Principios de ANOVA

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante
Dept. of Marine Science and Applied Biology
Jose Jacobo Zubcoff

Licencia creative commons Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC BY-SA 4.0)

ANOVA

¿Qué es y para que sirve?

Compara la distribución de una variable continua normal en dos o más poblaciones

(niveles o categorías)

Pruebas de contraste para dos o más grupos independientes (ANOVA entre sujetos): un factor completamente aleatorizado.

ANOVA

Ejemplo de problema a resolver:

Se quiere estudiar la abundancia en tres zonas pesqueras, una de las cuales tiene cierto nivel de protección (pesquera).
Se espera que comparando los valores de esta zona con la de otras dos con parecidas características el hecho resultará evidente.

Hipótesis:

H_0 : No existen diferencias entre las *k* zonas

H_1 : Hipótesis nula no cierta (al menos alguna zona es diferente al resto)

ANOVA

H_0: No existen diferencias entre los *k* niveles
H_1: La hipótesis nula no es cierta

Hipótesis nula: (todas las medias poblacionales de los "k" grupos son iguales)
H0: μ1=μ2=μ3...=μa=μ

Hipótesis alternativa: (al menos una media poblacional difiere)
H1: No es cierto H0

- Parte de un conjunto de observaciones muestrales
- *K* niveles o categorías

ANOVA

Supongamos un universo de notas de 9 alumnos de 3 grupos distintos

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
5	5	5
5	5	5
5	5	5

No hay diferencia ENTRE grupos
Ni DENTRO de los grupos

$$x_{i,j} = \mu$$

ANOVA

Supongamos que aplicamos un método de enseñanza (*factor*) que afecta:

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
5+1=6	5+2=7	5+0=5
5+1=6	5+2=7	5+0=5
5+1=6	5+2=7	5+0=5

$$X_{i,j} = \mu + \alpha_i$$

Donde $\boldsymbol{\alpha_i} = \{1,2,0\}$ *efecto del factor*

El factor influye en establecer diferencias ENTRE grupos
Pero NO DENTRO

ANOVA

- Por razones ALEATORIAS algunos alumnos rinden mas que otros

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3
5+1-1 = 5	5+2+2 = 9	5+0+3 = 8
5+1-2 = 4	5+2+0 = 7	5+0+4 = 9
5+1+0 = 6	5+2+1 = 8	5+0+0 = 5

$$X_{i,j} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{i,j}$$

Donde $\varepsilon_{i,j}$= {-1,-2,0,2,0,1,3,4,0} *efecto aleatoriedad*

La ALEATORIEDAD influye en la variabilidad DENTRO de los grupos

ANOVA

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	
5+1-1 = 5	5+2+2 = 9	5+0+3 = 8	
5+1-2 = 4	5+2+0 = 7	5+0+4 = 9	
5+1+0 = 6	5+2+1 = 8	5+0+0 = 5	
$X_{1.} = 5$	$X_{2.} = 8$	$X_{3.} = 7.33$	$X_{..} = 6.78$

Calculamos las medias por grupo y la media global

ANOVA

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	
5	9	8	
4	7	9	
6	8	5	
$X_{1.} = 5$	$X_{2.} = 8$	$X_{3.} = 7.33$	$X_{..} = 6.78$

Para calcular el efecto **aleatorio**: medimos las diferencias **DENTRO**

$$\sum\sum \left(X_{ij} - \overline{X..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_{i.}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{k} n_i\left(X_{i.} - \overline{X..}\right)^2$$

ANOVA

Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	
5	9	8	
4	7	9	
6	8	5	
$X_{1.} = 5$	$X_{2.} = 8$	$X_{3.} = 7.33$	$X_{..} = 6.78$

Para calcular el efecto del **factor**: medimos las diferencias **ENTRE**

$$\sum\sum \left(X_{ij} - \overline{X..}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n_i}\left(X_{ij} - \overline{X_{i.}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{k} n_i\left(X_{i.} - \overline{X..}\right)^2$$

ANOVA

Tenemos dos tipos de variabilidad:

- ENTRE grupos (debida al factor)
- DENTRO grupos (debida a la aleatoriedad)

Para poder afirmar que el factor produce efectos:

La variabilidad ENTRE grupos debe ser significativamente grande respecto a la DENTRO grupos

ANOVA

Generalizando …

	1	2	Niveles del factor	k
1	$X_{1,1}$	$X_{2,1}$	…	$X_{k,1}$
2	$X_{1,2}$	$X_{2,2}$	$X_{i,j}$	$X_{k,2}$
j	$X_{1,j}$	$X_{2,j}$	…	$X_{k,j}$
n	$X_{1,n1}$	$X_{2,n2}$	…	$X_{k,nk}$

$i = 1,2,3,...,k$ $\quad$ $j = 1,2,3,..., n_k$ (no balanceado)

Media al nivel i del factor = $(1/n_i) \sum_{j=1} X_{i,j}$

Media general = $(1/N) \sum \sum X_{i,j}$ Siendo $N = \sum n_i$

ANOVA

$$\left.\begin{array}{l} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k \\ H_1: \text{Al menos una igualdad no es cierta} \end{array}\right\}$$

