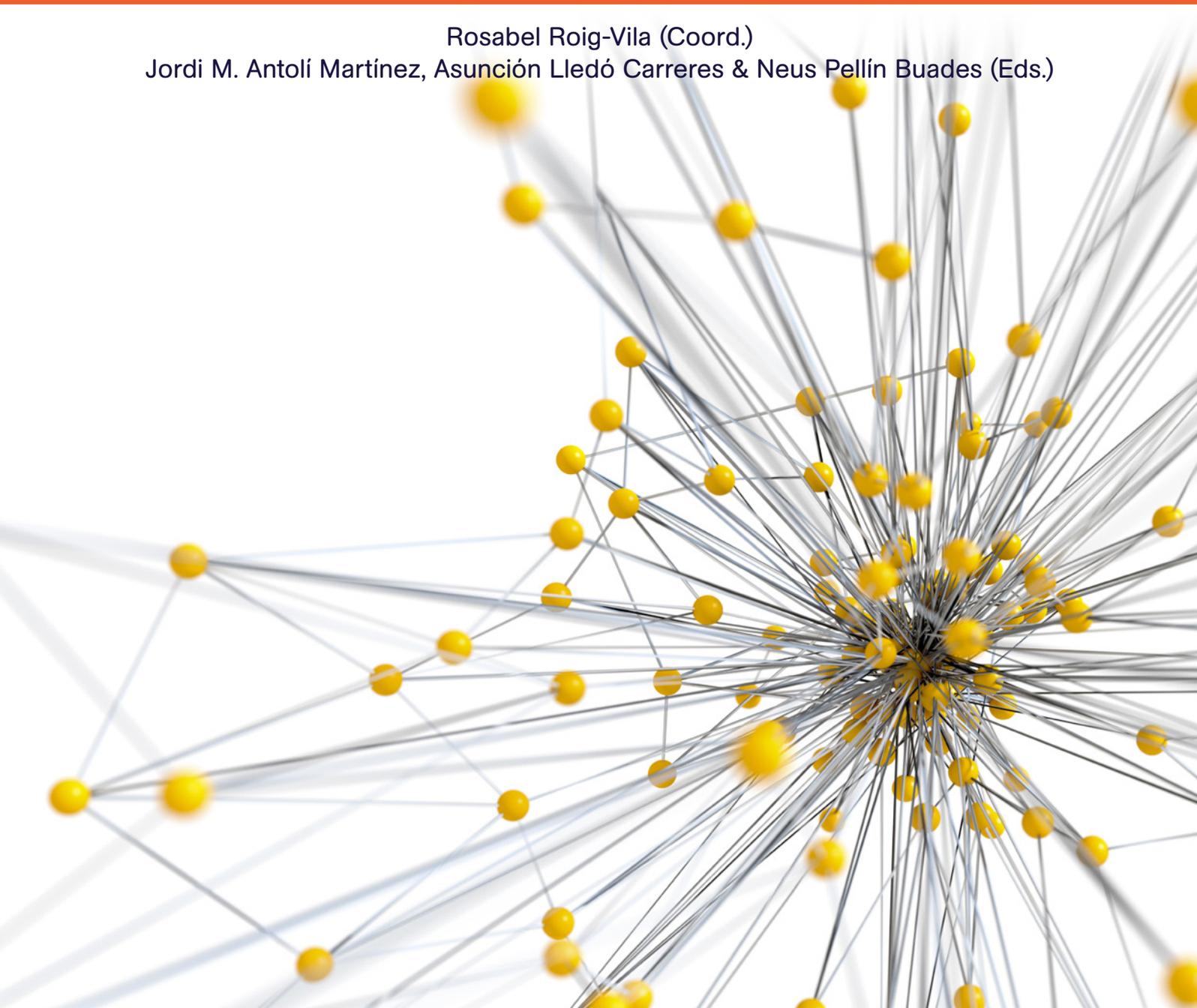


**Memòries del Programa de Xarxes-I<sup>3</sup>CE de qualitat,  
innovació i investigació en docència universitària.  
Convocatòria 2016-2017**

Rosabel Roig-Vila (Coord.)  
Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó Carreres & Neus Pellín Buades (Eds.)



**Memorias del Programa de Redes-I<sup>3</sup>CE de calidad,  
innovación e investigación en docencia universitaria.  
Convocatoria 2016-17**

Memorias del Programa de Redes-I<sup>3</sup>CE  
De calidad, innovación e investigación  
en docencia universitaria.  
Convocatoria 2016-17

Rosabel Roig-Vila (Coord.), Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó Carreres &  
Neus Pellín Buades (Eds.)

Memòries de les xarxes d'investigació en docència universitària pertanyent al Programa Xarxes-I<sup>3</sup>CE d'Investigació en docència universitària del curs 2016-17 / *Memorias de las redes de investigación en docencia universitaria que pertenece al Programa Redes -I<sup>3</sup>CE de investigación en docencia universitaria del curso 2016-17.*

Organització: Institut de Ciències de l'Educació (Vicerectorat de Qualitat i Innovació Educativa) de la Universitat d'Alacant / *Organización: Instituto de Ciencias de la Educación (Vicerrectorado de Calidad e Innovación Educativa) de la Universidad de Alicante*

Edició / *Edición*: Rosabel Roig-Vila (Coord.), Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó Carreres & Neus Pellín Buades (Eds.)

Comité tècnic / *Comité técnico*:  
Neus Pellín Buades

Revisió i maquetació: ICE de la Universitat d'Alacant / *Revisión y maquetación: ICE de la Universidad de Alicante*

Primera edició: / *Primera edición*:

© De l'edició/ *De la edición*: Rosabel Roig-Vila , Jordi M. Antolí Martínez, Asunción Lledó Carreres & Neus Pellín Buades.

© Del text: les autores i autors / *Del texto: las autoras y autores*

© D'aquesta edició: Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat d'Alacant / *De esta edición: Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Alicante*

ice@ua.es

ISBN: 978-84-697-6536-4

Qualsevol forma de reproducció, distribució, comunicació pública o transformació d'aquesta obra només pot ser realitzada amb l'autorització dels seus titulars, llevat de les excepcions previstes per la llei. Adreceu-vos a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necessiteu fotocopiar o escanejar algun fragment d'aquesta obra. / *Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Dirijase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, [www.cedro.org](http://www.cedro.org)) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.*

Producció: Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat d'Alacant / *Producción: Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Alicante*

EDITORIAL: Les opinions i continguts de les memòries publicades en aquesta obra són de responsabilitat exclusiva dels autors. / *Las opiniones y contenidos de las memorias publicadas en esta obra son de responsabilidad exclusiva de los autores.*

# 3687\_Recursos Docentes para Ampliación de Matemáticas

F. García Castaño; T. Baenas Tormo; S. Belda; A. Escapa; D. García García; M. C. Martínez Belda

*Departamento de Matemática Aplicada  
Escuela Politécnica Superior  
Universidad de Alicante*

## RESUMEN (ABSTRACT)

Mediante el presente proyecto hemos desarrollado dos tipos de recursos docentes para la asignatura Ampliación de Matemáticas que se imparte en el segundo curso del Grado en Ingeniería Civil de la Universidad de Alicante. Uno de los recursos han sido unos apuntes que hemos elaborado unificando diversos materiales que ya habían sido preparados para esta asignatura durante los cursos académicos precedentes. El otro tipo de recurso es más innovador y relacionado con las TIC's; hemos elaborado varios vídeos en los que se resuelven ejercicios de la asignatura de dificultad media-alta. El trabajo se ha realizado de forma colaborativa por los integrantes de la red y, en esta memoria, se explican los procedimientos seguidos y las conclusiones a las que llegamos con el uso de estos recursos. Creemos que éstos cumplen los objetivos propuestos y que, además, es conveniente la continuidad en la elaboración de otros recursos que completen y complementen a los realizados por esta red.

