



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

FACULTAD DE ECONOMICAS
TRABAJO FIN DE GRADO
CURSO ACADÉMICO [2014-2015]



TÍTULO:

**ANÁLISIS COMPARATIVO MEDIA-GINI Y MEDIA-VARIANZA EN EL
ANÁLISIS DE CARTERAS**

AUTOR:

Juan Ramón López Fernández

TUTOR ACADÉMICO:

DR. D. Ángel Manuel León Valle

INDICE

1. INTRODUCCION

2. METODOLOGIA PARA OBTENER COMPOSICION CARTERAS EFICIENTES

2.1. ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE GINI

2.2. MODELO DE MARKOWITZ

3. ESTUDIO EMPIRICO

3.1. BASE DE DATOS

3.2. ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS SERIES

3.3. MATRIZ DE CORRELACIONES

3.4. CONTRASTE DE NORMALIDAD

3.4.1. TEST DE JARQUE-BERA

3.4.2. TEST GRAFICO QQPLOT

3.5. MEDIDA DE PERFORMANCE

3.6. RESULTADOS

3.6.1. ANALISIS MEDIA-VARIANZA

3.6.2. ANALISIS MEDIA-GINI

3.6.3. COMPARACION MODELOS

4. CONCLUSIONES

5. REFERENCIAS

6. ANEXO

1. INTRODUCCION

En el campo de la teoría de selección de carteras, ocupa un lugar destacado *Harry Markowitz*, que en 1952 publicó en la revista *Journal of Finance* un artículo basado en su tesis doctoral y titulado «Portfolio Selection». En dicho artículo planteaba un modelo de conducta racional del decisor para la selección de carteras de títulos-valores con liquidez inmediata. Posteriormente, en 1959, publicó su libro *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*, en el que expone y desarrolla con mayor detalle su teoría.

Desde su aparición, el modelo de *Markowitz* ha conseguido un gran éxito a nivel teórico, dando lugar a múltiples desarrollos y derivaciones, e incluso sentando las bases de diversas teorías de equilibrio en el mercado de activos financieros. Sin embargo, su utilización en la práctica puede acarrear diferentes problemas puesto que el modelo de MV (media-varianza) de *Harry Markowitz* está basado en los siguientes supuestos que se han de cumplir para la validez del modelo: 1) los inversores están representados por una función de utilidad cuadrática y 2) los rendimientos de los activos siguen una distribución normal. En referencia a este último supuesto de normalidad es sabido que en la realidad los rendimientos de una acción o una cartera de valores rara vez siguen una distribución normal por lo que el modelo de *Markowitz* a la hora de creación de carteras puede presentar ciertas limitaciones. El coeficiente de Gini, que recibe este nombre en honor al creador de esta medida de riesgo *Corrado Gini*, es un modelo que puede solventar estas limitaciones del modelo de MV, puesto que no está sujeto al supuesto de normalidad ni los inversores tienen que estar representados por una función de utilidad cuadrática. Esta medida de dispersión fue utilizada por primera vez en el mundo de las finanzas y las inversiones por Shalit y Yitzhaki (1984).

Así pues, el presente estudio elaborado se basa en la creación de una cartera de inversión compuesta por 8 índices *Hedge Funds*, que más adelante explicaremos con más detenimiento. El objetivo de esta investigación elaborada a partir de cotizaciones mensuales (desde Enero, 1998 hasta Abril, 2011) es comparar la composición de las carteras eficientes obtenidas a partir de los 2 modelos: modelo Media-Varianza de Markowitz vs Modelo Media-Gini.

La herramienta a utilizar en este análisis serán las formulas cerradas para fronteras eficientes (modelo media-Varianza) donde se permiten posiciones cortas (o ventas al descubierto), y el

modelo de optimización del coeficiente de Gini (modelo media-Gini), admitiendo de igual manera posiciones cortas. Repetiremos ambos procesos para la obtención de carteras imponiendo restricción de positividad en sus pesos (únicamente posiciones largas).

El trabajo queda organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se profundizará más sobre la metodología utilizada para obtener los pesos de la cartera eficiente utilizando tanto el método de media-varianza de Markowitz como el coeficiente de Gini. A continuación, en la sección 3 se estudia la base de datos utilizada, la obtención de los estadísticos descriptivos de las series, la matriz de correlaciones, los contrastes de normalidad de las series y la medida de performance para valorar ambos métodos así como los resultados de todo el estudio. Finalmente, en la sección 4 se presentan las conclusiones. La última sección contiene anexos.

2. METODOLOGIA PARA OBTENER COMPOSICION CARTERAS EFICIENTES

Para obtener los pesos de la cartera eficiente hemos utilizado los siguientes modelos: modelo de media-Gini y modelo de media-varianza de Markowitz. A continuación se mostrarán las formulas y los procedimientos empleados para obtener dichos pesos. Se ha de decir que tanto en un caso como en el otro se ha utilizado el programa Solver de Microsoft Excel. Comenzaremos explicando brevemente el coeficiente de Gini.

2.1. ESTIMACION DEL COEFICIENTE DE GINI

El coeficiente de Gini, una medida de dispersión de variables aleatorias, es introducido por Shalit y Yitzhaki (1984) y lo definen, en términos absolutos como la media de todas las diferencias en valor absoluto de todos los posibles pares de observaciones de una variable aleatoria. De una forma más analítica, el coeficiente de Gini podría definirse como el doble de la covarianza entre las rentabilidades de los activos y sus respectivas distribuciones acumuladas. Es decir,

$$\tau_p = 2cov(R_p, F_p(R_p)),$$

donde R_p es la rentabilidad de la cartera (portfolio) con función de distribución, o función de probabilidad acumulada, $F_p(R_p)$.

El enfoque media-Gini es un método alternativo al enfoque media-varianza de Markowitz puesto que permite salvar las hipótesis de distribución normal de las rentabilidades y de las funciones cuadráticas de los inversores. Además, Yitzhaki (1958) demuestra que el coeficiente de Gini satisface la dominancia estocástica de segundo grado que hace compatible el criterio media-Gini con la teoría de la maximización de la utilidad esperada.

Volvamos otra vez a la fórmula del coeficiente de Gini para analizar cómo se han obtenido los pesos de los activos. El rendimiento de la cartera p es una combinación lineal de esos rendimientos aleatorios de distintos activos:

$$R_p = \sum_{i=1}^N x_i R_i \quad \sum_{i=1}^N x_i = 1,$$

donde R_i es la rentabilidad del activo i , N es el número de activos y x_i es el peso del activo i dentro de la cartera. Por otra parte, la rentabilidad esperada de la cartera se define de la siguiente manera:

$$\mu_p = E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \mu_i$$

Finalmente, el coeficiente de Gini puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\tau_p = 2 \sum_{i=1}^N x_i \text{cov}[R_i, F_p(R_p)].$$

A partir de esta última ecuación, podemos constatar como el riesgo de la cartera puede descomponerse como una suma ponderada de las covarianzas entre las variables R_i y la distribución acumulada de la cartera. En el análisis media-varianza, que luego veremos, el riesgo de la cartera queda representada por la varianza de la cartera definida por:

$$V(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \text{Cov}(R_i, R_p)$$

A diferencia del modelo media-varianza, donde la cartera está representada por las rentabilidades R_p , en el modelo media-Gini la cartera está representada por la distribución acumulada de sus rentabilidades F_p .

El análisis media-Gini consiste pues, en resolver el siguiente problema de optimización:

$$\text{Min } \tau_p$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$\mu_p = \bar{\mu}$$

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (*OPCIONAL: \text{ Sin posiciones cortas})$$

Donde $\bar{\mu}$ es igual a la rentabilidad media de la cartera que nosotros solicitemos. En el caso de creación de carteras sin posiciones cortas (restricción de positividad) el valor escogido debe estar acotado para que se cumplan las restricciones anteriores y la solución sea óptima. Es decir, el valor que escogeremos debe estar comprendido entre el valor máximo y el valor mínimo de las rentabilidades medias esperadas de los activos que componen la cartera. En el caso concreto de los 8 índices de Hedge Funds, el activo con mayor rentabilidad esperada era *HFRXM* con 0,630 y el activo con menos rentabilidad esperada *HFRXDS* con 0,384. El valor de $\bar{\mu}$ debe estar acotado entonces entre (0.384,0.630).

Imponiendo estas restricciones anteriormente dadas en Excel Solver obtendremos el coeficiente de Gini dado el nivel de rentabilidad media de la cartera impuesta. Respecto a la tercera restricción, solo debe ser aplicada si queremos imponer restricción de positividad en los pesos de la cartera. En el estudio, hemos obtenido carteras admitiendo posiciones cortas y largas y solo posiciones largas.

2.2. MODELO DE MARKOWITZ

A continuación vamos explicar el otro método estándar (benchmark) utilizado para obtener los pesos de las carteras. Este modelo se desarrolla sobre la base del comportamiento racional del inversor. Es decir, el inversor desea la rentabilidad y rechaza el riesgo. Por lo tanto, para

Markowitz una cartera será eficiente si proporciona la máxima rentabilidad posible para un riesgo dado, o de forma equivalente, el menor riesgo posible para un nivel determinado de rentabilidad esperada. Las fórmulas empleadas para el estudio de la composición de carteras eficientes son los siguientes:

Sean los siguientes elementos:

- El vector unitario $\mathbf{l}=(1,1,\dots,1)'$ ($n \times 1$)
- El vector de esperanzas $\boldsymbol{\mu}=(\mu_{HFRXGL}, \mu_{HFRXEW}, \dots, \mu_{HFRXVA})'$ ($n \times 1$)
- La inversa de la matriz de covarianza: V^{-1}

A partir de estos elementos, construimos las siguientes variables (números reales):

$$\mathbf{A}=\mathbf{l}'\mathbf{V}^{-1}\boldsymbol{\mu} \quad \mathbf{B}=\boldsymbol{\mu}'\mathbf{V}^{-1}\boldsymbol{\mu} \quad \mathbf{C}=\mathbf{l}'\mathbf{V}^{-1}\mathbf{l} \quad \mathbf{D}=\mathbf{B}\mathbf{C}-\mathbf{A}^2$$

Se cumple que B, C y D son positivos. Con estas variables, creamos los siguientes vectores de orden $n \times 1$ que crearán la composición de la cartera en la frontera en función de la rentabilidad esperada. En definitiva,

$$\mathbf{g}=(1/\mathbf{D})[\mathbf{B}(\mathbf{V}^{-1}\mathbf{l})-\mathbf{A}(\mathbf{V}^{-1}\boldsymbol{\mu})] \quad \mathbf{h}=(1/\mathbf{D})[\mathbf{C}(\mathbf{V}^{-1}\boldsymbol{\mu})-\mathbf{A}(\mathbf{V}^{-1}\mathbf{l})]$$

Para obtener la rentabilidad de la cartera de mínima varianza global (μ_{mvg}) empleamos la siguiente fórmula: $\mu_{mvg}=\mathbf{A}/\mathbf{C}$.

La varianza asociada a la cartera anterior es $\sigma_{mvg}^2=1/\mathbf{C}$. El riesgo se obtiene a partir de la raíz cuadrada de la varianza: $\sigma_{mvg}=\sqrt{1/\mathbf{C}}$.

La composición de las carteras (vector de pesos) en la frontera eficiente es la siguiente:

$$x_p = g + h\mu_p$$

Dicha cartera que acabamos de obtener admitirá posiciones cortas, es decir, los pesos de los activos que componen la cartera podrán ser tanto positivos como negativos. La media y varianza cualquier cartera p podemos expresarla matricialmente como:

$$\mu_p = x_p' \boldsymbol{\mu}, \quad \sigma_p^2 = x_p' V x_p.$$

Por último, la varianza correspondiente a cada cartera anterior para un nivel de rentabilidad esperada dado es la siguiente:

$$\sigma_p^2 = \left(\frac{1}{D}\right) [C\mu_p^2 - 2A\mu_p + B]$$

Las carteras eficientes son aquellas con una rentabilidad esperada mayor o igual que A/C . Una vez obtenidos los pesos de la cartera eficiente admitiendo posiciones cortas, vamos a explicar cómo hemos obtenido la cartera eficiente sin posiciones cortas, es decir, adoptando una restricción de positividad. Hemos resuelto el siguiente problema cuadrático mediante la aplicación Excel Solver:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij} = x'Vx$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Donde x_i es la proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero i e incógnita del programa, $\sigma^2(R_p)$ la varianza de la cartera p y σ_{ij} la covarianza entre los rendimientos de los valores i y j .