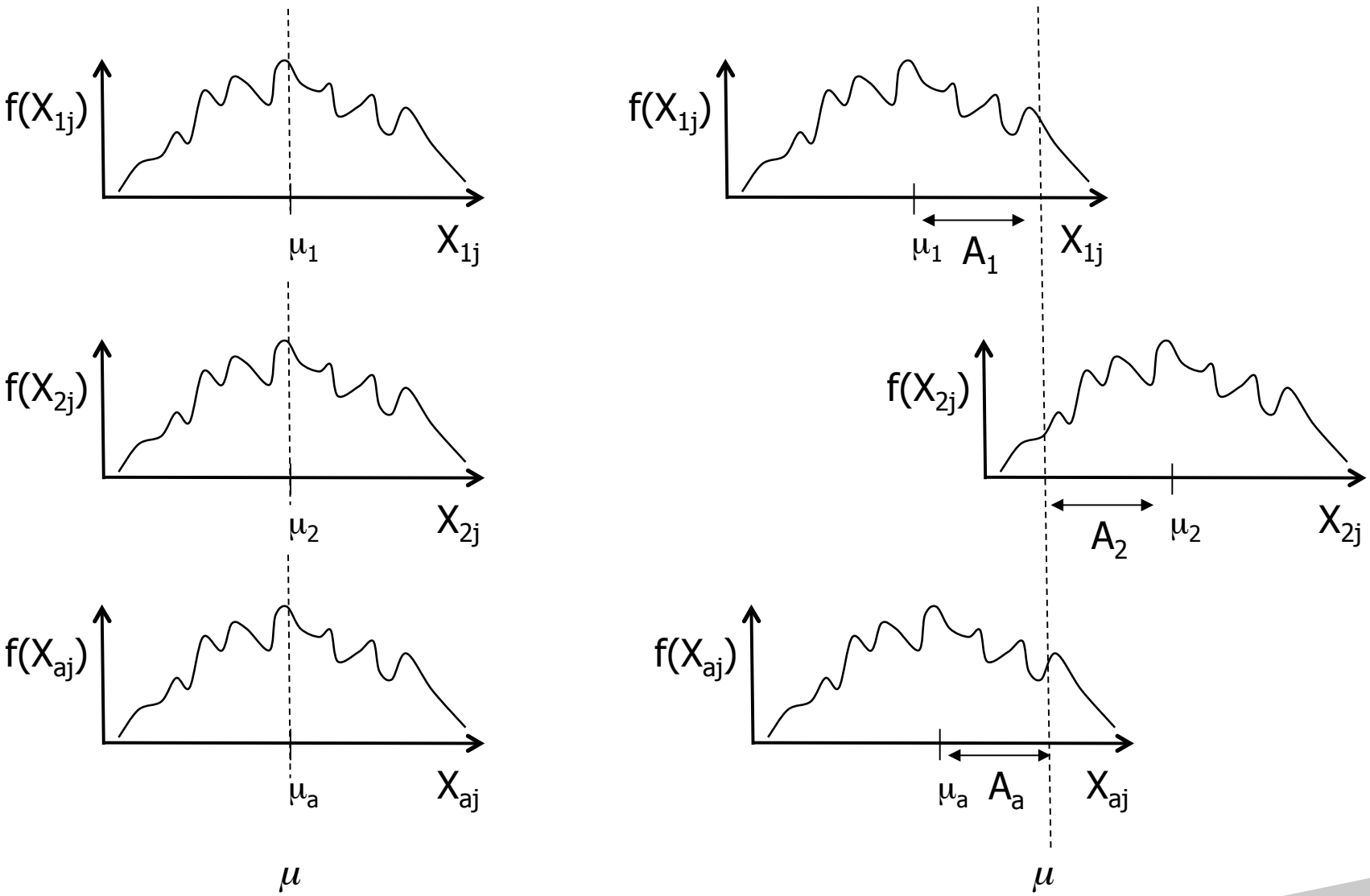
- Según la Hipótesis fijada

modelo probabilístico

NO se rechaza H_0 sí y solo sí:

$$F = \frac{\frac{Q_E}{k-1}}{\frac{Q_D}{n-k}} \leq F_{k-1,n-k,\alpha}$$

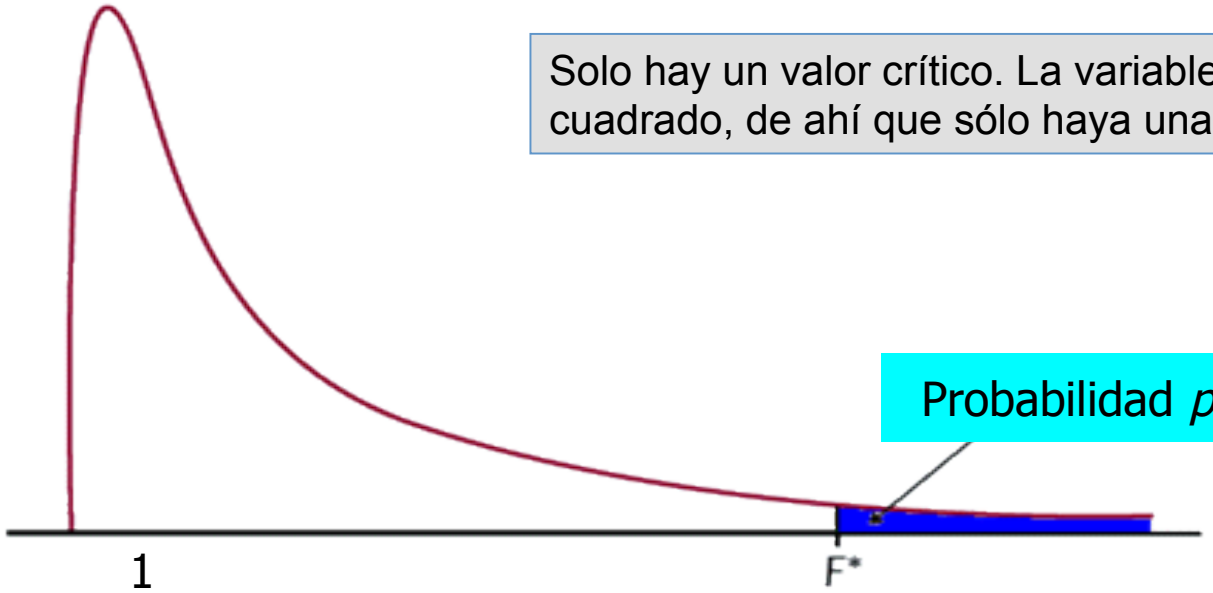
Análisis de la varianza de un factor:



Análisis de la varianza de un factor:

Construcción del estadístico de contraste:

MC_{ENTRE} / MC_{DENTRO} sigue una distribución F



Solo hay un valor crítico. La variable F es una t al cuadrado, de ahí que sólo haya una cola.

Si el $F_{calc} > F_{crit}$ para (a-1) y a(n-1) g.l., se <u>rechaza</u> H_0:

al menos una de las medias X_i es significativamente diferente de las demás

ANOVA

Fuentes de variación	Sumas de cuadrados	G.L.	Cuadrados Medios	F	Signif.
ENTRE	$Q_E = \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\overline{X}_{i.} - \overline{X}_{..}\right)^2$	k–1	$Q_E / k-1 = S_E^2$	$F = \frac{Q_E / k-1}{Q_D / n-k}$	P-valor
DENTRO	$Q_D = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \left(X_{ij} - \overline{X}_{i.}\right)^2 = \sum_{i=1}^{k} (n-1) S_i^2$	n–k	$Q_D / n-k = S_D^2$		
TOTAL	$Q = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_i} \left(X_{ij} - \overline{X}_{..}\right)$	n–1	$Q / n-1 = S^2$		