**Palabras clave:** recursos docentes, segundo curso, Matemáticas, Ingeniería, TIC

## 1. INTRODUCCIÓN

El grado en Ingeniería Civil comenzó su andadura en la Universidad de Alicante durante el curso académico 2010/2011. Éste sustituyó a la antigua Ingeniería Técnica en Obras Públicas, ingeniería que fue desapareciendo conforme el mencionado grado se fue implantando, llegando a la extinción total de la ingeniería técnica y a la implantación total del grado durante el curso académico 2013/2014. El título de Graduado en Ingeniería Civil habilita para la profesión de Ingeniero/a Técnico de Obras Públicas (ITOP), según la Orden CIN/307/2009, de 9 de febrero. Éste da acceso a Másteres de carácter profesional y/o de investigación, en particular al Máster en Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos también impartido en la Universidad de Alicante. Desde 2015, el grado cuenta con el sello de calidad internacional EUR-ACE, el cual es un certificado otorgado por una agencia de acreditación autorizada por el *European Network for Accreditation of Engineering Education* a títulos de ingeniería que cumplen una serie de estándares definidos, de acuerdo con los principios de calidad, relevancia, transparencia, reconocimiento y movilidad contemplados en el EEES.

Todos los grados que se han ido implantando desde 2010 han sido enmarcados dentro del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), según queda establecido por el Real Decreto 1393/2007

de 29 de octubre. En el Anexo I del dicho Real Decreto se especifica que el plan de estudios debe quedar articulado en torno a materias que proporcionan diferentes competencias, competencias que el estudiante debe haber adquirido al terminar el grado (Ivorra et al. 2009). Este hecho llevó a que con los nuevos grados se iniciaran nuevas metodologías y diferentes contenidos respecto a las titulaciones a las que éstos sustituyeron.

Dichos cambios en la filosofía de los planes de estudio hicieron necesaria la adaptación de los recursos docentes usados en las antiguas titulaciones. A partir de entonces se han ido elaborando distintos materiales (apuntes, boletines de ejercicios, presentaciones, animaciones, etc.) que han ido sustituyendo a los anteriores adaptándose a las nuevas tendencias docentes. Esta adaptación se ha hecho de forma progresiva, los materiales se han ido depurando año a año para proporcionar el máximo beneficio al alumnado. En este sentido nos hemos propuesto elaborar unos apuntes de la asignatura Ampliación de Matemáticas, unificando todo el material preparado para ésta durante los cursos académicos anteriores. Los beneficios que proporcionan los materiales docentes son, entre otros, los siguientes: enriquecen los métodos de enseñanza, hecho de mucha importancia en la primera etapa universitaria (Felder y Silverman 1988); evitan los errores y erratas que aparecen irremediablemente en las notas y apuntes que toman los alumnos en clase (Guzmán et. al. 1998); proporcionan una guía de los contenidos estudiados por los alumnos, lo que permite un aprovechamiento mayor de las horas presenciales; promueven el trabajo y aprendizaje autónomo del alumno, aspecto que debe diferenciar el aprendizaje universitario del preuniversitario (Zucker 1996).

En los últimos años también ha habido una gran evolución en el formato en el que pueden proporcionarse los recursos docentes a los alumnos. Evolución que viene claramente influenciada por las nuevas tecnologías. Es innegable el hecho de que éstas han supuesto un gran avance para la sociedad en la trasmisión de información. Ésto se constata en muchos ámbitos de nuestra vida. Son innumerables las ocasiones en las que accedemos a páginas web, blogs o a *Youtube* para obtener información relacionada con nuestro quehacer cotidiano, e incluso con nuestra vida profesional. Este hecho no excluye a los alumnos universitarios. Por comodidad, muchos de ellos usan medios audiovisuales que encuentran en internet en lugar de ir a la biblioteca a consultar los tratados recomendados por los profesores. Esta práctica entraña cierto peligro ya que la información que pueden obtener en internet no está filtrada por ninguna entidad independiente al suministrador y, por lo tanto, puede ser inexacta o contener errores. En este sentido, y para dar respuesta a esta creciente demanda de material docente audiovisual, nos hemos planteado el uso de medios audiovisuales como técnica de docencia. Ésto lo hemos llevado a cabo a través de la plataforma digital *Youtube* con un canal creado a través de una cuenta de *Google* vinculada a la Universidad de Alicante.

El trabajo que presentamos a continuación está enmarcado dentro de la modalidad IV “Redes sobre la articulación de las TIC en la Enseñanza Superior“ del Programa Redes-I3CE de la Universidad de Alicante. Éste expone los pormenores del trabajo realizado por la red con código 3687 y de nombre “RECURSOS DOCENTES PARA AMPLIACIÓN DE MATEMÁTICAS” del programa de redes antes mencionado. Dicho trabajo ha consistido en la elaboración de dos tipos de recursos docentes para la asignatura Ampliación de Matemáticas del segundo curso del Grado en Ingeniería Civil. Uno de los recursos docentes ha sido la elaboración de unos apuntes para dicha asignatura, apuntes que se han obtenido unificando y depurando los materiales que ya habían sido preparados durante los cinco años en los que se ha impartido esta asignatura. El segundo tipo de recurso ha sido más innovador y de índole audiovisual, hemos elaborados unos vídeos sobre la resolución de diversos ejercicios de matemáticas relacionados con la asignatura y los hemos puesto a disposición de los

alumnos a través de la plataforma *Youtube*. Mediante éstos hemos investigado si dichos recursos son de utilidad para el aprendizaje de los alumnos y, por lo tanto, si merece la pena ampliar el número y la variabilidad de éstos. El uso de vídeos como herramienta para la docencia en Ampliación de Matemáticas se ha originado en respuesta a una sugerencia hecha por un grupo de alumnos durante el curso académico 2015/2016. Éstos argumentaron que sería muy interesante el poder disponer de vídeos sobre algunas partes difíciles de la materia del curso ya que así se facilitarían el repaso y, por lo tanto, el afianzamiento de conocimientos porque sería como tener la posibilidad de recibir la clase tantas veces como uno desee. La sugerencia nos pareció razonable ya que los vídeos multimedia forman parte de los llamados Objetos de Aprendizaje, esto es, recursos digitales basados en internet cuya característica principal es que pueden ser utilizados y reutilizados para apoyar el aprendizaje (Wiley 2002).