Hemos seguido obteniendo carteras eficientes para observar como evolucionaban o cambiaban los pesos de las carteras en función de la rentabilidad esperada objetivo que exigiéramos al programa. Para ello, hemos resuelto exactamente el mismo problema cuadrático que venimos de describir pero añadiendo una restricción más:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (*OPCIONAL: \text{ Sin posiciones cortas})$$

$$* E(R_p) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot E(R_i) = \text{Rent. esperada objetivo}$$

$E(R_p)$ es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera p , de tal forma que al variar el parámetro “**Rent. esperada objetivo**“, cuyo valor debe estar acotado (si exigimos positividad) entre el valor máximo y el valor mínimo de las rentabilidades medias esperadas de los activos que componen la cartera, obtendremos en cada caso al resolver el programa, el conjunto de proporciones x_i que minimizan el riesgo de la cartera, así como el valor correspondiente de éste último.

Al igual que sucedía en el modelo media-gini, el activo con mayor rentabilidad esperada era *HFRXM* con 0,630 y el activo con menos rentabilidad esperada *HFRXDS* con 0,384 por lo que el valor de “**Rent. esperada objetivo**“ si queremos obtener una cartera sin posiciones cortas, debe estar acotado entre (0.384,0.630).

Una vez explicado los modelos utilizados vamos a desarrollar en la próxima sección el estudio empírico.

3. ESTUDIO EMPIRICO

Este apartado, sección principal del trabajo, trataremos de explicar la base de datos utilizada, los principales estadísticos obtenidos, el análisis de la distribución que siguen, el análisis de la matriz de correlaciones, la medida de performance utilizada y por último los resultados obtenidos.

3.1. BASE DE DATOS

Los activos con los que hemos trabajado para realizar el presente estudio son “Hedge Funds”. Es difícil encontrar una definición exacta a este tipo de activo debido a su complejidad. El término Hedge Fund ha venido a convertirse en un *totum revolutum* que comprende al conjunto de vehículos de inversión alternativa que posibilita el mayor grado de libertad en la gestión del patrimonio, sea dicha libertad empleada para cubrirse de riesgos o para concentrarlos. La definición más aceptada sería: son sociedades privadas con un reducido número de partícipes en las cuales el gestor tiene una significativa participación personal en el capital social, es libre de operar en una amplia variedad de mercados y de utilizar estrategias mercado-neutrales mediante diferentes grados de apalancamiento.

Existen diversas razones por las cuales el conocimiento de esta industria ha despertado el interés de inversores y estudiosos de las finanzas:

- El ingente volumen de activos que gestiona la industria, que supone el área de mayor expansión y dinamismo de la economía global.
- La variedad de sus estrategias, generadoras de rendimientos absolutos.
- Los enormes rendimientos que, de forma sostenida, han generado en los últimos 13 años.
- Su creciente importancia para comprender la actual dinámica de los mercados financieros.

Se han elegido los siguientes 8 índices de Hedge Funds:

- 1) **HFRXGL** Global Hedge Fund Index
- 2) **HFRXEW** Equal Weighted Strategies Index
- 3) **HFRXDS** Distressed Securities Index
- 4) **HFRXEH** Equity Hedge Index
- 5) **HFRXED** Event Driven Index
- 6) **HFRXM** Macro Index
- 7) **HFRXMA** Merger Arbitrage Index
- 8) **HFRXRVA** Relative Value Arbitrage Index

A partir de los diferentes índices de Hedge Funds que acabamos de exponer obtenemos una muestra de valores con las rentabilidades mensuales desde Enero 1998 hasta Abril 2011 con la que hemos hallado los siguientes estadísticos.

3.2 ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS SERIES

En la siguiente tabla podemos observar los estadísticos de la muestra del periodo Enero 1998 hasta Abril 2011:

Tabla 1a: Estadísticos descriptivos de rentabilidades mensuales

| | HFRXGL | HFRXEW | HFRXDS | HFRXEH |
|--------------------|--------|--------|---------|--------|
| Media (%) | 0,545 | 0,438 | 0,384 | 0,613 |
| Mediana | 0,520 | 0,591 | 0,446 | 0,610 |
| Desviación | 1,952 | 1,497 | 2,143 | 2,481 |
| Variación | 3,811 | 2,241 | 4,592 | 6,156 |
| Curtosis | 5,228 | 16,038 | 8,475 | 3,635 |
| Coef. De asimetría | -0,743 | -2,873 | -1,846 | -0,349 |
| Mínimo | -9,347 | -9,930 | -11,688 | -9,987 |
| Máximo | 5,950 | 3,278 | 6,110 | 9,780 |
| Rango | 15,297 | 13,208 | 17,798 | 19,767 |
| Numero de muestras | 159 | 159 | 159 | 159 |

Tabla 1b

| | HFRXED | HFRXM | HFRXMA | HFRXVA |
|--------------------|--------|--------|--------|---------|
| Media (%) | 0,489 | 0,630 | 0,536 | 0,418 |
| Mediana | 0,840 | 0,400 | 0,664 | 0,640 |
| Desviación | 1,987 | 2,631 | 1,061 | 2,157 |
| Variación | 3,946 | 6,921 | 1,125 | 4,652 |
| Curtosis | 5,190 | 0,955 | 3,779 | 16,219 |
| Coef. De asimetría | -1,596 | 0,232 | -1,244 | -2,855 |
| Mínimo | -9,020 | -7,379 | -4,560 | -14,111 |
| Máximo | 4,790 | 8,536 | 3,290 | 6,814 |
| Rango | 13,810 | 15,914 | 7,850 | 20,924 |
| Numero de muestras | 159 | 159 | 159 | 159 |

Las rentabilidades de los 8 índices utilizados presentan una media considerablemente alta (0,630 el valor máximo y 0,384 el valor mínimo). Destacar de manera sobresaliente HFRXM Macro Index con un rendimiento medio mensual de 0,63 algo superior al resto de índices, seguido muy de cerca por HFRXEH Equity Hedge Index con 0,613. El índice con menor rentabilidad media mensual del total de la muestra es HFRXVA Relative Value Arbitrage Index con 0,418. Si nos fijamos en la mediana, observamos cómo ninguna coincide con la media, lo cual refleja que la distribución de los datos se comporta de forma asimétrica, y por tanto no siguen una distribución normal. HFRXEW, HFRXDS, HFRXED, HFRXMA y HFRXVA presentan una mediana superior a la media, por lo que la distribución de los retornos de estos activos es asimétrica sesgada a la izquierda. La mediana de HFRX, HFRX y HFRX es inferior a sus respectivas medias, así que presentan una distribución asimétrica sesgada a la derecha.

Respecto a la desviación típica, como indicador del riesgo de los activos, observamos que tiene mayor riesgo: HFRXM con 2,631. Le siguen por el siguiente orden HFRXEH con 2,481, HFRXVA con 2,157, HFRXDS con 2,143, HFRXED con 1,987, HFRXGL con 1,952, HFRXEW con 1,497 y por último HFRXMA con 1,061.

Hemos analizado la media y la desviación de los índices por separado. Veamos que ocurre cuando analizamos estos dos factores conjuntamente. Para ello hemos realizado la siguiente tabla en la que se muestra la relación “Media/Riesgo”:

Tabla 2: Ratio media/riesgo

| | HFRXMA | HFRXEW | HFRXGL | HFRXEH | HFRXED | HFRXM | HFRXRVA | HFRXDS |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|---------|--------|
| Media/Riesgo | 0,506 | 0,293 | 0,279 | 0,247 | 0,246 | 0,239 | 0,194 | 0,179 |

Mediante esta tabla podemos observar, ordenados de mayor a menor, los índices más “rentables” si hablamos en términos de rentabilidad relacionada con el riesgo. Como podemos observar es el activo HFRXMA el activo que posee mayor valor a la hora de dividir su media con su respectiva desviación ($0,536/1,061=0,506$). Este índice de la cartera destaca de manera sobresaliente sobre el resto que se encuentran acotados entre los valores 0,293 y 0,179. Como veremos en el apartado de resultados, será el índice HFRXMA el activo con mayor peso a la hora de construir carteras eficientes tanto por el método MV (media-varianza), como por el método MG (media-Gini).

Siguiendo con el resto de estadísticos descriptivos de la tabla, vemos como la curtosis es muy superior a 0 (los valores de la tabla representan el exceso sobre 3).

Vemos, que salvo el índice HFRXM que presenta un valor de 0,955, todos los demás activos presentan valores muy superiores a 0. Esto nos indica que se trata de series cuya distribución es leptocúrtica, es decir, colas más largas que en la distribución normal.

Respecto al coeficiente de asimetría, vemos como todos exhiben un coeficiente de asimetría negativo salvo HFRXM que es positivo. Un coeficiente de asimetría negativo nos indica que la distribución de los datos muestra cola izquierda de mayor longitud que la cola derecha, mientras que un coeficiente de asimetría positivo nos muestra el efecto contrario.

Tanto las curtosis y los coeficientes de asimetría, así como las medianas, no hacen más que indicar que ninguno de los activos analizados siguen una distribución normal como más adelante veremos en los contraste de normalidad realizados.

Si analizamos los máximos (mayor valor de rentabilidad mensual alcanzada), mínimos (menor valor de rentabilidad mensual alcanzada) y rangos (diferencia entre el máximo y el mínimo), vemos como prácticamente todos los índices poseen datos semejantes. Destaca el índice HFRXMA con un rango mucho menos que el resto de activos. Este activo era también el que mayor relación media/riesgo tenía también.

Por último, el tamaño de cada muestra es 159 para cada uno de los índices analizadas que es evidentemente el número de meses que hay entre Enero 1998 y Abril 2011.

3.3. MATRIZ DE CORRELACIONES

En la siguiente tabla se muestra la matriz de correlaciones de todo el periodo estudiado: Enero 1998-Abril 2011

Tabla 3: matriz de correlaciones muestrales

| | HFRXGL | HFRXEW | HFRXDS | HFRXEH | HFRXED | HFRXM | HFRXMA | HFRXRVA |
|---------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--------|---------|
| HFRXGL | 1,000 | 0,888 | 0,513 | 0,876 | 0,742 | 0,679 | 0,389 | 0,677 |
| HFRXEW | 0,888 | 1,000 | 0,723 | 0,858 | 0,870 | 0,457 | 0,544 | 0,837 |
| HFRXDS | 0,513 | 0,723 | 1,000 | 0,515 | 0,616 | 0,101 | 0,280 | 0,609 |
| HFRXEH | 0,876 | 0,858 | 0,515 | 1,000 | 0,786 | 0,464 | 0,499 | 0,600 |
| HFRXED | 0,742 | 0,870 | 0,616 | 0,786 | 1,000 | 0,290 | 0,632 | 0,711 |
| HFRXM | 0,679 | 0,457 | 0,101 | 0,464 | 0,290 | 1,000 | 0,149 | 0,132 |
| HFRXMA | 0,389 | 0,544 | 0,280 | 0,499 | 0,632 | 0,149 | 1,000 | 0,356 |
| HFRXRVA | 0,677 | 0,837 | 0,609 | 0,600 | 0,711 | 0,132 | 0,356 | 1,000 |

En esta matriz podemos observar como todos los valores son positivos, lo cual quiere decir que las rentabilidades de los 8 índices analizados están correlacionadas positivamente entre sí. En definitiva, todos los activos financieros estudiados se mueven en la misma dirección, y por lo tanto cuando uno de ellos sube su valor, el otro índice correlacionado tiende a subir también, el mismo fenómeno sucede en caso de caídas de precio (rentabilidad negativa) cuando un índice pierde valor, el otro tiende a caer también. Los valores oscilan en un intervalo de 0,101 (HFRXM-HFRXDS) y 0,888 (HFRXEW-HFRXGL).