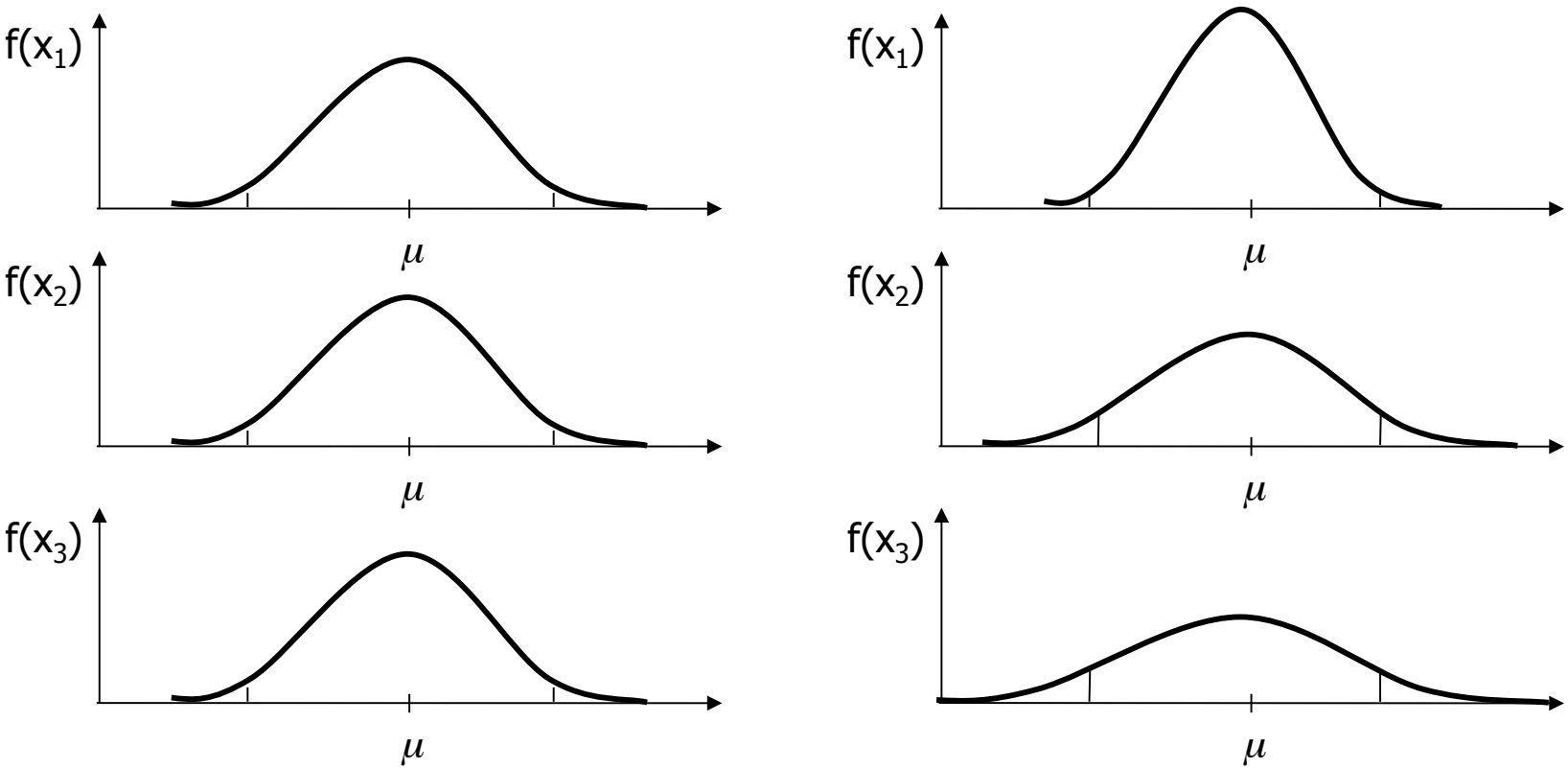
ANOVA

Hipótesis necesarias para realizar un ANOVA

a) Normalidad de la respuesta en cada nivel
b) Homogeneidad de las varianzas
c) Independencia de los valores obtenidos

Requisitos de ANOVA

Homogeneidad de varianzas:



Cuando varianzas ≠, se incrementa el error Tipo I

Requisitos de ANOVA

Homogeneidad de varianzas:

Test de heterogeneidad de varianzas:

Bartlett -> high alfa, sensible a NO normalidad
Levene -> es una ANOVA para VAR. Asume var iguales!!
Scheffe -> insensible a NO normalidad, pero no lo recomnieda …
Hartley ->problema cuando 1 var es pequeña….
… etc.

Test de Cochran

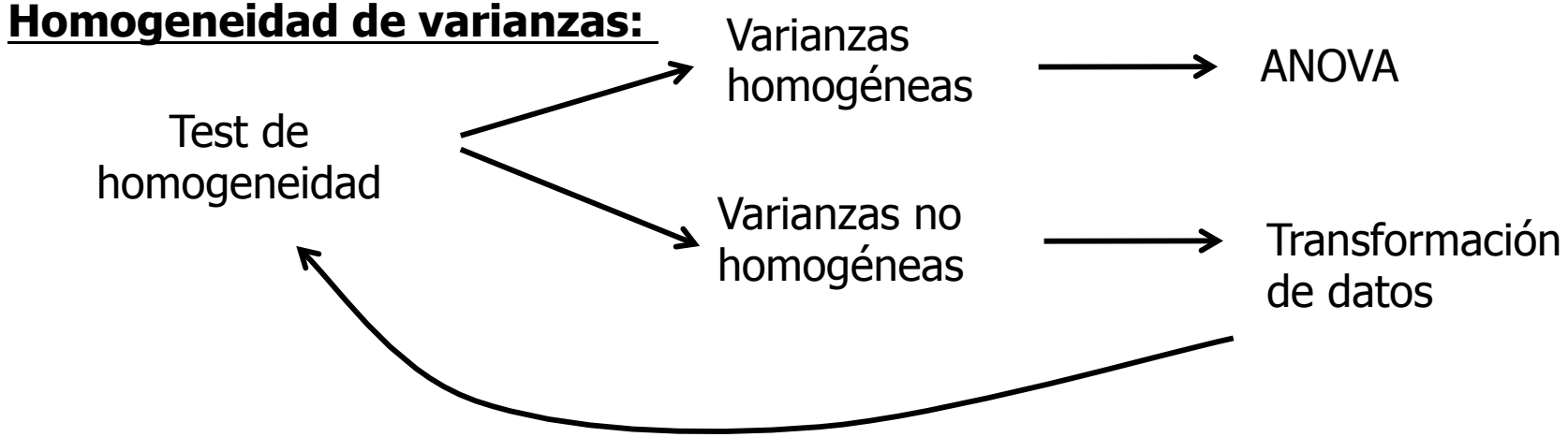
$$C = \frac{\text{mayor } s_i^2}{\sum s_i^2}$$