En esta memoria explicaremos el proceso que nos ha llevado a la elaboración de estos materiales y analizaremos la opinión del alumnado del curso académico 2016/2017 que ha dispuesto de éstos. En la sección 2 describimos la metodología seguida en la investigación. Comenzamos dicha sección con una descripción de la titulación y competencias de la asignatura Ampliación de Matemáticas sobre la que hacemos la investigación en la subsección 2.1. En la siguiente subsección describimos los materiales elaborados en el proyecto y, en la subsección 2.3, indicamos las herramientas utilizadas para llevar a cabo la obtención de los materiales. Los resultados obtenidos con el uso de estos recursos se han descrito en la sección 3, éstos se obtienen después de analizar las respuestas a una encuesta pasada a los alumnos al final del curso académico. Con dichos resultados desarrollamos las conclusiones del trabajo en la sección 4 y las propuestas de mejora y previsión de continuidad en la sección 5. En la sección 6 se reflejan las tareas realizadas por cada miembro de la red. Después de la bibliografía, en la sección 7, se añaden dos anexos en la sección 8.

## 2. METODOLOGÍA

### 2.1 Contexto

Ampliación de Matemáticas es una asignatura obligatoria de seis créditos ECTS que se imparte en el segundo semestre del segundo curso del Grado en Ingeniería Civil. Junto con las asignaturas Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería I, Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería II y Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería III, asignaturas de carácter obligatorio impartidas en el primer curso, conforman los contenidos matemáticos impartidos en el Grado en Ingeniería Civil de la Universidad de Alicante.

Los miembros de la red hemos elaborado materiales para la docencia de Ampliación de Matemáticas. Esta asignatura pretende introducir al alumnado en las ideas y las técnicas básicas de la modelización matemática en ingeniería. El núcleo del curso está constituido por el estudio de las ecuaciones diferenciales y sus aplicaciones. El conocimiento suficiente de estos elementos redundará en un mejor aprovechamiento en el estudio de otras disciplinas impartidas en el grado y sirve como base para una futura ampliación o profundización de los conocimientos matemáticos adquiridos. También, como cualquier otra parte de las Matemáticas, su aprendizaje contribuye al desarrollo de un método de trabajo científico basado en el orden lógico y en la precisión. Las competencias de la asignatura se desarrollan estructurando los contenidos del curso de la siguiente manera:

#### Bloque I.- Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

- Lección 1. Ecuaciones diferenciales de primer orden. Generalidades
- Lección 2. Ecuaciones diferenciales de primer orden. Métodos de resolución

- Lección 3. Ecuaciones no lineales en  $y'$ , aplicaciones geométricas
- Lección 4. Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de orden superior
- Lección 5. Ecuaciones diferenciales lineales completas de orden superior
- Lección 6. Ecuación diferencial de las oscilaciones mecánicas

#### Bloque II.- Series Funcionales

- Lección 7. Series numéricas y series de potencias
- Lección 8. Series de Fourier

#### Bloque III.- Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales

- Lección 9. Problemas de valores propios y ecuaciones en derivadas parciales

#### Bloque IV.- Geometría Diferencial

- Lección 10. Geometría diferencial de curvas alabeadas y de superficies

#### Bloque V.- Sistemas de Ecuaciones Diferenciales

- Lección 11. Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales

#### Bloque VI.- Resolución Numérica de Ecuaciones Diferenciales

- Lección 12. Resolución numérica de ecuaciones diferenciales

## 2.2 Descripción de los materiales

Se han elaborado dos tipos de materiales docentes. El primer tipo han sido unos apuntes de la asignatura. Éstos han sido publicados como material docente en Campus Virtual-UACloud. La versión final de los apuntes tiene unas doscientas páginas, en ellas se sintetizan los resultados teóricos que desarrollamos en las clases y, por otro lado, también se plantean los ejercicios que vamos resolviendo a lo largo de cada una de las lecciones; respecto a estos últimos hay de dos tipos, por un lado, ejercicios que aparecen a lo largo del guión teórico de la correspondiente lección y, por otro lado, una colección de ejercicios que se trabaja en clases de prácticas al final de cada lección. Los primeros suelen poder resolverse mediante los rudimentos básicos de la teoría desarrollada y, los últimos, son ejercicios-problemas de una dificultad mayor. En los apuntes no se han incluido ni demostraciones de los resultados teóricos ni resolución de ningún ejercicio, esto es porque enfocamos el material como de apoyo para el aprendizaje del alumno, material que les ayuda a seguir las clases pero, por otro lado, que les requiriera una participación activa en éstas; tomando nota de las demostraciones y explicaciones pertinentes, de los ejercicios que se van resolviendo, etc. Dicho de otro modo, no pretendemos que los apuntes se utilicen como un libro de texto autocontenido que permita el aprendizaje totalmente autónomo del alumno, dado que la modalidad de aprendizaje de esta asignatura es presencial. Durante este curso hemos depurado todo el material que habíamos preparado durante los cursos anteriores y le hemos dado un formato unificado. Los elementos comunes a todas las lecciones fueron los siguientes: definiciones, que señalan con precisión los conceptos de importancia en la teoría; lemas, proposiciones, teoremas y corolarios, mediante los que sintetizamos las propiedades elementales de los conceptos y herramientas matemáticas que se estudia en cada lección; ejemplos, mediante los que ilustramos los enunciados anteriores; gráficos, mediante los que ilustramos gráficamente nociones y propiedades estudiadas y, además, sirven de herramienta para resolver gráficamente ciertos ejercicios que no pueden resolverse analíticamente; ejercicios a lo largo de la lección, mediante los que hacemos un uso básico de los enunciados y propiedades estudiadas; colección de ejercicios para prácticas, enunciados de los ejercicios que se trabajarán en las clases prácticas, éstos suelen ser de un grado de dificultad mayor que los anteriores; y bibliografía recomendada, con la cual el alumno puede ampliar lo estudiado en la lección o estudiar dicha lección desde otro punto de vista. En el anexo 8.1

se muestran capturas de algunas páginas de los apuntes donde se observa la estructura comentada.

El segundo tipo de material desarrollado han sido vídeos multimedia que hemos publicado en el canal “Fernando García Castaño” de *Youtube*, canal que está vinculado a la cuenta de *Google* proporcionada por la Universidad de Alicante al primer autor de la presente memoria. Hemos publicado en total 6 vídeos en los cuales se resuelven ejercicios que ya habían sido resueltos en clase y que, por otro lado, suelen ser de bastante dificultad para los alumnos. En estos vídeos hemos hecho uso de los apuntes preparados, por lo tanto hemos unificado ambos recursos docentes preparados este año. Mediante estos vídeos, hemos pretendido facilitar la labor de repaso de los alumnos e incluso la preparación de los exámenes, ya que éstos pueden reproducir los vídeos las veces que deseen de tal forma que pueden volver a recibir la clase correspondiente las veces que quieran. Dado que este ha sido el primer año en el que hemos implantado esta herramienta en la asignatura, la cantidad de vídeos publicados no ha sido excesiva, hemos invertido mucho tiempo en planear el formato de éstos y aprender a manejar los instrumentos utilizados. La duración de los vídeos ha sido de entre diez y quince minutos y la temática ha sido variada, hemos publicado cuatro vídeos sobre ejercicios del bloque I y dos vídeos sobre ejercicios del bloque II. En caso de encontrar útil esta metodología, nos plantearíamos publicar nuevos vídeos durante los próximos cursos. En la tabla 1 hay más información sobre los vídeos publicados.

