

## APRENDIENDO A MIRAR PROFESIONALMENTE EL PENSAMIENTO MATEMÁTICO DE LOS ESTUDIANTES EN EL CONTEXTO DE LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA. EL PAPEL DE LAS NARRATIVAS

### LEARNING TO NOTICE STUDENTS' MATHEMATICAL THINKING IN THE CONTEXT OF THE TEACHING PRACTICES. THE ROLE OF THE NARRATIVE

Pedro Ivars Santacreu  
Ceneida Fernández Verdú

Departamento de Innovación y Formación Didáctica. Universidad de Alicante

Recibido: 09/04/2015

Aceptado: 22/06/2015

#### Resumen:

Este estudio examina el papel de las narrativas como una herramienta para ayudar a los estudiantes para maestro a desarrollar la competencia mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. Durante las prácticas en los centros, se pidió a 41 estudiantes para maestro que escribieran una narrativa en la que se identificaran evidencias de lo que consideraban manifestaciones de la comprensión matemática de los estudiantes. Los resultados muestran que la tarea de escribir sucesos del aula centrados en la manera en la que los estudiantes resolvían los problemas en forma de narrativas, ayudó a los estudiantes para maestro a focalizar y estructurar su manera de mirar. Mostraremos a través de las narrativas escritas algunas características de cómo los estudiantes para maestro estaban "mirando" el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de educación primaria.

**Palabras clave:** mirada profesional, narrativas, estudiantes para maestro, desarrollo del pensamiento numérico.

#### Abstract:

This study examines the role of narratives as a tool that can help pre-service teachers to develop the skill of noticing students' mathematical thinking. 41 pre-service teachers have to write a narrative during their practices at Primary schools in which they have to identify evidence of what they considered manifestations of primary school students' mathematical understanding. Results show that the task of writing narratives related to classroom events focused on the way in which students solved the problems helped some pre-service teachers to notice students' mathematical thinking. We show some examples of how pre-service teachers were "noticing" the development of primary school students' numerical thinking through the written narratives.

**Keywords:** professional noticing, narratives, pre-service teachers, development of numerical thinking.

## Introducción

En la última década se han realizado diferentes investigaciones sobre el aprendizaje de los maestros, en las que se ha identificado como una competencia docente el hecho de mirar profesionalmente los procesos de enseñanza-aprendizaje (Mason, 2002; van Es y Sherin, 2002; van Es, 2010). En el ámbito de la formación de maestros, la conceptualización e identificación de contextos para el desarrollo de esta competencia se torna fundamental. De esta manera han surgido múltiples investigaciones (Jacobs, Lamb y Philipp, 2010; Kersting et al, 2010; Coles, 2012; Fernández, Llinares y Valls, 2012; Sánchez-Matamoros, Fernández y Llinares, 2014) sobre esta competencia (*professional noticing*) que indican que el desarrollo de esta competencia no es una tarea fácil para los maestros y muestran contextos para su desarrollo.

Las dificultades encontradas en el desarrollo de esta competencia hacen necesarias más investigaciones acerca de cómo se puede desarrollar en los programas de formación inicial.

### 1.1. La competencia una mirada profesional y su desarrollo

La conceptualización de la competencia mirar profesionalmente ha sido abordada desde diversas perspectivas. Mason (2002) señala cuatro características de esta competencia docente: (i) identificar aspectos relevantes a partir de un objetivo que guía la observación (*intentional noticing*), (ii) describir los aspectos observados (*marking and recording*), (iii) reconocer alternativas de acción (*recognizing choices*), y (iv) validar lo observado intentando que los otros reconozcan lo que ha sido descrito o sugerido (*validating with others*). En cuanto a las destrezas necesarias para el desarrollo de esta competencia, van Es y Sherin (2002) han identificado tres: identificar aspectos relevantes de la situación; utilizar el conocimiento del contexto en el que se desarrollan para reflexionar sobre las interacciones que suceden, y realizar conexiones entre lo acaecido en el aula y los principios generales sobre los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Desde ambas perspectivas se enfatiza en la importancia de los procesos de identificación de los aspectos relevantes en las situaciones de enseñanza-aprendizaje y en la interpretación de los mismos basándose en unas referencias teóricas previas que avalen las decisiones de acción a tomar. Esta conceptualización de la competencia mirar profesionalmente pone el acento en el hecho de que la interpretación es un instrumento para comprender cómo los docentes usan su conocimiento en la práctica de sus tareas profesionales (Llinares, 2013). Es decir, es necesario que los docentes se trasladen desde meras descripciones de los sucesos del aula a interpretaciones basadas en evidencias.