La distribución C para a (tratamientos) y (n-1) g.l. ha sido tabulada

Si $C_{obs} < C_c$, aceptamos la H_0 de homogeneidad de varianzas

Requisitos de ANOVA

Homogeneidad de varianzas:



Conteos (o datos que siguen una dist. de Poisson) ➔ $\sqrt{(X + 1)}$

Ratios, tasas, concentraciones, etc. ➔ log (X) o log (X + 1)

Porcentajes y proporciones ➔ $sen^{-1} \sqrt{X}$ (= arcsen X)

Requisitos de ANOVA

Transformación de datos

- Útil para eliminar heterogeneidad de la varianza.
- Sólo es efectivo si la media tiene una relación constante con la varianza.
- La transformación debe ser monotónica.
- Deben mantenerse las medias en el mismo orden.
- La transformación debe utilizarse únicamente para evitar el problema de heterogeneidad de la varianza.
- Transformaciones sistemáticas son perjudiciales.

Requisitos de ANOVA

Transformación de datos

Raíz cuadrada

- Poblaciones que siguen una **distribución de Poisson**: medias y varianzas son iguales
- Frecuencias o recuentos por unidad de tiempo o superficie.
- Principalmente con abundancias muy pequeñas.

$$\sqrt{x + 1}$$

Requisitos de ANOVA

Transformación de datos

Logarítmo

- Muestreos con valores muy altos: medias mayores y varianza mucho mayores.
- Datos distribuidos log-normal
- Medidas de tasas, concentraciones, relaciones,...
- Ej: Relación entre el número de presas comida por depredador, cantidad de clorofila por peso algal,...
- Independiente del tipo de logaritmo usado.
- Sumar una constante (1) para aplicar logaritmos por los valores que son 0.
- Problema en valores muy pequeños: solo cuando son mayores de 10.

$$\log (X+1)$$

Requisitos de ANOVA

Transformación de datos

Arcoseno

- **Porcentajes y proporciones**
- Distribución Binomial.
- Ej. Porcentaje de cobertura de *Posidonia*

$$\text{sen}^{-1}\sqrt{x}$$

Requisitos de ANOVA

Transformación de datos

logit transformation

- Transforma los valores de **porcentajes** desde - ∞ hasta + ∞

- La transformación de arcoseno limita los valores desde 0 hasta π / 2 radianes (0 hasta 90 º) .

$$(1/2) \log ((p / 1-p))$$

Requisitos de ANOVA

Si la transformación de datos no es posible

- Situaciones biológicas que presentan varianzas heterogéneas: gran agrupación de organismos.
- Cuando son experimentos bien replicados: el análisis de la varianza es suficientemente robusto.
- Experimentos grandes y balanceados.
- La validez del test y probabilidades asociadas con la distribución de la F ratio no se ven muy afectadas.

Requisitos de ANOVA

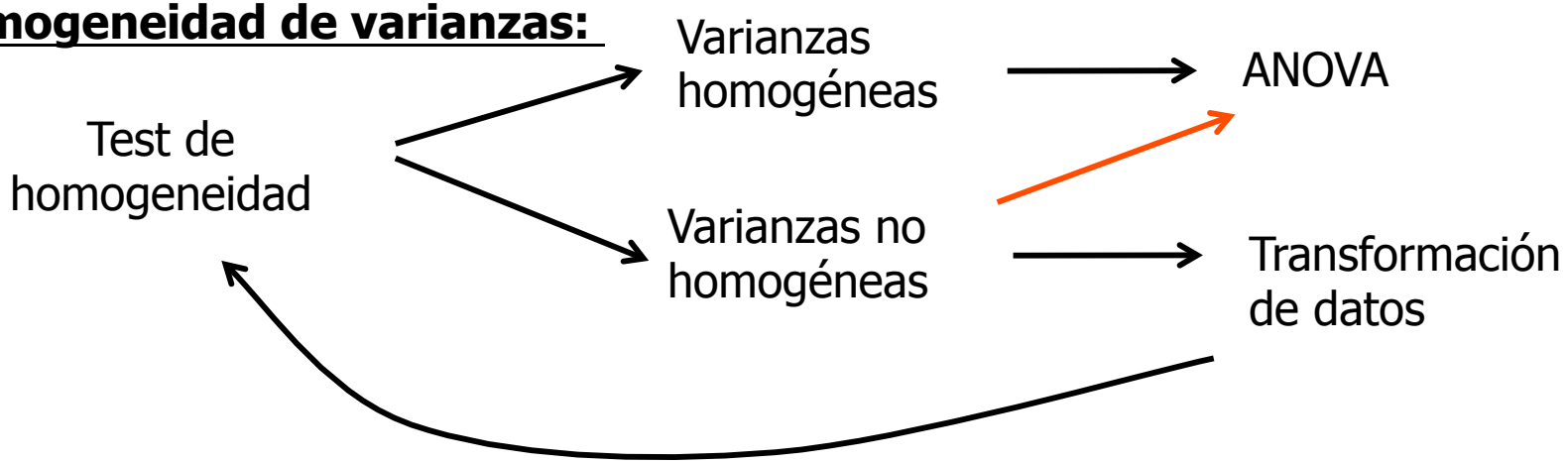
Si la transformación de datos no soluciona la Heterogeneidad

- Si se acepta la Ho no existe problema.
- Si se rechaza debe ser un α menor (0.01): así se evita error tipo I.

Utilizar un test **no paramétrico**
no soluciona el problema de
heterogeneidad de
varianzas
(debemos intentar **explicar** dicha heterogeneidad)

Requisitos de ANOVA

Homogeneidad de varianzas:



Si se acepta H_0 ($p > 0,05$), no hay problema

Si se rechaza H_0, considerar $\alpha_c = 0,01$

Utilizar un test no paramétrico (p.ej. Kruskal-Wallis) no soluciona el problema

Requisitos de ANOVA

Normalidad de los datos

El análisis de la varianza es suficientemente robusto a las desviaciones de la normalidad (Glass et al. 1972, Harwell et al. 1992, Lix et al. 1996)*, sobre todo cuando:

- hay un gran número de tratamientos y / o réplicas;
- los datos están equilibrados.