Título	Duración
Ejercicio de aplicación del teorema de existencia y unicidad de solución de un p.v.i	16 min 25 s
Ejercicio (con parámetros) sobre el teorema de existencia y unicidad de solución de un p.v.i	10 min 27 s
Resolución de una ecuación diferencial de variables separadas que tiene una solución singular	10 min 04 s
Resolución de una ecuación diferencial homogénea de orden 1	16 min 22 s
Obtención del intervalo abierto de convergencia de una serie de potencias	13 min 33 s
Ejercicio sobre convergencia de series de Fourier	11 min 28 s

Tabla 1. Título de cada vídeo publicado en internet junto con la correspondiente duración.

### 2.3 Instrumentos y procedimientos

La red ha llevado a cabo su trabajo de forma colaborativa entre todos los miembros del equipo. No obstante, las distintas tareas se dividieron entre los integrantes del grupo para trabajar de la forma más eficiente posible. La heterogeneidad de los miembros de la red, respecto al tipo de profesorado y experiencia docente ha enriquecido el procedimiento de elaboración y análisis de los materiales desarrollados ya que ha permitido su análisis desde distintas perspectivas (desde profesores titulares a becarios).

La elaboración de los apuntes se llevó a cabo en varias fases. Durante la primera de ellas recopilamos todo el material docente preparado para esta asignatura durante los cursos anteriores. Éstos eran resúmenes de algunas lecciones, hojas de ejercicios, presentaciones de powerpoint, etc. Después reescribimos todo este material dándole un formato unificado. En la elaboración de los apuntes utilizamos el sistema de composición de textos LaTeX (Lamport 1994), el cual permite elaborar de for-

ma muy clara y atractiva expresiones científicas, y en particular, expresiones matemáticas. Además, permite la incorporación de gráficos e ilustraciones de gran calidad que permite clarificar enormemente conceptos y propiedades difíciles (véase anexo 8.1). Para la elaboración de dichos gráficos e ilustraciones hemos usado dos tipos de programas (o incluso la combinación de ambos). Uno de ellos ha sido el programa de software simbólico *Maple*, sobretodo para representar gráficas de funciones, curvas o superficies en el espacio euclidiano tridimensional. Otro tipo de gráficos (por ejemplo, la representación de depósitos, muelles, etc) se llevó a cabo mediante el editor de dibujo extensible *Ipe*. Éste es un software de libre distribución que permite realizar dibujos de mucha calidad, (Ipe 2017). En muchos casos hemos completado las gráficas obtenidas con *Maple* con el programa *Ipe* ya que éste permite añadir etiquetas con símbolos matemáticos usando LaTeX. En una etapa posterior se revisó el material preparado con un sistema rotativo de forma que cada persona revisaba una parte de los apuntes en la que no había participado directamente en su redacción. Una vez acabado el periodo de revisión, los apuntes se iban poniendo a disposición del alumnado.

La elaboración de los vídeos también se llevó a cabo en varias fases. La primera se dedicó a la selección de los ejercicios que se resolverían posteriormente en cada uno de los vídeos. La premisa seguida ha sido que dichos ejercicios debían ser de los que más dificultad había supuesto a los alumnos en los cursos anteriores. Posteriormente, se reflexionó sobre el formato en el que se iba a grabar el vídeo. En internet encontramos mucha variabilidad, en nuestro caso usamos la clase de documento LaTeX llamado *Beamer* para crear presentaciones en las cuales se iban resolviendo paso a paso cada uno de los ejercicios como si la pantalla del ordenador fuera una pizarra. La clase *Beamer* suele ser usada por los miembros de la red para hacer las presentaciones utilizadas en las ponencias de los congresos, así que nos resultó un entorno conocido del que podíamos extraer mucho partido. En el vídeo, a la vez que se iba resolviendo el ejercicio íbamos narrando las explicaciones oportunas. La grabación de la resolución la hicimos mediante el programa de libre distribución *Kazam Screencaster*; (Kazam 2017), éste capturaba todo lo que iba apareciendo en la pantalla del ordenador, tanto el desarrollo del ejercicio como el uso que se iba haciendo de los apuntes de la asignatura e, instantáneamente, iba grabándose la voz del narrador que explicaba la correspondiente resolución del ejercicio. Finalmente, subíamos el vídeo al canal de *Youtube* llamado Fernando García Castaño donde se le depuraba con el propio editor de vídeos de la plataforma y, finalmente, se publicaba.

### 3. RESULTADOS

La valoración de los miembros del equipo respecto al material preparado, tanto apuntes como vídeos, ha sido de satisfactoria. Satisfactoria porque hemos podido desarrollar completamente la idea inicial de apuntes que nos propusimos, unificando todo el material previo preparado y, por otro lado, porque fuimos capaces de elaborar una cantidad significativa de vídeos que creemos que cumplieron las expectativas creadas.

Sin embargo, la valoración más importante es la de cuantificar si el material desarrollado ha mejorado el aprendizaje de nuestros alumnos. Para obtener esta valoración habría que haber hecho un estudio comparativo de dos grupos de alumnos con las mismas características en los que a uno de ellos se les proporcionara este material novedoso y al otro no. No nos ha parecido razonable hacer esta discriminación en los grupos así que, en lugar de ello, hemos elaborado una encuesta mediante la cual hemos recabado la opinión de los alumnos respecto a la ayuda que les ha proporcionado los materiales nuevos puesto a su disposición durante este curso académico.

De esta forma, en el último tramo del curso se les pasó un cuestionario a los alumnos al final

de las clases. La encuesta estaba dividida en dos partes, en la primera se hacía referencia a los apuntes y, en la segunda a los vídeos. A continuación mostramos los resultados obtenidos en la parte correspondiente a los apuntes.

- **Pregunta 1:** Expresa a través de la siguiente escala numérica la utilización que has hecho de los apuntes (1 lo he utilizado rara vez, 10 lo he utilizado de forma habitual)

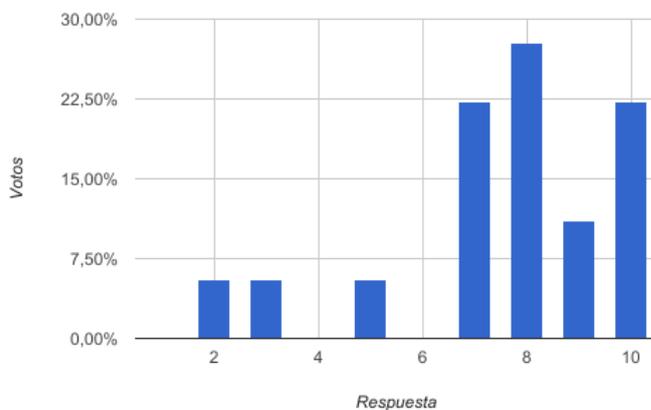


Gráfico 1: Diagrama de barras para los resultados de la pregunta 1 respecto a los apuntes. En el eje de abscisas se muestra la valoración de 1 a 10 y en el eje de ordenadas el porcentaje de las respuestas obtenidas.

