



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Esta tesis doctoral contiene un índice que enlaza a cada uno de los capítulos de la misma.**

**Existen asimismo botones de retorno al índice al principio y final de cada uno de los capítulos.**

**[Ir directamente al índice](#)**

**Para una correcta visualización del texto es necesaria la versión de [Adobe Acrobat Reader 7.0](#) o posteriores**

**Aquesta tesi doctoral conté un índex que enllaça a cadascun dels capítols. Existeixen així mateix botons de retorn a l'índex al principi i final de cadascun dels capítols .**

**[Anar directament a l'índex](#)**

**Per a una correcta visualització del text és necessària la versió d' [Adobe Acrobat Reader 7.0](#) o posteriors.**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**UNIVERSIDAD DE ALICANTE**

**Departamento de Tecnología Informática y Computación**

**Semicoberturas heterogéneas de  
regiones bidimensionales  
morfológicamente no restringidas.  
Modelado conexionista aplicado.**

**Tesis Doctoral**

Presentada por:

**Juan Manuel García Chamizo**

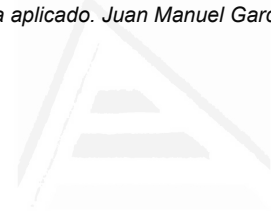
Dirigida por:

**Dr. Ramón Rizo Aldeguer**

**Dr. Alfons Crespo Lorente**

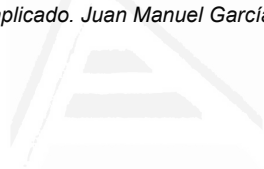
Alicante, Diciembre 1993





Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Esta memoria recoge parte de la investigación desarrollada con apoyo del proyecto PB92-0343 de la Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT), titulado "INTELIPACK: Sistema de empaquetamiento inteligente de patrones".**



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**A Toni, a mi madre y  
a la memoria de mi padre.**



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **Agradecimientos**

**Esta página primera, ha sido la última en su redacción por la dificultad de expresar tanto agradecimiento como debo en tan poco espacio. Al final, he encontrado una fórmula: a todos.**

**Especialmente, a los compañeros de trabajo, que tanto apoyo me han prestado; a los amigos personales y familiares, de cuyo calor humano sé que he hecho abuso; a Ramón Rizo y a Alfons Crespo, que desde el primer momento me han respaldado y animado; a Santiago Vázquez, a 'Emilio', Bernardo, Paco I., Juan A., Paco E., ... y a Toni.**

## Índice

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>Estado del arte del problema de las semicoberturas</b>	<b>9</b>
<b>Estado actual y problemas abiertos</b>	<b>19</b>
<b>Formulación del problema de las semicoberturas heterogéneas de regiones bidimensionales, objetivos y propuesta de resolución</b>	<b>23</b>
<b>Acerca del modelado conexionista</b>	<b>29</b>
<b>El recorte de piezas en algunas industrias manufactureras</b>	<b>35</b>
<b>1 El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales (RHI)</b>	<b>39</b>
1.1 Introducción	41
1.2 Modelo heteroasociativo incremental	45
1.3 Algoritmo RHI	51
1.3.1 Adiestramiento	51
1.3.2 Reconocimiento	52
1.3.3 Interpretación como red neuronal	53
1.3.4 Extracción de fragmentos significativos	55
1.3.5 Autoasociatividad	57
<b>2 El modelo de memorias asociativas ortonormalizadas</b>	<b>59</b>
2.1 Introducción	61
2.2 Memorias asociativas parcialmente distribuidas	63
2.2.1 Adiestramiento	64
2.2.2 Reconocimiento	65
2.3 Memorias asociativas ortonormalizadas (M.A.O.N.)	67
2.4 Dominio bipolar de representación de los datos	71
2.5 Estudio de costes de las M.A.O.N.	75

## Índice

<b>3 Caracterización de la inclusión entre patrones</b>	<b>77</b>
3.1 Relación entre distancia hamming y producto escalar en cualquier dominio binario	79
3.2 Aplicación de las MAON a problemas de inclusión entre patrones	84
3.2.1 Posiciones relativas	84
3.2.2 Formalización de restricciones	89
3.2.3 Umbral para determinar la intersección entre patrones	100
3.3 Búsqueda de sucesivos patrones incluidos mediante inhibición de la repetición de respuesta en las MAON	103
<b>4 Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales</b>	<b>107</b>
4.1 Introducción	109
4.2 Posicionamiento basado en el modelo MAON	113
4.3 Control de la progresión en el posicionamiento. Incorporación de patillas	117
4.4 Posicionamiento con progresión controlada	125
4.5 El criterio de parecido entre contornos de pieza y región basado en el modelo RHI	129
4.6 Posicionamiento por aproximación sucesiva	133
<b>5 Resultados de los experimentos</b>	<b>143</b>
5.1 Introducción	145
5.2 Plan de experimentos	147
5.3 Comentarios a los resultados	151
5.3.1 Resultados de las pruebas del bloque de A	151
5.3.2 Resultados de las pruebas del bloque de B	155
5.3.1 Resultados de las pruebas del bloque de C	162
5.3.1 Resultados de las pruebas del bloque de D	169
5.4 Resultados comparativos	175
<b>6 Conclusiones</b>	<b>181</b>
6.1 Aportaciones	183
6.2 Líneas de investigación futuras	187
<b>Referencias</b>	<b>191</b>



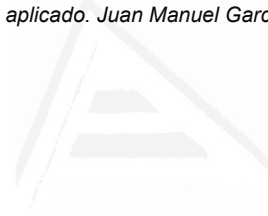
Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Índice**

**Anexos:**

<b>Anexo 1.1 Representación compacta de tablas. Estudio de costes de las RHI</b>	<b>A 1</b>
<b>A 1.1.1 Capacidad de almacenamiento</b>	<b>A 1</b>
<b>A 1.1.2 Coste espacial</b>	<b>A 3</b>
<b>A 1.1.3 Coste temporal</b>	<b>A 7</b>
<b>Anexo 1.2 Pruebas de inferencia mediante RHI</b>	<b>A 9</b>
<b>Anexo 2.1 Características generales de las MAON</b>	<b>A 19</b>
<b>Anexo 3.1 Ejemplo de inclusión entre patrones mediante MAON</b>	<b>A 21</b>
<b>Anexo 4.1 Estudio de costes de los algoritmos de posicionamiento</b>	<b>A 25</b>
<b>Anexo 5.1 experimentos. Bloque A</b>	<b>A 29</b>
<b>Anexo 5.2 experimentos. Bloque B</b>	<b>A 35</b>
<b>Anexo 5.3 experimentos. Bloque C</b>	<b>A 59</b>
<b>Anexo 5.4 experimentos. Bloque D</b>	<b>A 67</b>





Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **Introducción**

## Introducción

El posicionamiento de patrones para su recorte sobre una superficie es una necesidad que se plantea frecuentemente en las industrias manufactureras que obtienen elementos de los objetos que fabrican a partir de materiales base con dimensiones esencialmente superficiales (textil, calzado y marroquinería, calderería y chapistería, papel, etc.) y en general siempre que se requiera recortar piezas sobre superficies de tejidos, piel, láminas de metal, madera, plástico, vidrio, etc. Así mismo, el empaquetamiento, en superficie o en volumen, se requiere a menudo cuando la miniaturización o el aprovechamiento de espacio juegan un papel importante, como es el caso de la industria microelectrónica.

A este nivel de generalización, la casuística que se plantea es muy diversa y suele venir condicionada por parámetros adicionales característicos de cada caso. De hecho, el abanico de requerimientos se extiende desde el recorte de patrones sobre superficies isótropas, con algunas de sus dimensiones infinitas (o que puedan considerarse como tales), constituidas por material de bajo coste (con lo que el empaquetamiento puede relajarse); como pueden ser determinados casos de recorte sobre papel, plástico o metal (característicos de la fabricación de envases). En numerosas ocasiones, los patrones a recortar tienen formas geométricas simples; situación que viene a ser característica de los casos en que las restricciones de modelización son suficientemente flexibles (las formas que se manipulan en microelectrónica, por ejemplo). En ocasiones la orientación de los patrones puede venir condicionada por tramas del material o grabados de la superficie, con o sin condicionantes de las dimensiones de la superficie a recortar; situación ésta muy frecuente en la industria textil. En el apartado que trata del recorte de piezas en algunas industrias manufactureras, dentro de esta misma introducción, se enfatizará sobre estos aspectos.

**El problema que se aborda es la optimización, en términos de minimización de pérdidas o de maximización de aprovechamiento, de la colocación de un conjunto de piezas planas a recortar de una superficie (región) limitada. No se imponen más restricciones que las geométricas indispensables de inclusión de las piezas en la región y de no solapamiento entre piezas y, desde luego ninguna restricción de tipo morfológico (cualquier contorno de las piezas y de la región, piezas de diferente tipo, oquedades y falta de conexión entre conjuntos de puntos).**

## Introducción

En el grupo de investigación de Informática Industrial del Departamento de Tecnología Informática y Computación se viene trabajando en este aspecto concreto del recorte de piezas en la industria manufacturera; producto de lo cual fue la tesis doctoral titulada "Semicoberturas Homogéneas de Regiones Bidimensionales" [RIZ,91] así como publicaciones subsiguientes que tratan el posicionamiento de instancias de una pieza de forma cóncavo-convexa en general para recubrir una región superficial que también puede ser de forma cóncavo-convexa, introduciendo el modelo de representación radial y basándose en heurísticas extraídas del razonamiento geométrico [RIZ,92] [RIZ,93a] [RIZ,93b].

El presente trabajo, como continuación que es del anteriormente referido, aborda algunas de las líneas de investigación que quedaron abiertas. En concreto:

- Trata el recubrimiento heterogéneo, con diferentes piezas.
- Considera la existencia de oquedades tanto en la región como en las piezas.
- Aporta algoritmos altamente paralelos basados en la metodología conexionista para el posicionamiento de las instancias de piezas utilizando criterios morfológicos.<sup>1</sup>

Con el doble objetivo de introducir soluciones altamente paralelizables y de proporcionar una base metodológica sobre la que continuar abordando versiones sucesivamente más complejas del problema de las semicoberturas, se propone la incorporación del modelado conexionista; lo que conduce a la propuesta de varios algoritmos de posicionamiento, el más elaborado de los cuales consta de varias fases en las que diferentes redes neuronales aportan heurísticas orientadas al aspecto a resolver. Ello ha sido causa del desarrollo de dos modelos de memorias asociativas conexionistas toda vez que otros encontrados en la literatura no se adecuaban suficientemente a los requerimientos.

---

<sup>1</sup> En lo sucesivo se hará referencia indistinta a conexionismo o a redes neuronales por entender que ambos términos están suficientemente aceptados.

## Introducción

Avala el interés científico de este trabajo el hecho de ser tema central del proyecto de investigación "INTELIPACK: Sistema de Empaquetamiento Inteligente de Patrones", financiado por la Dirección General de Investigación Científica y Técnica (DGICYT) [PB92-0343], con una duración de dos años (Convocatoria de 1992).

En el resumen de dicho proyecto de investigación se refiere:

"... Las heurísticas de posicionamiento se incorporan a dos niveles: mediante razonamiento geométrico basado en el modelo de representación radial y en la aportación de soluciones altamente paralelas basadas en el paradigma conexionista."

Este trabajo de tesis se ha desarrollado en los últimos tres años, período durante el cual, se han presentado varias ponencias en congresos y se han producido publicaciones relacionadas tanto con el tratamiento del problema como con metodología conexionista orientada a los aspectos geométricos que conlleva [GAR,92a] [GAR,92b] [GAR,92c] [TOR,93] [IBA,93].

La naturaleza de la materia que se trata justifica la estructura que adquiere este documento, organizado en capítulos sensiblemente independientes unos de otros:

Continuando la introducción, se revisan los trabajos de mayor interés desarrollados en esta línea, analizando los enfoques que pueden denominarse de metodología convencional, basados en razonamiento geométrico. Se observa que viene siendo tratado hace largo tiempo y que, consecuencia de las limitaciones de las soluciones aportadas, continúa tratándose en la actualidad. Se analizan también los enfoques que recientemente vienen haciéndose y se constata la incorporación de la metodología conexionista justificada por la necesidad de elevada paralelización y por la expectativa de aportación que puedan representar las heurísticas propias de las redes neuronales artificiales así como su potencia clasificatoria y de inferencia. Se encuentra que con esta última metodología no se ha llegado a soluciones más allá de primeros pasos y, sobre todo, cierta ausencia de formalismo. Después de revisar el estado actual y los problemas abiertos, se formaliza la versión que aquí se trata de semicobertura de

## Introducción

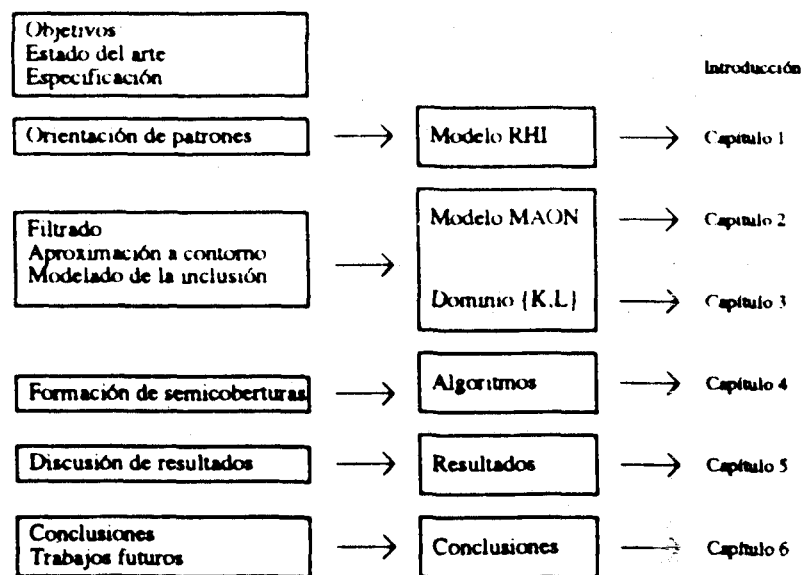
regiones bidimensionales utilizando piezas no necesariamente iguales (semicobertura heterogénea), con morfología tanto de la región como de las piezas no sujetas a restricciones simplificadoras. Se revisan los modelos de redes neuronales ya existentes y se discute sobre la posible idoneidad de su uso en el problema de las semicoberturas. Cierra la introducción una reseña sobre el interés del recorte de piezas en algunas industrias manufactureras.

- El capítulo 1 introduce la base formal del modelo de Redes Neuronales Heteroasociativas Incrementales (RHI) y se remarca su cualidad de inferir respuesta a partir de sólo unas cuantas componentes de los patrones utilizados en adiestramiento; cualidad que será utilizada para obtener propuestas de orientación de las piezas a posicionar en función de la forma del contorno de la semicobertura en la zona donde se esté ensayando el posicionamiento.
- El capítulo 2 se destina a la formalización del modelo de Memorias Asociativas Ortonormalizadas (MAON), con lo cual se pone de manifiesto su potencial como elemento de filtrado, del cual se hará uso para obtener patrones correctos a partir de las propuestas presumiblemente distorsionadas que proporcione la RHI en la fase de orientación.
- En el capítulo 3 se propone una generalización de la relación entre distancia hamming y producto escalar en cualquier dominio binario y se determinan formalmente los valores para los elementos del dominio de representación de los patrones como retículos rectangulares que establecen los criterios de inclusión basados justamente en los productos escalares de los vectores que representan a las piezas (conjunto de adiestramiento de una MAON) y a la región (patrón incógnita). Se caracteriza el umbral de respuesta de la MAON acorde con la condición de inclusión y se modela también la inhibición de repetición de respuesta en sucesivas iteraciones de reconocimiento; hechos ambos, que junto con la incorporación a los patrones de elementos discriminantes de su posición relativa (patillas), permitirán utilizar una MAON para localizar zonas preferenciales de ensayo de posicionamiento dentro de la región. La incorporación de patillas y el uso de umbral de intersección permiten también que una MAON pueda utilizarse para efectuar el posicionamiento definitivo, por deslizamiento hasta el contorno de la zona de región objeto de ensayo, de la propuesta de pieza orientada que proporcionó la RHI.

## Introducción

- En el capítulo 4 se propone una colección de algoritmos basados en los dos modelos de redes neuronales descritos para resolver el problema de las semicoberturas en varios de sus niveles de dificultad y atendiendo a diferentes criterios de posicionamiento.
- El capítulo 5 contiene una síntesis de las pruebas de simulación efectuadas y se discuten los resultados que se han obtenido, comparándolos con el posicionamiento efectuado por un experto humano a efectos de evaluación.
- Finalmente, en el capítulo 6, destinado a conclusiones, se refieren las principales aportaciones de este trabajo, destacándose métodos para el tratamiento del caso heterogéneo con consideración detallada de los aspectos morfológicos de los objetos, el desarrollo de dos modelos de memorias asociativas basadas en redes neuronales y la formalización de un método para establecer criterios de inclusión entre imágenes con representación binaria. Así mismo, se sugieren posibles líneas de investigación consecuencia del mismo.
- En anexos aparte, se evalúan costes computacionales, se contienen resúmenes de los resultados de una colección de los experimentos realizados, así como ejemplos para poner de relieve otras características relevantes de las redes neuronales desarrolladas.

El esquema siguiente resume los contenidos y su cometido:



## Introducción

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Estado del arte del problema de las semicoberturas

El problema de recorte de patrones sobre una superficie viene tratándose en las últimas tres décadas por diferentes grupos de investigación en todo el mundo y se observa, en general, que se abordan soluciones a versiones restringidas del problema que se corresponden con casos sencillos inicialmente y más complicados en los últimos trabajos o bien que se adecúan a casos prácticos particulares. No es de extrañar esta forma de tratamiento si se tiene en cuenta lo complejo del problema en su versión más extensa.

A continuación se hace un recorrido por trabajos considerados de interés sobre el problema de las semicoberturas; se hacen comentarios descriptivos de la metodología en que se basan y se discute sobre las limitaciones que se encuentran.

Gilmore y Gomory [GIL,61] presentaron un primer enfoque utilizando técnicas de programación lineal para la resolución del problema que Eisemann describió como de recorte de patrones (the cutting-stock problem) para satisfacer el recorte de pedidos en la industria del papel. El enunciado que resuelven es el siguiente: Se dispone de una colección de instancias de regiones unidimensionales sobre las que se quiere recortar una colección de instancias de piezas unidimensionales de diferentes tamaños. Se trata de que las pérdidas de material sean mínimas. En un trabajo posterior [GIL,63], utilizando la misma metodología, los mismos autores atacaron una versión extendida del mismo problema relacionada con consideraciones de aplicación práctica. Los cambios en la formulación introducidos son: limitación del número de cuchillas, empleo de varias máquinas cortadoras e introducción de una función objetivo racional cuando los pedidos no son por cantidades absolutas sino según proporciones entre las cantidades de las distintas piezas. Se aborda, pues, el caso unidimensional, con piezas diferentes y cantidad preestablecida de instancias de cada pieza.

Más tarde [GIL,65], se plantean el corte de piezas rectangulares en una región rectangular también y tratan mediante programación lineal el problema con la restricción de corte con guillotina.

