Cómo estudiantes para maestro/a anticipan posibles respuestas de niños/as en actividades de reconocimiento de figuras geométricas\*

Melania Bernabeu<sup>1</sup>, Mar Moreno<sup>2</sup> y Salvador Llinares<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Universidad de Alicante, melania.bernabeu@ua.es; <sup>2</sup>Universidad de Alicante, mmoreno@ua.es;

<sup>3</sup>Universidad de Alicante, sllinares@ua.es

### RESUMEN

El objetivo de esta investigación es caracterizar cómo estos estudiantes para maestro/a de educación primaria anticipan respuestas de niños/as de primaria y dotan de sentido a situaciones de enseñanza de la geometría relacionadas con la identificación de figuras geométricas, como parte del desarrollo de la competencia docente. Para ello, hemos tomando como punto de partida los trabajos de Mason (2002) que se apoyan en la noción de “disciplined noticing” para dar cuenta de cómo se reconocen los aspectos relevantes de una situación de enseñanza, así como de la necesidad de que los futuros maestros/as identifiquen características del pensamiento de los niños/as para tomar decisiones de enseñanza. En la investigación participaron 45 estudiantes para maestro/a del grado de Maestro de Educación Primaria. Los resultados indican dos características de la manera en la que los futuros maestros/as anticipan posibles respuestas de los niños/as: (i) anticipar respuestas con diferentes niveles de sofisticación es un proceso basado en el conocimiento, y (ii) la especificidad del lenguaje introducido por el conocimiento sobre las progresiones del pensamiento geométrico apoya la manera en la que se anticipan respuestas de niños/as reflejando diferentes niveles de sofisticación. Estas características indican que anticipar posibles respuestas de niños/as para adaptar la enseñanza a la comprensión de los niños/as es desafiante para los futuros maestros/as.

**PALABRAS CLAVE:** *disciplined noticing*, pensamiento geométrico, aprendizaje del maestro/a, competencia docente.

### 1. INTRODUCCIÓN

Un objetivo en los programas de formación de maestros/as está vinculado al desarrollo de la competencia docente que integra teoría y práctica desde la perspectiva de la enseñanza de las matemáticas como una práctica basada en el conocimiento teórico (Oonk, Verloop, & Gravemeijer, 2015). Esta perspectiva plantea desafíos a los formadores de profesores, al tener que examinar cómo los estudiantes para maestro/a de primaria usan el conocimiento teórico cuando están realizando actividades prácticas relativas a la enseñanza, como la planificación y/o el análisis de una situación de enseñanza (Ivars & Fernández, 2018). Los formadores de maestros/as intentan gestionar esta tensión entre el conocimiento práctico y el conocimiento teórico desarrollando aproximaciones a la formación. Esta formación implica centrar la atención sobre contextos de aprendizaje que les ayuden a aprender a usar el conocimiento en la resolución de tareas vinculadas a la enseñanza de las matemáticas. Esta aproximación ha permitido desarrollar ideas sobre dominios de conocimien-

---

\* Este trabajo se ha realizado en parte con el apoyo del proyecto EDU2017-87411-R, Ministerio de Economía, Industria y Competitividad, Agencia Estatal de Investigación, España; Programa de Redes-I<sup>3</sup>CE de investigación en docencia universitaria del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Alicante (convocatoria 2017-18). Ref.: 3986; y del proyecto PROMETEO2017/135 de la Generalitat Valenciana.

to del docente relativos a las matemáticas y al aprendizaje de las matemáticas (Ball, Thames, & Phelps, 2008), y sobre la clase de contextos instruccionales que pueden ayudar a los estudiantes para maestro/a a aprender a usar el conocimiento en la resolución de tareas prácticas (Llinares, 2014). En este contexto se ha generado la perspectiva centrada en articular propuestas formativas para desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza, esto es, en términos de Jacobs, Lamb y Philipp (2010), la adquisición de las tres destrezas interrelacionadas: (a) identificar los elementos relevantes en las respuestas de los estudiantes; (b) interpretar la comprensión de los estudiantes y (c) decidir las acciones a desarrollar en la clase. Estas aproximaciones a la formación de maestros/as, se centran en preparar a los futuros docentes a usar la teoría para ir más allá de un análisis superficial de las respuestas de los niños/as, centrándose en cómo estos están pensando matemáticamente, y así disponer de una información que favorezca la toma de decisiones para favorecer la progresión en el aprendizaje.