- **Pregunta 2:** Indica lo útil que te han sido los apuntes (1 muy poco útil, 10 muy útil)

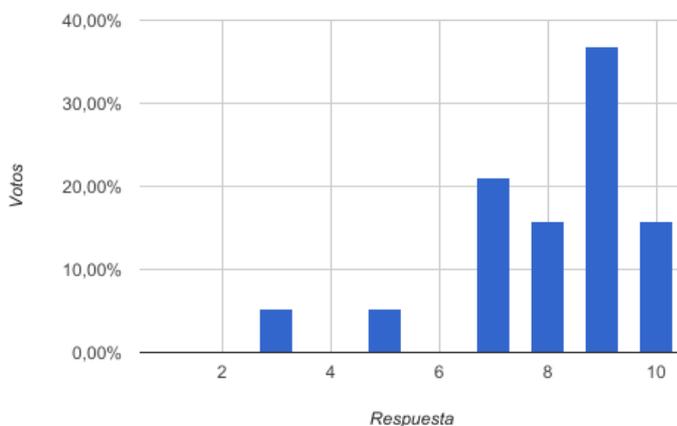


Gráfico 2: Diagrama de barras para los resultados de la pregunta 2 respecto a los apuntes. En el eje de abscisas se muestra la valoración de 1 a 10 y en el eje de ordenadas el porcentaje de las respuestas obtenidas.

- **Pregunta 3:** ¿Recomendarías a los profesores que siguieran utilizando los apuntes en los cursos siguientes?
  - a. Sí
  - b. No, es mejor facilitar las presentaciones usadas en clase
  - c. No, es mejor seguir un libro

d. No, es mejor impartir las clases sólo con explicaciones en la pizarra

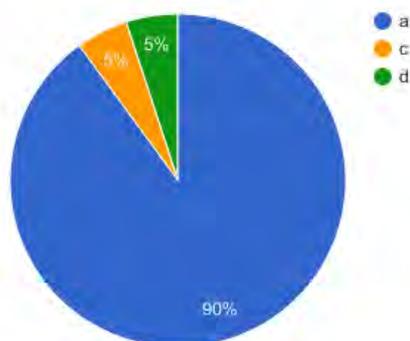


Gráfico 3: Diagrama de sectores para los resultados de la pregunta 3 respecto a los apuntes.

- Pregunta 4: Ordena, según tu preferencia, las cuatro mejoras que introducirías en los apuntes de entre las siguientes:
  - a. Aumentar la cantidad de ejemplos que ilustran los conceptos y los procedimientos
  - b. Aumentar la cantidad de figuras e ilustraciones
  - c. Resolver los ejercicios que se plantean en cada lección
  - d. Añadir las demostraciones de los resultados

Item	1ª opción	2ª opción	3ª opción	4ª opción
<b>a</b>	7	4	3	1
<b>b</b>	0	0	8	6
<b>c</b>	10	8	0	1
<b>d</b>	2	5	4	6

Tabla 2. Resultados de la pregunta 4 respecto a los apuntes. En horizontal se muestran las posibles opciones, según se indica en la parte principal del texto, y en vertical el número de respuestas obtenidas por ítem para cada una de las opciones de ordenación.

La pregunta número 5 era de respuesta abierta, en ésta se pedía a los alumnos sugerencias de mejora para los apuntes. Encontramos dos tipos de sugerencias, una era la de escribir la resolución completa de cada uno de los ejercicios que aparecían en los apuntes y, la otra, hacía mención a la dificultad encontrada para leer los apuntes debido a su lenguaje matemático.

A continuación mostramos los resultados de la segunda parte de la encuesta dedicada a la valoración de los vídeos publicados.

- Pregunta 1: Expresa a través de la siguiente escala numérica la utilización que has hecho de los videos publicados en *Youtube* (1 lo he utilizado rara vez, 10 lo he utilizado de forma habitual)

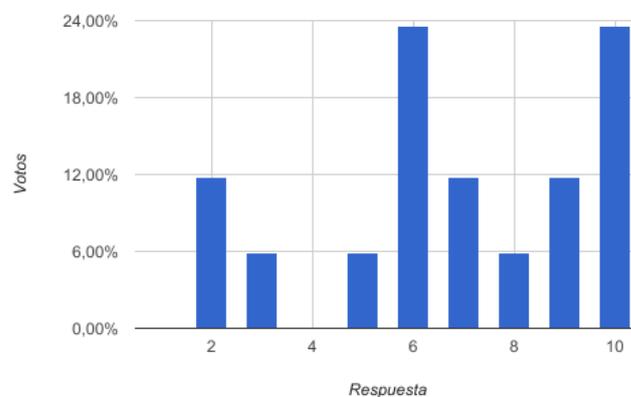


Gráfico 4: Diagrama de barras para los resultados de la pregunta 1 respecto a los vídeos. En el eje de abscisas se muestra la valoración de 1 a 10 y en el eje de ordenadas el porcentaje de las respuestas obtenidas.

- Pregunta 2: Indica lo útil que te han sido los vídeos (1 muy poco útil, 10 muy útil)

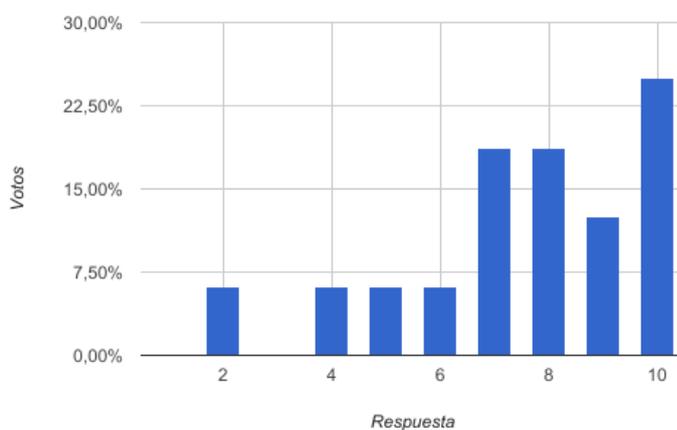


Gráfico 5: Diagrama de barras para los resultados de la pregunta 2 respecto a los vídeos. En el eje de abscisas se muestra la valoración de 1 a 10 y en el eje de ordenadas el porcentaje de las respuestas obtenidas.