En 1967 [GIL,67], caracterizan las funciones mochila (knapsack) y definen los problemas de la mochila (knapsack problems) en su forma más general como el problema de cortar una porción del espacio en partes de diferentes valores tal que

## Introducción

La forma de cortar proporcione el valor más elevado. Definen una función knapsack  $G$  bidimensional para el problema del recorte de patrones bidimensional (cutting stock problem) como sigue:

Dados rectángulos de dimensiones positivas  $(l_i, w_i)$   $i = 1, \dots, m$  que tienen asociados valores no negativos  $\Pi_1, \dots, \Pi_m$ , entonces  $G(x, y)$  es el máximo de  $\Pi_1 Z_1 + \dots + \Pi_m Z_m$  donde  $Z_1, \dots, Z_m$  son enteros no negativos tales que existe una forma de dividir un rectángulo  $(x, y)$  en  $Z_i$  rectángulos  $(l_i, w_i)$   $i = 1, \dots, m$ .

Proponen algoritmos para computación de las funciones knapsack basados en programación dinámica modificada. Tratan, pues, el caso bidimensional con piezas rectangulares y región rectangular.

Haims [HAI,66] trata el cierre (circunscripción) de formas irregulares dentro de módulos rectangulares y a continuación resuelve el empaquetamiento posterior de dichos módulos rectangulares. El problema se propone como uno de optimización con la función objetivo expresada en términos de demandas y valores. Utiliza programación dinámica para colocar los módulos rectangulares. El método no ha sido aplicado en problemas prácticos. Se aborda, pues, el caso bidimensional, con piezas diferentes y cantidad preestablecida de instancias de cada pieza; las cuales se aproximan mediante rectángulos.

Art [ART,67] hizo uso del concepto de envoltura (lugar de los puntos trazados por la referencia asociada con cada pieza cuando ésta se desplaza recorriendo el contorno de otra pieza) para garantizar la condición de no solapamiento entre los lados de diferentes polígonos. Las piezas cóncavas se aproximan mediante una representación convexa cuya colocación se basa en un proceso de selección heurístico en que se persigue la mínima pérdida probable. El algoritmo fue probado solamente con piezas de pocos lados y con orientación fija. Se trata del caso bidimensional, con piezas diferentes y sin restricciones de cantidad de piezas de cada clase. No se soportan giros y se hace aproximación mediante formas poligonales convexas.

Gurel [GUR,68] intentó solucionar el problema del corte utilizando la teoría de conjuntos y grafos. Las piezas se consideran conjuntos cerrados de puntos y la pérdida como un conjunto abierto de puntos. El objetivo es que la pérdida sea



## Introducción

mínima. El empaquetamiento se basa en que el número de contactos entre lados sea lo más elevado posible. El mismo autor [GUR,69] propone posteriormente un marcado de superficies mediante establecimiento de discos con la intención de minimizar la pérdida entre cada dos piezas. Se trata del caso bidimensional, con piezas diferentes y sin restricciones de cantidad de piezas de cada clase. No se soportan giros y se hace aproximación mediante formas poligonales convexas.

Adamowicz [ADA,69] propone una solución que supone una fase matemática y otra geométrica. La primera concierne a la localización de una solución que satisfaga todas las restricciones lineales usando para la optimización el método simplex. La fase geométrica corresponde a determinar si la solución de la fase matemática puede satisfacer todas las restricciones geométricas. En caso contrario se añaden nuevas restricciones lineales y se repite la fase matemática. No se conocen resultados.

Más tarde, en un trabajo de Adamowicz y Albano [ADA,76] se trata el problema del anidamiento de piezas bidimensionales en regiones rectangulares para el caso de la industria naviera y se propone un algoritmo en dos pasos:

- Empaquetado en módulos rectangulares de varias piezas bidimensionales. Se soportan giros de  $180^\circ$  y se rellena huecos con piezas pequeñas.
- Empaquetado de los módulos rectangulares en la región rectangular.

Se considera la restricción de producción exacta del pedido y se justifican buenos resultados si la gama de tamaños de las piezas es amplia.

En otra publicación, Albano [ALB,77] sugiere una aproximación automático-interactiva en la que se obtiene en primer lugar una solución heurística. El usuario decide si la propuesta es aceptable.

Albano y Sapuppo [ALB,80] proponen la transformación del problema de la colocación en una búsqueda heurística a través de un espacio de soluciones candidatas. La transición de un estado en la colocación a otro se basa en la función de evaluación. Es necesaria la estimación del camino con menor coste desde el estado actual al estado final. El coste de ir de un estado a otro es la pérdida producida por la colocación de una pieza. Estos autores utilizan el empaquetamiento de piezas para construir formas poligonales convexas que luego

## Introducción

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

serán objeto del posicionamiento.

Konopasek [KON,81] observó que las restricciones impuestas en la localización de figuras geométricas en el espacio pueden ser expresadas en términos de series de desigualdades. Algunas de las restricciones deben satisfacerse simultáneamente y otras alternativamente (productos y sumas lógicas). Las funciones lógicas se reemplazan por sus analíticas equivalentes utilizando las funciones R, que permiten compactar las restricciones de no solapamiento dentro de una conjetura inicial factible. Es tan costosa como colocar todas las piezas en la posición óptima más próxima. La formulación fue probada solamente en un problema muy simple. Partiendo de la aproximación desde la programación lineal, Konopasek formuló el problema del empaquetado bidimensional como un problema de programación lineal mixto cero-uno. Las condiciones para no intersección entre lados correspondientes a diferentes piezas se generan mediante las funciones D, que expresan la relación posicional de un punto y un segmento lineal. La formulación no fue probada.

Dori y Ben-Bassat [DOR,83] presentan e ilustran un método para circunscribir óptimamente polígonos convexos mediante otros polígonos de menor número de lados con el objetivo de que dicho algoritmo pueda servir como módulo de métodos orientados a resolver problemas de coberturas y de semicoberturas. Aparte del interés de la optimalidad, no se hace referencia a heurística alguna de posicionamiento de las aproximaciones poligonales de los patrones.

Mahadevan [MAH,84] establece las condiciones de no intersección y no solapamiento entre polígonos en dos etapas. La primera etapa define las condiciones necesarias y suficientes para la intersección de dos lados usando las funciones D propuestas por Konopasek. El concepto de función D se extiende para abarcar completamente las condiciones de solapamiento y contacto de lados. En la segunda etapa, las funciones D se utilizan para la generación de la envoltura que se utiliza para establecer las condiciones de no intersección y no solapamiento de dos polígonos.

Beasley [BEA,85] trata el caso de piezas rectangulares sobre una región rectangular semi-infinita. Desarrolla una formulación de programación entera cero-uno basada en relajación lagrangiana para podar el árbol de búsqueda. Los lados de las piezas se consideran paralelos a los de la región.

## Introducción

Dagli y Tatoglu [DAG,87] proponen una heurística basada en las formas de los patrones. Establecen la siguiente formulación para cualquier problema de asignación bidimensional de patrones rectangulares y/o irregulares a regiones rectangulares de grandes dimensiones: Minimizar la pérdida total o maximizar el número de patrones colocados atendiendo a las siguientes restricciones:

- Los patrones deben estar contenidos completamente dentro de la región.
- No debe haber solapamiento entre patrones.
- Algunos patrones pueden tener que colocarse en determinados lugares de la región (industria del calzado).
- Algunos patrones pueden tener que colocarse en determinadas orientaciones (industria de la confección).
- Debe existir tolerancia en el cortado.
- Otras posibles restricciones especiales.

Inciden en que las soluciones que se proponen se refieren a subclases de problemas de asignación bidimensional y tratan el caso multi-región. Proponen un algoritmo en dos etapas para colocación de patrones irregulares. En la primera, los patrones se colocan inicialmente mediante programación matemática. En la segunda etapa se afina la colocación mediante algoritmos heurísticos. En primera aproximación se hacen colocaciones de representaciones rectangulares de los patrones, los cuales se dividen en retículas rectangulares. La segunda etapa utiliza criterios heurísticos de prioridad (máxima área, mínima área, F.C.F.S., etc.) Se toman las dos piezas de mayor prioridad y se determina su colocación relativa mediante el empaquetamiento lateral que proporcione el cerramiento rectangular mínimo; entonces se toma otro patrón candidato a ser colocado y se repite el proceso; y así sucesivamente. Los resultados muestran pérdidas notablemente inferiores al promedio de las obtenidas por la industria naviera local.

Martin y Stephenson [MAR,88] describen una familia de algoritmos para resolver una clase de problemas relacionados con introducir objetos en cajas. El problema inicial es: Dada una caja rectangular bidimensional y un polígono arbitrario, decir si el polígono cabe en la caja y si es así, posicionarlo (giro más traslación).

## Introducción

Wong y Liu [WON,89] presentan algoritmos para formar semicoberturas de regiones rectangulares mediante regiones rectangulares o en forma de "L". Utilizan "simulated annealing".

Amaral, Bernardo y Jorge [AMA,90] describen un algoritmo para posicionamiento interactivo y otro totalmente automático basados en el deslizamiento de las piezas. Definen un patrón como un polígono simplemente conectado, cóncavo o convexo y suponen la región rectangular. Para incrementar la velocidad de cálculo del solapamiento entre dos patrones, primero sustituyen el polígono por su rectángulo circundante, que definen como el menor rectángulo de lados paralelos a los de la región, que incluye al polígono. El solapamiento entre rectángulos circundantes no garantiza el solapamiento entre los polígonos. Utilizan las funciones D de Konopasek. Establecen que el algoritmo de deslizamiento desarrollado garantiza la mínima pérdida pero en realidad se refieren al mínimo resto entre polígonos.

El algoritmo de posicionamiento automático consiste en repetir para todos los patrones los siguientes pasos:

- Elegir la siguiente pieza a colocar.
- Calcular el vector de deslizamiento.

La selección de la siguiente pieza a colocar utiliza una estrategia global que trata de colocar las piezas en orden decreciente de área; similarmente a como lo hace un experto humano. Las zonas de colocación pueden ser definidas como áreas rectangulares de máxima altura, las cuales se extienden hasta el infinito por la derecha. Para minimizar las pérdidas, cuando se inicia la lista de patrones y antes de empezar el proceso de colocación, las piezas de posición irregular en la lista se giran 180°. Proponen el uso de la técnica de polígonos no encajados (no-fit polygon) de Adamowicz y Albano como alternativa de empaquetamiento. Al hablar de resultados concluyen que se pueden reducir las pérdidas utilizando las siguientes modificaciones:

- Agrupamiento de más de dos piezas.
- Simplificación de los polígonos, para reducir los costes computacionales.
- Semicobertura en dos etapas: en la primera etapa, colocar sólo las piezas más

## Introducción

grandes y las pequeñas que quepan en oquedades entre piezas grandes y en la segunda etapa, rellenar los huecos restantes que sea posible.

Finalmente, concluyen que se encuentran los mejores resultados para piezas de dimensiones similares.

Rizo [RIZ,91] se plantea el problema de recorte de patrones sobre piel en la industria del calzado; respecto de lo cual razona que, consecuencia de que un zapato constituye una superficie en volumen obtenida a partir de piezas recortadas de una superficie plana, no cabe esperar que los contornos de las piezas puedan adquirir formas poligonales regulares y sencillas sino que, en general, se tratará de formas cóncavo-convexas. Por su parte, la región sobre la que efectuar el corte, la piel curtida de un animal, será también de contorno cóncavo-convexo y de forma y tamaño no estándares. Resuelve una simplificación del problema general que consiste en buscar una semicobertura homogénea (sobre la región se posicionan instancias de la misma pieza que difieren en la posición o en la orientación). De hecho, es la primera vez que se trata el problema considerando el giro de las piezas un ángulo cualquiera (algunos trabajos previos proponen giros de  $1/2$  o  $1/4$  de vuelta). Desarrolla el modelo de representación radial para aproximación poligonal de los contornos de pieza y región que consiste en sustituir el contorno de una región o pieza por un polígono cuyos vértices se encuentran en direcciones radiales equi-angulamente separadas y preestablecidas, que parten del centroide de la región o pieza. Para las piezas se utiliza representación radial externa y para la región, representación radial interna.

El modelo radial sirve como base para el desarrollo de heurísticas de posicionamiento basadas en razonamiento geométrico que tienen que ver con el establecimiento de funciones objetivo que persiguen que cada posicionamiento consuma el menor área posible o por distancia entre centroides de instancias de pieza y de región. Consecuencia de ello es que se desarrollan cuatro algoritmos:

- Posicionamiento por compactación. Las piezas se colocan sucesivamente desde el centroide de la región hacia el exterior según una de dos variantes: mínima distancia entre centroides y ocupación de área mínima [RIZ,93a].
- Posicionamiento en frontera. Las piezas se colocan sucesivamente desde el contorno de la región hacia el centroide, proponiendo de nuevo las dos

## Introducción

alternativas anteriores: máxima distancia entre centroides y ocupación de área mínima [RIZ,92].

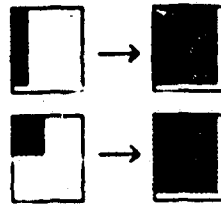
Obtiene como conclusión que el posicionamiento en frontera con criterio de ocupación de área mínima proporciona los mejores resultados.

Ismail y Hon [ISM,92] discuten dos propuestas para emparejamiento automático de patrones bidimensionales. Definen el problema como un subconjunto del problema cutting-stock bidimensional. Tratan formas cóncavo-convexas y utilizan una retícula rectangular para representación de los patrones. En la primera solución, hacen uso de la propuesta de inscripción en rectángulos óptimos de Dori y Ben-Bassat. Proponen rotaciones de  $90^\circ$  y simetría axial (reflexiones especulares) sobre los ejes de coordenadas. Definen unas estructuras de datos (edge arrays) que representan el contorno del patrón según se ve desde los cuatro lados de la rejilla. Para cada lado, el edge array contiene el número de celdillas vacías adyacentes en cada fila o columna. El algoritmo basado en detección de bordes desplaza dos patrones enfrentados hasta colisión. No considera los agujeros ni detalles de la forma en el interior de concavidades. En la segunda propuesta utilizan un algoritmo genético del que aseguran que proporciona buenos resultados incluso con concavidades y formas muy complicadas pero es muy difícil sintonizar sus parámetros; en concreto hay que ser sumamente cuidadosos en la selección de la función objetivo y en los factores de penalización para solapamiento y el sistema de codificación utilizado.

Poshyanonda, Bahrami y Dagli [POS,92] tratan el problema del anidamiento bidimensional mediante un sistema híbrido (basado en el empleo de reglas heurísticas y de métodos de optimización) para empaquetamiento de patrones rectangulares. El método consta básicamente de tres módulos:

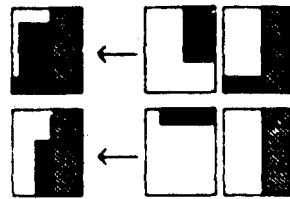
- **Preprocesador:** Genera patrones más complejos por duplicación de los patrones de entrada considerando las restricciones de no solapamiento entre instancias y de inclusión completa en la región a recubrir. Se trata de un algoritmo convencional.

## Introducción



### Ejemplos de patrones generados por el preprocesador

- **Rutina de empaquetamiento:** Una red neuronal tipo perceptrón con adiestramiento back-propagation, aprende las combinaciones de posicionamiento confeccionadas con el preprocesador. Se utiliza para inferir posibles configuraciones de empaquetamiento.



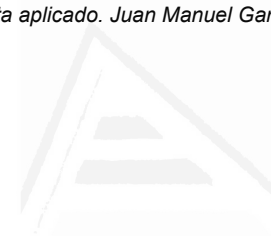
### Ejemplos de conjuntos de adiestramiento

- **Postprocesador:** Un algoritmo convencional desplaza la propuesta de posicionamiento para minimizar las pérdidas.

Se muestran resultados hasta con dos tipos de piezas.

Coffman y Shor [COF,93] hacen un análisis probabilístico del problema del empaquetamiento de rectángulos en una banda semi-infinita con la restricción de que los lados de los rectángulos sean paralelos a los de la banda. Proponen un algoritmo de apilamiento con razonamiento basado en las dimensiones relativas entre los rectángulos y la banda. Se refieren también a algoritmos por nivel propuestos por uno de los autores y sus colaboradores y centran su trabajo en el estudio de costes de tales algoritmos. En un apartado dedicado a problemas relacionados, se refieren al empaquetamiento dinámico y al bidimensional de rectángulos en una superficie rectangular limitada. Especulan con la extensión de algoritmos para la banda al caso de la región y expresamente se refieren a que dejan abierto el análisis asintótico del problema porque es muy difícil.

Tanemura [TAN,93] considera aspectos estadísticos del empaquetamiento y trata de establecer referencias tipo que permitan evaluar la bondad de criterios de



### Introducción

empaquetamiento más realistas. Reconoce la dificultad del problema y se refiere al caso simple de semicobertura de regiones ilimitadas. Define la densidad de empaquetamiento como:

$$\rho = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{N}{|B|}$$

siendo:  $N$ , el número de objetos que se espera empaquetar y  $B$ , la superficie de la región objeto de la semicobertura. Proporciona los siguientes resultados:

- Empaquetamiento secuencial aleatorio de cuadrados homotéticos:  $\rho = 0'5644$
- Empaquetamiento secuencial aleatorio de cuadrados:  $\rho = 0'34$



## Introducción

### Estado actual y problemas abiertos

Inicialmente se acuña el problema del recorte de patrones (cutting-stock problem) y más tarde Adamowicz prefiere referirse al anidamiento de patrones quizá para superar la imposición de rectangularidad de las piezas y de algunas imposiciones derivadas de determinados dispositivos de corte. Rizo acuña el término semicobertura con ánimo de ser más coherente con la terminología utilizada en topología al tiempo que en el propio término pretende expresar el caso más general de la consideración morfológica de la región; idea que no se transmite con el término empaquetamiento utilizado por Saaty y Alexander [SAA,75] para el mismo concepto.

En los 80 aumenta notablemente la producción científica y tecnológica alrededor del problema de las semicoberturas impulsada por el avance tecnológico de los procesos manufactureros, la mejora en prestaciones de los equipos informáticos y el desarrollo de nuevos formalismos. Gran cantidad de la literatura publicada sobre el empaquetamiento de patrones se refiere a la descripción de métodos para satisfacer las restricciones de no solapamiento. La mayoría de propuestas se basan fundamentalmente en algoritmos de optimización y en reglas heurísticas para reducir el espacio de búsqueda, que se requieren según el modelo de optimización y son numerosos los casos en que el experto humano incorpora la heurística de posicionamiento basándose en la intuición y en la experiencia. De hecho, los trabajos más avanzados son, como es de prever, algunos de los desarrollados más recientemente (los de Rizo y los de Amaral, Bernardo y Jorge). En los casos de posicionamiento automático, las restricciones limitan la aplicabilidad de los métodos.

Se observa escasa o nula profundización en los siguientes aspectos del problema:

- Giro de las piezas y escalado de las mismas
- Zonas de posicionamiento genéricas (cóncavo-convexas). Respecto de esta consideración, los casos que imponen la restricción de rectangularidad de la región incorporan implícitamente la base para determinar los criterios de posicionamiento.
- Criterios de optimización basados en consideraciones morfológicas

## Introducción

(posicionamiento en frontera, aproximación por parecido entre contornos, etc.)

- Criterios de optimización basados en el comportamiento del experto humano. En definitiva, captar y reflejar la estrategia del especialista en posicionamiento manual.

En los últimos años, algunos autores incorporan las metodologías más novedosas de inteligencia artificial.

Desde el grupo de investigación de Informática Industrial del Departamento de Tecnología Informática y Computación ya ha sido abordado en profundidad el problema de las semicoberturas en la tesis doctoral titulada "Semicoberturas homogéneas de regiones bidimensionales" [RIZ,91] y en ella se plantean como líneas de trabajo futuro las que aborden los siguientes aspectos:

- 1 Aplicación de otros modelos de computación, que permitan una representación más ajustada al perfil.
- 2 Mayor énfasis en la morfología de los elementos.
- 3 Distribución anisotrópica de las propiedades de la zona, clasificando las zonas por calidades.
- 4 Heterogeneidad y huecos. De tal manera que se reutilicen los huecos creados. Para ello, las representaciones basadas en el barrido del plano pueden ser buenas candidatas.
- 5 Uso amplio del paralelismo en la resolución. Un buen candidato lo constituye el modelo conexinista.
- 6 Sistemas completos. Deberán realizar la captación de imagen, análisis de ésta, posicionamiento y control de útiles.