Las transformaciones a menudo corrigen el apuntamiento, **pero cuidado** cuando existe homogeneidad de varianzas no es recomendable transformar.

(*) References

Glass, G.V., P.D. Peckham, and J.R. Sanders. 1972. Consequences of failure to meet assumptions underlying fixed effects analyses of variance and covariance. Rev. Educ. Res. 42: 237-288.
Harwell, M.R., E.N. Rubinstein, W.S. Hayes, and C.C. Olds. 1992. Summarizing Monte Carlo results in methodological research: the one- and two-factor fixed effects ANOVA cases. J. Educ. Stat. 17: 315-339.
Lix, L.M., J.C. Keselman, and H.J. Keselman. 1996. Consequences of assumption violations revisited: A quantitative review of alternatives to the one-way analysis of variance F test. Rev. Educ. Res. 66: 579-619.
Schmider, Emanuel; Ziegler, Matthias; Danay, Erik; Beyer, Luzi; Bühner, Markus. 2010. *Is it really robust? Reinvestigating the robustness of ANOVA against violations of the normal distribution assumption*.
Methodology: European Journal of Research Methods for the Behavioral and Social Sciences, Vol 6(4), 2010, 147-151. doi: 10.1027/1614-2241/a000016

Resumen del problema de la **FALTA** de **INDEPENDENCIA** de datos

No independencia DENTRO de los tratamientos		No independencia ENTRE los tratamientos
σ^2_e dentro de las muestras es subestimado F-ratio excesivo Incremento del error Tipo I: Se detectan Diferencias sin importancia	Correlación +	σ^2_e entre de las muestras es subestimado F-ratio muy pequeño Incremento del error Tipo II Diferencias reales no son detectadas
σ^2_e dentro de las muestras es sobreestimado F-ratio demasiado pequeño Incremento del error Tipo II Diferencias reales no son detectadas	Correlación −	σ^2_e entre de las muestras es sobreestimado F-ratio excesivo Incremento del error Tipo I Diferencias sin importancia son detectadas

ANOVA y Test a posteriori

Comparaciones múltiples

- **NOTA (ANOVA):** en caso de rechazar la hipótesis nula se hace necesario efectuar hipótesis específicas.

- Hemos de efectuar contrastes **entre medias**. Estos pueden ser :
  - Contrastes Simples (cuando involucran únicamente dos medias)
  - Contrastes Complejos (cuando involucran tres o más medias).

- Empleando otro criterio, los contrastes pueden ser:
  - "a priori" (cuando se plantean antes de analizar los datos)
  - "a posteriori" (cuando se plantean una vez vistos los datos)

ANOVA y Test a posteriori

Comparaciones múltiples

Al hacer varias comparaciones se **aumenta** la probabilidad de **error de tipo I**

Si en cada uno de los **contrastes** empleamos un α **= 0'05** al hacer los 3 contrastes del ejemplo, la probabilidad de cometer algún error de tipo I en el experimento **es mayor de 0'05**.

(De manera análoga que comprar muchos billetes de lotería aumenta nuestras posibilidades de tener premio.)

Por tanto, **se precisa controlar la probabilidad de error tipo I** en cada contraste, que será menor que 0'05.

ANOVA y Test a posteriori

Dos tipos de definición de H_A

- *a priori* (antes de realizar el experimento)
- *a posteriori* (no propongo alternativas hasta haber realizado el experimento)

Ejemplo de **comparación *a priori***:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

H_A: $\mu_3 > \mu_1$; $\mu_3 > \mu_2$; $\mu_3 > \mu_4$

Los tests *a priori* son más potentes, pero están sometidos a mayor riesgo de error

Ej: **Dunn Sidak**

ANOVA y Test a posteriori

Tests *a posteriori*

Comparan todos los posibles pares de medias entre sí, de tal modo que definen la alternativa a la H_0

Subconjuntos Homogéneos

- Únicamente podrá definirse una H_A sin ambigüedad en el caso de que se los distintos tratamientos se reúnan en **grupos** tales que:
    1. no haya diferencias entre las medias dentro de un grupo, y
    2. cada media en un grupo difiere de todas las medias del otro grupo
- Uno de los tests más utilizados es el de Student-Newman-Keuls (SNK)
- Otros tests utilizables:
    - Scheffe
    - Tukey
    - LSD
    - Bonferroni
    - … etc.

ANOVA y Test a posteriori

Bonferroni

Test que realiza comparaciones dos a dos basado en el contraste de diferencias de medias, σ^2 desconocidas pero iguales:

$$\frac{\left|\overline{X}_i - \overline{X}_j\right|}{S_d\sqrt{\frac{1}{n_i}+\frac{1}{n_j}}} < t_{n-k,\alpha/K} \Rightarrow No\,\mathrm{Re}chazo$$ Siendo: $$S_D^2 = \frac{Q_D}{n-k}$$

Como interesa mantener Alfa por debajo del nivel predeterminado, se corrige utilizando para cada nivel K, (constante de penalización):

$$K = \binom{k}{2} = \frac{k!}{(k-2)!2!} \longrightarrow$$ Nº de posibles comparaciones

OJO: Test conservador que detecta menos diferencias de las reales. No se recomienda cuando existen muchos niveles

ANOVA y Test a posteriori

Otros test:

Existen otros test basados también en comparaciones de diferencias de medias tomadas dos a dos. Entre otros:

Fisher LSD (diferencia mínima significativa): Test aplicado cuando no es necesario el incremento del error Tipo I (aplicación directa del test t-Student): *No se aplica penalización (no conservador).* Usado para pocas comparaciones.