Mason (2002) ha subrayado la necesidad de que los maestros/as sean conscientes de la actividad matemática realizada por sus alumnos, lo que permitiría conocer diferentes características de los procesos de pensamiento de los niños/as en el proceso de construcción de los conceptos matemáticos. Esta aproximación a la labor de enseñar ha sido denominada por Mason (2002) *disciplined noticing*, y se caracteriza por:

- i. desarrollar la sensibilidad y mirar con sentido para identificar lo que puede ser considerado relevante, teniendo en cuenta un cierto objetivo que guíe la observación (*intentional noticing*),
- ii. describir los aspectos analizados manteniendo registros de lo observado, separando la descripción de los juicios (*marking and recording*),
- iii. reconocer posibles alternativas de acción (*recognizing choices*), y
- iv. validar lo observado intentando que otros reconozcan lo que ha sido descrito o sugerido (*validating with others*).

En este contexto, una idea que ha empezado a ser considerada en los programas de formación de maestros/as, es la necesidad de proporcionar a los futuros docentes conocimiento específico sobre las características del pensamiento matemático de los niños/as y, cómo responder adecuadamente a la diversidad del aula desde las características del pensamiento de los niños/as. Este conocimiento teórico desempeñaría el papel de referente para desarrollar un proceso de observación de la práctica, permitiendo describir los aspectos observados del pensamiento de los niños/as y reconociendo posibles alternativas de acción para favorecer la progresión del aprendizaje. Esta idea está enraizada en una concepción de la enseñanza y de la profesión docente que aboga por el reconocimiento de la práctica de enseñar, que integre la teoría y la resolución de problemas de la misma. En este contexto, la acción de anticipar posibles respuestas de estudiantes, se muestra como un aspecto clave de la práctica de enseñar que se usa para caracterizar el aprendizaje de los estudiantes para maestro/a del uso que hacen del conocimiento específico proporcionado para la resolución de problemas prácticos (Edgington, 2014; Llinares, Fernández, & Sánchez-Matamoros, 2016), o para analizar respuestas de estudiantes (Fernández, Llinares, & Valls, 2012, 2013) y describir momentos relevantes de la enseñanza para el aprendizaje de las matemáticas (Bernabeu & Llinares, 2016; Bernabeu, Moreno, & Llinares, 2017; Ivars & Fernández, 2018). Anticipar respuestas de niños/as a una tarea propuesta permite a los estudiantes para maestro/a pensar sobre cómo esas hipotéticas respuestas anticipadas se relacionan con los objetivos de aprendizaje propuestos. Así, anticipar respuestas probables de los niños/as a tareas matemáticas con alta demanda cognitiva ha sido identificado como una de las prácticas relevantes de los maestros/as competentes (Stein, Engle, Smith, &

Hughes, 2008). Anticipar posibles respuestas de los niños/as implica considerar cómo los niños/as pueden interpretar la actividad y, qué elementos y procesos matemáticos tienen que ser aprendidos identificando posibles estrategias de resolución.

Un dominio particular de interés por su relevancia en el currículum de la educación primaria es el conocimiento sobre el pensamiento geométrico de los estudiantes. Las investigaciones están aportando conocimiento sobre características del desarrollo del pensamiento geométrico en los niños/as de 6 a 12 años que se considera relevante como referencia para los estudiantes para maestro/a (Battista, 2012; Bernabeu & Llinares, 2016; Bernabeu, Llinares, & Moreno, 2017). Esta aproximación subraya el valor de las progresiones en el aprendizaje de los contenidos de geometría en educación primaria como un referente para los futuros docentes. Sin embargo, se tiene poca información sobre cómo los estudiantes para maestro/a aprenden esta información y cómo la usan para planificar.

Por tanto, el objetivo de esta investigación es caracterizar cómo los estudiantes para maestro/a de primaria se apropian de la información sobre los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico en niños/as de educación primaria y lo usan para justificar sus propuestas de enseñanza. En particular, la cuestión de investigación planteada es:

- ¿Cómo los estudiantes para maestro/a anticipan posibles respuestas de niños/as a una actividad de enseñanza de la geometría para desarrollar la competencia docente mirar profesionalmente?