- Pregunta 3: ¿Recomendarías a los profesores que siguieran publicando vídeos sobre la resolución de ejercicios durante los cursos siguientes?
  - a. Sí
  - b. No, porque incita al absentismo del alumnado

- c. No, por otros motivos. Por favor, indica los motivos:

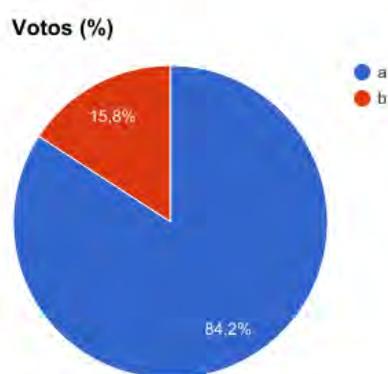


Gráfico 6: Diagrama de sectores para los resultados de la pregunta 3 respecto a los vídeos.

De nuevo, la última pregunta del cuestionario era abierta e incidía sobre las posibles mejoras de los vídeos. En este caso no obtuvimos ninguna respuesta.

Como ya indicamos anteriormente, los vídeos fueron publicados en abierto, es decir, cualquier usuario de *Youtube* puede acceder a éstos. De esta forma, podemos medir el impacto de los vídeos a un nivel más amplio que el de nuestros propios alumnos. En este sentido, decir que a día 5 de julio el canal tenía 36 suscriptores y había recibido 3882 visualizaciones desde que se creó el 3 de febrero. En la siguiente tabla se reflejan las estadísticas particulares de cada vídeo a principios de julio.

Título	Fecha de creación	Visua- lizaciones	Me gusta	No me gusta
Ejercicio de aplicación del teorema de existencia y unicidad de solución de un p.v.i	03/02/2017	2791	24	4
Ejercicio (con parámetros) sobre el teorema de existencia y unicidad de solución de un p.v.i	03/02/2017	436	4	
Resolución de una ecuación diferencial de variables separadas que tiene una solución singular	10/02/2017	80	7	
Resolución de una ecuación diferencial homogénea de orden 1	22/02/2017	44	4	
Obtención del intervalo abierto de convergencia de una serie de potencias	25/02/2017	65	4	
Ejercicio sobre convergencia de series de Fourier	26/03/2017	490	14	1

Tabla 3. Título de cada vídeo publicado en internet junto con sus correspondientes estadísticas particulares 5 meses des-

pués de su creación.

#### 4. CONCLUSIONES

El objetivo de la elaboración de los recursos docentes presentados en esta memoria ha sido el de proporcionar ayuda a los alumnos que les facilite la adquisición de las competencias de la asignatura Ampliación de Matemáticas. Se han elaborado dos tipos de materiales. Por un lado unos apuntes de la asignatura, apuntes que sirven como esquema o guía de los contenidos a estudiar en la asignatura de forma que, al completarlos con las notas de clase, permiten un mayor aprovechamiento de las horas presenciales. Por otro lado, se han elaborado unos vídeos sobre la resolución de algunos de los ejercicios con los que los alumnos suelen tener más dificultad; éstos han facilitado la labor de repaso a los alumnos e incluso la preparación de los exámenes.

La consecución de los apuntes y los vídeos que pretendíamos nos hacen pensar que los resultados del trabajo han sido satisfactorios. Reflexionemos ahora sobre los resultados obtenidos en la encuesta realizada a los alumnos sobre dichos materiales. Comencemos con la primera parte de la encuesta, en la que se recaba información sobre la opinión de los alumnos sobre los apuntes. Las respuestas a las preguntas 1 y 2 demuestran que éstos han sido muy utilizados y han servido de ayuda para los alumnos. De hecho en los gráficos 1 y 2 se observa que más de un 80% de los alumnos valora el uso y la utilidad de los apuntes con una puntuación de 7 o más (sobre 10). Además, el gráfico 3 expresa claramente la recomendación por parte de los alumnos de que se sigan usando estos apuntes en los cursos siguientes. Respecto a las posibles mejoras de los apuntes, los alumnos han contestado a las preguntas 4 y 5. Las respuestas de la pregunta 4 se sintetizan en la tabla 2 mediante la cual se observa cómo éstos aconsejan mejorar los apuntes de dos formas. La primera es la de incluir la resolución de los ejercicios que se plantean en cada lección, y la segunda es la de aumentar la cantidad de ejemplos que ilustran los conceptos y los procedimientos. La última pregunta referente a los apuntes era de respuesta abierta. En ésta algunos alumnos han expresado su dificultad en entender el lenguaje y notación matemática usada en los apuntes. Esta dificultad suele ocurrir en el primer curso universitario debido a que en la etapa secundaria no suele hacerse mucho uso del lenguaje matemático (Ortega y Ortega 2004). Dado que esta es una asignatura de segundo curso universitario, pensamos que esta deficiencia no ha sido totalmente solventada en el primer curso universitario, y es necesario incidir en el uso de este lenguaje con los alumnos para que éstos consigan un manejo óptimo, tal y como señala (Guzmán 2003).

Pasemos ahora a analizar los resultados de la parte de la encuesta dedicada a los vídeos publicados. La respuesta a las tres primeras preguntas siguen las mismas pautas que las correspondientes a los apuntes. En el gráfico 4 se muestra cómo el 50% de los alumnos ha usado los vídeos con una valoración de su frecuencia de uso 7 puntos o más (sobre 10), y el gráfico 5 muestra cómo el 60% de los alumnos dan a su utilidad una puntuación de 7 puntos o más. Hay que decir que, al comparar estos resultados con los de los apuntes, se observa que los alumnos dan más uso y ven más utilidad a los apuntes que a los vídeos publicados. No obstante, el gráfico 6 deja claro que la gran mayoría de alumnos, el 84,2% de éstos, apoya el uso de este recurso para los cursos siguientes. Aún así, es de destacar que este porcentaje es sensiblemente menor al 90% que apoyaba el uso de los apuntes para el curso siguiente. Respecto a la última pregunta del cuestionario, de respuesta abierta, en la que se pedía qué mejoras se podrían incluir en los vídeos para el curso siguiente, no se obtuvo ninguna respuesta.

Los datos extraídos de las métricas del propio canal de *Youtube* en el que se publicaron los vídeos también merecen ser comentadas. El número de matriculados en la asignatura ha sido de

52 alumnos, sin embargo el número de visualizaciones (entre todos los vídeos) ha sido de cerca de 4000 en los 5 meses de creación del vídeo; visualizaciones que fueron hechas desde distintos países hispano-hablantes como Perú, Colombia, México, Chile, Ecuador y Argentina. En la tabla 3 se han mostrado más datos respecto a cada uno de los vídeos.