3.4. CONTRASTE DE NORMALIDAD

A continuación vamos a analizar la distribución de las series de datos analizadas. Como ya hemos visto anteriormente mediante los estadísticos muestrales de curtosis y coeficiente de simetría, ningún índice muestra evidencia de seguir la distribución normal. En esta sección, realizamos un contraste de la normalidad mediante el test de Jarque Bera, y también, utilizando el modelo gráfico QQ-Plot para confirmar la no normalidad de los datos.

3.4.1. TEST DE JARQUE-BERA

El coeficiente de Jarque Bera es un estadístico para contrastar la normalidad (hipótesis nula) de una serie de datos. Este estadístico se distribuye asintóticamente como una chi-cuadrado con dos grados de libertad:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right] \quad JB \sim X_2^2$$

donde:

S= Coeficiente de asimetría

K= Curtosis

n= Número de datos

En la siguiente tabla mostramos los valores del estadístico JB de los diferentes índices analizados:

Tabla 4: Estadístico Jarque-Bera (JB)

| | HFRXGL | HFRXEW | HFRXDS | HFRXEH | HFRXED | HFRXM | HFRXMA | HFRXRVA |
|-----------|---------|----------|---------|--------|---------|-------|---------|----------|
| JB | 195,681 | 1922,789 | 566,241 | 90,776 | 245,911 | 7,470 | 135,612 | 1958,894 |

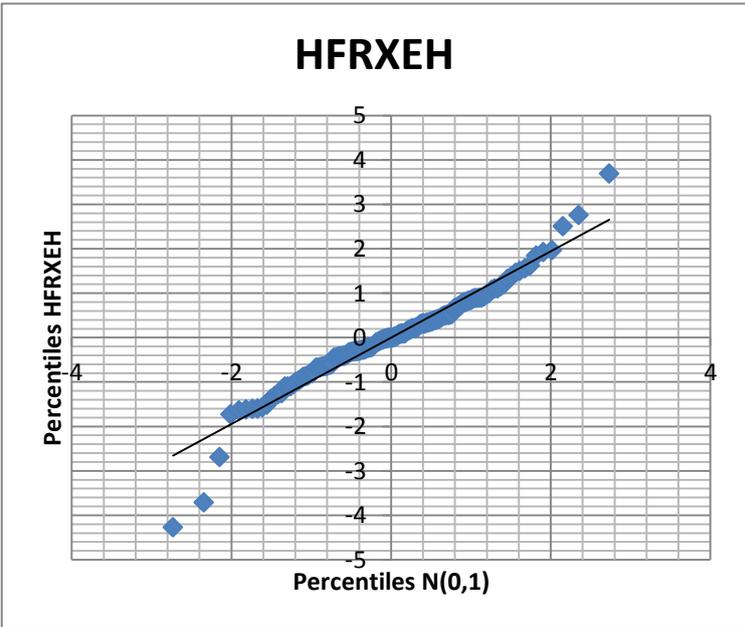
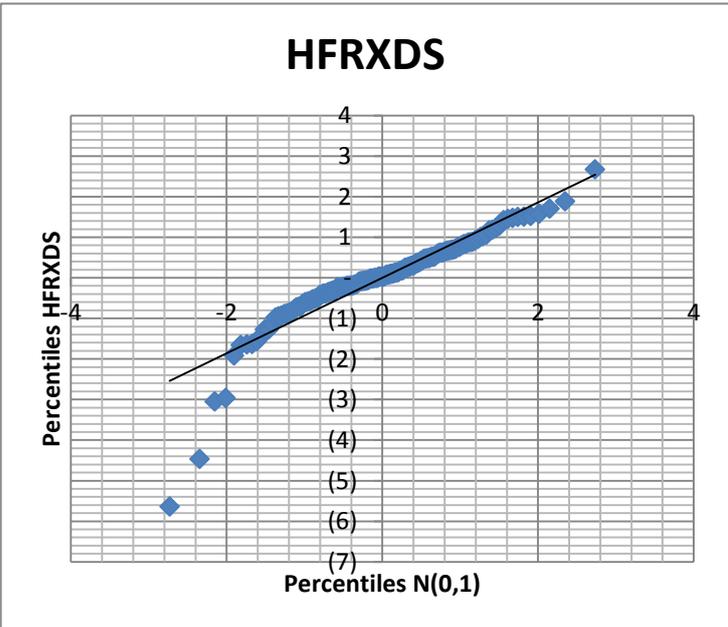
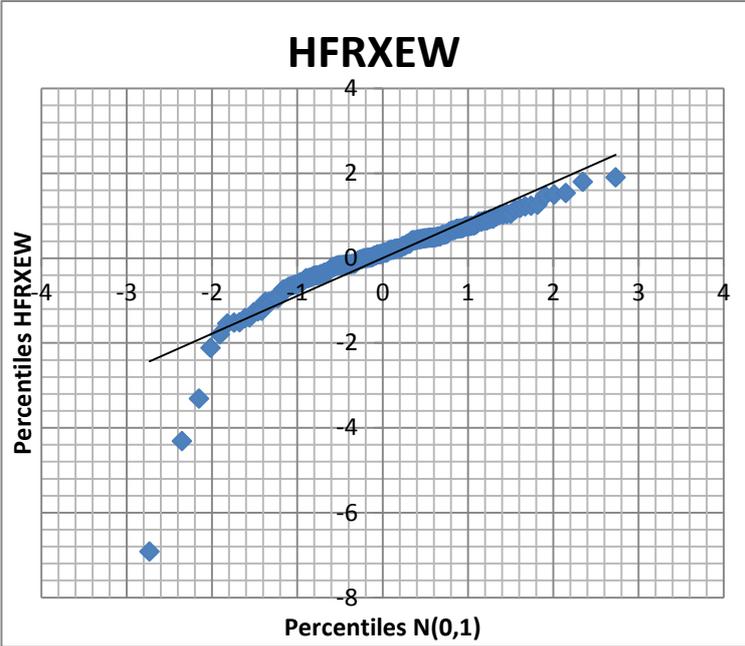
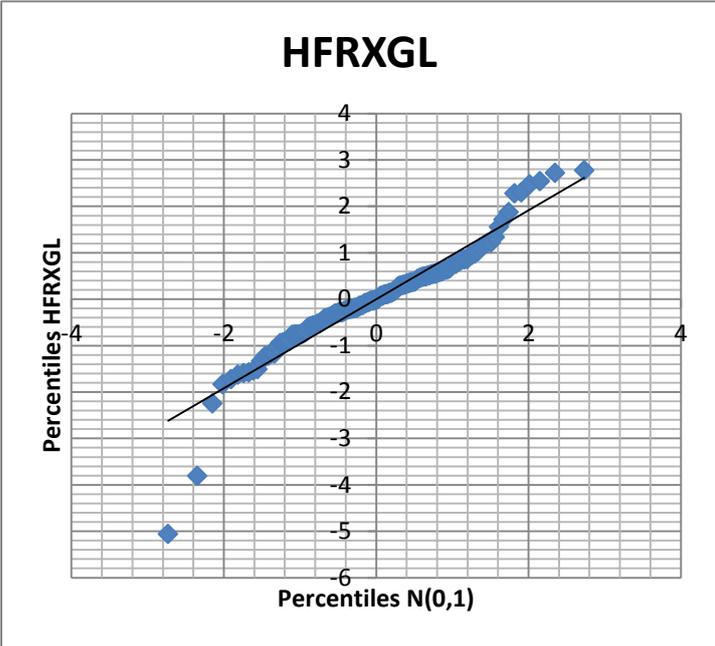
Como podemos comprobar se trata de valores muy elevados, salvo el activo HFRXMA cuyo JB es de 7,470. Puesto que todos los estadísticos de JB realizados son mayores que el valor de la chi-cuadrada con dos grados de libertad y un nivel de significación del 5% (=5,99), podemos concluir que se rechaza la hipótesis nula, y por tanto, ningún índice presenta una distribución normal.

3.4.2. TEST GRAFICO QQPLOT

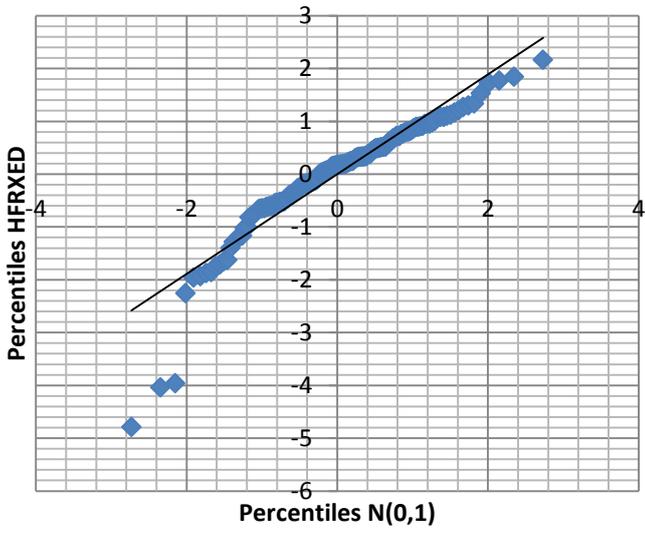
En segundo lugar, para confirmar el resultado de la primera prueba, también se realizó el método gráfico de QQ-Plot para cada índice. Para ello, se obtienen los percentiles de las rentabilidades estandarizadas y se comparan con los percentiles de la Normal Estandarizada N(0,1). En las siguientes graficas se puede observar como los percentiles de las rentabilidades

estandarizadas difieren de los percentiles bajo $N(0,1)$. La línea diagonal en negrita une los percentiles distribuidos bajo normalidad, y los cuadrados azules son los percentiles muestrales. Como podemos observar, en ningún caso se aprecia normalidad ya que todas las distribuciones hacen forma de onda alejándose de la línea recta que pasa por el origen con un ángulo de 45° .

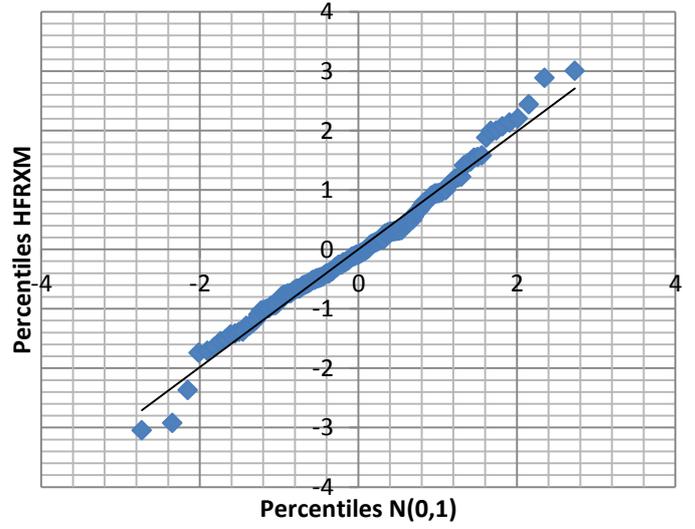
Gráfico 1a: QQ-Plots



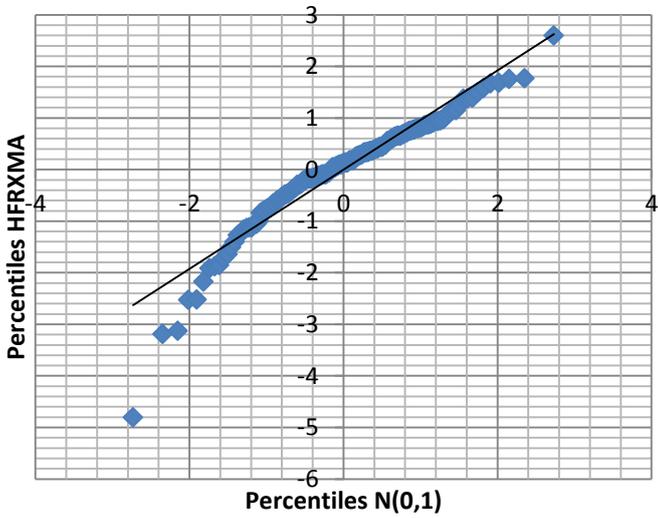
HFRXED



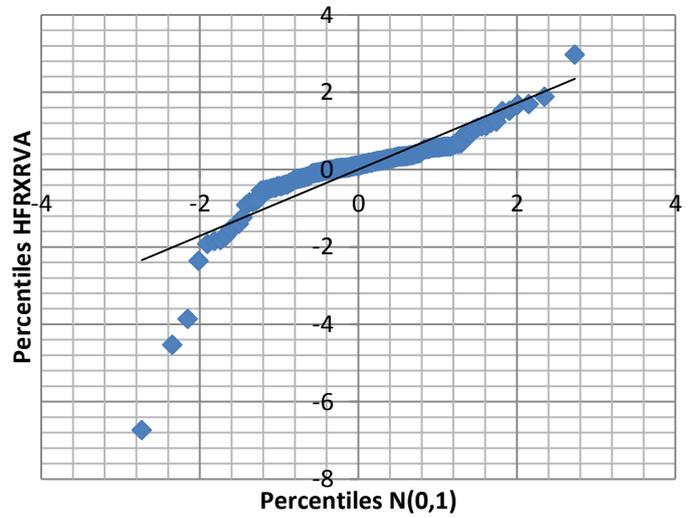
HFRXM



HFRXMA



HFRXRVA



3.5. MEDIDA DE PERFORMANCE

La medición de la *performance*, o del resultado o rendimiento, nos permite obtener una medida de la calidad de gestión de las carteras formadas por títulos financieros en base a la rentabilidad y al riesgo. Además, nos facilita la comparación entre ellas mediante medidas homogéneas. La medida de performance que hemos planteado inicialmente es la siguiente:

$$\text{Medida de performance} = \frac{E_p}{\text{Riesgo}}$$

Donde el riesgo será σ_p (desviación típica), cuando queramos calcular el índice de performance para las carteras obtenidas mediante el modelo media-varianza de Markowitz, o el *coeficiente de Gini* cuando deseemos calcular el índice de performance de las carteras elaboradas mediante el procedimiento media-gini. E_p es la rentabilidad periodal media de cada cartera. Como podemos comprobar este índice que utilizamos es muy parecido al índice de Sharpe:

$$S_p = \frac{E_p - R_f}{\sigma_p}$$

La única diferencia es que nosotros hemos omitido $R_f = \text{“Rentabilidad del activo sin riesgo”}$ por comodidad y simplicidad, ya que no estamos interesados en el valor del índice en sí, sino en la comparación de la medida de performance de MG y MV respectivamente. Puesto que R_f va a tener el mismo valor para ambos, el resultado comparativo no va a manifestarse alterado. Veremos los valores que toman las medidas de performance para cada caso en el apartado 3.6.3.

3.6. RESULTADOS

A continuación vamos a presentar los resultados obtenidos. Hemos dividido este apartado en 3 subapartados para una mayor simplicidad y mejor comprensión de las soluciones: 1) Análisis media-varianza, 2) Análisis media-Gini y 3) Comparación entre ambos modelos.

3.6.1. ANALISIS MEDIA-VARIANZA

En este subapartado mostraremos las carteras obtenidas mediante el modelo media-varianza de Markowitz. Analizaremos las carteras eficientes obtenidas en todo el periodo estudiado (Enero 1998- Abril 2011). Hemos hallado dos carteras: una primera cartera admitiendo posiciones largas y cortas, y una segunda solo con posiciones largas. Se han dibujado también los gráficos que representan las fronteras eficientes para cada caso.

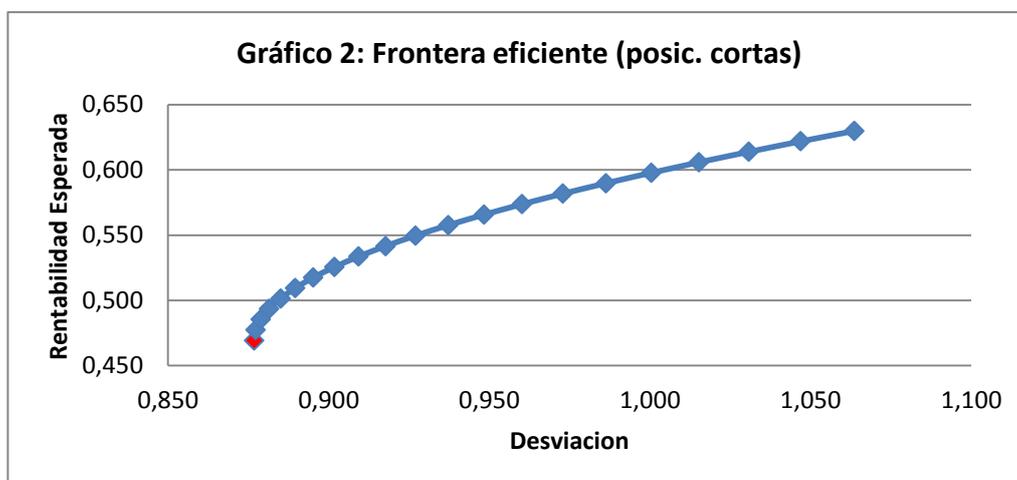
Veamos, en primer lugar, la composición de la cartera (En1998-Ab2011) si empleamos el método MV de Markowitz y admitimos posiciones cortas, es decir, se permiten las ventas:

Tabla 5: Composición cartera Mínima varianza global (posic. cortas)

| | |
|-------------------------|--------|
| <i>Media mvg</i> | 0,469 |
| <i>Var mvg</i> | 0,769 |
| <i>Desv mvg</i> | 0,877 |
| <u>INDICES</u> | |
| <i>HFRXGL</i> | 0,209 |
| <i>HFRXEW</i> | 0,671 |
| <i>HFRXDS</i> | 0,046 |
| <i>HFRXEH</i> | -0,294 |
| <i>HFRXED</i> | -0,330 |
| <i>HFRXM</i> | -0,008 |
| <i>HFRXMA</i> | 0,806 |
| <i>HFRXRVA</i> | -0,100 |

En la anterior tabla podemos observar los datos de la cartera de mínima varianza global, es decir, la cartera óptima con el menor riesgo o volatilidad esperada. La cartera de máxima rentabilidad se compondría entonces de los activos HFRXGL, HFRXEW, HFRXDS y HFRXMA, y sería financiada con la venta a corto de HFRXED, HFRXM y HFRXRVA. Como ya vimos en la *tabla 2* que relacionaba la media y riesgo de los respectivos índices, es el activo HFRXMA con mayor ratio (media/desviación) el que tiene un mayor peso en la cartera con un 80,6%.

El siguiente gráfico representa la frontera eficiente. En el extremo inferior izquierdo en color rojo, se sitúa la cartera mvg con media 0,469 y riesgo 0,877.



A continuación mostraremos la cartera obtenida cuando imponemos restricción de positividad en los pesos de la cartera, es decir, sin posiciones cortas.

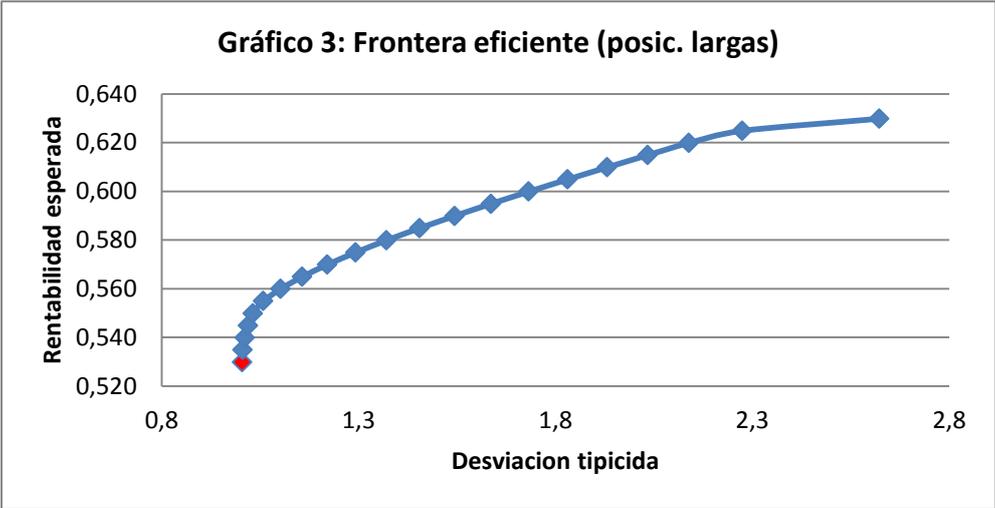
Tabla 6: Composición cartera Mínima varianza global (posic. largas)

| | |
|-------------------------|-------|
| <i>Media mvg</i> | 0,530 |
| <i>Var mvg</i> | 1,008 |
| <i>Desv mvg</i> | 1,004 |
| <u>INDICES</u> | |
| <i>HFRXGL</i> | 0 |
| <i>HFRXEW</i> | 0 |
| <i>HFRXDS</i> | 0,094 |
| <i>HFRXEH</i> | 0 |
| <i>HFRXED</i> | 0 |
| <i>HFRXM</i> | 0,090 |
| <i>HFRXMA</i> | 0,812 |
| <i>HFRXRVA</i> | 0,004 |

Como podemos observar, tanto la media como la desviación de esta cartera es superior a la anterior ya que imponemos que los pesos de los activos sean positivos. Destacamos, nuevamente el índice HFRXMA con 0,812, en el cual invertiríamos el 81,2% de nuestro

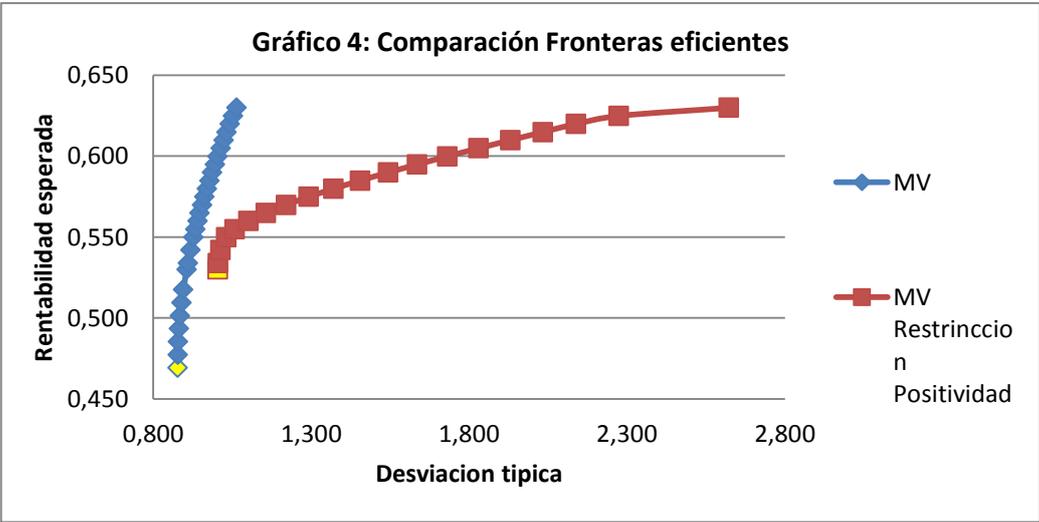
capital. No invertiremos en los activos HFRXGL, HFRXEW, HFRXEH y HFRXED por lo que la cartera de mínima varianza global imponiendo restricción de positividad estará formada por tanto por los activos HFRXMA, HFRXDS, HFRXM y HFRXRVA.

A continuación vemos el gráfico que representa la curva formada por las carteras eficientes. La cartera de mínima varianza global está situada en el extremo izquierdo inferior de la gráfica en color rojo.



Seguidamente, veamos el grafico que combina conjuntamente los dos gráficos que venimos de exponer:

Como cabe esperar, para un mismo nivel de riesgo, encontramos carteras más eficientes si vendemos a corto.