De dichas directrices, el presente trabajo aborda las propuestas de los apartados 1, 2, 4 y 5; que, en resumen, vienen a constituir un nivel más de profundización en este problema que podemos calificar como clásico. Es decir, se ha profundizado en los siguientes aspectos:

- Consideración estricta del perfil tanto en lo que se refiere a su representación

## **Introducción**

como a las consideraciones morfológicas que afectan al posicionamiento.

- **Tratamiento del caso heterogéneo.**
- **Empleo de metodologías intrínsecamente paralelas (modelado conexionista) en todos los pasos de resolución del problema.**
- **Incorporación de criterios de posicionamiento basados en las características de inferencia de las redes neuronales.**

## Introducción

### Formulación del problema de las semicoberturas heterogéneas de regiones bidimensionales, objetivos y propuesta de resolución

En este apartado se modeliza la familia de problemas Semicoberturas Heterogéneas Óptimas de Regiones Bidimensionales. Para ello, se definen los siguientes conceptos:

#### Empaquetamiento:

La definición de empaquetamiento (semicobertura), de acuerdo con Saaty y Alexander [SAA,75] es como sigue: Una colección de conjuntos  $\{S_i\}$   $i = 1, \dots, n$  forma un empaquetamiento (semicobertura) dentro del conjunto  $S$  si  $\forall i, j = 1, \dots, n$ , se verifica:

- Ningún par de conjuntos tiene elementos comunes:

$$S_i \cap S_j = \emptyset \quad \forall i \neq j \text{ y} \quad (\text{L.1})$$

- Cada elemento de  $S_i$  es un elemento de  $S$ :

$$\cup S_i \subset S \quad (\text{L.2})$$

#### Región bidimensional (pieza plana):

Sea  $\mathcal{K}^2$  una representación reticular rectangular plana de  $\mathcal{R}^2$  (Sus elementos se llamarán puntos, celdillas o pixels). Una región bidimensional es un conjunto de puntos en  $\mathcal{K}^2$  que cumplen una propiedad  $Q$  que se denominará característica de la región.

Sea  $PP$  una región bidimensional discreta caracterizada por  $Q$ , entonces:

$$PP = \{ \kappa \in \mathcal{K}^2 / \kappa \text{ cumple } Q \} \quad (\text{L.3})$$

## Introducción

### Instancia de pieza plana:

Dada una pieza plana  $PP$ , se denomina instancia de la pieza plana  $PP$  y se denota  $IPP$ , a cualquier pieza plana obtenida por transformación (traslación, rotación o ambas) de la pieza plana  $PP$ . Si  $G$  es una matriz de giro:

$$IPP = \{ \kappa' / \kappa' = \kappa G + \kappa, \quad \forall \kappa \in PP \} \quad (L4)$$

En lo sucesivo y referente a las semicoberturas, se llamará región a la región bidimensional objeto de la semicobertura y piezas a las regiones bidimensionales o a sus instancias mediante las cuales se hace la semicobertura.

### Inclusión de pieza plana:

Dadas una región  $PP^0$  y una pieza  $PP^1$ , se dice que  $PP^1$  está contenida en  $PP^0$  si y sólo si existe al menos una instancia de  $PP^1$  tal que todos sus elementos pertenezcan a  $PP^0$ :

$$PP^1 \subset PP^0 \leftrightarrow \exists IPP^1 / \forall \kappa \in IPP^1 \rightarrow \kappa \in PP^0 \quad (L5)$$

### Semicobertura homogénea:

Dadas una región  $PP^0$  y una pieza  $PP^1$ , se llama semicobertura homogénea  $SCH_{\{PP^1\}}(PP^0)$  de la región  $PP^0$  mediante  $PP^1$  a cualquier conjunto de instancias de  $PP^1$ ,  $\{IPP^1_i \quad \forall i = 1, \dots, n\}$  tal que dados dos elementos cualesquiera se cumple:

- Están contenidas en  $PP^0$

$$IPP^1_i \subset PP^0 \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (L6)$$

- Son instancias disjuntas entre sí

$$IPP^1_i \cap IPP^1_j = \emptyset \quad \forall i, j = 1, \dots, n \quad i \neq j \quad (L7)$$

## Introducción

Es decir, a un empaquetamiento formado por instancias de  $PP^1$

### Semicobertura homogénea óptima:

Una semicobertura homogénea  $SCH_{\{PP^1\}}^1(PP^0)$  de la región  $PP^0$  mediante la pieza  $PP^1$  se dice óptima si no hay otra semicobertura de las  $m$  que se puedan formar de la misma región mediante la misma pieza cuyo cardinal sea mayor.

$$SCH_{\{PP^1\}}^1(PP^0) \in SCHO_{\{PP^1\}}(PP^0) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow \text{card}(SCH_{\{PP^1\}}^1(PP^0)) \geq \text{card}(SCH_{\{PP^1\}}^j(PP^0)) \quad \forall j = 1, \dots, m \quad (L8)$$

El conjunto de semicoberturas homogéneas óptimas de  $PP^0$  mediante  $PP^1$  se denota

$$SCHO_{\{PP^1\}}(PP^0) \quad (L9)$$

### Semicobertura heterogénea:

Dados una región  $PP^0$  y un conjunto de piezas  $P = \{PP^1, PP^2, \dots, PP^n\}$ , se llama semicobertura heterogénea o, simplemente semicobertura  $SC_P(PP^0)$  de la región  $PP^0$  mediante las piezas del conjunto  $P$  a cualquier conjunto de instancias  $\{IPP_i^k \quad \forall i = 1, \dots, n, \quad \forall k = 1, \dots, m_k\}$  de las piezas de  $P$  tal que dados dos elementos cualesquiera, se cumple:

- Están contenidas en  $PP^0$

$$IPP_i^k \subset PP^0 \quad \forall k, i \quad (L10)$$

- Son instancias disjuntas entre sí

## Introducción

$$IPP_i^k \cap IPP_j^l = \emptyset \quad (L11)$$

$$\forall IPP_i^k, IPP_j^l \in SC_p(PP^0) / (k \neq l \quad \forall i, j) \vee (i \neq j \quad \forall k, l / k = l)$$

Es decir, a un empaquetamiento formado por instancias de piezas de  $P$ .

**Semicobertura heterogénea óptima:**

Una semicobertura heterogénea  $SC_p^k(PP^0)$  de la región  $PP^0$  mediante las piezas del conjunto  $P = \{PP^1, PP^2, \dots, PP^n\}$  se dice óptima si no hay otra semicobertura de la misma región mediante el mismo conjunto de piezas que verifique que la cantidad de puntos que pertenecen simultáneamente a  $PP^0$  y algún elemento de  $P$  es mayor.

$$\begin{aligned} SC_p^k(PP^0) \in SCO_p(PP^0) &\leftrightarrow \\ &\leftrightarrow \text{card}(\kappa / \kappa \in \cup IPP_m^k \quad \forall k, m) \geq \\ &\geq \text{card}(\chi / \chi \in \cup IPP_l^l \quad \forall l, n) \end{aligned} \quad (L12)$$

El conjunto de semicoberturas heterogéneas óptimas de  $PP^0$  mediante las piezas de  $P$  se denota  $SCO_p(PP^0)$

Nótese que esta formulación no impone restricciones a la cantidad de instancias tomadas de cada pieza ni limitaciones de tipo morfológico.

Se persigue como objetivo general la obtención de una semicobertura heterogénea óptima de una región dada mediante las piezas de un conjunto dado. Por tratarse de un problema NP-Completo [MEA,80], no será posible encontrar la mejor solución, al menos razonablemente y, en consecuencia, los esfuerzos se orientan hacia la obtención de heurísticas que permitan encontrar soluciones aceptables en términos de obtener el máximo de puntos de la región cubiertos mediante instancias de las piezas. Aún con esta consideración, el problema sigue estando ampliamente abierto y será al plantear su aplicación a alguna situación concreta

## Introducción

cuando adquiriera sentido considerar restricciones adicionales que simplifiquen la búsqueda de posibles soluciones. Lejos de buscar particularizaciones, la investigación se dirige a la obtención de métodos de resolución:

- Consistentes con cualquiera que sea la forma de las piezas y de la región; lo que en el caso límite conduce al tratamiento incluso de conjuntos de puntos aislados; planteamiento no abordado hasta el presente por la elevada complejidad de los métodos geométricos desarrollados para tratar los conjuntos de puntos [PRE,85] [EDE,87].
- Carentes de restricciones derivadas de posibles orientaciones, zonas de posicionamiento preferente para determinadas piezas o proporcionalidad en el número de instancias de piezas de cada clase y otras; limitaciones estas que, si bien pueden tener sentido en supuestos prácticos concretos, su consideración en la formulación del problema podría conducir a soluciones específicas. Por contra, se trata de proponer soluciones suficientemente generales, a las que se pueda incorporar adicionalmente restricciones como las señaladas.
- Aplicables a dominios  $n$ -dimensionales. En todo momento se hará referencia exclusiva al caso bidimensional; no obstante, se tendrá cuidado de no hacer uso de consideraciones que impidan la generalización a espacios de otras dimensiones.
- Con concepción paralelizable a fin de poder sacar partido de las ventajas de este tipo de procesamiento.

Se propone estrategia voraz como esquema general y se hace uso del modelado conexinista para resolver cada una de las etapas en que, según qué algoritmo, se descompone cada prueba de posicionamiento. De esta forma, se puede explotar de las redes neuronales:

- Su naturaleza paralela.
- La adecuación para operar sobre datos de gran volumen.
- La posibilidad de extraer heurísticas a partir de datos representados como retículas rectangulares, sin necesidad de procesamiento previo o siendo éste de escasa consideración.



## Introducción

- La incorporación de heurísticas basadas en las prestaciones clasificatorias e inferenciales del modelado conexionista.

Así, en el algoritmo más elaborado de los que se proponen, el problema se ha dividido en:

- Consideración de las características generales de la región. Una red MAON selecciona la zona de la región en mejor concordancia con el criterio que se haya establecido de progresión del posicionamiento, como zona candidata. El hecho de que esta etapa sea todavía de consideración de aspectos globales permite operar sobre representaciones aproximadas (en baja definición) de los objetos y, en consecuencia, independizar considerablemente el coste de resolución del tamaño de los datos.
- Orientación de la pieza en consonancia con la forma del contorno de la región en la zona seleccionada como candidata de posicionamiento. Se hace uso de la capacidad de las RHI para inferir a partir de unas cuantas componentes discriminantes de los patrones, que en este caso son las posibles orientaciones de las piezas.
- Posicionamiento definitivo de la pieza en la zona de ensayo por deslizamiento hasta el contorno de esa parte de la región mediante una MAON.

Globalmente, el efecto es el de posicionar piezas lo más próximo posible al contorno de la región y con orientación tal que los fragmentos enfrentados de los contornos de pieza y región sean parecidos a fin de que la superficie entre ambos (supuesto desaprovechamiento) se minimice.

## Introducción

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### **Acerca del modelado conexionista**

Las redes neuronales artificiales constituyen un modelo conceptual que tradicionalmente venía despertando más expectativas que aportaciones de interés; si bien, en los últimos años la situación ha cambiado dramáticamente debido a una formalización creciente frente a los planteamientos empíricos iniciales y a la puesta a punto de sistemas basados en redes neuronales con capacidad de desarrollar tareas prácticas. Un buen referente de la intensa producción científica y tecnológica y de su creciente desarrollo puede extraerse de algunos datos sueltos: La sociedad IEEE organizó el primer congreso sobre redes neuronales en 1987, IJCNN'87, en el que se presentaron 200 ponencias y consecuencia de cuya continuidad, se vienen celebrando dos conferencias anuales con presentación de unos 500 trabajos en cada una de ellas. En Marzo de 1990 apareció el primer número de la publicación IEEE Transactions on Neural Networks. Al primer congreso internacional organizado en Europa sobre esta materia, ICANN-91, se presentaron unos 340 trabajos [KOH,91]. En la actualidad se cuentan por decenas las publicaciones, jornadas de trabajo, conferencias y sociedades que, con carácter monográfico, se ocupan de las redes neuronales artificiales; ello con independencia de que en cualquier publicación o conferencia relacionada con inteligencia artificial cabe encontrar secciones dedicadas a esta rama en particular.

Tan notable proliferación de trabajo en esta línea encuentra su justificación en la interdisciplinariedad de uso de que es susceptible el modelado conexionista; no obstante y por sintetizar, vale decir que campos típicos de aplicación son: reconocimiento de patrones, procesamiento de señal, visión artificial, robótica y control, comercio e industria, etc.. En un nivel más teórico, los esfuerzos se centran, a grandes rasgos, en la puesta a punto de nuevos algoritmos y refinamiento de otros ya existentes; tanto a nivel formal como de su desarrollo software y de su instrumentación hardware, ya sea con las tecnologías existentes o con otras de tipo óptico.

Son varios los modelos de redes neuronales propuestos, al respecto de lo cual, se observa gran coincidencia en los criterios para su clasificación por parte de diferentes autores, de los que vienen a ser representativas las propuestas de Lippmann [LIP,87] y de Zurada [ZUR,92] y, como es natural, unos modelos se adecuarán mejor que otros a los requerimientos de problemas concretos. En el



## Introducción

trabajo objeto de esta memoria se está especialmente interesado en cubrir a satisfacción las siguientes restricciones:

- Obtener estrictamente, sin distorsión, algún o algunos de los patrones de un conjunto dado, como forma de evitar posteriores filtrados después de las operaciones de clasificación o de inferencia en que se basará el posicionamiento de piezas sobre la región objeto de la semicobertura.
- Capacidad de inferencia suficiente para obtener respuestas aceptables (la forma de las piezas utilizadas como patrones de adiestramiento) a partir de patrones incógnita muy diferentes de los utilizados en la fase de adiestramiento (la forma de la zona de la región donde se vaya a ensayar el posicionamiento).
- Posibilidad de adiestramiento suficientemente rápido para poder ser efectuado incluso en tiempo de ejecución.

La relación de los modelos más representativos de redes neuronales que sigue es meramente descriptiva:

### - **Perceptrón.**

Pionero de la metodología [ROS,58], basa su potencia clasificatoria en la adquisición de valores de los pesos de conexión mediante técnicas de aproximación numérica en función de los datos de adiestramiento. Por ello, su medida de calidad está relacionada más con la bondad del algoritmo de adiestramiento sobre el que se soporta que sobre la propia arquitectura del sistema. De entre los muchos algoritmos de adiestramiento que se han propuesto y de las numerosas variantes a los mismos, las basadas en backpropagation [RUM,86] son las más utilizadas. El proceso de organización interna es complejo y tiene una componente de arbitrariedad que dirige su uso a nivel de modelización empírica a partir de experiencia previa más que para modelado a partir de los parámetros del sistema.

### - **Redes de Hopfield.**

Se trata de un modelo de memoria autoasociativa [HOP,82] [HOP,84] [SRE,90] que consta de una sola capa de elementos de procesamiento con interconexión mutua entre todos ellos excepto consigo mismo; de manera que la

## Introducción

matriz de pesos es simétrica y con valor cero en los elementos de la diagonal principal (de esta forma se garantiza la convergencia). Conceptualmente, constituye un modelo muy atractivo, a lo que seguramente debe mucho de su popularidad; ya que por lo demás, su capacidad de almacenamiento es muy reducida, así como tiene otros inconvenientes relacionadas con respuestas espúreas en caso de sobrecarga o de que los patrones de adiestramiento sean muy parecidos; e incluso relacionadas con su propia naturaleza, por lo que almacena los patrones complementarios de los utilizados en adiestramiento.

### - O.L.A.M.

Kohonen propone un sistema capaz de proporcionar respuesta óptima [KOH,88] basándose en la resolución del sistema de ecuaciones que plantea la correlación entre los patrones de entrada y los de salida. El modelo conceptual tiene interés; sin embargo, las respuestas que se obtienen pueden estar muy lejos de ser las deseables.

### B.A.M.

Es uno de los modelos de memoria heteroasociativa sobre los que más desarrollo posterior se ha producido a pesar de su relativa novedad [KOS,87a] [KOS,87b] [KOS,88]. Consta de dos capas de elementos de procesamiento, cada una de ellas destinada a entrada y salida y una matriz de pesos que expresa las correlaciones hebbianas entre todas las parejas de adiestramiento. En reconocimiento itera operando sobre la matriz de pesos y sus traspuesta hasta que se produce estabilización de la salida, que está garantizada; si bien no necesariamente atendiendo a criterios de similitud de los deseables. La capacidad de almacenamiento tiene limitaciones relacionadas con los tamaños de los patrones de adiestramiento. El interés de este modelo es sobre todo conceptual y, de hecho, ha sido objeto de intensa evolución que ha conducido a variantes de interés práctico. Los modelos que se aportan en este trabajo de tesis arrancan de sendos planteamientos para adecuación de las BAM a fines concretos de utilización.

### - Redes de contrapropagación.

Se estructuran como un sistema híbrido formado por una capa autoorganizativa

## Introducción

de Kohonen seguida de una capa de Grossberg con adiestramiento basado en la regla "outstar" [HEC,87] [HEC,88] [WAS,89]. Se trata de un modelo con adiestramiento no supervisado cuyo mayor atractivo es su capacidad de agrupamiento de patrones parecidos (formación de clusters), lo que reporta ventajas de compresión de información.

### - A.R.T.

Asocia grupos de patrones a un representante constituido internamente [CAR,87a] [CAR,87b]. Si un nuevo patrón rebasa un umbral de parecido (vigilancia) con cada representante de clusters ya formados, se crea una nueva asociación; mientras que se adapta el representante del cluster correspondiente en caso de distar de él menos que el parámetro de vigilancia. De esta forma, se resuelve bien el dilema de la estabilidad de los patrones ya aprendidos frente a la plasticidad necesaria para crear nuevas categorías. Su pobre respuesta ante patrones distorsionados es el inconveniente más notable que presenta.

### - Neocognitrón.

Es una propuesta claramente inspirada en un modelo funcional del cortex visual biológico, con una arquitectura multicapa, cada una constituida por dos niveles con diferentes competencias de procesamiento. El conexionado puede a su vez ser excitador o inhibitorio [FUK,82] [FUK,91] [FUK,92]. En sucesivas capas se producen niveles de percepción cada vez más sofisticados, de manera que las primeras detectan rasgos elementales mientras que las siguientes se ocupan en conceptos más abstractos (independencia de posición, etc.). Se trata, en suma, de un sistema muy elaborado de visión. La extraordinaria complejidad de su estructura requiere de elevados recursos computacionales.

En términos generales, los sistemas conexionistas no garantizan la recuperación correcta cuando son los propios patrones que se utilizaron durante el adiestramiento los que hay que reconocer. Bien es cierto que unos modelos responden más adecuadamente que otros. Este tipo de deficiencias radica en apantallamientos que se producen al superponerse o comprimirse, en las estructuras de datos subyacentes al modelo neuronal, información relativa a más de un patrón de los de adiestramiento. Y esto ocurre prácticamente en todo el modelado existente. Desafortunadamente, los algoritmos de recuperación de la

## Introducción

información o de inferencia, no tienen potencia suficiente para resolver el inconveniente. Esto no es óbice para establecer sin reservas que el modelado conexionista está revelándose muy adecuado en la resolución de problemas extraídos del mundo real donde, de una forma u otra, pueda sacarse partido a las prestaciones inherentes al conexionismo, las cuales repercuten en:

- Mejoras en velocidad de respuesta, consecuencia de paralelización elevada, instrumentación hardware y fase de reconocimiento típicamente rápida.
- Tratabilidad de nuevos problemas o de otros no computables o muy complejos, mediante la incorporación de heurísticas novedosas inherentes al modelado y basadas en la capacidad inferencial de las redes neuronales.
- Robustez derivada de la tolerancia a fallos que intrínsecamente incorpora el almacenamiento distribuido de la información en los modelos conexionistas.