## **2. MÉTODO**

### **2.1. Descripción del contexto y de los participantes**

En esta investigación participaron cuarenta y cinco estudiantes para maestro/a de primaria del grado de maestro de educación primaria, que cursaban la asignatura de Didáctica de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas de Primaria. Entre los contenidos del programa formativo de estos estudiantes hay un módulo diseñado ad hoc, de 10 horas de duración, sobre enseñanza y aprendizaje de las nociones geométricas de primaria. Los datos proceden de las respuestas de estos estudiantes a una tarea de anticipar respuestas de niños/as a de 3º de primaria a una actividad de reconocimiento de figuras geométricas.

El objetivo del módulo de enseñanza era que los futuros maestros/as aprendieran a centrar su mirada en el pensamiento matemático que pueden tener los niños/as de primaria cuando reconocen figuras geométricas. , además, la tarea de anticipar posibles respuestas de niños/as en una situación de enseñanza ayuda a reflexionar y tomar decisiones sobre la planificación de la enseñanza, y es parte constitutiva de la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza.

El módulo de enseñanza en el que participaban los estudiantes para maestro/a estaba organizado alrededor de varias tareas que potenciaban la relación de las destrezas de la mirada profesional: (i) identificar aspectos relevantes para el aprendizaje de las matemáticas en una situación de enseñanza; (ii) anticipar e interpretar respuestas de estudiantes reflejando diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico; y (iii) decidir qué nuevas actividades proponer para apoyar el aprendizaje de los niños/as.

En dicho módulo, los participantes previamente habían analizado respuestas de niños/as a diversas tareas geométricas de variedad de demanda cognitiva caracterizando diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico y, habían propuesto diferentes maneras de planificar nuevas

actividades para favorecer la progresión del aprendizaje a partir de la interpretación de la comprensión realizada. Como parte de la evaluación del módulo, respondieron a la tarea que se muestra en la Tabla 1 y cuyas respuestas fueron tomadas como fuente de datos para la investigación que presentamos aquí.

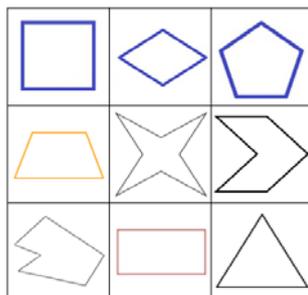
## 2.2. Instrumento

La tarea a la que respondieron los estudiantes para maestro/a consistía en anticipar posibles respuestas de niños/as de educación primaria reflejando características de diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico a una actividad de reconocimiento de atributos de figuras geométricas (Tabla 1).

**Tabla 1.** Instrumento

Tarea: Anticipa una respuesta de niños/as de nivel 1 y otra de niños/as de nivel 2 a la siguiente tarea. Justifícalas indicando los elementos matemáticos que deben ser reconocidos en cada una de las respuestas

*Actividad: De entre todas estas figuras hay una que no corresponde a este grupo, ¿Por qué?*



Variables: (1.a)- cuadrado; (1.b) rombo; (1.c) pentágono regular;  
 (2.a) trapecio isósceles; (2.b) octógono cóncavo simétrico; (2.c) hexágono cóncavo simétrico;  
 (3.a) hexágono no simétrico cóncavo; (3.b) rectángulo; (3.c) triángulo equilátero.

La resolución de esta tarea implica usar la información proporcionada en el módulo sobre las trayectorias de aprendizaje de la geometría (progresiones en el aprendizaje) en educación primaria para analizar la actividad propuesta, y anticipar respuestas de niños/as que reflejen diferentes niveles de desarrollo. La actividad de educación primaria tiene como objetivo que los niños/as reconozcan atributos de las figuras geométricas y que sean capaces de establecer listas de estos atributos vinculados a diferentes figuras para poder establecer diferencias entre las figuras (regularidad, cóncavo/convexo, número de lados, simetría, paralelismo, diagonales, etc.). En la actividad propuesta, los atributos que permiten diferenciar una figura de las otras pueden ser (i) la simetría (Variable (3.a)), hexágono cóncavo, que permite diferenciar esta figura del resto, (ii) el tener más de un ángulo mayor de  $180^\circ$  (como es el caso de la variable (2.b), el octógono cóncavo (la estrella)), y (iii) no tener diagonales (variable (3.c) triángulo equilátero). El carácter abierto de esta tarea proporcionaba el contexto idóneo para que los estudiantes en formación usaran el conocimiento teórico sobre las características del desarrollo del pensamiento geométrico.