3.6.2. ANALISIS MEDIA-GINI

Veamos ahora que ocurre cuando repetimos el proceso utilizando el modelo MG. Para ellos hemos creado dos carteras, una primera cartera que minimiza el coeficiente de Gini sin imponer ninguna restricción de rentabilidad esperada objetivo y una segunda cartera, imponiendo esta vez, que la rentabilidad objetivo de la cartera sea igual a la rentabilidad de la cartera de mvg calculada anteriormente por Markowitz. En el apartado de anexos, donde vemos cómo evolucionan las carteras en el último año del periodo estudiado, las carteras calculadas mediante media-Gini se han creado todas imponiendo esta restricción para una mejor comparación con el modelo media-varianza.

Comenzaremos mostrando la composición de la cartera (Enero1998-Abril2001) si admitimos posiciones cortas y queremos minimizar el coeficiente de Gini sin requerir ninguna rentabilidad objetivo:

| <i>Tabla 7: Composición cartera Min. GINI global (posic. cortas)</i> | |
|---|--------|
| <i>Media</i> | 0,423 |
| <i>Gini (min)</i> | 0,457 |
| <u>INDICES</u> | |
| <i>HFRXGL</i> | 0,149 |
| <i>HFRXEW</i> | 1,331 |
| <i>HFRXDS</i> | -0,066 |
| <i>HFRXEH</i> | -0,325 |
| <i>HFRXED</i> | -0,355 |
| <i>HFRXM</i> | -0,111 |
| <i>HFRXMA</i> | 0,586 |
| <i>HFRXRVA</i> | -0,209 |

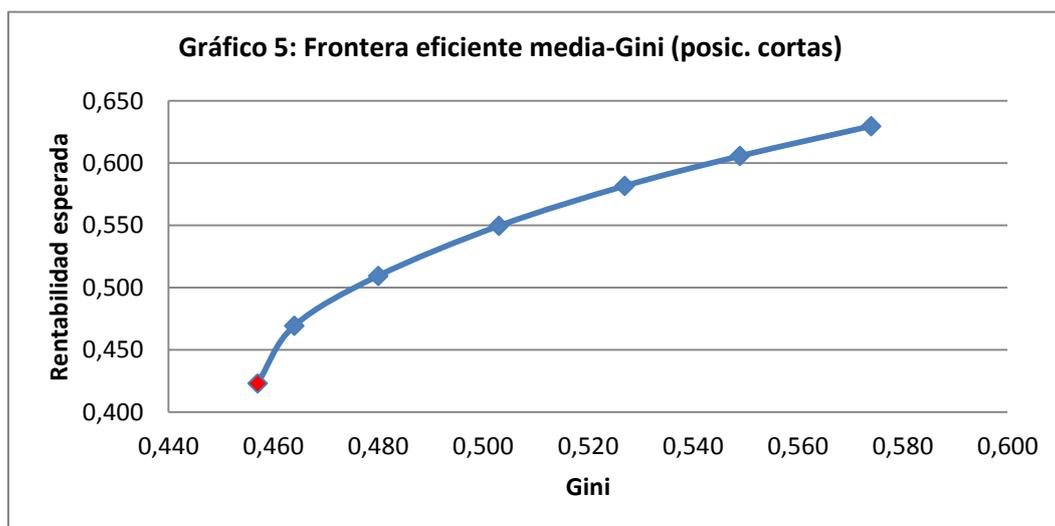
Como podemos observar, la cartera que minimiza el coeficiente de Gini (0,457) para todo el periodo estudiado, tendrá una rentabilidad media de 0,423 y estará compuesta por los activos (en orden según el peso) HFRXEW, HFRXMA y HFRXGL y financiada por las ventas de HFRXED, HFRXEH, HFRXRVA y HFRXDS. Se observa que la composición de esta cartera es significativamente distinta a la obtenida mediante el modelo media-varianza anteriormente.

Analicemos ahora la misma cartera, pero añadiendo la siguiente restricción: **Rentabilidad objetivo= 0,469** (véase Tabla 5) que es la rentabilidad media de la cartera de mínima varianza global, para realizar una comparativa entre ambos modelos más efectiva:

| <i>Tabla 8: Composición cartera MEDIA-GINI con Rentab. Obj = 0,469 (posic. cortas)</i> | |
|---|--------|
| <i>Media</i> | 0,469 |
| <i>Gini (min)</i> | 0,464 |
| <u>INDICES</u> | |
| <i>HFRXGL</i> | 0,156 |
| <i>HFRXEW</i> | 0,709 |
| <i>HFRXDS</i> | 0,019 |
| <i>HFRXEH</i> | -0,226 |
| <i>HFRXED</i> | -0,312 |
| <i>HFRXM</i> | -0,021 |
| <i>HFRXMA</i> | 0,749 |
| <i>HFRXRVA</i> | -0,075 |

Tanto la media como el coeficiente de gini son superiores a los de la anterior cartera evidentemente (Tabla 7). Los pesos de la cartera también varían ostensiblemente y se asemejan las a los pesos que obtuvimos utilizando MV (Tabla 5). De hecho la cartera está compuesta y financiada a corto por los mismos activos: compramos (HFRXGL, HFRXEW, HFRXDS y HFRXMA) y vendemos a corto (HFRWEH, HFRXED, HFRXM y HFRXRVA), aunque el valor de los pesos son distintos si comparamos ambos modelos.

Veamos el grafico de la frontera eficiente situando el coeficiente de gini en el eje de abscisas:



En el extremo inferior izquierdo en color rojo, vemos la cartera que minimiza el coeficiente de Gini. El resto de carteras que forman la curva, son también eficientes puesto que minimizan Gini para un nivel de rentabilidad dado.

Repitamos nuevamente todo el proceso pero exigiendo restricción de positividad en la cartera, es decir, no se permiten las ventas. Veamos la cartera que minimiza Gini sin imponer ninguna rentabilidad objetivo:

Tabla 9: Composición cartera Min. GINI global (Posic. largas)

| | |
|-----------------------|-------|
| <i>Media</i> | 0,523 |
| <i>Gini (min)</i> | 0,527 |
| <u>INDICES</u> | |
| <i>HFRXGL</i> | 0 |
| <i>HFRXEW</i> | 0 |
| <i>HFRXDS</i> | 0,103 |
| <i>HFRXEH</i> | 0 |
| <i>HFRXED</i> | 0 |
| <i>HFRXM</i> | 0,061 |
| <i>HFRXMA</i> | 0,802 |
| <i>HFRXRVA</i> | 0,033 |

Como podemos observar, la cartera está compuesta por los activos HFRXDS, HFRXM, HFRXMA y HFRXRVA. Destacar que se utilizan los mismos activos para formar la cartera que mediante el modelo media-varianza pero con distintos valores.

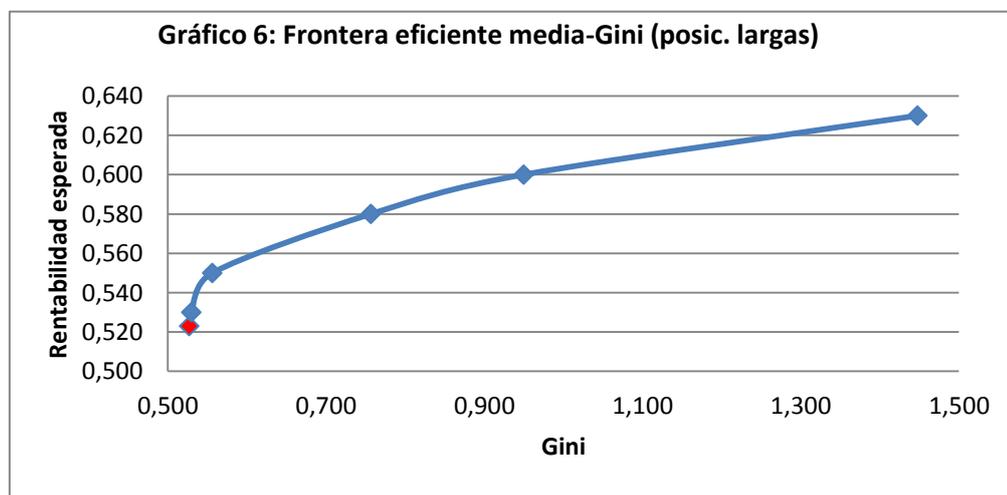
Impongamos ahora la restricción: *Rentabilidad esperada* = 0,53

Tabla 10: Composición cartera MEDIA-GINI Rentab. Obj = 0,53 (Posic. largas)

| | |
|-----------------------|-------|
| <i>Media</i> | 0,53 |
| <i>Gini (min)</i> | 0,53 |
| <u>INDICES</u> | |
| <i>HFRXGL</i> | 0 |
| <i>HFRXEW</i> | 0 |
| <i>HFRXDS</i> | 0,080 |
| <i>HFRXEH</i> | 0 |
| <i>HFRXED</i> | 0 |
| <i>HFRXM</i> | 0,076 |
| <i>HFRXMA</i> | 0,833 |
| <i>HFRXRVA</i> | 0,011 |

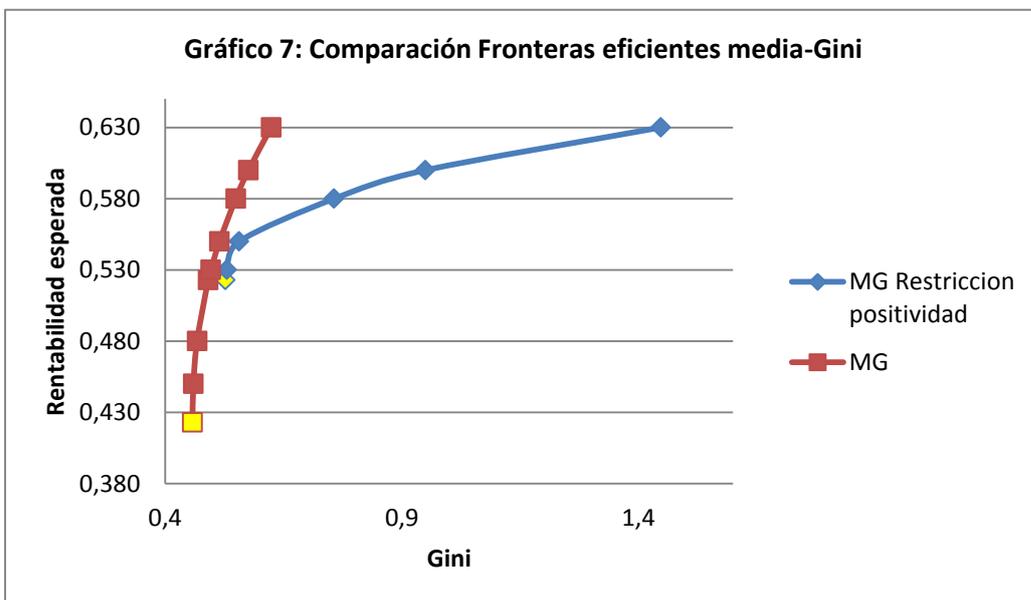
Podemos constatar como la composición de la cartera es muy similar a la anterior y la obtenida mediante el modelo media-varianza. Varían los valores de las ponderaciones pero no de forma excesiva.

A continuación observamos el gráfico de la frontera eficiente situando el coeficiente de Gini en el eje de abscisas:



En color rojo, podemos ver indicada la cartera que minimiza el coeficiente de Gini.

En el Gráfico 7 observamos las dos fronteras eficientes que ya hemos representado anteriormente: frontera eficiente de las carteras con pesos negativos y positivos, y frontera eficiente de las carteras con pesos positivos únicamente. Al igual que ocurría en el modelo media-varianza, la frontera eficiente de carteras obtenidas mediante restricción de positividad en sus pesos pertenece al conjunto de oportunidades de inversión de la otra frontera.