Obsérvese que el problema de las semicoberturas puede servir de muchas de estas prestaciones:

- En lo referente a velocidad de respuesta, se trata de un problema que habría que plantearse en términos de modelos de representación de los datos muy comprimidos pero eso puede requerir un pre-procesamiento no asumible o, alternativamente, se podría tratar de resolverlo con una metodología que opere sobre representaciones inmediatas, del tipo de imágenes digitalizadas en retículos rectangulares, por ejemplo; cual es el caso que se va a seguir.
- Para superar las primeras aproximaciones a la resolución del problema y poder abordar el caso general, la representación de los datos tiene que ser de suficiente detalle como para no poder evitar ser voluminosa, lo que va a imponer la necesidad de su tratamiento paralelo; si se quiere, por imposición práctica.
- La gran dificultad que entraña el problema de las semicoberturas aconseja el uso de heurísticas que introduzcan podas en el árbol de soluciones y, a tal fin, podrán utilizarse redes neuronales para modelar criterios de decisión basados en las consideraciones morfológicas de los objetos.

Se va, en consecuencia, a desarrollar dos modelos de redes neuronales: Redes Neuronales Heteroasociativas Incrementales (RHI) y Memorias Asociativas

## Introducción

OrtoNormalizadas (MAON) que se utilizarán combinadamente para proporcionar soluciones al problema de las semicoberturas pero cuyo ámbito de aplicación es más extenso.

El objetivo aplicado en este trabajo de tesis es el siguiente:

- Las RHI, se utilizarán para tomar decisiones sobre la orientación de las piezas durante el posicionamiento. Se hará uso de su potencia para responder con propuestas de orientación basada en la forma de porciones (fragmentos significativos) de la región a recubrir; porciones que se situarán en las inmediaciones del contorno de la región.
- Las MAON serán utilizadas con más de un propósito:
  - En su modo de respuesta múltiple se aprovechará su capacidad para obtener patrones de salida de los utilizados en el adiestramiento con el fin de filtrar las propuestas de orientación de las piezas que se obtengan con las RHI.
  - Para obtener propuestas aproximadas de zonas de la región donde ensayar el posicionamiento.
  - Para desplazamiento hasta contacto entre el contorno de la pieza seleccionada y el contorno de la zona de la región donde se esté ensayando el posicionamiento.

Las operaciones de búsqueda de zona de posicionamiento y de colocación definitiva utilizando el modelo MAON requieran establecer convenientemente el dominio de representación de los datos de manera que se modelen adecuadamente las consideraciones morfológicas de inclusión, parecido y proximidad entre fragmentos de contornos. Para ello, se introduce una definición funcional del concepto de distancia hamming en cualquier dominio binario, la cual sirve para determinar el dominio de representación de los datos de manera que las MAON puedan operar según se ha referido.

## Introducción

### **El recorte de piezas en algunas industrias manufactureras.**

Una versión de notable dificultad para el problema de las semicoberturas la proporciona la industria del calzado, en que, sin entrar en más detalles, se observa que intervienen factores como:

- Elevado coste del material base, lo que exige que el nivel de compactación sea elevado.
- Superficie (la piel) limitada irregularmente. En general, formas cóncavo-convexas.
- Formas diversas (cada una de las piezas que constituyen un zapato), de varios tamaños (tallas) y con notables concavidades y convexidades y, a veces, vaciados; siendo dichas formas no decidibles en función de optimización de empaquetamiento.
- Anisotropía superficial del material en alguno o varios de sus parámetros característicos de calidad (espesor, color, textura, resistencia mecánica).

Además de otras, en el ámbito geosocial de la Universidad de Alicante, la propia provincia, y con distribución aproximadamente comarcal, las industrias zapatera a lo largo de la Cuenca del Vinalopó, juguetera en la Foia de Castalla y textil en l'Alcoia, vienen a constituir, cada una en su comarca de implantación, la principal y, en muchos municipios, básica actividad productiva. Ello justifica per se la atención que es necesario prestar a estas actividades desde los diferentes estamentos involucrados; sin embargo, el devenir de los últimos años ha llevado a estas industrias a una situación crítica, con riesgo incluso de desaparición, lo que exige una decidida intensificación de esfuerzos para su resurgimiento. Una reflexión sobre la crisis actual en estas industrias sugiere que al tratarse de actividades manufactureras con elevados requerimientos de mano de obra especializada, los costes del producto elaborado son muy sensibles al nivel de los salarios, efecto que se ha hecho sentir con la incorporación del estado al mundo de los países avanzados.

En el informe titulado "La industria textil y de la confección" [PAR,88], pueden leerse algunos pasajes muy ilustrativos de los cuales, a continuación, se reseñan algunos:



## Introducción

"Elevado grado de concentración y especialización espacial. Las comarcas de la Vall d'Albaida y Els Valls d'Alcoi concentran en torno a la mitad de las empresas y del empleo sectorial, localizándose en la primera de ellas la industria mantera valenciana y en la segunda gran parte del subsector de textil-hogar. Otras comarcas relevantes por sus actividades textiles son: el Camp d'Elx (industria alfombrera), l'Horta, la Costera, la Plana de Castellón y la Vega Baja del Segura, predominando en todas ellas la industria de géneros de punto."

"Estructura de costes dominada por los relativos a materias primas y personal ..."

"... cabe señalar el marcado minifundismo imperante, ya que si el predominio de la pequeña empresa no es un problema esencial, su reducido poder de financiación se ha traducido en penuria inversora y obsolescencia tecnológica, aspectos que disminuyen su potencial competitivo y sitúan a estas empresas en un plano realmente preocupante de cara al futuro."

"En resumen, las perspectivas que se vislumbran para el sector textil y de la confección valenciana de cara a la próxima década de los noventa son poco halagüeñas en principio, dependiendo en buena parte de la actuación que se lleve a cabo en la que resta del presente decenio. Dicha actuación conllevará una intensificación del ritmo inversor a fin de dotar al sector de tecnología punta, diseño propio y de una estructura comercial competitiva."

En el informe titulado "Innovación y difusión tecnológica: El cambio en los paradigmas del desarrollo y la economía valenciana" [SWE,92], se señala:

"... desde el punto de vista de desarrollo económico y regional, existe un fuerte potencial empresarial, que se refleja en el gran número de empresas pequeñas en cada sector de la economía ... Las principales concentraciones son también aquellas en las que Valencia tiene un cociente alto de localización en España: la cerámica 2'21; textil 1'45; calzado 3'66; madera/muebles 1'73; joyería y juguetes 1'98; ... El significado de estos sectores en el contexto valenciano se ve reforzado por su significado en un contexto español."

En particular, el 87,6% de la industria zapatera valenciana se concentra en la cuenca del Vinalopó.

Algunos datos extraídos del citado informe son elocuentes:

## Introducción

En la tabla siguiente se observa deterioro generalizado de la actividad productiva que llega a ser extraordinariamente agudo en las empresas con mayor número de trabajadores.

Industria	año	Tamaño (empleados)				Total
		1-19	20-49	50-100	>100	
Textil	1981	5105	6244	3556	10348	25253
	1989	3698	5462	2676	7724	19560
Calzado	1981	7949	11043	5241	5399	29630
	1989	6982	8409	1609	1474	18474
Papel	1981	1070	1655	715	2285	5725
	1989	1124	1335	1401	1655	5515
Juguete	1981	814	1467	464	3341	6086
	1989	787	593	731	225	2336

## Empleo por tamaño y sector (extracto)

En el plano económico estatal, estas industrias destinan una parte importante de su producción a la exportación:

"... los sectores en los cuales se produce una concentración en Valencia son en su mayor parte aquellos que tienen buen comportamiento en exportación."

	Producción (a)		Exportación (b)		b/a	
	cantidad	rang.	cantidad	rang.	%	rang.
Textil, vestido y peletería	271760	3	57423	5	21.1	7
Calzado	138633	8	102139	2	73.7	2
Juguete	21262	14	16155	10	76	1

Valor de las exportaciones y producción bruta por principales sectores industriales  
(Millones de pesetas, 1989) (extracto)

Es claro que se impone la automatización de los procesos productivos y la optimización de métodos que posibiliten el ahorro de materia prima; quizá además de otras acciones; todo ello a fin de obtener mejoras en competitividad.

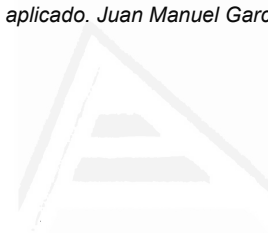


Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### **Introducción**

**Por otro lado, en este informe pueden leerse constantes referencias al papel que es necesario que juegue la Universidad como uno de los órganos decisivos para ayudar al reflatamiento de la industria en la Comunidad Valenciana.**

**El interés mercantil del problema del recorte de piezas es suficiente como para que algunas de sus soluciones se encuentren amparadas por patentes industriales; lo cual dificulta la obtención de información en lo que se refiere a métodos actualmente operantes. Afortunadamente, el interés científico que despiertan los problemas de esta naturaleza (ya sea el recorte de piezas en sí, o algunos de los aspectos que el problema plantea, como colisiones entre contornos, etc.) genera información de rigor suficiente.**



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **CAPITULO 1**

# **El Modelo de Redes Neuronales Heteroasociativas Incrementales (R.H.I.)**

## El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### 1 Introducción

En este capítulo se desarrolla un modelo de red neuronal que toma en consideración las componentes de los patrones que permiten discriminar a unos de otros y, a partir de dichas componentes, inferir, al menos parcialmente, el patrón asociado a uno dado. Surge esta necesidad al hacer consideraciones de giro en las piezas a posicionar en el problema de las semicoberturas ya que, para buscar una orientación idónea, al optar entre dos o más instancias de pieza giradas pero en la misma posición, la mayor parte de la imagen es constante y sólo cambian las porciones más características de la imagen, que pasan de estar en una posición a estar en otra. Otros modelos de redes neuronales que han sido estudiados [RUM,86] [HOP,84] [KOH,88] [KOS,88] [HEC,88] [CAR,87b] [FUK,82] recaen la responsabilidad clasificatoria entre todas las componentes y, en consecuencia, su aplicación a casos específicos como el de diferenciar entre dos orientaciones de una misma pieza no ofrece garantía de éxito ya que puede haber demasiado en común como para distinguir entre las distintas instancias giradas; por lo que estos modelos han sido descartados a tal fin. Consecuencia del estudio de modelos de memorias asociativas conexionistas y de las deficiencias encontradas en ellos para resolver el problema que se ha mencionado, resultan las RHI, acrónimo de **Redes neuronales Heteroasociativas Incrementales**.

El desarrollo de las RHI se ha efectuado razonando a partir de las memorias asociativas bidireccionales (BAM) con el objetivo de obtener mejores prestaciones, ya que estas últimas presentan una serie de limitaciones en capacidad de adiestramiento y en la posibilidad de reconocimiento que están relacionadas con los tamaños de los patrones y con las interdependencias que tengan unos patrones con otros.

Las memorias asociativas bidireccionales, desarrolladas por Bart Kosko [KOS,87b] [KOS,88] consisten básicamente en dos capas de elementos de procesamiento interconectados de forma que cada uno de los de una capa está conectado a todos los de la otra capa. Se sigue, por tanto, un conexionado bidireccional. Aún cuando se demuestra que la iteración en ambas direcciones lleva a una situación estable, ésta no tiene por qué ser una solución razonable y de hecho pueden producirse asociaciones "inesperadas" [KOS,92] ya que la red podría no reconocer ni siquiera los vectores para los que fue adiestrada.



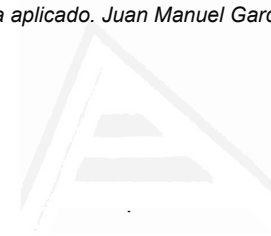
## Capítulo I

Las BAM presentan algunas limitaciones importantes:

- 1 No necesariamente se producen las asociaciones de pares que se pretende; al menos en el sentido en que Kohonen utiliza la expresión "asociación óptima". Ello puede ser debido a tres efectos:
  - El término de distorsión introducido por los demás vectores de adiestramiento [SMO,90].
  - La aplicación de la función escalón de cada neurona.
  - La fijación de valor inicial del vector a reconocer (recuérdese que si la respuesta para una componente es cero, en la función escalón propuesta anteriormente, entonces la componente de la salida no cambia y por tanto un valor inicial puede permanecer hasta la salida final).
- 2 Si se utiliza representación bipolar de los patrones, siempre que se adiestra con un par  $(A_i, B_i)$ , la red queda adiestrada con el par complementario  $(A_i^c, B_i^c)$ .
- 3 Finalmente, se destaca que su "fiabilidad" es tanto mayor cuanto menor dependencia lineal haya entre los patrones de adiestramiento.

El modelo puede entenderse como un mecanismo de inferencia basado en representar tablas de pares de patrones, de forma más o menos compacta; para lo que se toma en consideración la naturaleza vectorial de los patrones y, en particular, relaciones modulares y angulares.

Por su parte, en el modelo RHI, iterativamente, se infieren sucesivas componentes del patrón asociado a uno dado como incógnita. Aunque no siempre es posible la inferencia de todas las componentes del patrón asociado, es posible conocer de antemano cuáles son las componentes que no podrán obtenerse de forma incremental. Las redes neuronales heteroasociativas incrementales constituyen, pues, una reminiscencia de la forma humana de recordar. La expresión "Dama d'Elx" puede sugerir un busto de mujer tallado en piedra. Ambos conceptos conjuntamente pueden sugerir detalles del tocado del busto. Todo lo anterior puede permitir recordar que se trata de una joya del arte ibero y así sucesivamente



### **El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

hasta recordar toda la información relacionada. Podría, también, darse el caso de no recordarse algunos aspectos como, por ejemplo, el lugar donde se haya expuesta la escultura.

## 2 Modelo heteroasociativo incremental

Sea  $a_k$  la matriz cuyos vectores fila  $A_i$ , de dimensión  $n$ , son las entradas a una tabla con  $q$  pares asociados; sea  $b_j$  la matriz cuyas filas son los vectores  $B_i$ , de dimensión  $p$ , asociados a los  $A_i$  y sea  $m_{ij}$  la matriz que se pretende represente la correlación entre los pares vectores  $A_i$  y  $B_i$  de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{q1} & \cdots & a_{qn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & \cdots & m_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{q1} & \cdots & m_{qp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{q1} & \cdots & b_{qp} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

o lo que es lo mismo:

$$b_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ki} m_{kj} \quad \forall i = 1, \dots, q; \quad j = 1, \dots, p \quad (1.2)$$

Se trata de obtener la matriz  $m_{ij}$  a fin de que, posteriormente, la consulta a la tabla con un vector  $A'_i$ , de dimensión  $n$ , perteneciente o no al conjunto almacenado, consista en el producto  $A'_i m_{ij} = B'_j$ , resultado del cual será el vector  $B'_j$  que, así mismo, pertenecerá o no al conjunto almacenado. La restricción obvia ante una consulta es que utilizando uno de los vectores de la tabla  $A_i$ , la respuesta debe ser el vector  $B_i$  asociado.

Como se trata de obtener los  $m_{ij}$  valores que hacen válida la expresión, tenemos un sistema de  $q \cdot p$  ecuaciones lineales con  $n \cdot p$  incógnitas.

Alternativamente, el sistema de ecuaciones puede escribirse como un conjunto de  $p$  subsistemas más sencillos, uno por cada columna del segundo miembro de la expresión (1.2); es decir, para cada valor de  $j$ , por ejemplo  $j = j'$  se obtiene un sistema de  $q$  ecuaciones:

$$b_{ij'} = \sum_{k=1}^n a_{ki} m_{kj'} \quad \forall i = 1, \dots, q \quad (1.3)$$



## Capítulo 1

Nótese que  $j$  puede variar entre 1 y  $p$  y que  $m_{j'}$  es el vector columna  $j'$  de la matriz  $m_{ij}$ .

Dicho de otro modo, se tiene un sistema de ecuaciones para cada una de las columnas de la matriz de las incógnitas  $m_{ij}$ ; es decir, para cada una de las componentes de los vectores de  $B$ .

Por ejemplo, para  $j = 2$ :

$$b_{12} = a_{11}m_{12} + a_{12}m_{22} + \dots + a_{1n}m_{n2}$$

$$b_{22} = a_{21}m_{12} + a_{22}m_{22} + \dots + a_{2n}m_{n2}$$

...

$$b_{q2} = a_{q1}m_{12} + a_{q2}m_{22} + \dots + a_{qn}m_{n2}$$

Estos subsistemas tendrán solución; es decir, podrá encontrarse una columna  $j'$  para la matriz  $m_{ij}$  si:

$$\text{rango}(a_k) = \text{rango}(a_k | b_{j'}) \quad \forall i = 1, \dots, q \quad k = 1, \dots, n \quad (1.4)$$

donde  $\text{rango}(a_k | b_{j'})$  es el rango de la matriz de coeficientes del sistema ampliada con el vector de términos independientes.

Como:

$$\text{rango}(a_k) \leq \min\{q, n\} \quad (1.5)$$

$$\text{rango}(a_k | b_{j'}) \leq \min\{q, n + 1\} \quad (1.6)$$

se pueden presentar los siguientes casos:

-  $q \leq n$

El sistema puede ser compatible. Es más, en estas condiciones el sistema no sería compatible si existieran determinadas dependencias lineales entre los vectores columna de la matriz  $a_k$  en cantidad suficiente y dicha dependencia no se conservara para el correspondiente vector columna  $b_{j'}$  de la matriz  $b_{j'}$ .



### El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales

-  $q > n$

El sistema puede ser incompatible. En estas condiciones, el sistema, para ser compatible, necesita que la columna que aportan los términos independientes; es decir, la componente  $j'$  de los  $q$  vectores de la matriz  $b_q$ , formen un vector combinación de los  $n$  vectores de dimensión  $q$  que forman las componentes de los vectores de la matriz  $a_n$ .

Obsérvese que basta con un paso hacia adelante para obtener el resultado y que puede ocurrir que una parte de los subsistemas de ecuaciones planteados tenga solución y otra parte no la tenga.

Ello significa que se podrán obtener algunas columnas de la matriz  $m_q$ , por ejemplo,  $p_i'$  columnas y que no podrán calcularse las restantes  $p_i''$  columnas. Se llamará  $m_q'$  a la submatriz de  $m_q$  formada por las columnas  $p_i'$ . Se verifica:

$$p_i' + p_i'' = p \quad (1.7)$$

Como consecuencia, en consultas posteriores podrán calcularse las  $p_i'$  componentes correspondientes de los vectores de  $B_i$  asociados a los vectores de  $A_i$  mediante el producto entre  $A_i$  y  $m_q'$ . Por otra parte, no se podrán obtener las  $p_i''$  componentes restantes de los vectores de  $B_i$ .