Tukey HSD (diferencia significativa honesta): Aplica penalización (conservador). Utiliza el llamado "*estadístico de rango studerizado*"

ANOVA y Test a posteriori

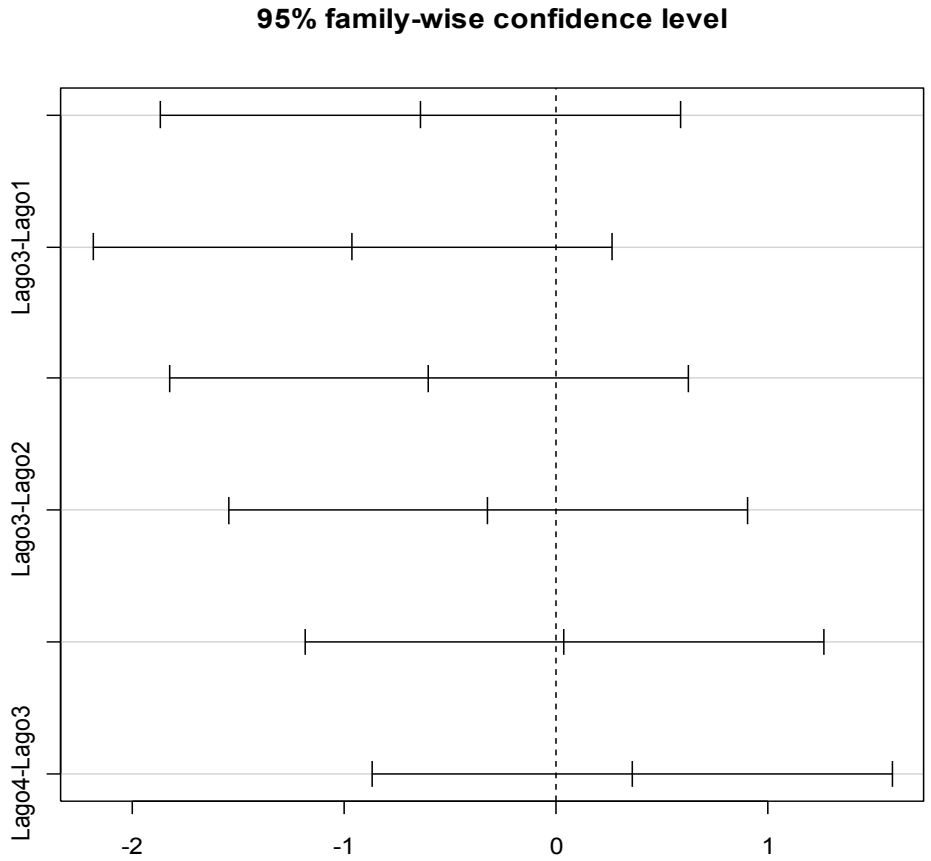
Otros test:

Prueba	Fórmula	Tablas
L.S.D	$t\sqrt{2MSE / n}$	t de tabla de Student (Tabla 4.11)
Dunnett	$D\sqrt{2MSE / n}$	D de tablas de Dunnett (Tabla 4.12)
Tuckey HSD	$Q\sqrt{MSE / n}$	Q de tablas de Tuckey (Tabla 4.13)
Newman-Keuls	$Q_{máx}\sqrt{MSE / n}$	$Q_{máx}$ de tabla 4.14 para el máximo de parejas a comparar.
Duncan	$Q_p\sqrt{MSE / n}$	Q_p de tablas de Duncan (Tabla 4.14)
Sheffé	$S\sqrt{MSE / n}$	$S=\sqrt{(n-1)F}$

Test a posteriori

Tukey: Ejemplo con R

Si aplicamos Tukey con R en un ejemplo que ANOVA rechazaba H_0




```
> TukeyHSD(modelo)
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = fosforo ~ (grupo))

$grupo
               diff        lwr       upr     p adj
Lago2-Lago1 -0.64 -1.8659061 0.5859061 0.4638260
Lago3-Lago1 -0.96 -2.1859061 0.2659061 0.1545353
Lago4-Lago1 -0.60 -1.8259061 0.6259061 0.5170188
Lago3-Lago2 -0.32 -1.5459061 0.9059061 0.8766782
Lago4-Lago2  0.04 -1.1859061 1.2659061 0.9996955
Lago4-Lago3  0.36 -0.8659061 1.5859061 0.8346411
```

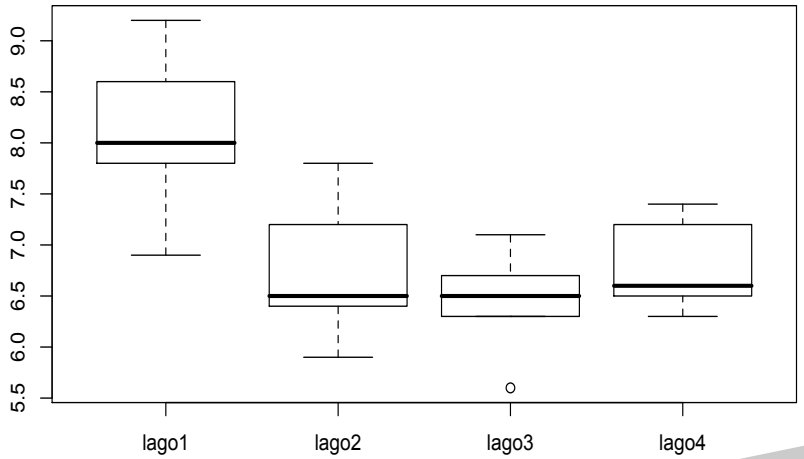
OJO: MEDIAS IGUALES (no existen diferencias significativas p-valor>0.05)
Se observa también en la gráfica
Todas las líneas incluyen el CERO

ANOVA y Test a posteriori

Ejemplo: Se tienen los siguientes datos

Zona 1	7.8	9.2	6.9	8	8.6
Zona 2	7.2	6.5	5.9	7.8	6.4
Zona 3	5.6	7.1	6.3	6.7	6.5
Zona 4	7.2	6.6	6.3	7.4	6.5

¿Es suficientemente importante esta diferencia como para concluir que la zona 1 es diferente las demás?



ANOVA y Test a posteriori

1. Hipótesis del contraste:

H_0 : No existen diferencias entre las *k* lagunas

H_1 : Hipótesis nula no cierta (alguna laguna es diferente al resto)

} (alfa:0.05)

$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$

H_1 : Al menos una igualdad no es cierta

}

2. Verificar hipótesis del modelo (…)

- Independencia de los valores observados (comprobar)
- Normalidad (para cada grupo test –ej. KS-)
- Homogeneidad de las Varianzas (Test de Cochran):

ANOVA y Test a posteriori

b) Tabla ANOVA:

Fuentes de variación	Sumas de cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	F	Signif.
ENTRE	8.09	3	2.70	**5.878**	**p<0.01**
DENTRO	7.34	16	0.459		
TOTAL	15.43	19	0.812		

$$F_{\exp t} = \frac{Q_E / k-1}{Q_D / n-k} = \frac{2.70}{0.459} = 5.878 \qquad F_c \Rightarrow F_{k-1,n-k,\alpha} = F_{3,16,0.05}$$