3.6.3. COMPARACION DE MODELOS

Una vez analizadas por separado las carteras obtenidas para cada modelo, pasemos a analizar los resultados conjuntamente para observar si existen pocas o grandes diferencias entre cada modelo a la hora de crear carteras. Para ello hemos realizado diferentes gráficos y tablas comparativas. Comenzaremos por las siguientes tablas donde podemos confirmar como los pesos varían de un modelo a otro conforme nos movemos por la frontera eficiente:

Tabla 11: Media-Varianza con posiciones cortas (Enero 1998-Abril 2011)

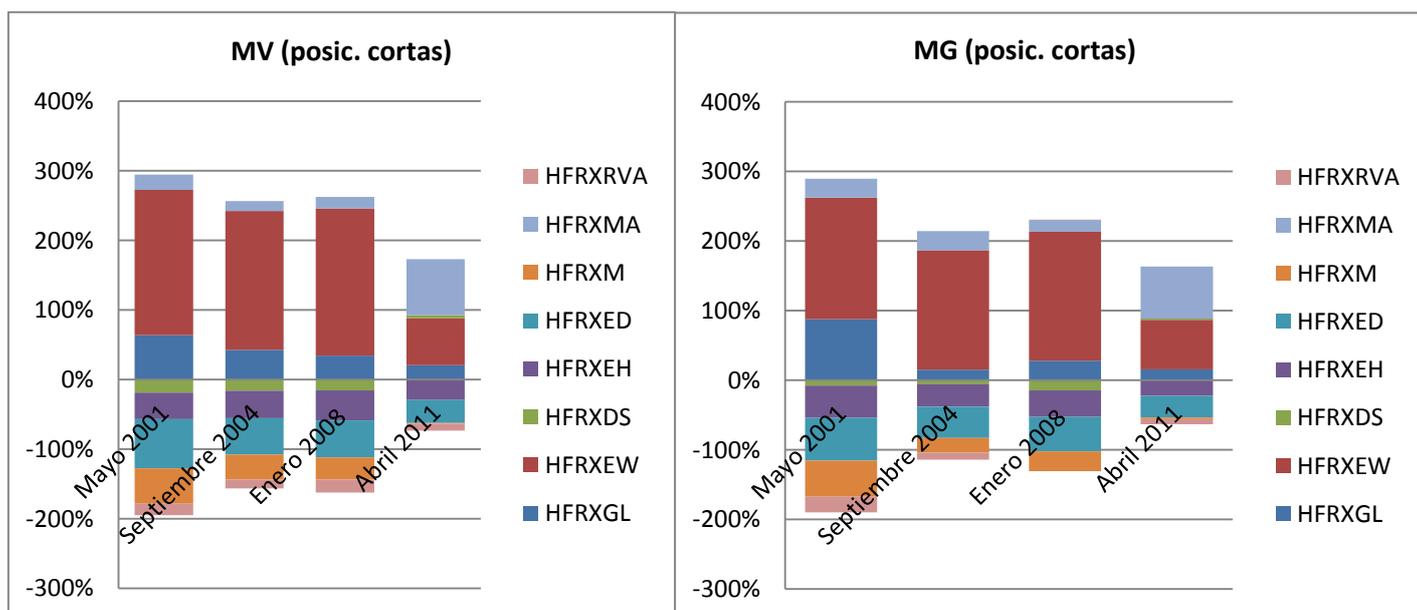
| Media | Desv | HFRXGL | HFRXEW | HFRXDS | HFRXEH | HFRXED | HFRXM | HFRXMA | HFRXRVA |
|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 0,469 | 0,877 | 0,209 | 0,671 | 0,046 | -0,294 | -0,330 | -0,008 | 0,806 | -0,100 |
| 0,509 | 0,890 | 0,227 | 0,131 | 0,117 | -0,187 | -0,308 | 0,057 | 0,931 | 0,033 |
| 0,550 | 0,927 | 0,246 | -0,409 | 0,187 | -0,080 | -0,287 | 0,122 | 1,055 | 0,166 |
| 0,582 | 0,973 | 0,261 | -0,841 | 0,244 | 0,006 | -0,270 | 0,173 | 1,155 | 0,272 |
| 0,606 | 1,015 | 0,272 | -1,165 | 0,286 | 0,071 | -0,258 | 0,212 | 1,229 | 0,352 |
| 0,630 | 1,064 | 0,283 | -1,489 | 0,328 | 0,135 | -0,245 | 0,251 | 1,304 | 0,432 |

Tabla 12: Media-Gini con posiciones cortas (Enero 1998-Abril 2011)

| Media | Gini | HFRXGL | HFRXEW | HFRXDS | HFRXEH | HFRXED | HFRXM | HFRXMA | HFRXRVA |
|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| 0,469 | 0,464 | 0,156 | 0,709 | 0,019 | -0,226 | -0,312 | -0,021 | 0,749 | -0,075 |
| 0,509 | 0,480 | 0,169 | 0,173 | 0,097 | -0,141 | -0,286 | 0,055 | 0,895 | 0,038 |
| 0,550 | 0,503 | 0,182 | -0,361 | 0,166 | -0,053 | -0,255 | 0,128 | 1,035 | 0,158 |
| 0,582 | 0,527 | 0,199 | -0,786 | 0,225 | 0,020 | -0,236 | 0,184 | 1,145 | 0,249 |
| 0,606 | 0,549 | 0,224 | -1,101 | 0,269 | 0,077 | -0,228 | 0,222 | 1,219 | 0,318 |
| 0,630 | 0,574 | 0,229 | -1,422 | 0,314 | 0,145 | -0,219 | 0,265 | 1,289 | 0,397 |

Las tablas 11 y 12 reflejan para diferentes valores de rentabilidad esperada (véase primera columna de las tablas), diferentes pesos obtenidos de las carteras eficientes al aplicar ambos modelos. Observamos como el coeficiente de Gini es inferior a la desviación típica en cada caso. Nótese que en ambos modelos se compran y venden los mismos índices. Las composiciones de las carteras, como vemos en el Gráfico 8, son muy similares.

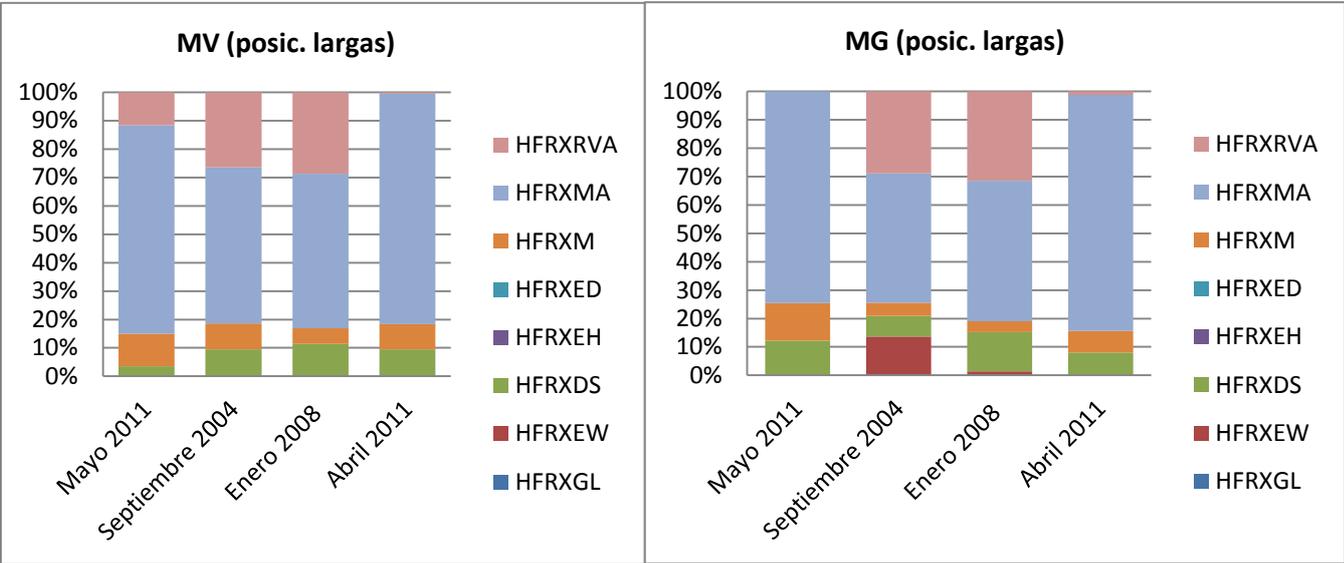
Gráfico 8: Composición carteras según diferentes períodos bajo MV y MG (posic. cortas)



Estos gráficos representan las composiciones de las carteras eficientes de mínima varianza global en 4 periodos: de Enero1998-Mayo2001, Enero 1998-Septiembre 2004, Enero1998-Enero 2008 y el total del periodo Enero 1998-Abril 2011. En el grafico *media-Gini*, las carteras representadas no son las carteras que minimizan el coeficiente de Gini, sino las carteras eficientes con misma rentabilidad esperada que las carteras de mvg obtenidas por el modelo media-varianza. Se ha hecho de esta forma para una comparación más exacta ya que relacionamos carteras de misma rentabilidad esperada en ambos modelos. Observamos como los activos utilizados por ambos métodos son exactamente los mismos en todos los periodos. Vemos, como las proporciones cambian, pero no excesivamente (Septiembre 2004 donde más apreciables son las diferencias en la composición de la cartera).

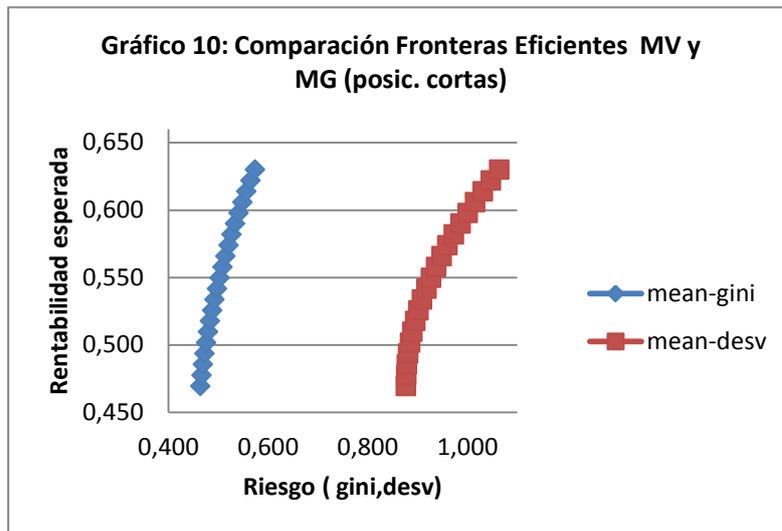
Si repitiéramos el proceso, pero solo con posiciones largas en las carteras, observaríamos también como no hay diferencias excesivas entre ambos modelos, véase Gráfico 9.

Gráfico 9: Composición carteras según diferentes periodos bajo MV y MG (posic. largas)



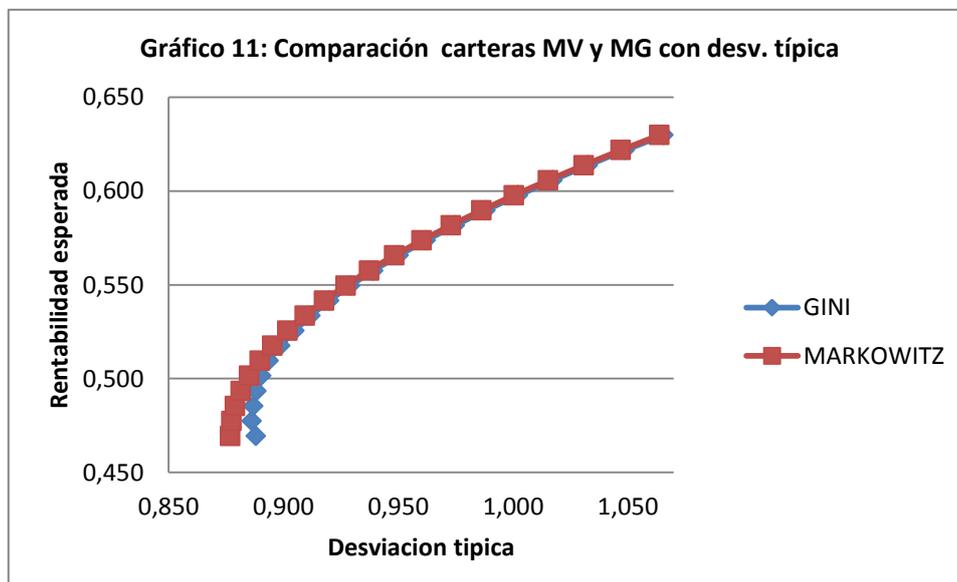
Observamos, como es en Septiembre 2004, al igual que en el caso anterior, cuando se aprecia mayor diferencia en la composición de las carteras eficientes. En el resto de periodos las diferencias no son tan marcadas.