Ello es así, debido a que:

$$\text{rango}(a_n \mid b_{\xi}) > \text{rango}(a_n) \quad (1.8)$$

siendo los valores de  $\xi$  los índices de las componentes de los vectores  $B_i$  que no han podido calcularse

Con lo dicho, el símil sería que el sistema puede "recordar" parte del patrón asociado a partir del patrón incógnita. A fin de poder extraer componentes adicionales del patrón asociado, se operará sobre la información de que se dispone actualmente: el patrón incógnita más la parte ya extraída del patrón asociado. Para ello, se construirá una nueva colección de  $p_i''$  subsistemas de  $q$  ecuaciones lineales con  $n + p_i'$  incógnitas. Los coeficientes de las  $p_i'$  incógnitas que se incorporan no

## Capítulo 1

pueden ser las correspondientes componentes de los vectores columna reconocidos ya que, al haberse obtenido éstos como combinación lineal de los vectores de partida (como solución a los sistemas de ecuaciones iniciales), los nuevos  $p_1''$  sistemas de ecuaciones seguirán siendo incompatibles, como lo fueron sus homónimos en el planteamiento previo.

Para salvar esta limitación de naturaleza algebraica y poder extraer información adicional, se construirán los  $p_1''$  nuevos sistemas de ecuaciones de manera que, mediante transformaciones adecuadas, se rompa esa dependencia lineal que aporta la incorporación de las  $p_1'$  incógnitas. Durante el proceso de reconocimiento será necesario iterar sucesivamente incorporando cada vez la parte de información ya recuperada y tomando en consideración las transformaciones efectuadas para conseguir la resolución de los sistemas de ecuaciones. De ahí la conveniencia de que las transformaciones sean simples.

Sin pérdida de generalidad, puede suponerse que las  $p_1'$  componentes encontradas de los vectores  $B_1$  son  $b_{11}, \dots, b_{1p_1'}$  y las  $p_1''$  que falta reconocer son  $b_{1,p_1'+1}, \dots, b_{1p_1''}$ .

Lo que se propone es aplicar transformaciones sencillas del tipo:

$$\begin{aligned} f((a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}, b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1p_1''})) &= \\ &= f_s((a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}, 0, 0, \dots, 0)) + f_s((0, 0, \dots, 0, b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1p_1''})) \end{aligned} \quad (1.9)$$

En particular, en aras de la sencillez, la transformación  $f_s$  puede ser la identidad:

$$\begin{aligned} f_s((a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}, 0, 0, \dots, 0)) &= \\ &= (f_s(a_{11}), f_s(a_{12}), \dots, f_s(a_{1m}), 0, 0, \dots, 0) = \\ &= (a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1m}, 0, 0, \dots, 0) \end{aligned} \quad (1.10)$$

La transformación  $f_s$  puede consistir en operaciones sencillas en el dominio de definición de las componentes. Por ejemplo, en el caso continuo se puede sustituir cada elemento por su opuesto o por su inverso; en dominio módulo  $s$ , se puede sustituir cada elemento por su opuesto o por su complemento a  $s - 1$ .

## El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales

$$\begin{aligned}
 f_b((0, 0, \dots, 0, b_{i_1}, b_{i_2}, \dots, b_{i_p})) &= \\
 &= (0, 0, \dots, 0, f_b(b_{i_1}), f_b(b_{i_2}), \dots, f_b(b_{i_p})) = \\
 &= (0, 0, \dots, 0, b'_{i_1}, b'_{i_2}, \dots, b'_{i_p})
 \end{aligned}
 \tag{1.11}$$

Rota de esta forma la dependencia lineal referida en el párrafo precedente, cabe esperar la posibilidad de resolver para nueva parte del patrón asociado; aún a sabiendas de que no hay garantía de que se consiga el resultado apetecido.

La expresión nueva será:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} & b'_{11} & \dots & b'_{1p_i} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{q1} & \dots & a_{qn} & b'_{q1} & \dots & b'_{qp_i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & \dots & m_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & & m_{np} \\ m_{n+1,p_i+1} & \dots & m_{n+1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n+p',p_i+1} & \dots & m_{n+p',p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b'_{1,p_i+1} & \dots & b'_{1,p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b'_{q,p_i+1} & \dots & b'_{q,p} \end{pmatrix}
 \tag{1.12}$$

El interés por encontrar nuevas compatibilidades mediante la transposición al primer miembro tiene sentido en tanto en cuanto sigan existiendo componentes de  $B_i$  que continúan sin poder obtenerse.

En lo referente a transformaciones en las  $p'$  componentes, la aplicación iterada de esta técnica puede llevar a resolver completamente el problema o bien a que el sistema se detenga en algún paso y no sea posible encontrar nuevas componentes de los vectores de  $B_i$ . En este último caso, la situación es que sí que podrá saberse cuáles son aquellas componentes cuyo valor no es posible conocer; luego el sistema podría habilitarse para que dichas componentes aparecieran marcadas con un símbolo especial o resolver basándose en algún heurístico.

## El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### 3 Algoritmo RHI

En el apartado anterior se hace referencia a un esquema constructivo para resolver el inconveniente de las interdependencias lineales. Este planteamiento no es único pero por simplicidad se va a tomar como tipo para describir los algoritmos de adiestramiento y de reconocimiento de las RHI. Si se optara por otro criterio, los algoritmos tendrían que ser adaptados convenientemente, lo cual es sencillo de hacer y no resta generalidad.

#### 3.1 Adiestramiento

##### Paso 1:

Para cada una de las  $j$  componentes de los  $q$  patrones de salida, formar un sistema de  $q$  ecuaciones lineales de manera que los coeficientes de cada ecuación sean las componentes de un patrón de entrada y el término independiente sea la componente  $j$  del patrón de salida asociado.

Obtener las columnas  $j$  de la matriz de incógnitas (en lo sucesivo, matriz de pesos) que sea posible resolviendo los sistemas que sean compatibles.

##### Paso 2:

Construir una nueva colección de  $q$  pares de adiestramiento de forma que los patrones de entrada consistan en los del caso anterior aumentados con el resultado de transformar los elementos en las columnas compatibles del caso anterior (correspondientes a las componentes  $j$  de los patrones de salida para los que fue posible obtener una columna en la matriz de pesos) Por su parte, los patrones de salida serán los del caso anterior una vez deducidas las columnas  $j$  que resultaron en sistemas de ecuaciones compatibles.

##### Paso 3:

Repetir los pasos 1 y 2 hasta que los patrones de salida no tengan componentes o hasta que el paso 1 no proporcione ningún sistema compatible.

##### Paso 4:

## Capítulo 1

Formar una lista con las matrices de pesos ordenadas según se obtuvieron en el proceso de adiestramiento.

### 3.2 Reconocimiento

#### Paso 1:

Multiplicar el patrón incógnita por la primera matriz de pesos de la lista para obtener una primera colección de componentes del patrón resultado.

#### Paso 2:

Modificar el patrón incógnita aumentándolo con el resultado de aplicar la transformación a las componentes obtenidas en el paso 1 para el patrón resultado.

#### Paso 3:

Repetir los pasos 1 y 2 tomando como nuevo patrón incógnita el obtenido en el paso 2 y como matriz de pesos, la siguiente de la lista, hasta agotar la lista.

### 3.3 Interpretación como red neuronal

Plantear el modelo RHI como una red neuronal puede ayudar a comprenderlo y a apreciar sus posibilidades de paralelización.

Hay dos tipos de elementos de procesamiento (neuronas):

#### Tipo I:

Son distribuidores. No realizan cálculos y su finalidad consiste en tomar una señal de entrada y proporcionarla a cada una de sus salidas además de retener dicha señal durante todo el proceso de reconocimiento.

#### Tipo II:

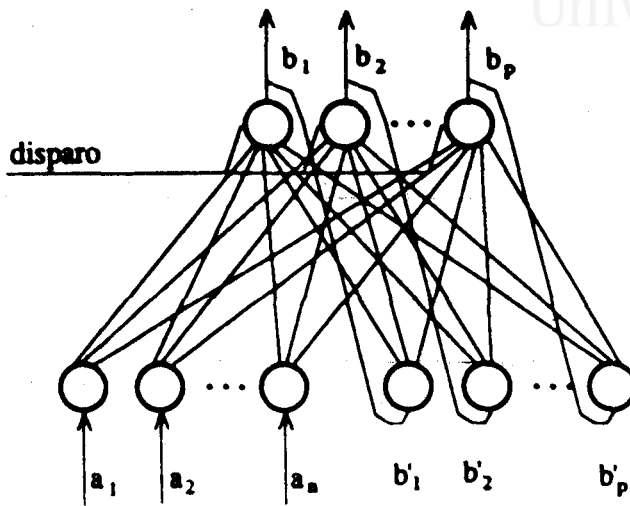
Son los que realmente realizan cálculos. Tienen una entrada procedente de cada una de las neuronas de la red. Cada una de estas entradas tiene un vector de pesos asociado, de manera que en cada iteración del proceso de reconocimiento, el peso actual de cada conexión es el valor del elemento del vector de pesos cuya posición corresponde a la iteración.

Hay una entrada adicional (disparo) que indica el número de iteración en que se habilita un elemento de procesamiento dado. En las demás iteraciones, ese elemento de procesamiento permanece inactivo.

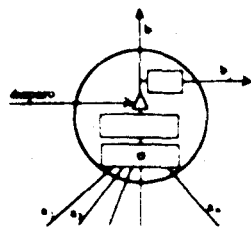
Es evidente que los elementos de procesamiento de tipo I pueden modelarse como un caso particular de los de tipo II, con una sola entrada de peso 1 y señal de disparo en todas las iteraciones.

Los esquemas adjuntos corresponden a una RHI y a un elemento de procesamiento:

Capítulo 1



red neuronal RHI



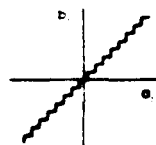
$$\sigma_j = \sum_{k=1}^n w_{kj} a_k$$

$$b_j = \text{esc}(\sigma_j)$$

$$b'_j = f_b(b_j) \quad (1.13)$$

elemento de procesamiento RHI

La función escalón de (1.13) toma el valor más próximo de entre los del dominio de definición de las componentes de los patrones de salida, cuya representación toma forma escalonada sobre la bisectriz del primer cuadrante.





### **El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales**

En cuanto al conexionado, puede interpretarse que se tiene una lista de matrices de pesos según se ha dicho en el apartado 3 y se expresa en (1.12) o puede pensarse en una matriz de pesos de naturaleza vectorial.

El adiestramiento consiste en establecer los valores de las componentes de los vectores de pesos sucesivamente resolviendo los sistemas de ecuaciones y los vectores de disparo.

Para el reconocimiento se suministra a las entradas de los elementos de procesamiento  $a_i$  las componentes del patrón incógnita y se realizan tantos pasos hacia adelante como componentes tengan los vectores de pesos, tomando sucesivamente las componentes desde la primera. En cada iteración se retienen las salidas de los elementos de procesamiento que fueron habilitados por la señal de disparo.

Durante el reconocimiento, para formar asociaciones entre patrones del conjunto de entrada y del conjunto de salida, la inferencia de las componentes del patrón asociado puede ser:

- Componentes que correspondan a un sistema incompatible: El método no proporciona ninguna forma de correlación para obtener dichas componentes y la respuesta dependerá de los valores que se asignen a las correspondientes columnas de las matrices de adiestramiento. Lo que sí puede hacerse es caracterizar dichas componentes como "difusas" y dejarlas con un valor indeterminado o establecer esos valores basándose en alguna heurística.
- Componentes que correspondan a un sistema compatible: Estas componentes serán inferidas a partir de la entrada en la forma que más detalladamente se aclara en el apartado siguiente.

### **3.4 Extracción de fragmentos significativos**

La inferencia se basará en las componentes del patrón de entrada para las que se hubieran derivado valores en las variables durante el adiestramiento, las cuales podrán ser conocidas. Tales componentes del conjunto de adiestramiento son las que permiten diferenciar unos patrones de entrada de otros dentro de los utilizados

## Capítulo 1

en el adiestramiento. Basándose justo en dichas componentes de los patrones de entrada y no en el resto es como se produce la inferencia. Resulta de esta forma que, para el reconocimiento, las componentes de un patrón incógnita pueden clasificarse en:

- **Relevantes:** Son aquellas en las que se basa la inferencia y de su valor dependerá la respuesta.
- **Irrelevantes:** Su valor no influye en el resultado.

Si  $n \geq q$ , la tendencia es a que la cantidad de componentes relevantes sea  $q$  o tal vez inferior.

Si  $n < q$ , puede esperarse que todas las componentes o muchas de ellas sean relevantes.

Ante casos idénticos a los que aprendió, el sistema recuerda, hasta donde puede, "correctamente". Si se pregunta por patrones no aprendidos, el sistema infiere una respuesta basándose en criterios de discriminación según las componentes relevantes. Es como si la inferencia se basara en razonamientos sobre parte de los rasgos del patrón incógnita.

El rango de la matriz de coeficientes de la colección de sistemas de ecuaciones planteados en el primer paso del proceso de adiestramiento establece que, posteriormente, en el proceso de reconocimiento, esa cantidad de componentes de la entrada será suficiente para reconocer las componentes de la salida cuyos sistemas de ecuaciones asociados resultaron compatibles en el primer paso del proceso de adiestramiento. Ello sugiere que en vez de utilizar todas las componentes de los patrones de entrada, se podría trabajar solamente con un conjunto de las componentes de la entrada cuyo cardinal fuera igual al rango de la matriz de coeficientes y cuya naturaleza fueran las componentes de un menor (determinante) cuyo orden proporciona el rango.

Cada uno de estos conjuntos de componentes es lo que se denominará un fragmento significativo y sus elementos serán las componentes relevantes.

Determinado un fragmento significativo, procede que las demás componentes de la entrada (irrelevantes) se desechen.

### El modelo de redes neuronales heteroasociativas incrementales

No puede asegurarse que el tamaño de un fragmento significativo sea mínimo ya que para  $q$  patrones podría bastar con  $k$  componentes, siendo  $s^{k-1} < q \leq s^k$ ; mientras que un fragmento significativo puede tener hasta  $q$  o  $n$  componentes; tantas como los patrones de entrada completos. Esta situación ocurre para los pares correspondientes a los patrones '+', '-' y ':' del ejemplo 1 del apartado 5.

Efectivamente, el tamaño de los fragmentos significativos está acotado superiormente por la expresión que acota el rango de la matriz de coeficientes:

$$\text{card}(\text{fragm. sign.}) \leq \min(\text{comp. entr.}, \text{núm. pares})$$

Como resultado de la compresión que conlleva la utilización de fragmentos significativos, puede producirse algo de pérdida de información: Si el rango de la matriz de coeficientes correspondiente al primer paso del adiestramiento fuera menor que el número de pares de adiestramiento, podría ocurrir que en nuevas iteraciones no se consiguiera sistema compatible para determinada componente de salida. En cambio, si se hubiera utilizado la entrada completa, eventualmente, alguna componente irrelevante en el primer paso podría no haberlo sido en iteraciones posteriores y haber contribuido al reconocimiento.

### 3.5 Autoasociatividad

La asociación de cada patrón consigo mismo puede considerarse un caso particular del heteroasociativo en general y, por tanto, el algoritmo sigue siendo válido. Esto no sólo es así sino que la simplificación que se introduce llega hasta el punto de que el proceso incremental no tiene lugar. Por definición de autoasociatividad, se tiene que:

$$\mathbf{b}_n = \mathbf{a}_n \quad (1.14)$$

y se verifica que:

$$\text{rango}(\mathbf{a}_n) = \text{rango}(\mathbf{a}_n \mid \mathbf{a}_n) \quad (1.15)$$

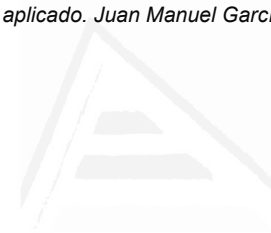


Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Capítulo I

Por tanto, no aparece ningún caso de incompatibilidad y los patrones pueden ser recuperados completamente a partir del fragmento significativo que se defina en un único paso.

En general, la respuesta que proporcionan las RHI podrá contener perturbaciones que puede ser necesario filtrar en algunas, como es el caso de su aplicación al problema de las semicoberturas. La propuesta para dicho filtrado consistirá en la utilización de una MAON adiestrada con los mismos patrones que la RHI. En dicho problema, las MAON se proponen como base del proceso de posicionamiento, como ya se ha dicho.



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **CAPITULO 2**

# **El Modelo de Memorias Asociativas Ortonormalizadas (M.A.O.N.)**

## El modelo de memorias asociativas orthonormalizadas

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### 1 Introducción

La respuesta que proporciona una red neuronal a partir de un patrón incógnita no necesariamente coincide con alguno de los patrones utilizados en la fase de adiestramiento es, en general, parecida a alguno de éstos pero raramente existe coincidencia estricta o, si la hay, puede tener mucho de fortuita. En numerosas ocasiones se requiere una red neuronal que responda exactamente con alguno de los patrones utilizados en el adiestramiento para aplicaciones donde las restricciones impidan trabajar con aproximaciones e incluso como filtro en sí de la salida proporcionada por otros módulos. Obsérvese que esta dificultad obliga a Poshyanonda, Bahrami y Dagli [POS,92] a añadir un módulo final para postprocesamiento de la salida proporcionada por un perceptrón en su trabajo sobre empaquetamiento de patrones.

El modelo que se desarrolla en este capítulo proporciona opcionalmente respuesta única como una composición de los patrones de adiestramiento más "parecidos" a un patrón incógnita dado o, alternativamente, puede responder con un conjunto de los patrones 'puros' de adiestramiento.

Esta cualidad se utilizará para resolver el problema de las semicoberturas ya sea a fin de obtener un conjunto de posibles posicionamientos mejores candidatos, ya para filtrar propuestas de orientación de las piezas proporcionadas por una RHI.

En general, las limitaciones en capacidad de adiestramiento y en la posibilidad de reconocimiento de las soluciones que aporta el modelo conexionista están relacionadas con los tamaños de los patrones y con las interdependencias que tengan unos patrones con otros [KOH,88], [KOS,87a], [KOS,88], [GAR,92a], [GAR,92b], [ZUR,92]; aunque también se han propuesto modificaciones encaminadas a resolver algunos de los aspectos, por lo menos en cuanto a la posibilidad de recuperación de los propios patrones utilizados en el adiestramiento [WAN, 90a] [WAN, 90b] [WAN, 92]. Consecuencia de las interdependencias lineales entre los patrones de adiestramiento es que los apantallamientos que se producen aumentan con la cantidad de patrones almacenados hasta el punto de que la recuperación puede llegar a no ser satisfactoria. Hay unanimidad en cuanto a la conveniencia de que exista ortogonalidad y normalización en los patrones de adiestramiento; si bien, ésto raramente se puede conseguir en los problemas en que el modelado conexionista tiene interés.

## Capítulo 2

El planteamiento de que se va a hacer uso consiste en establecer asociaciones internamente con patrones intermedios cuya estructura permita operaciones de filtrado suficientemente potentes para, operando sólo hacia adelante, recuperar la respuesta asociada a una entrada dada. En esta línea, el planteamiento de introducir un paso intermedio de asociación a elementos de un conjunto de vectores ortogonales ha sido utilizado como base de razonamiento para el desarrollo de memorias holográficas [PAO,89] y en los mapas asociativos óptimos [KOH,76].

El algoritmo que se propone trata de encontrar las asociaciones de vectores en función del ángulo que formen con el vector de entrada propuesto. El dominio binario de representación de las componentes de los vectores de entrada utilizados en el adiestramiento va a tener relevancia derivada del significado de la operación característica, el producto escalar, en diferentes dominios. Así:

- El modelo responde con criterios basados en relaciones parcialmente modulares y parcialmente angulares si el dominio es binario en general; por ejemplo  $\{0, 1\}^n$
- La respuesta se basa en relaciones exclusivamente angulares si los vectores de entrada utilizados en el adiestramiento están normalizados; lo que puede conseguirse directamente utilizando representación bipolar  $\{1, -1\}^n$
- Otros valores de dicho dominio podrán utilizarse para modelado de características morfológicas de imágenes representadas por vectores; lo que permitirá la resolución de problemas como, por ejemplo, el de la inclusión de un objeto en otro mayor, o para localizar el objeto mayor de entre los contenidos en otro.<sup>1</sup> En el capítulo siguiente al que ahora se desarrolla, se formaliza el razonamiento para la búsqueda del dominio adecuado al problema a resolver.