RECHAZO

$$F_{\exp t} = 5.878 > 3.24 = F_{3,16,0.05}$$

$$p-valor = P(F_{3,16} > F_{\exp t}) = 0.006648$$

ANOVA y Test a posteriori

c) Test a posteriori (aplicación Bonferroni):

$$S_D = \sqrt{\frac{Q_D}{n-k}} = \sqrt{0.459} = 0.677$$

$$K = \binom{k}{2} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{(4-2)!2!} = 6$$

$$t_{ij} = \frac{|\bar{X}_i - \bar{X}_j|}{S_D\sqrt{\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}}} \Rightarrow t_{12} = \frac{|8.10 - 6.76|}{0.677\sqrt{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} = 4.945$$

……

$$t_c = t_{n-k,\alpha/K} = t_{16,0.0083} = 2.673228$$

(Obtenido con R: *qt(1-0.00833,16)*

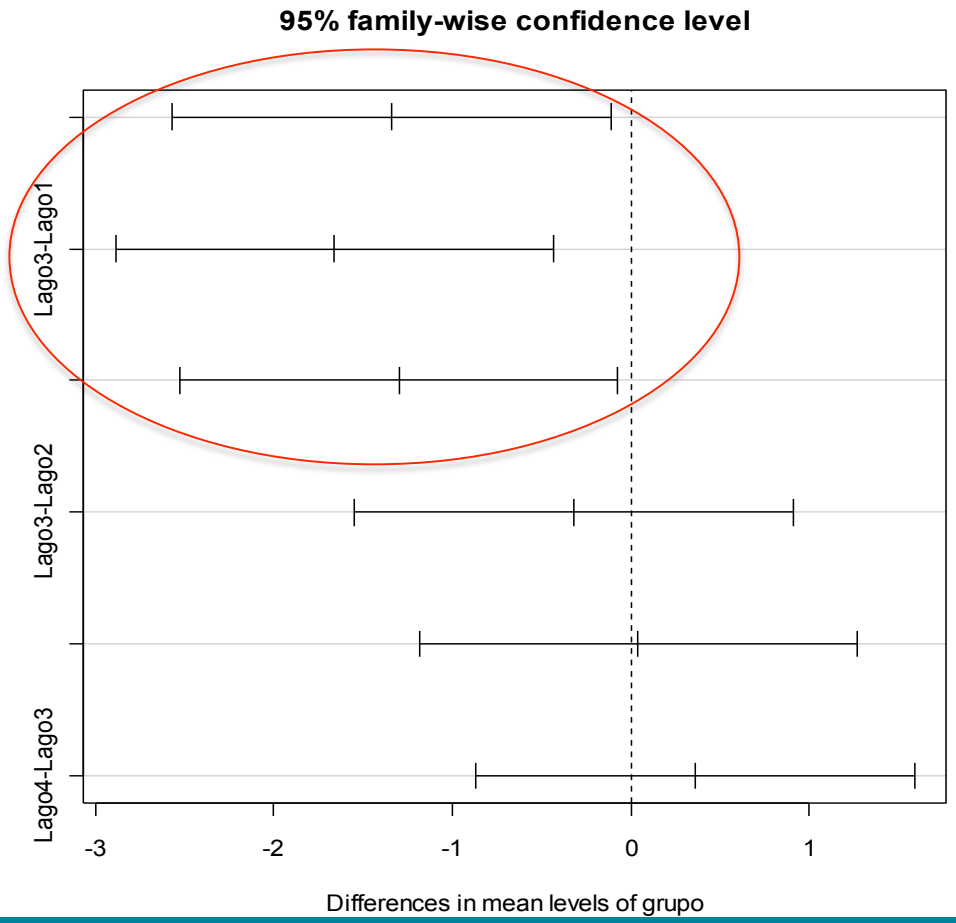
(Obtenido con R: *pt(t,n-k,lower.tail=false)*

Muestras	Dif.med.	t_{ij}	$t_{16,0.05/6}$	p-valor$_{ij}$ aprox.	p-valor$_{ij}$
1 y 2	1.34	4.945	Signif.	p<0.005	0.000073
1 y 3	1.66	6.126	Signif.	p<0.005	0.000007
1 y 4	1.30	4.797	Signif.	p<0.005	0.000099
2 y 3	0.32	1.181	No signif.	0.1<p<0.25	0.127
2 y 4	-0.04	0.148	No signif.	p>0.25	0.442
3 y 4	-0.36	1.328	No signif.	0.1<p<0.25	0.101

Recuerda: Tanto tc como p-valor se pueden aproximar a partir de la tabla de t.

ANOVA y Test a posteriori

c) Test a posteriori (aplicación Tukey con R):




```
> TukeyHSD(modelo)
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = fosforob ~ (grupo))

$grupo
                diff        lwr        upr     p adj
Lago2-Lago1 -1.34 -2.5659061 -0.1140939 0.0297781
Lago3-Lago1 -1.66 -2.8859061 -0.4340939 0.0066200
Lago4-Lago1 -1.30 -2.5259061 -0.0740939 0.0357697
Lago3-Lago2 -0.32 -1.5459061  0.9059061 0.8766782
Lago4-Lago2  0.04 -1.1859061  1.2659061 0.9996955
Lago4-Lago3  0.36 -0.8659061  1.5859061 0.8346411
```

Tests *a posteriori*

- Comparan todos los posibles pares de medias entre sí, de tal modo que definen la alternativa a la H_0
- Únicamente podrá definirse una H_A sin ambigüedad en el caso de que se los distintos tratamientos se reúnan en grupos tales que:
    1. no haya diferencias entre las medias dentro de un grupo, y
    2. cada media en un grupo difiere de todas las medias del otro grupo

- Uno de los tests más utilizados es el de Student-Newman-Keuls (SNK)
- Otros tests utilizables:

Scheffe
Tukey
LSD
Bonferroni
… etc.