Los futuros maestros/as deben caracterizar esta actividad desde el punto de vista del contenido geométrico (tipos de figuras y atributos) y de los procesos cognitivos (reconocer) que deben ser movilizados en su resolución para poder relacionar esta con posibles respuestas de los niños/as con diferente nivel de desarrollo del pensamiento geométrico.

**Tabla 2.** Características de los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico en relación a la actividad de Reconocer por parte de los niños/as

NIVEL	RECONOCER
1. Los estudiantes reconocen las figuras <b>como un todo</b> .	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Asocian las figuras a objetos conocidos. “<i>Esta se parece a un reloj de arena</i>”.</li> <li>• Hacen uso de artículos demostrativos para indicar las diferencias de las figuras. Usan los demostrativos “eso” o “esto” para indicar las diferencias de las figuras.</li> <li>• Tienen dificultades para reconocer los atributos de las figuras.</li> <li>• Usan términos perceptuales para nombrar algunos atributos aunque estén descontextualizados (no conocen los términos o no los usan adecuadamente).</li> </ul>
2. Los estudiantes describen <b>las partes y los atributos</b> de las figuras.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los estudiantes reconocen de manera progresiva los atributos de las figuras: Figuras cerradas/abiertas, Lados rectos/curvos, Lados no-cruzados/cruzados. Aunque inicialmente pueden tener dificultades en reconocer algunos atributos, (Cónico/concavo, Número de lados elevado, Altura triángulos,...) finalmente los reconocen de manera sistemática.</li> <li>• Empiezan a incorporar los nombres de las figuras para diferenciarlas (rombo, cuadrado, triángulo rectángulo, cuadriláteros, ...)</li> <li>• Finalmente, reconocen los atributos de las figuras, y los usan para diferenciarlas entre sí. <ul style="list-style-type: none"> <li>– Diagonales (tamaño, perpendicularidad).</li> <li>– Ejes de simetría.</li> <li>– Paralelismo, perpendicularidad de los lados (ángulos rectos)</li> </ul> </li> <li>• Usan un vocabulario adecuado, incorporando los términos adecuados de los atributos para explicar las diferencias entre las figuras (figuras cerradas/abiertas, lados curvos/rectos, triángulos rectángulos/ángulos/obtusángulos,...).</li> </ul>

### 2.3. Procedimiento

Analizamos cada una de las respuestas de los estudiantes para maestro/a centrándonos en cómo usaban el conocimiento teórico a su disposición para justificar sus respuestas. Para ello, seleccionamos partes de respuestas en las que los estudiantes usaban las referencias teóricas para justificar sus respuestas anticipadas y, empleamos como códigos las características de los diferentes niveles del desarrollo del pensamiento geométrico que la investigación nos ha proporcionado (Tabla 2). Desde estas referencias, generamos tres rúbricas que reflejaban la manera en la que la teoría proporcionada en el módulo era utilizada para generar sus argumentos, que apoyaban cómo estos estudiantes pensaban en posibles respuestas de niños/as de educación primaria en una actividad de reconocimiento de atributos de las figuras geométricas. Las rúbricas usadas correspondían a diferentes características del uso del conocimiento teórico en la anticipación de respuestas con diferentes niveles de desarrollo en el pensamiento geométrico (Tabla 3). Esta rúbrica fue organizada considerando si las características de los niveles de progresión del pensamiento geométrico eran usadas correctamente y, si los futuros docentes establecían relaciones entre las características de los niveles de progresión del pensamiento geométrico y las respuestas anticipadas de los niños/as. El nivel de uso de la información teórica fue establecido considerando si los futuros maestros/as proporcionaban conjeturas detalladas de las respuestas de los niños/as y, establecían de manera explícita la relación de estas con características de la progresión del pensamiento geométrico dado en la teoría.

**Tabla 3.** Rúbrica usada para caracterizar el uso del estudiante para maestro/a del conocimiento teórico en la anticipación de respuestas de niños/as con diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico.