---

<sup>1</sup>Al referirse a objetos contenidos en otros, se quiere expresar la localización de una instancia de pieza que verifique la especificación de inclusión de pieza plana dada por la expresión (I.5) al formular el problema de las semicoberturas en la introducción de esta memoria.

## 2 Memorias asociativas parcialmente distribuidas

Sea una tabla que representa la correspondencia de  $q$  vectores de un espacio vectorial de dimensión  $n$  con otros tantos vectores de otro espacio vectorial de dimensión  $p$ . Se representan los elementos de la tabla que corresponden a los vectores de dimensión  $n$  como las filas de una matriz  $A$  y los de dimensión  $p$  como las filas de una matriz  $B$ :

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{q1} & a_{q2} & & a_{qn} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & & b_{2p} \\ \dots & & & \\ b_{q1} & b_{q2} & & b_{qp} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Al consultar con un vector  $A_i$ , no necesariamente existente en la tabla, se pretenderá encontrar aquellos vectores  $B_k$  asociados a los vectores  $A_k$  más "parecidos" a  $A_i$ . El concepto de parecido se basará en una definición de distancia entre patrones.

Para efectuar la búsqueda en una tabla cuando lo que se pretende es encontrar los vectores que satisfacen determinada condición respecto del que se propone como incógnita, se puede plantear la introducción de un atributo adicional de índices formado por los elementos del conjunto  $I = \{I_1, I_2, \dots, I_q\}$ :

$$\begin{array}{l} A_1 \rightarrow I_1 \rightarrow B_1 \\ A_2 \rightarrow I_2 \rightarrow B_2 \\ \dots \\ A_q \rightarrow I_q \rightarrow B_q \end{array} \quad (2.2)$$

Cada vector  $I_i \in I$ , de índices, habrá de ser tal que se obtenga fácilmente mediante una función de filtro aplicada al resultado de operar entre el vector incógnita y la matriz que establezca las correlaciones entre los patrones del conjunto  $A$  y los del conjunto  $I$ .





## Capítulo 2

La propuesta que se hace consiste en que los vectores de índices sean las filas de la siguiente matriz de índices  $I$ , de orden  $q \cdot q$ . Cada uno de los vectores contiene  $s$  /  $s < q$  componentes consecutivas con valor 1 y el resto con valor 0:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ \dots & & & & & \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & \dots \\ \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

De esta forma, como se verá en los subapartados siguientes, será posible obtener los índices de los patrones durante el reconocimiento basándose en las características estructurales de que se les ha dotado.

### 2.1 Adiestramiento

Siguiendo el criterio de correlación hebbiano entre los patrones de entrada y los de índices y entre los de índices y los patrones de salida para formar dos matrices de pesos correspondientes a cada par de adiestramiento, se obtiene para un par de adiestramiento:

$$M_{A_s} = I_k' A_k \quad M_{B_s} = B_k' I_k \quad (2.4)$$

Para todos los pares de adiestramiento, resulta:

$$M_A = \sum_{k=1}^1 I_k' A_k \quad M_B = \sum_{k=1}^1 B_k' I_k \quad (2.5)$$

Las expresiones (2.5) pueden escribirse como:

$$M_A = I' A \quad M_B = B' I \quad (2.6)$$

### El modelo de memorias asociativas orthonormalizadas

Los órdenes de las matrices de pesos resultan ser:

$$M_A \rightarrow q \cdot n \quad M_B \rightarrow p \cdot q \quad (2.7)$$

## 2.2 Reconocimiento

Se realiza en dos etapas:

### - Primera etapa:

Dado un vector de entrada  $A_1$ , se multiplica por la primera matriz de pesos  $M_A$  obtenida en la expresión (2.6):

$$M_A \cdot A_1^t = I_1^t \quad (2.8)$$

En general,  $I_1^t$  incorporará contribuciones de todos los vectores  $A_k$ . Sin embargo, esta contribución se deberá exclusivamente al ángulo que forme cada  $A_k$  con  $A_1$  y al tamaño relativo del módulo de cada  $A_k$  respecto de los demás.<sup>2</sup> Cada componente del vector  $I_1^t$  tendrá la forma:

$$I_{ij}^t = \sum_{k=0}^{i-1} A_{1+(i-k+k+q) \bmod q} \cdot A_k^t \quad (2.9)$$

Fuede observarse que la información de la correlación entre el vector incógnita y cada un de los vectores del conjunto de adiestramiento aparece distribuida entre  $s$  de las componentes del vector  $I_1^t$  asociado en la capa intermedia. Luego, es en este punto donde se puede aplicar el criterio de filtrado que interese. Se propone la activación de la secuencia de  $s$  elementos de procesamiento adyacentes cuya suma sea máxima o rebase un valor umbral.

Se consigue de esta forma un cambio de representación de los vectores del conjunto  $A$  (los cuales pueden formar un ángulo cualquiera) a la representación mediante los vectores del conjunto  $I$ . El ángulo mínimo lo forman dos filas

---

<sup>2</sup>Si los vectores  $A_k$  están normalizados, el segundo tipo de contribución no se produce.

## Capítulo 2

adyacentes de la matriz  $I$ . Como se observa en la expresión (2.10), es función del ancho de banda.

$$\alpha = \arccos\left(\frac{s-1}{s}\right) \quad (2.10)$$

Los vectores correspondientes a filas separadas una distancia mayor que  $s$ , son ortogonales ( $\alpha = \pi/2$ ).

Los efectos que se han introducido son los siguientes:

- Solapar las correlaciones correspondientes a un patrón con las correlaciones correspondientes a otros  $2s-1$  patrones del conjunto  $A$  de manera que dicho solapamiento es parcial y no necesariamente corresponderá a patrones de los más parecidos.
- Utilizar un criterio de filtrado de potencia comparable al de elemento de procesamiento ganador.

La expectativa es que el método asocie a más parecido con probabilidad muy elevada.

- **Segunda etapa:**

Obtenido en la primera etapa un vector de activación que coincide, en principio, con uno de los vectores de índices, que se denotará  $I_1$ . La obtención del patrón de respuesta a partir de él puede hacerse operando como si de una BAM se tratara cuyos conjuntos de entrada y salida son respectivamente  $I$  y  $B$  y cuyas matrices de pesos son  $M_B$  y  $M_B^t$ . Cabe esperar la convergencia rápida de la segunda etapa a un valor  $B_1 \in B$  habida cuenta la naturaleza de los vectores  $I$ .

## El modelo de memorias asociativas ortonormalizadas

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

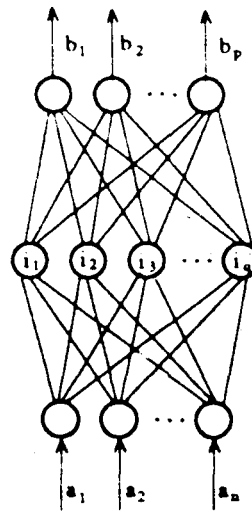
**3 Memorias asociativas ortonormalizadas (M.A.O.N.)**

En el caso particular de que la banda de componentes con valor 1 sea de anchura unitaria,  $s = 1$ , los vectores de índices constituyen una base canónica de un espacio vectorial de dimensión  $q$ ; por ejemplo:

$$i_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{si } j = k \\ 0 & \text{si } j \neq k \end{cases} \quad (2.11)$$

La ortonormalización que se introduce simplifica notablemente el modelo: Los vectores de entrada  $A_k$  cuyo producto escalar con  $A_1$  sea máximo, son los que forman ángulo mínimo con  $A_1$ , en el caso de que estén normalizados. La búsqueda ahora consiste en calcular los  $I_k$  asociados a los  $A_k$  vectores de distancia mínima con  $A_1$  y después obtener los  $B_k$  vectores asociados a los  $I_k$ .

Se establece, pues, la siguiente topología: Una capa de entrada con  $n$  elementos de procesamiento, una capa intermedia con  $q$  elementos de procesamiento y una capa de salida con  $p$  elementos de procesamiento. Cada elemento de procesamiento de una capa totalmente conectado con todos los de la capa siguiente.



Esquema de una MAON

## Capítulo 2

### Adiestramiento:

Particularizando en (2.6), resulta:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{A} \quad \mathbf{M}_B = \mathbf{B}^t \quad (2.12)$$

El algoritmo de adiestramiento consiste, por tanto en formar una matriz  $\mathbf{M}_A$ , cada fila de la cual sea uno de los vectores de entrada del conjunto de adiestramiento y en formar otra matriz  $\mathbf{M}_B$ , cada columna de la cual sea uno de los vectores de salida del conjunto de adiestramiento.

### Reconocimiento. Modos de respuesta:

Dado un vector de entrada  $\mathbf{A}_i$ :

$$\mathbf{M}_A \cdot \mathbf{A}_i^t = \mathbf{A} \cdot \mathbf{A}_i^t = \mathbf{I}_i' \quad (2.13)$$

En general,  $\mathbf{I}_i'$  incorporará contribuciones de todos los vectores  $\mathbf{A}_k$ . Sin embargo, esta contribución se deberá exclusivamente al ángulo que forme cada  $\mathbf{A}_k$  con  $\mathbf{A}_i$  y al tamaño relativo del módulo de cada  $\mathbf{A}_k$  respecto de los demás (Si los vectores  $\mathbf{A}_k$  están normalizados, el segundo tipo de contribución no se produce).

La forma de  $\mathbf{I}_i'$  será:

$$\mathbf{I}_i' = (\mathbf{A}_1 \cdot \mathbf{A}_i^t \quad \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{A}_i^t \quad \dots \quad \mathbf{A}_k \cdot \mathbf{A}_i^t \quad \dots) \quad (2.14)$$

Puede observarse que la información de la correlación entre el vector incógnita y cada uno de los vectores del conjunto de adiestramiento aparece por separado en cada una de las componentes del vector  $\mathbf{I}_i'$  asociado en la capa intermedia. Luego, es en este punto donde se puede aplicar el criterio de filtrado que interese.

Aplicando una función escalón con un valor umbral  $h$  al vector  $\mathbf{I}_i'$  se obtiene el vector  $\mathbf{I}_i''$ , cuyas componentes son:

## El modelo de memorias asociativas ortonormalizadas

$$i_i'' = \text{esc}(i_i') = \begin{cases} 1 & \text{si } i_i' \geq h \\ 0 & \text{si } i_i' < h \end{cases} \quad (2.15)$$

En  $I_i''$  se valoran favorablemente las contribuciones de vectores  $A_k$  que verifiquen:

$$A_k \cdot A_i' \geq h \quad (2.16)$$

Obtenido  $I_i''$ , se efectúa el producto:

$$M_B \cdot I_i'' = B' \cdot I_i'' \quad (2.17)$$

que es la suma de los patrones de salida cuyos patrones asociados de entrada satisfacen la condición determinada por el umbral  $h$ , o, alternativamente, se opera en modo BAM.

Por su parte, la utilización del máximo de los  $i_i'$  como umbral equivale a hacer que en la capa intermedia sólo se "dispare" un elemento de procesamiento ganador o más de uno si el máximo no es único.

$$h = \max \{i_i'\} \quad (2.18)$$

Este es el caso que interesa al problema de las semicoberturas y por ello, sin pérdida de generalidad, el algoritmo que sigue se refiere a activación por producto escalar máximo:

**Paso 1:**

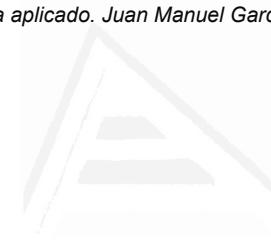
Multiplicar el traspuesto del vector incógnita  $A_i$  por la primera matriz de pesos  $M_A$  para obtener el vector  $I_i'$  de activación de la capa intermedia.

**Paso 2.**

Activar el o los elementos de procesamiento ganadores de la capa intermedia basándose en la expresión  $h = \max \{i_i'\}$  para obtener el vector  $I_i''$ .

**Paso 3:**

Multiplicar el vector  $I_i''$  por la segunda matriz de pesos  $M_B$ .



## Capítulo 2

Este algoritmo proporciona respuesta única para cada operación de reconocimiento.

Alternativamente, si lo que se quiere es obtener separadamente los patrones de salida cuyos patrones asociados de entrada satisfacen la condición determinada por el umbral, puede expresarse  $I_i^*$  como la suma de sus proyecciones sobre los vectores de la base canónica:

$$I_i^* = \sum_{j=1}^k I_{ij} \quad (2.19)$$

En este caso, el paso tercero del algoritmo de reconocimiento tiene que repetirse para cada uno de los sumandos de la expresión (2.19).

Este modo se llamará de **respuesta múltiple** en referencia a que puede obtenerse más de un patrón de respuesta para cada operación de reconocimiento.

#### 4 Dominio bipolar de representación de los datos

La inferencia se basa en las relaciones modulares y angulares de los patrones de adiestramiento. Como es obvio, si se pretende suprimir la influencia derivada de la modularidad, basta hacer que los patrones de entrada del conjunto de adiestramiento estén normalizados. Luego para la localización de vectores que forman ángulo mínimo con el vector incógnita, basta normalizar los vectores  $A_k$  antes de construir la matriz  $M_A$ .

La respuesta, en general, es la suma de los vectores que formen ángulo menor que uno dado con el vector incógnita si se opera en modo de respuesta única o los propios vectores que cumplen esa condición si el sistema opera en modo de respuesta múltiple. En cualquier caso, siempre es posible saber cuántos son los vecinos más próximos sin más que evaluar el módulo del vector que produce la primera etapa del reconocimiento  $I_1''$ .

En el caso en que se utilice representación bipolar para los vectores de entrada, como además se verifica:

$$A_i \cdot A_k = \sum_{u=1}^n a_{iu} a_{ku} = n - 2H(A_i, A_k) \quad (2.20)$$

siendo  $H(A_i, A_k) = \frac{1}{2} \sum_{u=1}^n |a_{iu} - a_{ku}|$  la distancia hamming entre los vectores  $A_i$  y  $A_k$  y  $n$  la dimensión de los vectores de entrada, resulta que la inferencia a partir de un vector incógnita produce como respuesta el vector o los vectores asociados a los vectores de entrada en el adiestramiento cuya distancia hamming con el vector incógnita satisfagan la condición establecida por el umbral.

Si el umbral es el máximo de los productos escalares,  $h = \max(A_i \cdot A_k)$ ; sólo encuentra los vectores con  $H(A_i, A_k)$  mínima.

Alternativamente, si lo que se quiere es obtener el conjunto de vectores que disten menos de un distancia base  $\eta_1$  del vector incógnita, el umbral no es el máximo producto escalar, sino:



## Capítulo 2

$$h_1 = n - 2\eta_1$$

(2.21)

En general, si lo que se quiere es obtener el conjunto de vectores cuya distancia hamming del vector incógnita esté comprendida en un intervalo  $[\eta_1, \eta_2]$ :

$$h_1 = n - 2\eta_1$$

$$h_2 = n - 2\eta_2$$

$$h_1 \leq A_1 \cdot A_1 \leq h_2$$

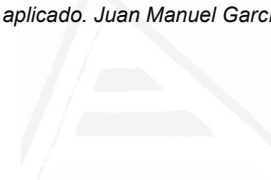
(2.22)

### Ejemplo:

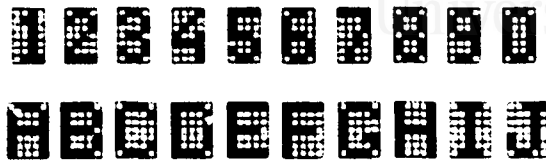
Se trata de una propuesta con datos de reducidas dimensiones, de manera que una simple inspección ocular sea suficiente para apreciar las prestaciones más destacables del modelo. Ejemplos posteriores a lo largo de esta memoria permitirán extraer conclusiones objetivas.

Pares adiestr.	Patrones de entrada			Patrones de salida			Representación de los datos	Modo de operación
	tama.	anch.	altur.	tama.	anch.	altur.		
10	28	4	7	35	5	7	hipolar	heteroasociativo

La siguiente figura muestra los pares de patrones de adiestramiento (En la fila de arriba, los patrones de entrada y, correspondientemente, en la fila de abajo cada patrón de salida asociado). Se asocian imágenes de las cifras decimales a imágenes de las diez primeras letras.

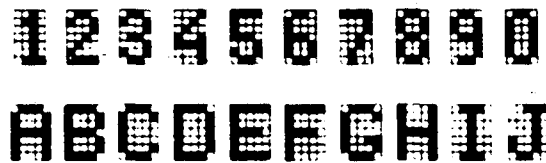


### El modelo de memorias asociativas ortonormalizadas



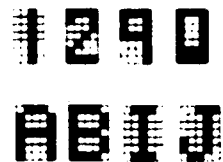
### Patrones de adiestramiento

El reconocimiento de los patrones utilizados en el adiestramiento produce respuesta plenamente satisfactoria, tal como se ilustra en la figura siguiente.

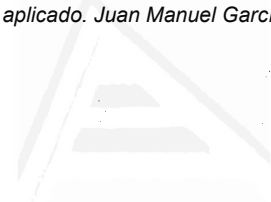


### Reconocimiento de los patrones utilizados en adiestramiento

El reconocimiento a partir de algunas imágenes distorsionadas produce los resultados que se muestran en la siguiente figura. Se hace notar que, aunque para el ojo humano las cuatro imágenes distorsionadas corresponden claramente a '1', '2', '9' y '0', las distancias respectivas con sus homólogos utilizados en el adiestramiento, si se permite la expresión, son 3, 2, 6 y 6. La respuesta en todos los casos es la que cabía esperar.

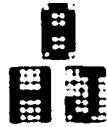


### Reconocimiento de imágenes distorsionadas



## Capítulo 2

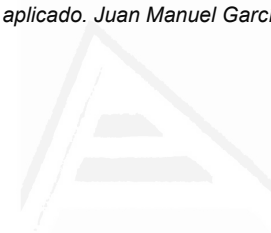
El reconocimiento de una imagen distorsionada equidistante de dos patrones que son los más próximos produce los resultados que se muestran en la siguiente figura:



respuesta múltiple



respuesta única


**El modelo de memorias asociativas orthonormalizadas**
**5 Estudio de costes de las M.A.O.N.**
**Coste espacial**

Se requieren dos matrices cuyos órdenes son:

$$M_A \rightarrow n \cdot q \quad M_B \rightarrow q \cdot p \quad (2.23)$$

El vector de índices ocupa:

$$I' \rightarrow q \quad (2.24)$$

Luego el espacio total necesario es:

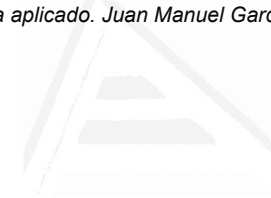
$$q(n + p + 1) \quad (2.25)$$

Nótese que la MAON no comporta ahorro de espacio respecto del almacenamiento directo en una tabla que representa la expresión (A.1.1.2) del anexo 1.1.