Investigaciones previas también han mostrado contextos que pueden potenciar el desarrollo de esta competencia. Coles (2012) mostró que el uso de videoclips, permitió a los maestros reconstruir las interacciones del aula de manera cronológica (*accounts of*), para realizar posteriores interpretaciones de las mismas aportando evidencias (*accounts for*), sin basar sus comentarios en juicios o meras descripciones. También

Santagata et al. (2007) y Llinares y Valls (2010) mostraron resultados favorables en el desarrollo de esta competencia al utilizar videoclips y comprobar que estos permiten la observación de situaciones de enseñanza que son capaces de sustentar el aprendizaje de los estudiantes para maestro al observar interacciones de aula entre el alumnado y sus profesores.

En este estudio nos vamos a centrar en un aspecto particular de esta competencia, mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. Jacobs et al. (2010) conceptualizan esta competencia como tres destrezas interrelacionadas: (i) describir las estrategias usadas por los estudiantes identificando los elementos matemáticos importantes, (ii) interpretar la comprensión puesta de manifiesto por los estudiantes en función de los elementos matemáticos identificados en las estrategias y (iii) decidir cómo responder teniendo en cuenta la comprensión de los estudiantes.

Desde esta perspectiva, investigaciones previas han subrayado que los debates virtuales han sido un instrumento adecuado para potenciar el desarrollo de esta competencia en el dominio específico del razonamiento proporcional, ya que sus resultados muestran cómo éstos permitían pasar desde la descripción de estrategias generales a reseñar evidencias importantes de cómo los estudiantes estaban desarrollando el razonamiento proporcional (Fernández et al., 2012). Por otra parte, Coles, Fernández y Brown (2013) postularon que las reuniones de un proyecto compartido entre maestros de primaria en ejercicio, que compartían el trabajo que estaban realizando en las escuelas, podían desarrollar su competencia de mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.

Así pues, las investigaciones realizadas muestran la posibilidad de desarrollar la competencia una mirada profesional en estudiantes para maestro mediante el uso de videoclips, debates virtuales o con reuniones en grupo. Nuestro trabajo se enmarca en esta línea de investigación y pretende progresar en la obtención de nuevos datos que muestren evidencias sobre cómo desarrollar esta competencia en la formación inicial de maestros. En concreto focalizaremos nuestra atención en examinar si la tarea de *escribir narrativas* puede ayudar a los estudiantes para maestro a desarrollar esta competencia docente.

## 1.2. Las narrativas como instrumento de aprendizaje

Las narrativas son “*la forma primaria por la que le es dado sentido a la experiencia humana*” (Polkinghorne, 1988 en Bolívar, 2002) y nos permiten comprender la manera en la que los docentes organizan su trabajo y actúan en los contextos profesionales (Huchim y Reyes, 2013). Además, el hecho de que las narrativas permitan a los docentes manifestar su pensamiento sobre la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es una evidencia de su relación con su propio aprendizaje (Connelly y Clandinin, 1990).

Las narrativas son historias en las que el autor relata, de manera secuencial, una serie de acontecimientos que cobran sentido para él, a través de una lógica interna (Ponte, Segurado y Oliveira, 2003; Chapman, 2008). De esta manera, las narrativas de los estudiantes para maestro, en las cuales se describa lo que ellos consideran relevante sobre la enseñanza de otros maestros y sobre cómo lo que sucede en el aula apoya el

aprendizaje matemático de los estudiantes, pueden ser una buena herramienta que potencie el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente.