<p><b>Los estudiantes para maestro/a reconocen el atributo de la actividad propuesta: la no simetría del hexágono cóncavo (3.a).</b></p>	<p><b>Uso de las características de la progresión del pensamiento geométrico (desde el reconocimiento de las figuras como un todo a la identificación de las partes y atributos de las figuras) cuando se anticipan respuestas de los niños/as en los diferentes niveles.</b></p>
<p><b>Los estudiantes para maestro/a no reconocen el atributo en la actividad propuesta.</b></p>	<p><b>Sin diferenciar las características de las respuestas de los niños/as del nivel 1 y 2 (de reconocimiento global a identificar los diferentes atributos para diferenciar las figuras).</b></p> <p><b>Sin evidencias del uso del conocimiento en la respuesta dada. No reconocen ni usan el conocimiento teórico.</b></p>

### 3. RESULTADOS

Los estudiantes para maestro/a variaban en la manera en la que eran capaces de usar la información sobre la progresión del pensamiento geométrico de los niños/as para anticipar cómo podrían resolver la actividad prevista. Desde la rúbrica anterior pudimos identificar dos niveles de uso del conocimiento teórico, una vez que los futuros maestros/as habían resuelto adecuadamente la actividad inicial (Tabla 4). Esta primera organización de los resultados viene justificada por la relación entre el conocimiento de geometría y el conocimiento necesario para enseñar geometría en la educación primaria. Doce de los estudiantes para maestro/a tuvieron dificultades en la resolución de la actividad inicial, por lo que al anticipar posibles respuestas de estudiantes con diferente nivel de desarrollo no generaron ninguna respuesta o se trataban de respuestas sin sentido.

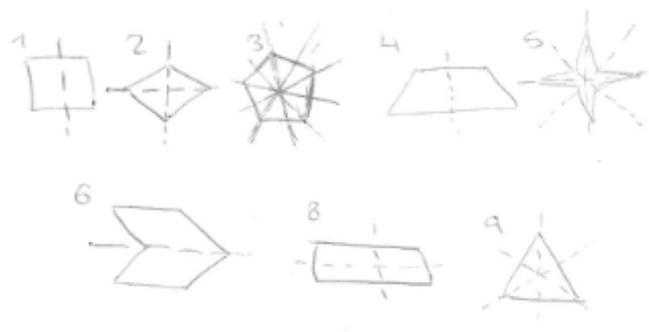
**Tabla 4.** Niveles de uso del conocimiento teórico en la anticipación de respuestas a actividades de reconocimiento de atributos reflejando diferentes niveles de desarrollo del pensamiento geométrico.

Niveles de Uso del conocimiento	Uso coherente de conocimiento teórico	Uso retórico del conocimiento teórico	Con dificultades con el conocimiento geométrico	Total
Nº	14	19	12	45

#### 3.1. Uso coherente del conocimiento teórico

Casi un tercio de los estudiantes para docente de primaria (n=14) fueron capaces de reconocer los atributos de las figuras que permitía diferenciarlas entre sí, proporcionando respuestas de niños/as, ejemplificando diferentes niveles de desarrollo junto con un uso adecuado de los elementos teóricos. Las respuestas agrupadas en esta categoría evidencian la forma en la que los estudiantes para maestro/a se anticipaban a la situación. Por ejemplo, una estudiante para maestra (G1-6) en esta categoría usaba las características del desarrollo del pensamiento geométrico de manera adecuada para justificar las respuestas que mostraban diferentes niveles de desarrollo, indicando:

*La única figura que no se corresponde con el resto del grupo es la figura (2.b) ya que no tiene ningún eje de simetría. En cambio todas las demás figuras si son simétricas*



Respuesta de nivel 1.

*“La número (2.b) por que tiene una forma rara que no se parece en nada de lo que yo conozco”*

*En este nivel (los niños/as) asocian las figuras con elementos de su entorno y las clasifican según eso o sin criterio aparente.*

Respuesta de nivel 2.