**Coste temporal**
**Fase de adiestramiento:**

La fase de adiestramiento consiste simplemente en construir sendas matrices cuyas filas (columnas) son los vectores de adiestramiento, lo cual sugiere la posibilidad de utilización incluso en casos en que el adiestramiento tuviera que llevarse a cabo en tiempo real. Se tiene, pues:

$$O(q(n + p)) \quad (2.26)$$



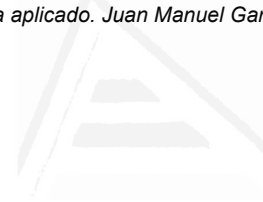
## Capítulo 2

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Fase de reconocimiento:

La etapa de reconocimiento, en modo de respuesta única, consiste en efectuar el producto entre un patrón incógnita (de dimensión  $n$ ) y la primera matriz de pesos, obtener la máxima de las componentes del vector de índices (de dimensión  $q$ ) y multiplicar el vector de índices filtrado por la segunda matriz de pesos:

$$O(q(n + p)) \quad (2.27)$$



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### **CAPITULO 3**

## **Caracterización de la Inclusión entre Objetos**

## 1 Relación entre distancia hamming y producto escalar en cualquier dominio binario

Una vez establecido que las memorias asociativas infieren basándose en criterios de "parecido" y que en el caso de las MAON estos criterios están relacionados con productos escalares, la aplicación de este modelo para resolver problemas de inclusión de siluetas de objetos requiere que el dominio de definición de los datos se ajuste a determinadas restricciones en función de la especificación a atender. En este capítulo se desarrolla una fundamentación matemática que permite caracterizar la inclusión entre patrones basándose en el concepto de la distancia hamming existente entre sus representaciones vectoriales, tratados como retículos rectangulares. Obtenido el dominio adecuado, podrán utilizarse las MAON para efectuar operaciones de aproximación entre patrones que tomen en consideración las características morfológicas de los mismos y, en función de dichas características, hacer propuestas de posicionamiento para resolver el problema de las semicoberturas.

La representación de vectores en dominio bipolar  $\{1, -1\}^n$  permite establecer una relación entre la distancia hamming existente entre dos vectores y el producto escalar de los mismos [ZUR,92]:

$$A \cdot B = \sum_{i=1}^n a_i b_i = n - 2H(A, B) \quad \forall a_i, b_i \in \{1, -1\}$$

siendo  $H(A, B)$  la distancia hamming entre los vectores  $A$  y  $B$ .

Se aporta una relación entre la distancia hamming y el producto escalar de dos vectores representados en cualquier dominio binario  $\{K, L\}^n$ , siendo por tanto una generalización de la expresión anterior. Esta nueva relación permite referirse indistintamente a productos escalares o a distancia hamming entre vectores binarios.

El formalismo empleado en adelante impone cierto estilo de redacción que en algún momento puede resultar árido; si bien, se ha considerado inevitable ya que el detalle en las demostraciones de este tipo exige de un gran rigor formal. Pese a todo, se intenta suavizar obviando detalles implícitos en las expresiones manejadas.

### Capítulo 3

#### Teorema de caracterización 3.1:

En un espacio vectorial con dominio binario  $\{K, L\}^n$ , la distancia hamming entre dos vectores<sup>1</sup> se relaciona con el producto escalar entre dichos vectores según la expresión:

$$H(A, B) = \frac{1}{(K-L)^2} (|A|^2 + |B|^2 - 2A \cdot B) \quad \forall K \neq L \quad (3.1)$$

#### Demostración:

Sean:

- $r_A$  la cantidad de componentes de valor  $K$  en el vector  $A$
- $s_A$  la cantidad de componentes de valor  $L$  en el vector  $A$
- $r_{A,B}$  la cantidad de componentes de valor  $K$  comunes a  $A$  y  $B$
- $s_{A,B}$  la cantidad de componentes de valor  $L$  comunes a  $A$  y  $B$
- $t_{A,B}$  la cantidad de componentes de distinto valor entre un vector y otro
- $H(A, B)$  la distancia hamming entre  $A$  y  $B$



Representación esquemática de los valores definidos

Entonces, se cumple:

$$r_{A,B} + s_{A,B} + t_{A,B} = n \quad (3.2)$$

<sup>1</sup>Cantidad de componentes distintas entre dos vectores, en las posiciones correspondientes.



## Caracterización de la inclusión entre objetos

$$t_{A,B} = H(A,B) \quad (3.3)$$

$$t_{A,B} = r_A + r_B - 2r_{A,B} \quad (3.4)$$

$$t_{A,B} = s_A + s_B - 2s_{A,B} \quad (3.5)$$

De (3.3) se tiene:

$$H(A,B) = t_{A,B} = \frac{t_{A,B}(K-L)^2}{(K-L)^2} \quad (3.6)$$

Sustituyendo y operando en (3.6), utilizando las expresiones (3.4) y (3.5):

$$H(A,B) = \frac{r_A K^2 + s_A L^2 + r_B K^2 + s_B L^2 - 2(r_{A,B} K^2 + s_{A,B} L^2 + t_{A,B} KL)}{(K-L)^2}$$

Simplificando, resulta la expresión (3.1):

$$H(A,B) = \frac{A^2 + B^2 - 2A \cdot B}{(K-L)^2}$$

**Teorema 3.2:**

$H(A,B)$  en la forma que se ha definido en (3.1) es una distancia.

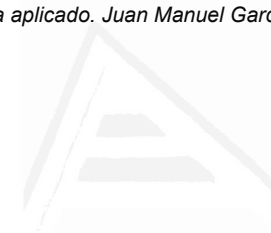
**Demostración:**

$$1) H(A,B) \geq 0 \quad \forall A, B$$

$$H(A,B) = \frac{1}{(K-L)^2} |A-B|^2 \geq 0 \quad \forall A, B$$

$$2) H(A,B) = 0 \leftrightarrow A = B$$

$$2.1) \quad H(A,B) = 0 \rightarrow |A-B| = 0 \rightarrow A = B$$



### Capítulo 3

$$2.2) \quad A = B \rightarrow H(A, B) = H(A, A) = \frac{A^2 + A^2 - 2A \cdot A}{(K - L)^2} = 0$$

3) Simetría:  $H(A, B) = H(B, A)$

$$H(A, B) = \frac{A^2 + B^2 - 2A \cdot B}{(K - L)^2} = \frac{B^2 + A^2 - 2B \cdot A}{(K - L)^2} = H(B, A)$$

4) Desigualdad triangular:  $H(A, B) \leq H(A, C) + H(C, B)$

$$\frac{1}{(K - L)^2} |A - B|^2 \leq \frac{1}{(K - L)^2} \left\{ |A - C|^2 + |C - B|^2 \right\}$$

$$|A - B|^2 \leq |A - C|^2 + |C - B|^2$$

que corresponde a la desigualdad triangular del caso euclídeo.

### Corolarios:

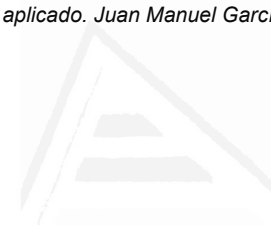
#### Corolario C-1:

De la expresión (3.1) se deriva de forma inmediata que en cualquier dominio binario la distancia hamming puede obtenerse a partir del producto escalar aunque los vectores no estuvieran inicialmente normalizados.

#### Corolario C-2:

La distancia hamming y la euclídea están relacionadas.

La expresión (3.1) puede escribirse:


**Caracterización de la inclusión entre objetos**

$$\mathbf{H}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{(\mathbf{K}-\mathbf{L})^2} (\mathbf{A} - \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{A} - \mathbf{B}) \quad (3.7)$$

Notando la distancia euclídea como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = ((\mathbf{A} - \mathbf{B}) \cdot (\mathbf{A} - \mathbf{B}))^{1/2}$$

Resulta:

$$\mathbf{H}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{(\mathbf{K}-\mathbf{L})^2} (\mathbf{E}(\mathbf{A}, \mathbf{B}))^2 \quad (3.8)$$

Alternativamente, la expresión (3.7) puede reescribirse:

$$\mathbf{H}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{(\mathbf{K}-\mathbf{L})^2} |\mathbf{A} - \mathbf{B}|^2 \quad (3.9)$$

**Corolario C-3:**

En el caso bipolar, la relación entre la distancia hamming y el producto escalar de los dos vectores es un caso particular de la expresión generalizada (3.1). En efecto, asumiendo  $\mathbf{K} = 1$  y  $\mathbf{L} = -1$ , resulta:

$$\mathbf{H}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \frac{1}{4} (\mathbf{n} + \mathbf{n} - 2\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$$

Simplificando y transponiendo términos, se obtiene, como se quería demostrar:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{n} - 2\mathbf{H}(\mathbf{A}, \mathbf{B})$$

### Capítulo 3

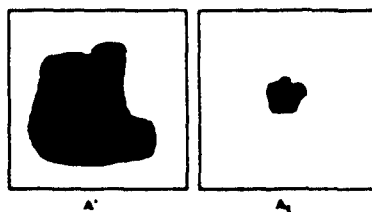
## 2 Aplicación de las MAON a problemas de inclusión entre patrones

En este apartado se desarrolla la obtención de valores que pueden tomar  $K$  y  $L$  para conseguir que patrones a menor distancia hamming de uno dado proporcionen productos escalares mayores y expresar una direccionalidad de que carece la distancia. Se va a buscar valores para  $K$  y  $L$  de manera que, para un patrón dado, su producto escalar por otro que esté incluido sea mayor cuanto menor sea la distancia hamming que los separa. El producto escalar por cualquier otro patrón que intersecte o sea exterior al dado será menor que el del incluido a mayor distancia hamming. Este hecho junto con la relación entre dicha distancia y el producto escalar, permitirá utilizar una MAON para localizar objetos contenidos en otros satisfaciendo algunas condiciones. El concepto de inclusión coincide con el de inclusión de pieza plana definido por la expresión (L5) en la introducción de esta memoria.

### 2.1 Posiciones relativas

Sea un conjunto de vectores binarios  $A = \{A_1, A_2, A_3, \dots, A_q\}$  de dimensión  $n$  que representan siluetas de objetos y supóngase que se pretende saber:

- Cuál de las siluetas del conjunto  $A$  incluida en  $A'$  está a menor distancia hamming de  $A'$ .
- Si ninguna está incluida, cuál de las que intersectan tiene menos puntos exteriores a  $A'$ .



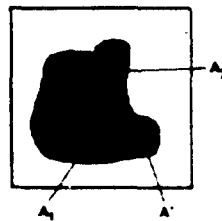
Región ( $A'$ ) y pieza ( $A_1$ ) para esquemas de posiciones relativas



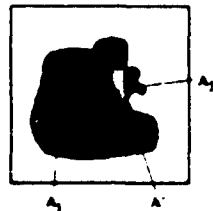
**Caracterización de la inclusión entre objetos**

Las posibles posiciones relativas de dos de las siluetas del conjunto  $A$  respecto de la silueta  $A'$  a considerar son las siguientes:

- a)  $A_i$  y  $A_j$  están contenidos en  $A'$  pero  $A_i$  está a menor distancia hamming de  $A'$  que  $A_j$  de  $A'$ .



- b)  $A_i$  está contenido en  $A'$  y  $A_j$  está parcialmente contenido en  $A'$ .

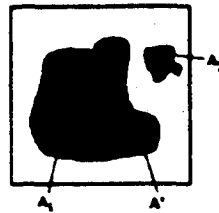


- c)  $A_i$  está contenido en  $A'$  y  $A_j$  es exterior a  $A'$ .

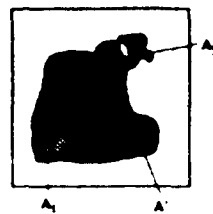


### Capítulo 3

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante



- d)  $A_1$  y  $A_1$  intersectan con  $A'$  pero  $A_1$  tiene menos puntos exteriores a  $A'$  que los puntos que  $A_1$  tiene exteriores a  $A'$ .



Las componentes de los vectores  $A_1$  pertenecen al conjunto  $\{K, L\}^n$ ; los puntos pertenecientes a la silueta toman valor  $K$  y los puntos pertenecientes al exterior de la silueta toman valor  $L$ .

Para comparar las posiciones relativas será necesario evaluar las distancias hamming; lo que se va a hacer por medio de los productos escalares:

La expresión (3.7) puede escribirse para los vectores  $A_1$  y  $A'$  como:

$$H(A_1, A') = \frac{A_1^2 + A'^2 - 2A_1 \cdot A'}{(K - L)^2} \quad (3.10)$$

Y despejando el producto escalar  $A_1 \cdot A'$ , resulta:

$$A_1 \cdot A' = \frac{1}{2} \{ A_1^2 + A'^2 - H(A_1, A')(K - L)^2 \} \quad (3.11)$$

## Caracterización de la inclusión entre objetos

Análogamente, para el producto  $A_j \cdot A'$ , resulta:

$$A_j \cdot A' = \frac{1}{2} \{A_j^2 + A'^2 - H(A_j, A')(K - L)^2\} \quad (3.12)$$

La diferencia entre ambas expresiones, (3.11) y (3.12) :

$$A_i \cdot A' - A_j \cdot A' = \frac{1}{2} \{A_i^2 - A_j^2 + (H(A_i, A') - H(A_j, A'))(K - L)^2\} \quad (3.13)$$

Como el producto escalar de un vector por sí mismo puede expresarse:

$$V \cdot V = r_v K^2 + s_v L^2 \quad (3.14)$$

De la aplicación de (3.14) a la expresión anterior (3.13) se tiene:

$$A_i \cdot A' - A_j \cdot A' = \frac{1}{2} \{ (r_{A_i} - r_{A_j}) K^2 + (s_{A_i} - s_{A_j}) L^2 + (t_{A_i, A'} - t_{A_j, A'}) (K - L)^2 \}$$

Como para cualquier vector  $V$  se cumple:

$$n = r_v + s_v \quad (3.15)$$

Se tiene:

$$A_i \cdot A' - A_j \cdot A' = \frac{1}{2} \{ (r_{A_i} - r_{A_j}) (K^2 - L^2) + (t_{A_i, A'} - t_{A_j, A'}) (K - L)^2 \}$$

O, lo que es lo mismo:

$$A_i \cdot A' - A_j \cdot A' = \frac{(K - L)}{2} \{ (r_{A_i} - r_{A_j}) (K + L) + (t_{A_i, A'} - t_{A_j, A'}) (K - L) \} \quad (3.16)$$

La expresión (3.16) establece una relación entre:

- La diferencia de los respectivos productos escalares entre los vectores del conjunto  $A$  y el vector  $A'$  (primer miembro).

### Capítulo 3

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

- Los siguientes conceptos (segundo miembro):
  - La cantidad de componentes de valor  $K$  que tiene cada uno de los vectores del conjunto  $A$  (los tamaños de las siluetas).
  - La cantidad de componentes que tiene cada uno de los vectores del conjunto  $A$  que no coinciden con los valores de las componentes del vector  $A'$  (las distancias hamming entre las siluetas).
- Los valores de  $K$  y de  $L$ .

A partir de esta expresión podrán establecerse las condiciones que deben satisfacer los valores de  $K$  y de  $L$  para tamaños dados de las siluetas del conjunto  $A$  y determinadas posiciones relativas de las siluetas de dicho conjunto respecto de la silueta  $A'$ .



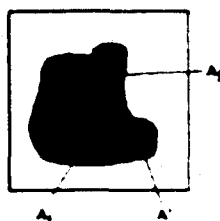
## Caracterización de la inclusión entre objetos

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

## 2.2 Formalización de las restricciones

Se desarrollan a continuación las condiciones que resultan para cada uno de los casos:

- a)  $A_1$  y  $A_2$  están contenidos en  $A'$  pero  $A_1$  está a menor distancia hamming de  $A'$  que  $A_2$  de  $A'$ .



Esta condición puede expresarse:

$$(A_1 \subset A') \wedge (A_2 \subset A') \wedge (H(A_1, A') < H(A_2, A')) \quad (3.17)$$

Se pretende establecer las condiciones para que la silueta del conjunto  $A$  de mayor tamaño contenida dentro de la silueta  $A'$  proporcione mayor producto escalar que el que proporciona la silueta más pequeña. En términos del modelo MAON, se busca que se dispare como elemento de procesamiento de la capa intermedia ganador el que representa a la silueta de mayor tamaño. Es decir:

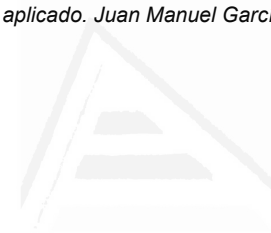
$$A_1 \cdot A' - A_2 \cdot A' > 0 \quad (3.18)$$

A partir de (3.2) puede obtenerse:

$$t_{A_1, A'} = n - r_{A_1} - s_{A'}$$

$$t_{A_2, A'} = n - r_{A_2} - s_{A'}$$

En consecuencia:



### Capítulo 3

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

$$t_{A_i, A_i'} - t_{A_j, A_j'} = r_{A_i} - r_{A_j} \quad (3.19)$$

En este caso se cumple además:

$$(s_{A_i, A_i'} = s_{A_j, A_j'} = s_{A_i'}) \wedge (r_{A_i, A_i'} = r_{A_j}) \wedge (r_{A_i, A_i'} = r_{A_i}) \quad (3.20)$$

A partir de (3.16) y utilizando (3.19), se tiene:

$$(K - L)K(r_{A_i} - r_{A_j}) > 0 \quad (3.21)$$

De la relación entre las distancias hamming en (3.17) y de (3.19):

$$r_{A_i} - r_{A_j} > 0 \quad (3.22)$$

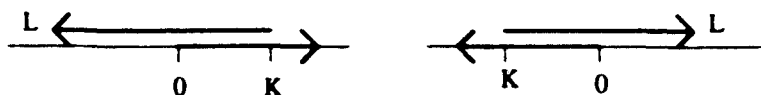
La expresión (3.21) queda:

$$(K - L)K > 0 \quad (3.23)$$

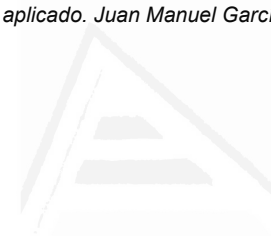
La expresión (3.23) puede desarrollarse finalmente:

$$\begin{cases} (K > 0) \wedge (K - L > 0) \\ \vee \\ (K < 0) \wedge (K - L < 0) \end{cases} \quad (3.24)$$

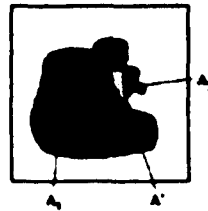
Se obtienen, pues, dos posibles intervalos válidos de valores para  $K$  y para  $L$ :



Las flechas denotan los posibles dominios de  $K$  y de  $L$ .


**Caracterización de la inclusión entre objetos**

b)  $A_1$  está contenido en  $A'$  y  $A_1$  está parcialmente contenido en  $A'$ .