A continuación, veamos qué ocurriría si comparáramos las fronteras eficientes obtenidas mediante ambos modelos:



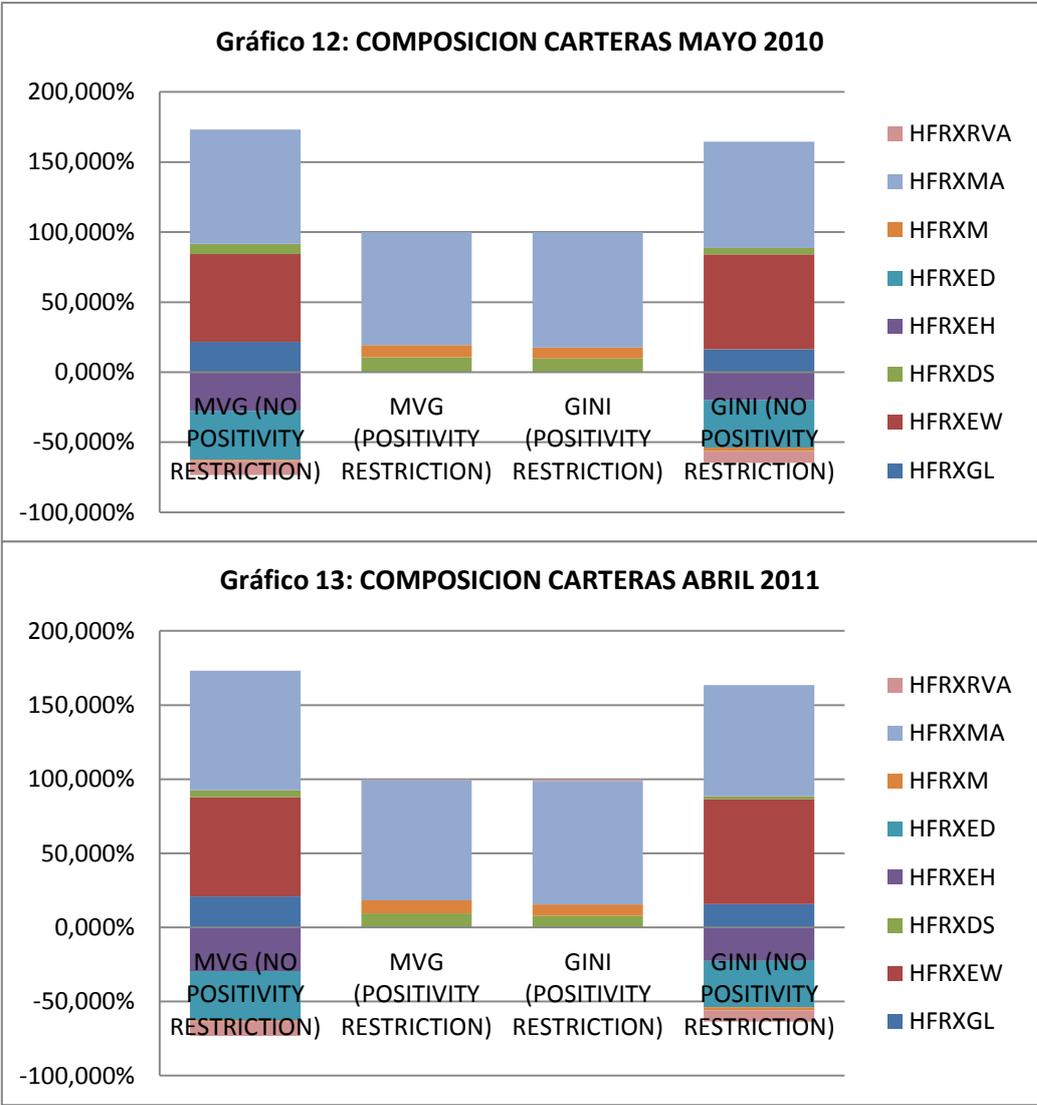
Como podemos observar, la frontera eficiente obtenida mediante el modelo media-Gini se encuentra ligeramente desplazada la izquierda. Ello es debido a que en el eje de las x hemos implantado dos medidas de riesgo: coeficiente de Gini y desviación típica, por lo que los resultados obtenidos son difícilmente comparables. Para una comparación más exacta hemos unificado esta medida de riesgo. Para ello hemos calculado las desviaciones de las carteras eficientes obtenidas mediante el modelo media-Gini para poder compararlas con las desviaciones de las carteras eficientes obtenidas por el modelo media-varianza.

Aplicando las anteriores formulas, obtenemos para cada cartera eficiente, su respectiva desviación:



Constatamos como la curva de carteras eficientes obtenidas mediante el modelo media-Gini, se encuentra muy ligeramente por debajo que la curva de carteras eficientes obtenidas con el modelo media-varianza. Para un nivel de rentabilidad dado, podemos obtener carteras de menor riesgo mediante el modelo media-varianza, pero la diferencia en el valor de sus respectivas desviaciones es mínima, ya que prácticamente ambas fronteras eficientes de superponen a excepción del tramo de curva inferior (o sea, con menor rentabilidad esperada).

A continuación, véase Gráficos 12 y 13, se realizan una comparativa en cuanto composición de carteras utilizando ambas metodologías y bajo los dos tipos de posibilidades (posiciones cortas y largas). El estudio se realiza para Mayo 2010 (Gráfico 12) y para Abril 2011 (Gráfico 13).



Con el objetivo de seguir encontrando diferencias o similitudes entre ambos modelos, hemos analizado todas las carteras eficientes del último año del periodo, es decir, las carteras eficientes del periodo Enero 1998-Mayo 2010, Enero 1998-Junio 2010,..., Enero1998-Abril2011 (en total 12 veces). En el apartado de anexos podemos encontrar los datos obtenidos, que como podremos comprobar, son bastante similares entre ambos modelos. Analizando los gráficos anteriores, podemos concluir que en ambos modelos la composición de las carteras es muy parecida. En concreto, cuando queremos obtener carteras eficientes permitiendo posiciones cortas, los activos con pesos negativos y positivos, son siempre los mismos en ambos métodos utilizados.

Finalmente, analicemos las medidas de performance para cada modelo. En primer lugar, al igual que Hazifah & Hoe (2012), calcularemos los valores de performance de las carteras obtenidas con cada modelo. Las carteras utilizadas serán las obtenidas del periodo total Enero 1998-Abril 2011. Como ya hemos visto anteriormente, a la hora de crear carteras eficientes mediante MG se ha impuesto la restricción que la rentabilidad objetivo=rentabilidad de la cartera mvg de MV.

Tabla 13: Aplicación de Medidas de performance

| | <u>MV</u> | <u>MG</u> | <u>MV</u> (rest.positividad) | <u>MG</u> (rest. positividad) |
|-------------------------------------|-----------|-----------|---------------------------------|----------------------------------|
| <i>Rentabilidad esperada</i> | 0,469 | 0,469 | 0,530 | 0,530 |
| <i>Riesgo</i> | 0,877 | 0,464 | 1,004 | 0,530 |
| PERFORMANCE | 0,535 | 1,011 | 0,528 | 1 |

Como podemos observar los índices de performance del modelo MG son superiores a los del modelo MV. Sin embargo, es algo lógico pues estamos midiendo el riesgo con diferentes medidas de riesgo (gini y desviación típica).

Observemos ahora que pasa si unificamos la medida de riesgo calculando las desviaciones de las carteras obtenidas con MG:

Tabla 14: Aplicación del ratio de Sharpe

| | <u>MV</u> | <u>MG</u> | <u>MV</u> (rest.positividad) | <u>MG</u> (rest. positividad) |
|------------------------------|-----------|-----------|---------------------------------|----------------------------------|
| Rentabilidad esperada | 0,469 | 0,469 | 0,530 | 0,530 |
| Riesgo(desv) | 0,877 | 0,888 | 1,004 | 1,005 |
| PERFORMANCE | 0,535 | 0,529 | 0,528 | 0,527 |

Como podemos observar, bajo una misma medida de riesgo para ambos modelos, los índices de performance son prácticamente exactos para cada modelo (ligeramente superiores en el modelo MV).

Por último, calcularemos individualmente las medidas de performance para cada activo que compone la cartera:

Tabla 15: Aplicación de medidas de performance por índice

| | <i>HFRXGL</i> | <i>HFRXEW</i> | <i>HFRXDS</i> | <i>HFRXEH</i> | <i>HFRXED</i> | <i>HFRXM</i> | <i>HFRXMA</i> | <i>HFRXRVA</i> |
|------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|---------------|----------------|
| Rentabilidad esperada | 0,545 | 0,438 | 0,384 | 0,613 | 0,489 | 0,63 | 0,536 | 0,418 |
| Desviación típica | 1,952 | 1,497 | 2,143 | 2,481 | 1,987 | 2,631 | 1,061 | 2,157 |
| Coefficiente de gini | 1,005 | 0,711 | 1,064 | 1,306 | 1,022 | 1,448 | 0,557 | 0,949 |
| Ratio de Sharpe | 0,279 | 0,293 | 0,179 | 0,247 | 0,246 | 0,239 | 0,506 | 0,194 |
| Ratio de media/Gini | 0,543 | 0,616 | 0,361 | 0,470 | 0,478 | 0,435 | 0,963 | 0,440 |

El activo HFRXMA es el que mayor ratio de Sharpe y también mayor ratio de media/Gini. El ranking coincide hasta el tercero usando las dos medidas. Sin embargo, a partir del cuarto lugar empieza a haber diferencias según medida de performance. El peor en el ranking es el índice HFRXDS bajo ambas medidas. En definitiva, si ordenáramos de mayor a menor los valores de performance de los activos, el orden sería para media/Gini: 1) HFRXMA, 2) HFXEW, 3) HFRXGL, 4) HFRXED, 5) HFRXEH, 6) HFRXVA, 7) HFRXM, 8) HFRXDS. Mientras, el ranking bajo Sharpe es: 1) HFRXMA, 2) HFXEW, 3) HFRXGL, 4) HFRXEH, 5) HFRXED, 6) HFRXM, 7) HFRVA, 8) HFRXDS.

4. CONCLUSIONES

A partir del estudio realizado, podemos concluir que no existen grandes diferencias entre los modelos MV y MG. Prácticamente todas las carteras analizadas por ambos modelos presentan la misma estructura a pesar de que los valores en los pesos no sean iguales: cuando permitimos posiciones cortas y largas en los pesos, las carteras obtenidas por ambos modelos, compran y se financian con los mismos activos; cuando queremos crear carteras con pesos estrictamente positivos, los activos utilizados son los mismos también ya sea utilizando un método u otro.

Sería interesante realizar un análisis de robustez trabajando con rentabilidades diarias para ver si existen diferencias entre ambos modelos con frecuencia de datos diferentes. Esto último sería una extensión de este trabajo como investigación futura.

5. REFERENCIAS

Bodie, Z., Kane, A., Marcus, A. J. (2011), *Investments, Mac-Graw Hill, 9th edition*

Gómez Sala, Juan Carlos (2012), *Dirección Financiera I*, ECU

Lhabitant, F.S. (2006), *Hedge Funds. Mitos y Límites. Gestión 2000.*

Ingersoll, J.E. (1987), *Theory of Financial Decision Making* Rowman & Littlefield Saiful

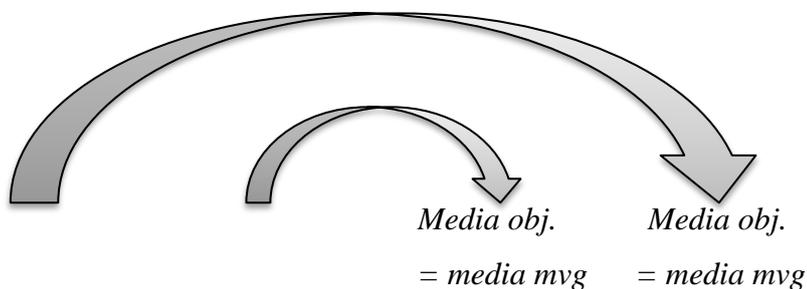
Hafizah Jaaman, S., Hoe Lam, W. (2012), “Mean-Variance and Mean-Gini Analyses to Portfolio Optimization in Malasyan Stock Market”, *Economics and Finance Review*, Vol. 2 (2), p. 60-64.