*“la figura (2.b) porque es la única que no tiene ningún eje de simetría”*

*En este nivel (los niños/as) son capaces de reconocer atributos como el número de lados, si son rectos o curvos, si la figura es abierta o cerrada, el paralelismo, la simetría... pero no relaciona los atributos entre sí, lo que hace que su listado de atributos sea redundantes.*

*El concepto que debe ser reconocido en esta actividad es el concepto de simetría.*

---

**Figura 1.** Respuesta de uso coherente de conocimiento teórico en el problema profesional de anticipar respuestas de niños/as a una actividad

Este tipo de respuestas evidencia la manera en la que los estudiantes para maestro/a de esta categoría relacionan las características de los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico a posibles respuestas esperadas de los niños/as. Estas respuestas muestran, además, cómo estos estudiantes anticipan una variedad de respuestas de niños/as en actividades de reconocimiento de atributos. Además, al reconocer de manera explícita diferentes características en hipotéticas respuestas de los estudiantes mediante el aprendizaje de la progresión del pensamiento geométrico, le proporciona un lenguaje más preciso con el que describir las respuestas de los niños/as. El uso adecuado de la diferencia entre los niveles de sofisticación de los niveles de desarrollo del pensamiento geométrico (*reconocen los atributos, pero no los relacionan entre sí*) proporcionando evidencias de lo que quiere indicar mediante atributos vinculados a la actividad propuesta, refleja el papel que el “lenguaje más preciso derivado del conocimiento teórico” desempeña en el aprendizaje del estudiante para maestro/a.

### **3.2. Uso retórico del conocimiento teórico**

Diecinueve estudiantes para maestro/a realizaron un uso retórico del conocimiento teórico cuando justificaban las posibles respuestas de los niños/as. Las respuestas de los futuros maestros/as en esta categoría reflejan cómo aprenden a usar la información teórica para resolver los desafíos de la práctica. En particular reflejan su capacidad de conocer la información teórica aunque evidencian falta de

relación con los hechos que pueden proceder de contextos prácticos. Por ejemplo, una respuesta típica de los estudiantes para maestro/a en este grupo es la siguiente (G4-2):

*De todas las figuras, la que no corresponde a este grupo es el triángulo equilátero, puesto que todas los demás polígonos tienen diagonales. Es decir, la diagonal es un segmento que une dos vértices no consecutivos. El triángulo no tiene diagonales puesto que sus vértices son consecutivos.*

*El niño/a en el nivel 1, no conoce las propiedades de las figuras. Por tanto lo realizaría de forma intuitiva. Es decir, a priori la figura (3.a) al ser la figura “más desigual” (parece que no tiene ninguna lado en común, pero lo tiene) sería su respuesta. También puede ser que el niño no vea cual es la figura que no corresponde a este grupo. No obstante, lo que hay que tener claro es que no podría solucionarlo eficazmente puesto que no conoce las propiedades.*

*El niño/a del nivel 2 en cambio si conoce las propiedades (de manera redundante). Por lo tanto realizaría diversas comparaciones (mediante congruencia de ángulos, de lados, algún ángulo recto) hasta que al final llegase a la propiedad de las diagonales*

En este tipo de respuesta los estudiantes para maestro/a parece que reconocen las ideas teóricas clave sobre el desarrollo del pensamiento geométrico, pero generan un discurso poco fluido y sin indicar, de manera sistemática, todos los atributos de las figuras que permiten considerar el potencial de esta actividad. Aunque los futuros maestros/as en esta categoría, también usaban como referente la información teórica sobre el desarrollo del pensamiento geométrico de los niños/as, y en particular, la diferencia entre la aproximación perceptual a la aproximación que reconocen diferentes atributos de las figuras, la manera en la que describen las respuestas evidencia la falta de detalle. Sin embargo, el hecho de tener acceso a la información teórica sobre los niveles de sofisticación en el desarrollo del pensamiento geométrico, les ha ayudado a usar las características del pensamiento de los estudiantes para mostrar diferencias en posibles respuestas.