## 5. DIFICULTADES ENCONTRADAS, PROPUESTAS DE MEJORA Y PREVISIÓN DE CONTINUIDAD

En el desarrollo del proyecto no hemos encontrado dificultades distintas a las esperadas cuando preparamos la memoria inicial. Por otro lado, nos proponemos avanzar en la mejora de los apuntes que hemos elaborado este curso siguiendo la sugerencia que nos hicieron los alumnos de aumentar los ejemplos que ilustran los conceptos y procedimientos. No obstante, hemos decidido no completar los apuntes con las demostraciones de los resultados teóricos ni añadir la resolución de los ejercicios, tal y como sugerían también los alumnos en la encuesta, de esta forma obligamos a los alumnos a tener una participación activa en las clases, tomando notas, etc. Por otro lado, también nos planteamos realizar algunos vídeos más para el curso que viene, pero no aumentaremos el número de vídeos a más de una decena ya que no queremos que el canal de *youtube* sustituya a las propias clases presenciales. Finalmente, y para contestar a la demanda de los alumnos de disponer de ejercicios resueltos, nos estamos planteando preparar un boletín de ejercicios de cada lección donde se proporcione, o bien la solución, o bien la resolución completa de cada ejercicio (incidiendo de esta manera en el aprendizaje *Thinking Aloud Pair Problem Solving* (Brent y Felder 2012)). Otra acción que estamos sopeando es la de extraer de dicho boletín los ejercicios correspondientes a las pruebas de la evaluación continua de la asignatura. Creemos que esto “convencería” a los alumnos de la necesidad de aprender a resolver estos ejercicios. Ésto nos llevaría a la necesidad de que dicha colección sea lo suficientemente extensa y variada para que los alumnos no puedan memorizar la resolución de los ejercicios sin entenderla y, además, que sea representativa de los ejercicios estándar de cada lección. Creemos que estos nuevos materiales podrían llevarse a cabo en una nueva edición del programa de redes.

## 6. TAREAS DESARROLLADAS EN LA RED

Se enumerará cada uno de los componentes y se detallarán las tareas que ha desarrollado en la red.

PARTICIPANTE DE LA RED	TAREAS QUE DESARROLLA
Fernando García Castaño	Supervisión y coordinación del funcionamiento de la red. Elaboración y revisión de los vídeos y de los apuntes. Publicación de los vídeos en el canal de <i>youtube</i>
Luis Alberto Escapa García	Elaboración de los vídeos y revisión de los apuntes
Maria del Carmen Martínez Belda	Elaboración de los vídeos y revisión de los apuntes
David García García	Elaboración de los apuntes y revisión de los vídeos
Santiago Belda Palazón	Elaboración de los apuntes y revisión de los vídeos

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brent, R. y Felder, R. M. Learning by solving solved problems. *Chemical Engineering Education*, 46, 29-30, 2012.
- Feder, R. M. y Silverman, L. K. Learning and Teaching Styles in Engineering Education. *Journal of Engineering Education*, 78, pp. 674-681, 1988.
- Guzmán, M. Como hablar, demostrar y resolver en Matemáticas. Anaya, 2004.
- Guzmán, M., Hodgson, B. R., Robert, A. y Villani, V. Difficulties in the passage from secondary to tertiary education. *Documenta Mathematica*, Extra Volume ICM III; pp. 747-762, 1998.
- Kazam Screencaster. A screencasting program created with design in mind. <https://launchpad.net/kazam>
- Ipe. The Ipe extensible drawing editor. <http://ipe.otfried.org/>
- Ivorra, S., Bañón, L., Saval, J. M., Escapa, A., Ortuño, A. y Serrano, M. Red de desarrollo y diseño curricular en la futura titulación de Graduado en Ingeniería Civil. *Propuestas de diseño, desarrollo e innovación curriculares y metodología en el EEES* (ISBN 978-84-268-1483-8). Vicerrectorado de Planificación Estratégica y Calidad. Instituto de Ciencias de la Educación. Universidad de Alicante, 2009
- Lamport, L. LATEX: A Document Preparation System. Addison-Wesley, second edition, 1994
- Orden ministerial CIN/307/2009, de 9 de febrero, por la que se establecen los requisitos para la verificación de los títulos universitarios oficiales que habiliten para el ejercicio de la profesión de Ingeniero Técnico de Obras Públicas. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 42, pp. 17166-17110, 2009
- Ortega, J. A. y Ortega, J. F. Lenguaje Matemático: Una experiencia en los estudios de Economía de la UCLM. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 35, pp. 74-87, 2004
- Real Decreto 1393/2007, de 29 de octubre, por el que se establece la ordenación de las enseñanzas universitarias oficiales. *Boletín Oficial del Estado*, núm. 260, pp. 44037-44048, 2007
- Wiley, D. A., Connecting learning objects to instructional design theory: a definition, a metaphor, and a taxonomy. *In the instructional use of learning objects*,. D. A. Wiley (Ed.) Retrieved may (2017)
- Zucker, S. Teaching at the University Level. *Notices of the American Mathematical Society*, 43, pp. 863- 865, 1996

## 8. ANEXOS.

### 8.1. Anexo 1: Captura de pantalla de varias páginas de los apuntes mostrando los distintos elementos que los forman

**11 Ecuaciones diferenciales de primer orden**

Como ya hemos comprobado, la ecuación diferencial  $y' = xe^{2x}$  tiene infinitas soluciones. Sin embargo, esta situación no siempre se repite. Si consideramos la ecuación diferencial  $(y')^2 + y^2 = 0$ , observaremos que ésta tiene por solución únicamente a la función constante  $y = 0$ , mientras que la ecuación  $(y')^2 + x^2 = -1$  no tiene ninguna solución. Visto esto, resulta natural plantearse, *¿bajo qué condiciones tiene solución una e.d.o.? ¿en caso de tenerla, ¿será única? ¿A los teoremas que responden a estas preguntas se les llama teoremas de existencia y unicidad.* A continuación estudiaremos uno de ellos. En éste se dan condiciones para asegurar la existencia y unicidad en problemas de valores iniciales, es decir, para la existencia y solución de ecuaciones diferenciales desde una perspectiva local. No obstante, antes de enunciar dicho teorema, conviene resaltar que un rectángulo abierto de  $\mathbb{R}^2$  es cualquier subconjunto no vacío  $R$  que puede expresarse como

$$R = (x_1, x_2) \times (y_1, y_2) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x_1 < x < x_2, y_1 < y < y_2\},$$

para ciertos  $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbb{R} \cup \{\pm\infty\}$  (véase la figura 1.2).

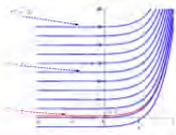


Figura 1.1 En azul se representa la gráfica de algunas soluciones del ejercicio 1.1.3, y en rojo la solución del p.v.i. del ejercicio 1.1.5. La familia uniparamétrica de soluciones sigue la fórmula  $y = \frac{1}{4}we^{2x} - \frac{1}{2}e^{2x} + C, C \in \mathbb{R}$ . También se indica el valor del parámetro  $C$  correspondiente de algunas de las soluciones representadas.

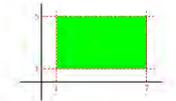


Figura 1.2 En verde se representa el rectángulo abierto  $R = (1, 2) \times (1, 5)$ .

**22 Prácticas de la lección**

**Proposición 1.2.11.** Una e.d.o.  $F(x, y, y') = 0$  es homogénea si y sólo si puede expresarse de la forma  $y' = f(\frac{y}{x})$ , para alguna función real  $f$  si y sólo si puede expresarse de la forma  $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ , donde  $M$  y  $N$  son funciones homogéneas del mismo grado.