Particularmente, mirar de una manera profesional el pensamiento matemático de los estudiantes implica interpretar la comprensión de los estudiantes, por lo que los estudiantes para maestro deben trasladarse desde la descripción de acciones del profesor a las conceptualizaciones de los estudiantes y desde comentarios evaluativos a comentarios interpretativos basados en evidencias (van Es, 2010; Bartell et al., 2013).

El objetivo de este estudio es analizar si las narrativas, escritas por los estudiantes para maestro durante su período de prácticas en los centros de Educación Primaria, les pueden ayudar a desarrollar la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. En particular:

- Cómo el hecho de escribir la narrativa les puede ayudar a desarrollar una mirada estructurada sobre los procesos de enseñanza en el aula.

## **Método**

### *2.1. Participantes y contexto*

En el presente estudio participaron 41 estudiantes para maestro de Educación Primaria durante sus prácticas de enseñanza en los centros educativos (Practicum II), que formaban parte de su último año de formación en el Grado en Maestro en Educación Primaria.

Este periodo de prácticas estaba dividido en dos fases: en la primera de ellas los estudiantes para maestro debían dedicarse a la observación del aula y de los procesos de enseñanza-aprendizaje que se produjeran y en la segunda parte debían diseñar una unidad didáctica e impartirla. Durante el transcurso del período de observación (dos de un total de ocho semanas), se pidió a los estudiantes para maestro que identificaran alguna situación de enseñanza-aprendizaje en la que se estuviera desarrollando la competencia matemática de los estudiantes y elaborasen una narrativa.

### *2.2. Instrumento: Las narrativas*

La narrativa consistía en la descripción e interpretación de la situación de enseñanza-aprendizaje identificada. La interpretación debía estar fundamentada en los conocimientos sobre didáctica de la matemática que los estudiantes para maestro habían obtenido durante la formación teórica recibida en las asignaturas del Grado en Maestro en Educación Primaria. La aplicación de estos conocimientos les permitiría identificar e interpretar las situaciones de aula relevantes así como destacar evidencias sobre la comprensión matemática de los estudiantes.

Con la intención de facilitar la estructuración de la información, y dirigir la atención de los estudiantes para maestro hacia los aspectos realmente importantes, se les facilitaron unas preguntas guía, fundamentadas en las tres destrezas de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes (Jacobs et al., 2010).

a) Describe la situación

**la tarea/actividad.** Por ejemplo, puedes indicar los contenidos específicos, materiales, uso de las TIC,...

**qué hacen los alumnos.** Por ejemplo, puedes indicar respuestas de los alumnos a la tarea propuesta, dificultades,...

**qué hace el maestro.** Por ejemplo, puedes indicar como trabaja la actividad en el aula (agrupación de los alumnos, interacciones...) o si ante las respuestas de los alumnos (o dificultades), propone otras tareas, insiste en algún aspecto de la actividad,...

b) Interpreta la situación

Indica **qué objetivos** del área de matemáticas se trabajan explicitando qué aspectos de la situación te hacen pensar que se están desarrollando los objetivos identificados.

Indica, a través de las respuestas de los estudiantes, **evidencias que muestren la manera en que se están consiguiendo los objetivos propuestos**, es decir, evidencias que muestren como los estudiantes están logrando la comprensión de los conceptos matemáticos.

Indica si se **desarrollan otras competencias básicas**. Muestra evidencias del desarrollo de otras competencias trabajadas en la situación.

c) Completa la situación

Intenta **complementar de alguna manera la situación descrita para potenciar el desarrollo de la competencia matemática** identificada o algún otro aspecto de la competencia que no se haya contemplado inicialmente.