#### **4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES**

Esta investigación tiene como objetivo caracterizar cómo los estudiantes para maestro/a se apropian del conocimiento teórico sobre niveles de desarrollo del pensamiento geométrico en niños/as de educación primaria para justificar las respuestas hipotéticas anticipadas a tareas sobre nociones geométricas de reconocimiento de figuras geométricas. Hemos podido identificar dos características del aprendizaje de los estudiantes para docente de primaria: (i) la anticipación de respuestas con diferentes niveles de sofisticación es un proceso basado en el conocimiento; y (ii) la especificidad del lenguaje introducido por el conocimiento sobre las progresiones del pensamiento geométrico apoya la manera en la que se anticipan respuestas de niños/as, reflejando diferentes niveles de sofisticación. Estas dos características apoyan el reconocimiento que anticipar respuestas de estudiantes como una actividad vinculada a la competencia docente mirar profesionalmente se apoya en el uso de información teórica. En este sentido, el conocimiento sobre progresiones en el aprendizaje de los niños/as (que algunas veces puede adoptar la forma de trayectorias hipotéticas de aprendizaje) se manifiesta como una herramienta potente sobre la que apoyar el desarrollo de la competencia docente “mirar profesionalmente” y en particular, cuando los estudiantes para maestro/a están aprendiendo a planificar secuencia de actividades (y para prever cómo facilitar discusiones productivas en el aula).

Finalmente, los resultados de esta investigación ponen de manifiesto que cuando un profesor planifica una lección, y como consecuencia, anticipa posibles respuestas de los niños/as a las actividades previstas, debe movilizar una comprensión fuerte de las ideas matemáticas que deben ser desarrolladas en las lecciones. Nuestros resultados indican que casi una cuarta parte de los futuros maestros/as tenían dificultades en la resolución de la actividad propuesta, pero, además, casi la mitad tenían dificultades en articular un discurso rico en detalles que pusiera de manifiesto las diferentes maneras en las que los niños/as podrían responder a la actividad prevista. Anticipar un conjunto hipotético de respuestas a las tareas y, organizarlas en niveles de desarrollo cada vez más sofisticados (una trayectoria de aprendizaje) para ilustrar el progreso hacia los objetivos de aprendizaje pretendido, resulta desafiante para algunos estudiantes para maestro/a.

## 5. REFERENCIAS

- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Battista, M. (2012). *Cognition-based assessment and teaching geometric shapes: building on students' reasoning*. Heinemann: New York.
- Bernabeu, M., Llinares, S., & Moreno, M. (2017). Características de la comprensión de figuras geométricas en estudiantes de 6 a 12 años. En J.M. Muñoz-Escolano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M.L. Callejo & J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 157-166). Zaragoza: SEIEM.
- Bernabeu, M., Moreno, M., & Llinares, S. (2017). "Design-Based Research" en el diseño de entornos de aprendizaje en la formación inicial de maestros. Comunicación presentada en las Jornadas REDES-INOVAESTIC.
- Bernabeu, M., & Llinares, S. (2016). El desarrollo de una "mirada profesional": la idea de trayectoria de aprendizaje del pensamiento geométrico. En Tortosa, M.T. et al (eds.) *XIV Jornadas de Redes de Investigación en Docencia Universitaria* (pp.1148-1163). Alicante: ICE-Universidad de Alicante.
- Bernabeu, M., & Llinares, S. (2017). Comprensión de las figuras geométricas en niños de 6-9 años. *Educación Matemática*, 29(2), 9-35.
- Edgington, C. (2014). Teachers' uses of a Learning Trajectory as a Tool for Mathematics Lesson Planning. En J.L. Lo et al (eds.), *Research Trends in Mathematics Teacher Education*, (pp. 261-284). London: Springer.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44, 747-759.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teachers' noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1&2), 441-468.
- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J., & Callejo, M.L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, nº 13, 39-61.
- Ivars, P., & Fernández, C. (2018). The Role of Writing narratives in Developing Pre-service Elementary Teachers' Noticing. En G.J. Stylianides y K. Hino (eds.), *Research Advances in the Mathematical Education of Preservice Elementary Teachers*, ICME-13 Monographs (pp. 245-259). London: Springer.
- Jacobs, V., Lamb, L., & Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.

- Llinares, S., Fernández, C., & Sánchez-Matamoros, G. (2016). Changes in how prospective teachers anticipate secondary students' answers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12(8), 2155-2170.
- Llinares, S. (2014). Experimentos de enseñanza e investigación. Una dualidad en la práctica del formador de profesores de matemáticas. *Educación Matemática*, marzo número especial, 31-51.
- Mason, J. (2002). *Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing*. London: Routledge.
- Oonk, W., Verloop, N., & Gravemeijer, K. (2015). Enriching Practical Knowledge: Exploring Student Teachers' Competence in Integrating Theory and Practice of Mathematics Teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(5), 559-598.
- Stein, M., Engle, R., Smith, M., & Hughes, E. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: five practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.