Tests *a posteriori*

$ET = \sqrt{(MC_{DENTRO} / n)} = \sqrt{(1,60 / 7)} = 0,48$

Test SNK:

$Q_{ij} = X_i - X_j$ / ET está tabulado para H_0 verdadera

Rango	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**		**test SNK**		
Medias	2,6	3,8	4,1	6,4	7,1	g	Q	D=QxET	
Comparaciones	5-1 **4,5***						5	4,10	1,97
	4-1 **3,8***	5-2 **3,3***					4	3,84	1,84
	3-1 1,5	4-2 **2,6***	5-3 **3,0***				3	3,49	1,68
	2-1 1,2	3-2 0,3	4-3 **2,3***	5-4 0,7			2	2,89	1,39

Si $(X_i - X_j) > D$, la diferencia es significativa (*)

$\alpha = 0,05$
gl = 30

5 > 1 5 > 2 5 > 3 5 = 4
4 > 1 4 > 2 4 > 3
3 = 1 3 = 2
2 = 1

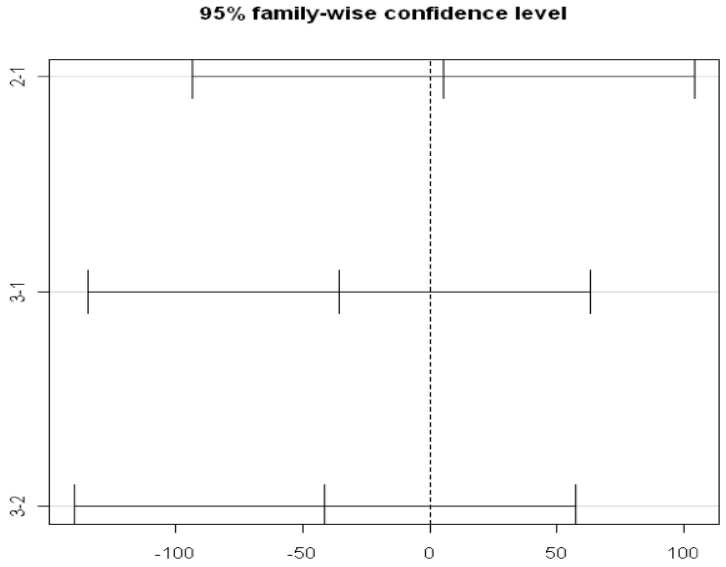
5 = 4 > 3 = 2 = 1

Hay 2 Subconjuntos Homogéneos

Presentación de resultados

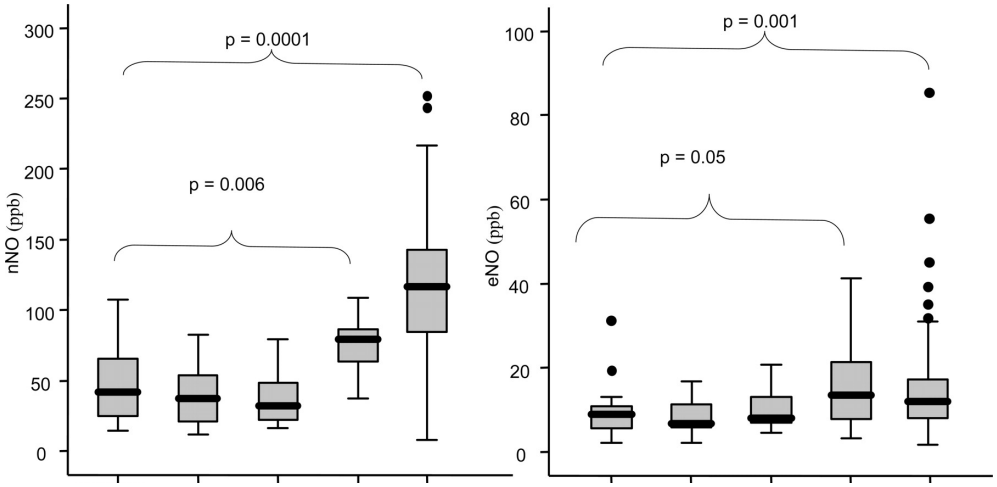
Tests *a posteriori*

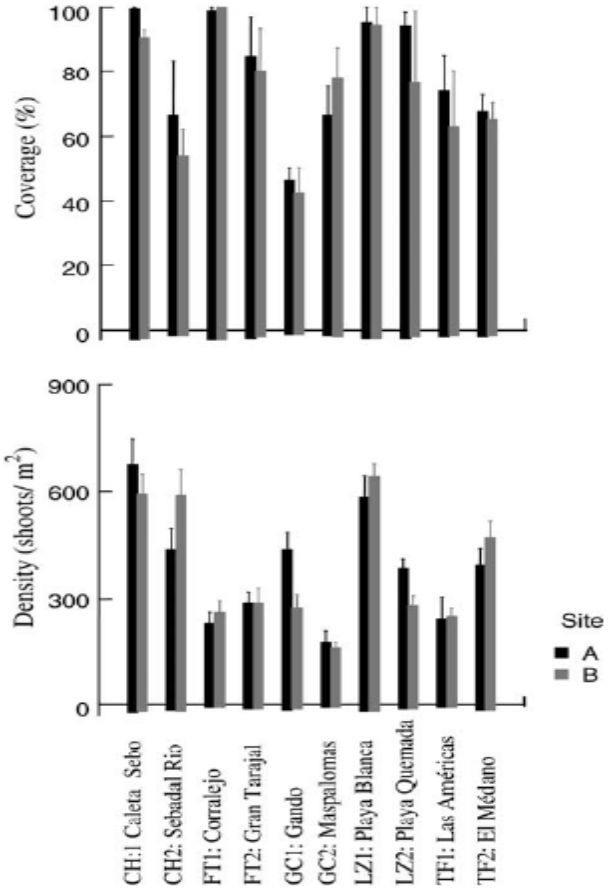
```
  Tukey multiple comparisons of means
    95% family-wise confidence level

Fit: aov(formula = datos$ABUND ~ factor(datos$ZONA))

$`factor(datos$ZONA)`
           diff         lwr        upr     p adj
2-1    5.462963  -93.32526 104.25118 0.9906082
3-1 -35.685185 -134.47340  63.10303 0.6696206
3-2 -41.148148 -139.93637  57.64007 0.5871203
```



Presentación de resultados

Treatment: (mean):	0 (9.62)	5 (10.14)	1 (10.85)	3 (11.72)	2 (12.43)	7 (14.17)	6 (15.11)	9 (15.76)	8 (16.65)	4 (17.52)
Bonferroni										
Scheffé										
Tukey										
SNK										
Duncan										
Dunnett										



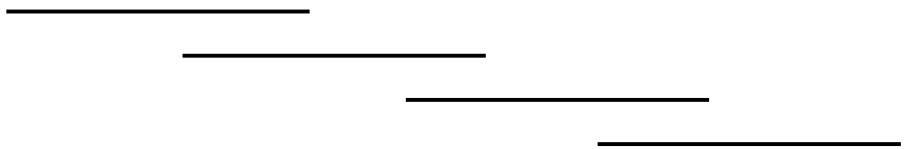


Presentación de resultados

Tests *a posteriori*

Un resultado tal que:

5 4 3 2 1



¿Hay Subconjuntos Homogéneos?

… no hay una H_A identificable !!

… comportamiento en forma de gradiente.