### 2.3. Análisis

Para el análisis de los datos (narrativas escritas por los estudiantes para maestro) tres investigadores analizaron, individualmente, las narrativas buscando evidencias de cómo los estudiantes para maestro miraban profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes. A continuación, detallamos brevemente lo que se consideraron evidencias:

- Si en sus descripciones de las respuestas de los alumnos los estudiantes para maestro incluían elementos matemáticos importantes.
- Si los estudiantes para maestro interpretaban la comprensión del estudiante relacionando su comprensión con los elementos matemáticos específicos de la situación previamente descrita.
- Si los estudiantes para maestro tomaban decisiones basadas en la comprensión del estudiante proporcionando tareas específicas para la situación.

## Resultados

Las narrativas mostraron evidencias de que los estudiantes para maestro empezaban a desarrollar una mirada estructurada en relación a qué y cómo se podían considerar evidencias de la comprensión matemática de los niños (mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes). Más de la mitad de los participantes (55%) describieron las interacciones entre el docente (tutor), algunos estudiantes y el conocimiento matemático, mostrando evidencias de la interpretación de la comprensión de los estudiantes.

En esta sección mostramos algunas características de cómo los estudiantes para maestro estaban “mirando” el desarrollo del pensamiento numérico en los estudiantes de educación primaria puesto de manifiesto a través de las narrativas escritas. Estas características se ejemplifican a través de dos narrativas.

### 3.1. Ejemplo de Narrativa centrada en las características del Sistema de Numeración Decimal

En este caso, el contexto de la narrativa es una clase de 1º de Educación Primaria. El estudiante para maestro describe la tarea que se está llevando a cabo en el aula:

*La maestra reparte un ábaco, una hoja en blanco y un color rojo y otro azul. La maestra decía un número y cada niño debía representar ese número en el ábaco y escribir el número en la hoja en blanco representando las decenas en color rojo y las unidades en color azul. Los números utilizados fueron el 8, 14, 16, 10, y 19.*

Este estudiante para maestro identifica elementos matemáticos importantes de la situación, y en particular de las respuestas de los estudiantes: secuencia numérica, escritura del número e idea de agrupamiento. Así en su narrativa comenta que algunas respuestas de los estudiantes en la representación del número en el ábaco son:

- (1) *Algunos alumnos representaron el 16 como el 13 y el 14 como el 15*
- (2) *Varios alumnos no representaron el 10.*
- (3) *Algunos alumnos escribieron algún número al revés como el 5 y el 7.*

Esto le permitió interpretar la comprensión que tienen los estudiantes del Sistema de Numeración Decimal en relación a la idea de agrupamiento y valor de posición mostrando algunas dificultades. Así en su narrativa escribe:

- (1) *Estos alumnos cometieron errores en el conteo de las unidades (es decir, cuando recitaban la secuencia numérica para contar las unidades)*
- (2) *Estos alumnos tuvieron dificultades en la «agrupación» de 10 unidades formando 1 decena «y no hay ninguna unidad»*
- (3) *Estos alumnos tuvieron dificultades en la representación del número*

Para finalizar su narrativa, este estudiante para maestro realiza un resumen de su interpretación en la que destaca:

*En esta tarea se está trabajando el sistema de numeración decimal: valor de posición (unidades y decenas). Las dificultades que presentan los alumnos son en relación a la escritura del número (escriben al revés algunos números), en relación a recitar la secuencia numérica (dificultades en el conteo) y en relación a la idea de agrupar 10 unidades en 1 decena.*

Por tanto se observa como en su interpretación destaca elementos importantes de la comprensión del Sistema de Numeración Decimal en relación a la idea de agrupamiento y valor de posición, mostrando evidencias de la comprensión de algunos estudiantes y destacando algunas de sus dificultades.