**Proposición 1.2.12.** Si a una e.d.o. homogénea  $y' = f(\frac{y}{x})$  se le aplica el cambio de variable  $u = \frac{y}{x}$ , ésta queda transformada en la ecuación de variables separadas  $u' = \frac{f(u) - u}{x}$ .

**Ejercicio 1.2.13.** Resuelve la e.d.o.

$$(x^2 + y^2) dx + (x^2 - xy) dy = 0.$$

#### Prácticas de la lección

- Determina si el teorema 1.1.6 garantiza o no la existencia de una solución del problema con condición inicial dada. Si se garantiza la existencia, determina si el criterio garantiza o no la unicidad de esa solución.
  - $\frac{dy}{dx} = -\tan(x-1) \log y; y(1) = 1.$
  - $\frac{dy}{dx} = (y-x)^2, y(2) = 2.$
- Determina para qué valores de los parámetros reales  $a$  y  $b$ , el teorema 1.1.6 garantiza la existencia y unicidad de solución para cada uno de siguientes p.v.i.
  - $(2\cos^2 y - 1) \frac{dy}{dx} = e^{x/y}, y(a) = b.$
  - $\frac{dy}{dx} = \sqrt{y}, y(a) = b.$
- Resuelve las ecuaciones
  - $(x^2 + 1) \tan y y' = x.$
  - $3e^x \tan y dx + (2 - e^x) \sec^2 y dy = 0.$
- Determina cuánto tiempo tardará en vaciarse completamente un tanque cilíndrico con eje horizontal de longitud 15 m y radio de 2 m, teniendo en cuenta que el agua fluye por un orificio situado en el fondo de área  $25\sqrt{5} \text{ cm}^2$ . Pijamos la aceleración de la gravedad en  $10 \text{ m/s}^2$ . (Examen julio 2014)

**12 Ecuaciones diferenciales de primer orden**

Además, partir de ahora denotaremos mediante el símbolo  $f_y$  a la derivada parcial de la función  $f(x, y)$  respecto a la variable  $y$ .

**Teorema 1.1.6** (Teorema de existencia y unicidad de solución de un p.v.i.). Sea  $R \subset \mathbb{R}^2$  un rectángulo abierto que contiene al punto  $P(a, b)$ . Se cumple:

- Si  $f$  es continua en  $R$ , entonces el p.v.i.
 
$$\begin{cases} y' = f(x, y), \\ y(a) = b. \end{cases} \quad (1.4)$$
 tiene alguna solución  $\phi(x)$  definida en algún intervalo abierto  $J \subset \mathbb{R}$ . (Véase la figura 1.3)
- Si  $f$  y  $f_y$  son continuas en  $R$ , entonces (1.4) tiene solución única  $\phi(x)$  definida en algún intervalo abierto  $J \subset \mathbb{R}$ , es decir, si  $\psi(x)$  es otra solución de (1.4), entonces  $\phi(x) = \psi(x), \forall x \in J$ . (Véase la figura 1.3)

Puede ocurrir que las gráficas de ciertas soluciones no lleguen a tocar la frontera de  $R$  (tal y como se ha representado en la figura 1.3). Por otro lado, el teorema 1.1.6 explica algunas de las propiedades observadas en las soluciones de la ecuación diferencial del ejercicio 1.1.3. Por ejemplo, las gráficas de las soluciones no se cortan entre sí, y por cada punto del plano pasa la gráfica de una única solución, como ya observamos en la figura 1.1. Estas situaciones ocurrirán siempre que se cumplan las condiciones (i) y (ii) del teorema 1.1.6.

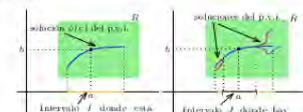


Figura 1.3 A la izquierda se visualiza la afirmación (i) del teorema 1.1.6,  $\phi(x)$  es una solución del p.v.i. y está definida en el intervalo abierto  $J$ . A la derecha se visualiza la afirmación (ii) del mismo resultado, la solución  $\phi(x)$  es única en el intervalo  $J$ .

**Bibliografía recomendada**

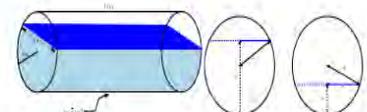


Figura 1.30. Después del inciso del ejercicio 4

5. Un tanque de agua tiene la forma obtenida al girar la curva  $y = x^{2/3}$  alrededor del eje  $y$ . Se quita el tapón del fondo a las 12 del mediodía, cuando la profundidad del agua en el tanque es de 4 m. A la 1 P.M. la profundidad del agua es de 2 m, ¿cuando estará vacío el tanque?



Figura 1.11. Después del ejercicio 5

6. Resuelve las siguientes ecuaciones

- $(e^x + y^2) dx - xy^2 dy = 0.$
- $x dy - y dx = \sqrt{y^2 - x^2} dt.$

#### Bibliografía recomendada

- N. Piskunov, *Cálculo Diferencial e Integral*, Ed. Limusa Wiley, México, (2006). Para esta lección se recomiendan los epígrafes 1 al 5 del capítulo XIII junto con los ejercicios correspondientes del final del capítulo, éstos vienen con las soluciones.
- Edwards C. Henry y Pezney David E., *Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera*, México : Pearson Educación, (2013). Para esta lección se recomiendan las secciones 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 y 1.6 junto con los ejercicios del final de cada sección. Los ejercicios impares tienen las soluciones al final del libro.

8.2. Anexo 2: Captura de pantalla del panel de control del canal de *Youtube* donde se han publicado los vídeos realizada 5 meses después de su creación.

The screenshot shows the YouTube channel control panel for 'FERNANDO GARCIA CASTAÑO'. The channel name is 'VER CANAL'. The statistics show 3,882 Reproducciones, 36 Suscriptores, and an 'Añadir widget' button. The 'VÍDEOS' section lists six educational videos with their respective view counts, comment counts, like counts, and share counts. The 'ANALYTICS' section shows data for the last 28 days, including 'Tiempo de visualización (minutos)' at 2.812, 'Visualizaciones' at 712, and 'Suscriptores' at +3. The 'NOVEDADES' section has a star icon and the text 'Aquí verás las noticias.'

**FERNANDO GARCIA CASTAÑO**  
VER CANAL

3.882 Reproducciones | 36 Suscriptores | Añadir widget

**VÍDEOS**

- Ejercicio sobre convergencia de seri...  
500 views | 0 comments | 14 likes | 1 share
- Obtención del intervalo abierto de c...  
65 views | 0 comments | 4 likes | 0 shares
- Resolución de una ecuación diferen...  
45 views | 0 comments | 4 likes | 0 shares
- Resolución de una ecuación diferen...  
80 views | 0 comments | 7 likes | 0 shares
- Ejercicio (con parámetros) sobre el t...  
436 views | 0 comments | 4 likes | 0 shares
- Ejercicio de aplicación del teorema ...  
2 K views | 4 comments | 24 likes | 4 shares

**ANALYTICS** Últimos 28 días

Tiempo de visualización (minutos)  
2.812

Visualizaciones  
712

Suscriptores  
+3

Ver todo

**NOVEDADES**

Aquí verás las noticias.