Shalit, H., Shlomo, Y. (2005), “The Mean-Gini efficient portfolio frontier”, *The Journal of Financial Research*, 28 (1), p. 59-75.

Cheung, C. Sherman, Kwan, C., Miu, P. (2007), “*Mean-Gini Portfolio Analysis: A Pedagogic Illustration*” *Spreadsheets in Education (eJSiE):Vol.2: Iss.2, Article 3.*

6. ANEXO

*COMPOSICION DE LAS CARTERAS (*último año del periodo estudiado*)



| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
|----------------------------|----------------|-------------------------|--|--|------------|
| <i>Enero1998-Mayo2010</i> | Media | 0,460 | 0,522 | 0,522 | 0,460 |
| | Var | 0,796 | 1,046 | | |
| | Desv / Gini | 0,892 | 1,023 | 0,534 | 0,469 |
| | INDICES | | | | |
| | HFRXGL | 0,216 | 0 | 0 | 0,165 |
| | HFRXEW | 0,626 | 0 | 0 | 0,676 |
| | HFRXDS | 0,073 | 0,108 | 0,099 | 0,046 |
| | HFRXEH | -0,276 | 0 | 0 | -0,201 |
| | HFRXED | -0,348 | 0 | 0 | -0,337 |
| | HFRXM | -0,010 | 0,086 | 0,075 | -0,026 |
| | HFRXMA | 0,817 | 0,806 | 0,826 | 0,759 |
| | HFRXVA | -0,098 | 0 | 0 | -0,083 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998-Junio2010</i> | Media | 0,449 | 0,512 | 0,512 | 0,449 |
| | Var | 0,805 | 1,054 | | |
| | Desv / Gini | 0,897 | 1,027 | 0,543 | 0,477 |
| | INDICES | | | | |
| | HFRXGL | 0,216 | 0 | 0 | 0,166 |
| | HFRXEW | 0,651 | 0 | 0 | 0,705 |
| | HFRXDS | 0,057 | 0,102 | 0,086 | 0,027 |
| | HFRXEH | -0,285 | 0,0 | 0 | -0,211 |
| | HFRXED | -0,344 | 0,0 | 0 | -0,332 |
| | HFRXM | -0,013 | 0,085 | 0,074 | -0,029 |
| | HFRXMA | 0,814 | 0,812 | 0,829 | 0,753 |
| | HFRXVA | -0,097 | 0,001 | 0,011 | -0,079 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |

| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
|--------------------------------------|-----------------------|-------------------------|---|---|------------|
| <i>Enero1998-Julio2010</i> | Media | 0,451 | 0,515 | 0,515 | 0,451 |
| | Var | 0,800 | 1,048 | | |
| | Desv / Gini | 0,895 | 1,024 | 0,541 | 0,475 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,215 | 0 | 0 | 0,163 |
| | HFRXEW | 0,657 | 0 | 0 | 0,718 |
| | HFRXDS | 0,055 | 0,101 | 0,086 | 0,025 |
| | HFRXEH | -0,287 | 0 | 0 | -0,214 |
| | HFRXED | -0,342 | 0 | 0 | -0,332 |
| | HFRXM | -0,012 | 0,086 | 0,073 | -0,029 |
| | HFRXMA | 0,812 | 0,812 | 0,831 | 0,749 |
| | HFRXVA | -0,098 | 0,001 | 0,010 | -0,081 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998- Agosto2010</i> | Media | 0,450 | 0,513 | 0,513 | 0,450 |
| | Var | 0,796 | 1,042 | | |
| | Desv / Gini | 0,892 | 1,021 | 0,540 | 0,474 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,213 | 0 | 0 | 0,160 |
| | HFRXEW | 0,647 | 0 | 0 | 0,699 |
| | HFRXDS | 0,057 | 0,101 | 0,085 | 0,029 |
| | HFRXEH | -0,285 | 0 | 0 | -0,211 |
| | HFRXED | -0,342 | 0 | 0 | -0,334 |
| | HFRXM | -0,010 | 0,086 | 0,075 | -0,025 |
| | HFRXMA | 0,814 | 0,811 | 0,826 | 0,754 |
| | HFRXVA | -0,094 | 0,001 | 0,014 | -0,072 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998- Septiembre2010</i> | Media | 0,453 | 0,520 | 0,520 | 0,453 |
| | Var | 0,793 | 1,042 | | |
| | Desv / Gini | 0,890 | 1,021 | 0,540 | 0,473 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,207 | 0 | 0 | 0,153 |
| | HFRXEW | 0,649 | 0 | 0 | 0,709 |
| | HFRXDS | 0,056 | 0,098 | 0,083 | 0,027 |
| | HFRXEH | -0,288 | 0 | 0 | -0,215 |
| | HFRXED | -0,341 | 0 | 0 | -0,334 |
| | HFRXM | -0,006 | 0,089 | 0,077 | -0,021 |
| | HFRXMA | 0,812 | 0,809 | 0,826 | 0,750 |
| | HFRXVA | -0,091 | 0,003 | 0,014 | -0,069 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |

| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCIÓN DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCIÓN DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
|-------------------------------------|----------------|-------------------------|---|---|------------|
| <i>Enero1998- Octubre2010</i> | Media | 0,459 | 0,524 | 0,524 | 0,459 |
| | Var | 0,794 | 1,037 | | |
| | Desv / Gini | 0,891 | 1,018 | 0,538 | 0,474 |
| | INDICES | | | | |
| | HFRXGL | 0,213 | 0 | 0 | 0,157 |
| | HFRXEW | 0,663 | 0 | 0 | 0,722 |
| | HFRXDS | 0,049 | 0,097 | 0,082 | 0,023 |
| | HFRXEH | -0,298 | 0 | 0 | -0,223 |
| | HFRXED | -0,327 | 0 | 0 | -0,323 |
| | HFRXM | -0,008 | 0,089 | 0,078 | -0,025 |
| | HFRXMA | 0,807 | 0,810 | 0,827 | 0,746 |
| | HFRXVA | -0,099 | 0,003 | 0,013 | -0,077 |
| | <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCIÓN DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCIÓN DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998- Noviembre2010</i> | Media | 0,459 | 0,522 | 0,522 | 0,459 |
| | Var | 0,789 | 1,031 | | |
| | Desv / Gini | 0,888 | 1,015 | 0,537 | 0,472 |
| | INDICES | | | | |
| | HFRXGL | 0,213 | 0 | 0 | 0,158 |
| | HFRXEW | 0,663 | 0 | 0 | 0,730 |
| | HFRXDS | 0,049 | 0,097 | 0,081 | 0,021 |
| | HFRXEH | -0,298 | 0 | 0 | -0,222 |
| | HFRXED | -0,327 | 0 | 0 | -0,326 |
| | HFRXM | -0,008 | 0,089 | 0,075 | -0,027 |
| | HFRXMA | 0,807 | 0,811 | 0,830 | 0,745 |
| | HFRXVA | -0,099 | 0,004 | 0,014 | -0,079 |
| | <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCIÓN DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCIÓN DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998- Diciembre2010</i> | Media | 0,459 | 0,527 | 0,527 | 0,459 |
| | Var | 0,784 | 1,029 | | |
| | Desv / Gini | 0,885 | 1,014 | 0,536 | 0,470 |
| | INDICES | | | | |
| | HFRXGL | 0,215 | 0 | 0 | 0,156 |
| | HFRXEW | 0,670 | 0 | 0 | 0,754 |
| | HFRXDS | 0,048 | 0,095 | 0,080 | 0,017 |
| | HFRXEH | -0,302 | 0 | 0 | -0,229 |
| | HFRXED | -0,325 | 0 | 0 | -0,324 |
| | HFRXM | -0,009 | 0,089 | 0,075 | -0,029 |
| | HFRXMA | 0,805 | 0,811 | 0,831 | 0,738 |
| | HFRXVA | -0,101 | 0,004 | 0,013 | -0,082 |
| | <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 |

| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
|-----------------------------------|-----------------------|-------------------------|---|---|------------|
| <i>Enero1998- Enero2011</i> | Media | 0,464 | 0,531 | 0,531 | 0,464 |
| | Var | 0,782 | 1,024 | | |
| | Desv / Gini | 0,884 | 1,012 | 0,534 | 0,469 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,211 | 0 | 0 | 0,154 |
| | HFRXEW | 0,675 | 0 | 0 | 0,751 |
| | HFRXDS | 0,045 | 0,094 | 0,080 | 0,016 |
| | HFRXEH | -0,299 | 0 | 0 | -0,224 |
| | HFRXED | -0,326 | 0 | 0 | -0,324 |
| | HFRXM | -0,008 | 0,089 | 0,075 | -0,028 |
| | HFRXMA | 0,804 | 0,812 | 0,833 | 0,738 |
| | HFRXVA | -0,102 | 0,005 | 0,012 | -0,082 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998- Febrero2010</i> | Media | 0,467 | 0,531 | 0,531 | 0,467 |
| | Var | 0,778 | 1,018 | | |
| | Desv / Gini | 0,882 | 1,009 | 0,532 | 0,467 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,210 | 0 | 0 | 0,154 |
| | HFRXEW | 0,664 | 0 | 0 | 0,741 |
| | HFRXDS | 0,047 | 0,094 | 0,080 | 0,017 |
| | HFRXEH | -0,296 | 0 | 0 | -0,223 |
| | HFRXED | -0,327 | 0 | 0 | -0,323 |
| | HFRXM | -0,007 | 0,089 | 0,075 | -0,027 |
| | HFRXMA | 0,807 | 0,812 | 0,832 | 0,741 |
| | HFRXVA | -0,098 | 0,005 | 0,013 | -0,081 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICCION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
| <i>Enero1998- Marzo2010</i> | Media | 0,467 | 0,528 | 0,528 | 0,467 |
| | Var | 0,773 | 1,013 | | |
| | Desv / Gini | 0,879 | 1,007 | 0,532 | 0,466 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,210 | 0 | 0 | 0,157 |
| | HFRXEW | 0,663 | 0 | 0 | 0,716 |
| | HFRXDS | 0,047 | 0,094 | 0,080 | 0,018 |
| | HFRXEH | -0,296 | 0 | 0 | -0,227 |
| | HFRXED | -0,327 | 0 | 0 | -0,314 |
| | HFRXM | -0,007 | 0,090 | 0,076 | -0,022 |
| | HFRXMA | 0,807 | 0,812 | 0,832 | 0,748 |
| | HFRXVA | -0,098 | 0,004 | 0,012 | -0,076 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |

| | | MEDIA-VARIANZA (MVG) | MEDIA-VARIANZA (MVG RESTRICION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI (RESTRICION DE POSITIVIDAD) | MEDIA-GINI |
|---|-----------------------|-------------------------|--|--|------------|
| <i>Enero1998-Abril2011</i> <i>(Muestra completa)</i> | Media | 0,469 | 0,530 | 0,530 | 0,469 |
| | Var | 0,769 | 1,008 | | |
| | Desv / Gini | 0,877 | 1,004 | 0,530 | 0,464 |
| | <u>INDICES</u> | | | | |
| | HFRXGL | 0,209 | 0 | 0 | 0,156 |
| | HFRXEW | 0,671 | 0 | 0 | 0,709 |
| | HFRXDS | 0,046 | 0,094 | 0,080 | 0,019 |
| | HFRXEH | -0,294 | 0 | 0 | -0,226 |
| | HFRXED | -0,330 | 0 | 0 | -0,312 |
| | HFRXM | -0,008 | 0,090 | 0,076 | -0,021 |
| | HFRXMA | 0,806 | 0,812 | 0,832 | 0,749 |
| | HFRXVA | -0,100 | 0,004 | 0,012 | -0,075 |
| <i>Suma</i> | 1 | 1 | 1 | 1 | |