### *3.2. Ejemplo de Narrativa centrada en la resolución de problemas*

La siguiente narrativa se centra en 4º curso de Educación Primaria. En un primer momento se describe la tarea que se está desarrollando en el aula:

*En el gráfico se presenta el gasto en euros que hizo el ayuntamiento de un pueblo para mantener la piscina natural*

1.395€	1.530€	1.643€	1.519€
Mayo	Junio	Julio	Agosto

*¿Cuánto dinero gastó en total en los cuatro meses?*

*En cada mes, el gasto diario es el mismo ¿Qué gasto tuvo el mes de mayo por día? ¿Y el mes de junio? ¿En qué mes el gasto por día fue menor?*

*El ayuntamiento ha pensado la posibilidad de cobrar a los bañistas los meses en los que el gasto diario sea superior a 60€ ¿Habría cobrado a los bañistas algún mes del año pasado?*

Este estudiante para maestro identifica elementos importantes de la situación que está describiendo como: dificultades con la comprensión del enunciado en relación a datos que no están explícitos y en relación a datos que no se utilizan para operar. Así en su narrativa escribe:

*Con la primera cuestión no hubo problemas, todos los alumnos supieron que la cantidad total del gasto era la suma del gasto de los cuatro meses.*

*Respecto a la segunda cuestión, la mayoría de los alumnos tuvieron problemas ya que creían que tenían que multiplicar la suma de las cantidades por los cuatro meses.*

Este estudiante para maestro interpreta esta situación como:

*Estos alumnos no consideraron los días del mes (30 o 31) como un dato del problema quizás por no aparecer explícitamente en el enunciado.*

En su narrativa, el estudiante para maestro continúa describiendo las dificultades que los estudiantes tuvieron:

*En la tercera cuestión, también tuvieron dificultades. Algunos alumnos contestaron que se tenía que dividir entre 60 y otros pensaron que se tenía que dividir 60 entre los días de cada mes.*

Hecho que interpreta de la siguiente manera;

*Los alumnos piensan que cuando una cifra aparece en el enunciado, obligatoriamente, deben operar con ella.*

La descripción de las dificultades y el hecho de escribir su narrativa, le permite interpretar las dificultades que tienen los estudiantes en relación a la comprensión del enunciado en la resolución de problemas y también con el «significado de dividir» ya que no identifican el uso de la división en un contexto real.

De esta manera, en la parte final de su texto, este estudiante para maestro propone la siguiente decisión de acción como ampliación:

*Insistir en qué significa dividir: Repartir en grupos iguales. No identifican el uso de una división en el problema. Por ejemplo, hacerles reflexionar sobre: Si el gasto no fuera el mismo todos los días, ¿se podría resolver el problema con la operación que se ha hecho?*

Fragmentos de narrativa como el que acabamos de ejemplificar, nos descubren la manera en la que los estudiantes para maestros aportaron evidencias de la comprensión matemática de los estudiantes y proporcionaron decisiones de acción basadas en la comprensión del alumnado.

De esta manera, las narrativas se revelan como un instrumento con la capacidad de ayudar a los estudiantes para maestro a realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas sobre la enseñanza-aprendizaje de los tópicos matemáticos, así como a proponer decisiones de acción. Estas características son las que definen el desarrollo de una mirada estructurada en los estudiantes para maestros que constituye la competencia docente mirar profesionalmente.

## **Discusión y conclusiones**

Tras los primeros resultados obtenidos, las narrativas escritas por los estudiantes para maestro mientras se desarrollaba su periodo de prácticas en los centros de Educación Primaria, en las que se debían identificar y detallar evidencias sobre la comprensión matemática de los estudiantes, se revelan como un buen instrumento pedagógico para potenciar el desarrollo de la competencia docente mirar profesionalmente el pensamiento matemático de los estudiantes.

Por otra parte, somos conscientes de la influencia que pueda tener la instrucción recibida por los estudiantes para maestro en la naturaleza de las narrativas (Chapman, 2008), con todo, las descripciones e interpretaciones de éstos sobre el pensamiento matemático de los estudiantes indican que el uso del conocimiento teórico proporcionado en cursos anteriores para justificar las evidencias halladas, es una tarea complicada para ellos. Sin embargo las narrativas permitieron a los estudiantes para maestro empezar a teorizar la práctica en contextos prácticos durante su período de

observación (practicum) en los centros (Smith, 2003) a través de los procesos cognitivos de identificar e interpretar el pensamiento matemático de los estudiantes.

#### Reconocimientos

Esta investigación ha sido financiada en parte por el proyecto de I+D para grupos de investigación emergentes GV/2014/075 de la Conselleria de Educación, Cultura y Deporte de la Generalitat Valenciana y en parte por el Ministerio de Economía y Competitividad. Secretaria de Estado de Investigación, Desarrollo e Innovación, con el proyecto EDU2014-54526-R.

#### Referencias bibliográficas

- Bartell, T.G., Webel, C., Bowen, B. y Dyson, N. (2013). Prospective teacher learning: recognizing evidence of conceptual understanding. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16, 57-79.
- Bolívar, A. (2002). “¿De nobis ipsis silemus?”: Epistemología de la investigación biográfico-narrativa en educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 4 (1)
- Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. En D. Tirosh y T. Wood (Eds.), *The International Handbook of Mathematics Teacher Education. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (vol 2, pp. 15-38). Taiwan/Rotterdam: Sense Publishers.
- Coles, A. (2012). Using video for professional development: the role of the discussion facilitator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, online first, DOI 10.1007/s10857-012-9225-0.
- Coles, A., Fernández, C. y Brown, L. (2013). Teacher noticing and growth indicators for mathematics teachers development. En A. M. Lindmeier, y A. Heinze, (Eds.), *Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of mathematics Education*, (vol. 2, pp. 209-216). Kiel, Germany: PME.
- Connelly, F.M. y Clandinin, D.J. (1990). Stories of experience and narrative inquiry. *Educational Researcher*, 19(5), 2-14.
- Fernández, C., Llinares, S. y Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through on-line discussions. *ZDM. Mathematics Education*, 44, 747-759.
- Huchim, D. y Reyes, R. (2013). La investigación Biográfico-Narrativo, una alternativa para el estudio de los docentes. *Actualidades Investigativas en Educación*. 13 (3) 1-27
- Jacobs, V.R., Lamb, L.C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Kersting, N. B., Givvin, K., Sotelo, F. y Stigler, J. W. (2010). Teacher's analysis of classroom video predicts student learning of mathematics: Further explorations of a novel measure of teacher knowledge. *Journal of Teacher Education*, 61, 172-181.
- Llinares, S. (2013). Professional Noticing: A component of the mathematics teachers' professional practice. *SISYPHUS. Journal of Education*, 1(3), 76-93.

- Llinares, S. y Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from on-line discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 177-196.
- Mason, J. (2002). *Researching your own practice. The discipline of noticing*. London: Routledge-Falmer.
- Ponte, J.P., Segurado, I. y Oliveira, H. (2003). A collaborative project using narratives: What happens when pupils work of mathematical investigations? En A. Peter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen y A. Begg (Eds.), *Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education* (pp. 85-97). Dordrecht: Kluwer Academic Press.
- Sánchez-Matamoros, G., Fernández, C. y Llinares, S. (2014). Developing pre-service teachers' noticing of students' understanding of the derivative concept. *International Journal of Science and Mathematics Education*, DOI: 10.1007/s10763-014-9544-y
- Santagata, R., Zannoni, C. y Stigler, J.W. (2007). The role of lesson analysis in preservice teacher education: An empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 123-140.
- Smith, T. (2003). Connecting theory and reflective practice through the use of personal theories. En N. Pateman, B. Dougherty y J. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 215-222). CRDG, College of Education, University of Hawaii: PME.
- van Es, E. (2010). A framework for learning to notice student thinking. En M. G. Sherin, V.R. Jacobs, y R. Philipp, (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 134-151). New York: Routledge.
- van Es, E. y Sherin, M.G. (2002). Learning to notice: scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10, 571-596.