Esta condición puede expresarse:

$$(A_1 \subset A') \wedge (A_1 \cap \overline{A'} \neq \emptyset) \quad (3.25)$$

Se pretende establecer las condiciones para que la silueta del conjunto  $A$  contenida dentro de la silueta  $A'$  proporcione mayor producto escalar que el de la silueta parcialmente contenida. En términos del modelo MAON, se busca que se dispare como elemento de procesamiento de la capa intermedia ganador el que representa a la silueta incluida supuesta una MAON adiestrada con el conjunto  $A$  y utilizado  $A'$  para reconocimiento. Es decir, nuevamente debe cumplirse la expresión (3.18):

A partir de (3.2) puede obtenerse:

$$t_{A_1, A'} - t_{A, A'} = r_{A_1, A'} + s_{A_1, A'} - r_{A, A'} - s_{A, A'} \quad (3.26)$$

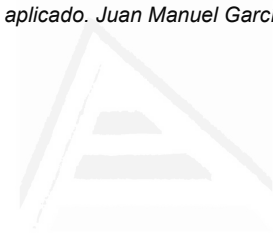
Por ser  $A_1 \subset A'$ , se cumple:

$$(r_{A_1, A'} = r_{A'}) \wedge (s_{A_1, A'} = s_{A'}) \quad (3.27)$$

Por tanto, de (3.16) y utilizando (3.26) y (3.27), se tiene:

$$\frac{(K-L)}{2} \left\{ (r_{A_1} - r_{A'}) (K+L) + (r_{A_1} + s_{A_1} - r_{A, A'} - s_{A, A'}) (K-L) \right\} > 0$$

Como:



### Capítulo 3

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

$$s_{A'} - s_{A_j, A'} = r_{A_j} - r_{A_j, A'} \quad (3.28)$$



La expresión (3.28) se refiere a la zona sombreada

Resulta la expresión:

$$(K - L) \{ r_{A_j} K - r_{A_j} L - r_{A_j, A'} (K - L) \} > 0 \quad (3.29)$$

La expresión (3.29) puede desarrollarse:

$$\begin{cases} (r_{A_j} K - r_{A_j} L - r_{A_j, A'} (K - L) > 0) \wedge (K - L > 0) \\ \vee \\ (r_{A_j} K - r_{A_j} L - r_{A_j, A'} (K - L) < 0) \wedge (K - L < 0) \end{cases} \quad (3.30)$$

Considerando que debe cumplirse también el caso **a**, hay dos posibilidades:

$$\text{b.1) } (K - L > 0) \wedge (K > 0)$$

Entonces, de (3.30) se obtiene:

$$r_{A_j} K - r_{A_j} L - r_{A_j, A'} (K - L) > 0 \quad (3.31)$$

Operando en (3.31) y teniendo en cuenta  $r_{A_j} - r_{A_j, A'} > 0$ , resulta:

$$L < \frac{r_{A_j} - r_{A_j, A'}}{r_{A_j} - r_{A_j, A'}} K \quad (3.32)$$

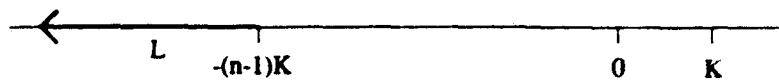

**Caracterización de la inclusión entre objetos**

La situación más restrictiva para la expresión (3.32) corresponde a que la silueta incluida sea nula, la silueta que interseca ocupe toda la imagen y que la silueta  $A'$  ocupe toda la imagen menos un punto.

$$(r_{A_i} = 0) \wedge (r_{A_j} = n) \wedge (r_{A_j, A'} = n - 1) \quad (3.33)$$

Considerando (3.32) y (3.33) y operando, resulta:

$$L < -(n-1)K \quad (3.34)$$



La flecha denota el dominio de  $L$

$$b.2) \quad (K - L < 0) \wedge (K < 0)$$

Entonces, de (3.30) se obtiene:

$$r_{A_i} K - r_{A_j} L - r_{A_j, A'} (K - L) < 0 \quad (3.35)$$

Operando en (3.35), resulta:

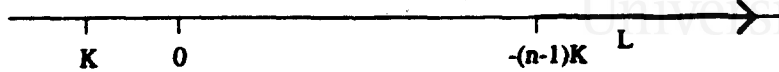
$$L > \frac{r_{A_i} - r_{A_j, A'}}{r_{A_j} - r_{A_j, A'}} K \quad (3.36)$$

La situación más restrictiva ocurre para la expresión (3.33). Considerando (3.36) y (3.33) y operando, resulta:

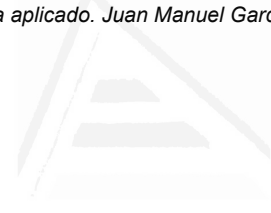
$$L > -(n-1)K \quad (3.37)$$



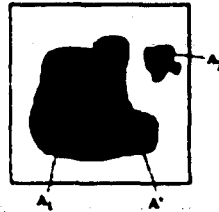
### Capítulo 3



La flecha denota el dominio de  $L$


**Caracterización de la inclusión entre objetos**

c)  $A_1$  está contenido en  $A'$  y  $A_2$  es exterior a  $A'$ .



Esta condición puede expresarse:

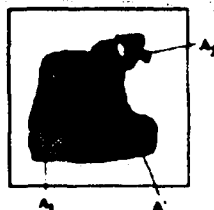
$$(A_1 \subset A') \wedge (A_2 \subset \overline{A'}) \quad (3.38)$$

Se trata de un caso particular del apartado b, el que cumple  $r_{A_1, A'} = 0$  y, como tal, está contemplado en las expresiones (3.34) y (3.37).

## Capítulo 3

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

- d)  $A_i$  y  $A_j$  intersectan con  $A'$  pero  $A_i$  tiene menos puntos exteriores a  $A'$  que los puntos que  $A_j$  tiene exteriores a  $A'$ .



Esta condición puede expresarse:

$$\begin{aligned}
 & (A_i \cap A' \neq \emptyset) \wedge (A_i \cap \overline{A'} \neq \emptyset) \wedge \\
 & (A_j \cap A' \neq \emptyset) \wedge (A_j \cap \overline{A'} \neq \emptyset) \wedge \\
 & (\text{card}(A_i \cap \overline{A'}) < \text{card}(A_j \cap \overline{A'}))
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

Se pretende establecer las condiciones para que la silueta del conjunto  $A$  con menos puntos exteriores a la silueta  $A'$  proporcione mayor producto escalar que el que proporciona la silueta con menos puntos exteriores. En términos del modelo MAON, se busca que se dispare como elemento de procesamiento de la capa intermedia ganador el que representa a la silueta con menos puntos exteriores. Es decir, debe cumplirse la expresión (3.18).

A partir de (3.2) puede obtenerse:

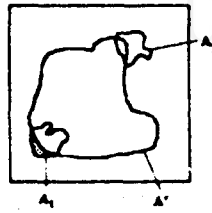
$$\begin{aligned}
 t_{A_i, A'} &= n - r_{A_i, A'} - s_{A_i, A'} \\
 t_{A_j, A'} &= n - r_{A_j, A'} - s_{A_j, A'} \\
 t_{A_i, A'} - t_{A_j, A'} &= r_{A_i, A'} + s_{A_i, A'} - r_{A_j, A'} - s_{A_j, A'}
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Como:

$$s_{A'} - s_{A_i, A'} = r_{A_i} - r_{A_i, A'}$$



## Caracterización de la inclusión entre objetos



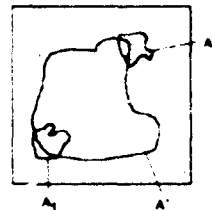
La expresión anterior se refiere a la zona sombreada

Se obtiene:

$$s_{A_1, A_2} = r_{A_1, A_2} + s_{A_2} - r_{A_1} \quad (3.41)$$

Como:

$$s_{A_2} - s_{A_1, A_2} = r_{A_1} - r_{A_2, A_1}$$



La expresión anterior se refiere a la zona sombreada

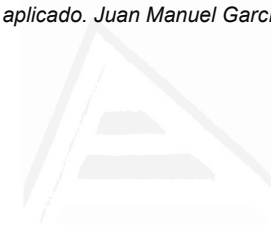
Se obtiene:

$$s_{A_2, A_1} = r_{A_2, A_1} + s_{A_1} - r_{A_2} \quad (3.42)$$

Sustituyendo (3.41) y (3.42) en (3.40):

$$t_{A_2, A_1} - t_{A_1, A_2} = r_{A_1} - r_{A_2} + 2r_{A_1, A_2} - 2r_{A_2, A_1} \quad (3.43)$$

Sustituyendo a su vez en (3.16) y operando:



### Capítulo 3

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

$$(K-L)\left\{\left[(r_{A_i} - r_{A_i,A'}) - (r_{A_j} - r_{A_j,A'})\right]L + (r_{A_i,A'} - r_{A_j,A'})K\right\} > 0 \quad (3.44)$$

Nótese que  $r_{A_i} - r_{A_i,A'}$  representa a la parte de la silueta  $A_i$  que es exterior  $A'$  y que  $r_{A_j} - r_{A_j,A'}$  a la parte de  $A_j$  que es exterior  $A'$ ; luego:

$$(r_{A_i} - r_{A_i,A'}) - (r_{A_j} - r_{A_j,A'}) < 0 \quad (3.45)$$

La expresión (3.44) puede desarrollarse:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \left[ (r_{A_i} - r_{A_i,A'}) - (r_{A_j} - r_{A_j,A'}) \right] L + (r_{A_i,A'} - r_{A_j,A'}) K > 0 \right) \wedge (K-L > 0) \\ \vee \\ \left( \left[ (r_{A_i} - r_{A_i,A'}) - (r_{A_j} - r_{A_j,A'}) \right] L + (r_{A_i,A'} - r_{A_j,A'}) K < 0 \right) \wedge (K-L < 0) \end{array} \right. \quad (3.46)$$

Luego caben dos casos:

$$d.1) \quad (K-L > 0) \wedge (K > 0)$$

Entonces, de (3.46) se obtiene

$$\left[ (r_{A_i} - r_{A_i,A'}) - (r_{A_j} - r_{A_j,A'}) \right] L + (r_{A_i,A'} - r_{A_j,A'}) K > 0 \quad (3.47)$$

Operando en (3.47), resulta:

$$L < \frac{(r_{A_i,A'} - r_{A_j,A'})}{(r_{A_i} - r_{A_i,A'}) - (r_{A_j} - r_{A_j,A'})} K \quad (3.48)$$

La situación más desfavorable; es decir, el valor más pequeño para el miembro derecho de (3.48), corresponde a que la silueta  $A_i$  tenga sólo un punto exterior a la silueta  $A'$  menos que los puntos que  $A_j$  tiene interiores a  $A'$  y el numerador sea lo mayor posible:

$$(r_{A_i} = 2) \wedge (r_{A_i,A'} = 1) \wedge (r_{A_j} = n) \wedge (r_{A_j,A'} = n-2) \quad (3.49)$$


**Caracterización de la inclusión entre objetos**

Sustituyendo (3.49) en (3.48), resulta:

$$L < -(n-3)K \quad (3.50)$$

Se concluye que el caso d.1 es menos restrictivo que el que impone la expresión (3.34) y por tanto se verificará siempre que se cumpla ésta.

$$d.2) \quad (K - L < 0) \wedge (K < 0)$$

Entonces, de (3.46) se obtiene:

$$\left[ (r_{A_1} - r_{A_1, A'}) - (r_{A_1} - r_{A_1, A'}) \right] L + (r_{A_1, A'} - r_{A_1, A'}) K < 0 \quad (3.51)$$

Operando en (3.51), resulta:

$$L > \frac{(r_{A_1, A'} - r_{A_1, A'})}{(r_{A_1} - r_{A_1, A'}) - (r_{A_1} - r_{A_1, A'})} K \quad (3.52)$$

La situación más desfavorable corresponde a la expresión (3.49), que sustituida en (3.52), conduce a:

$$L > -(n-3)K \quad (3.53)$$

Análogamente al caso d.1, ocurre que d.2 es menos restrictivo que el que impone la expresión (3.37) y por tanto se verificará siempre que se cumpla ésta.

Recapitulando, se han obtenido relaciones entre los valores de los elementos del dominio de representación de las componentes de las siluetas de tal manera que se pueden resolver problemas de inclusión entre siluetas efectuando productos escalares y, en consecuencia, utilizando una MAON. Estas relaciones son:

$$(K > 0) \wedge (L < -(n-1)K) \quad (3.54)$$

$$(K < 0) \wedge (L > -(n-1)K) \quad (3.55)$$



### 2.3 Umbral para determinar la intersección entre patrones

En los casos en que se quiera utilizar una MAON para obtener la mayor silueta de las de un conjunto que esté incluida en otra silueta, se hace necesario establecer un umbral de activación por debajo del cual, el sistema no deba ofrecer respuesta ya que de lo contrario, podría contestar con siluetas que intersectaran o incluso fueran exteriores a la silueta incógnita.

En el apartado anterior, al discutir el caso de que un patrón  $A_i$  está contenido en  $A'$  y  $A_j$  está parcialmente contenido en  $A'$ , para establecer las condiciones en que  $A_i$  proporciona mayor producto escalar que  $A_j$  (expresión (3.30)), se considera el caso límite establecido por la expresión (3.33) y se considera que el caso más desfavorable de silueta incluida corresponde a la silueta nula o ventana vacía<sup>2</sup>, que en lo sucesivo se notará  $A_v$ .

El producto escalar de la silueta nula por la incógnita proporciona el umbral de inclusión:

$$A_v \cdot A' = r_{A_v, A'} K^2 + s_{A_v, A'} L^2 + t_{A_v, A'} KL \quad (3.56)$$

Como:

$$(r_{A_v, A'} = 0) \wedge (s_{A_v, A'} = s_{A'}) \wedge (t_{A_v, A'} = r_{A'}) \quad (3.57)$$

La expresión (3.56), particularizada según (3.57), proporciona el valor para el umbral que determina la intersección de siluetas.

$$A_v \cdot A' = s_{A'} L^2 + r_{A'} KL \quad (3.58)$$

El hecho de que el umbral de intersección sea función del tamaño de  $A'$  sugiere a priori que hay que establecerlo durante el reconocimiento o que hay que tomar como umbral absoluto el mínimo de (3.58) que es  $nKL$ . Sin embargo, cabe modelizar esta situación absorbiéndola dentro del propio sistema sin más que

<sup>2</sup> Aquella cuyas componentes tienen todos valor L.



### **Caracterización de la inclusión entre objetos**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**incluir la ventana vacía en el conjunto de adiestramiento de la MAON. Así, su patrón asociado será la respuesta en caso de que ningún otro patrón esté incluido en el patrón incógnita.**

**Es decir, si en el conjunto de adiestramiento se incluye la ventana vacía, la MAON responde con el asociado del mayor de los patrones de entrada que satisfaga la condición de inclusión en el patrón incógnita o con el asociado de la ventana vacía si no se satisface la restricción de inclusión.**

## Caracterización de la inclusión entre objetos



Universitat d'Alacant  
University of Alicante

### 3 Búsqueda de sucesivos patrones incluidos mediante inhibición de la repetición de respuesta en las MAON

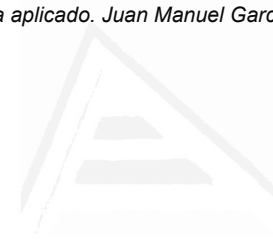
El planteamiento en este apartado va a ser la búsqueda ordenada de mayor a menor proximidad de una cantidad  $Q$  de vecinos de un patrón dado. Intuitivamente, el método podría consistir en preguntar  $Q$  veces a la MAON utilizando el patrón incógnita pero cancelando el elemento de procesamiento correspondiente a la respuesta en cada iteración; sin embargo, se va a proponer un método embebido en la propia arquitectura del modelo MAON.

Se trata de añadir a la capa de entrada un elemento de procesamiento inhibitor de manera que su entrada siempre esté activa con valor 1. El peso de conexión  $w_p^n$  del elemento de procesamiento inhibitor con uno dado de los de la capa intermedia puede tomar uno de dos valores:

- **No inhibición:** Cualquier valor constante  $w_p^n$ , el mismo para todas las conexiones, de manera que al sumarse su contribución por igual en todos los elementos de procesamiento que no hay que inhibir de la capa intermedia, no produce efecto. Este es el valor inicial de las conexiones del elemento de procesamiento inhibitor.
- **Inhibición:** Un valor  $w_p^n$  de manera que su contribución al valor del elemento de procesamiento de la capa intermedia haga que éste quede por debajo del valor de cualquier otro elemento de procesamiento de la misma capa que no haya sido inhibido. Este es el valor que debe tomar la conexión entre el elemento de procesamiento inhibitor y el elemento de procesamiento de la capa intermedia que representa al patrón de adiestramiento a inhibir.

$$w_p^n = \begin{cases} w_p^n & \text{sin inhibición} \\ w_p^n & \text{con inhibición} \end{cases} \quad (3.59)$$

Para determinar el valor del peso de inhibición hay que tener en cuenta que su contribución debe provocar una traslación del intervalo de los valores que tomen los elementos de procesamiento de la capa intermedia que han sido inhibidos respecto del intervalo de valores que pueden tomar los que no han sido inhibidos. Si el valor que toma un elemento de procesamiento de la capa intermedia es:



### Capítulo 3

- Sin inhibición:

$$v_{in} / v_{in} \in [v_{in,min}, v_{in,max}] \quad (3.60)$$

- Con inhibición:

$$v_{in} / v_{in} \in [v_{in,min}, v_{in,max}] \quad (3.61)$$

Debe cumplirse:

$$v_{in,max} < v_{in,min} \quad (3.62)$$

Al incorporar el elemento de procesamiento inhibitor, el valor que toma un elemento de procesamiento de la capa intermedia es, en general:

$$v_i = A_i \cdot A' + w^m \quad (3.63)$$

Sustituyendo según la expresión (3.11):

$$v_i = \frac{1}{2} \{ A_i^2 + A'^2 - H(A_i, A')(K - L)^2 \} + w^m$$

Basándose en la expresión (3.14):

$$v_i = \frac{1}{2} \{ (r_{A_i} + r_{A'})K^2 + (s_{A_i} + s_{A'})L^2 - t_{A_i, A'}(K - L)^2 \} + w^m \quad (3.64)$$

O bien:

$$v_i = \frac{1}{2} \{ (r_{A_i} + r_{A'} - t_{A_i, A'})K^2 + (s_{A_i} + s_{A'} - t_{A_i, A'})L^2 + 2t_{A_i, A'}KL \} + w^m \quad (3.65)$$

Para cada uno de los intervalos caracterizados por  $w_a^m$  y  $w_b^m$ , los extremos vienen dados por los extremos del sumando entre llaves en (3.65).

Asumiendo para  $K > 0$  y  $L < -(n-1)K$  según la expresión (3.54), con lo cual  $L < 0$ , el mínimo valor de activación en (3.65) corresponderá al caso en que los términos en  $K^2$  y en  $L^2$  sean lo más pequeño posible y el término en  $KL$  sea lo más grande posible. Es decir, al caso en que se interroge a una MAON con un

## Caracterización de la inclusión entre objetos

patrón complementario de uno de los utilizados en el adiestramiento, con lo cual se cumple:

$$(t_{A_1 A_2} = n) \wedge (r_{A_1} + r_{A_2} = n) \wedge (s_{A_1} + s_{A_2} = n) \quad (3.66)$$

Resulta:

$$v_{i,\max} = nKL + w^d \quad (3.67)$$

El máximo valor de activación corresponderá al caso en que los términos en  $K^2$  y en  $L^2$  sean lo más grande posible y el término en  $KL$  sea lo más pequeño posible. Es decir, al caso en que se interrogue con la ventana vacía a una MAON que incluya la ventana vacía en su conjunto de adiestramiento. Por tanto:

$$(r_{A_1} = 0) \wedge (r_{A_2} = 0) \wedge (s_{A_1} = n) \wedge (s_{A_2} = n) \wedge (t_{A_1 A_2} = 0) \quad (3.68)$$

Resulta:

$$v_{i,\max} = nL^2 + w^d \quad (3.69)$$

Sustituyendo (3.67) y (3.69) en (3.62) y particularizando  $w^d$  para cada intervalo:

$$nL^2 + w_\beta^d < nKL + w_\alpha^d \quad (3.70)$$

Se obtiene, finalmente:

$$w_\beta^d < -n|L|(K + |L|) + w_\alpha^d \quad (3.71)$$

Cada elemento de procesamiento de la capa intermedia que esté conectado al elemento de procesamiento inhibitor de la capa de entrada con peso  $w_\beta^d$  no se activará en tanto en cuanto exista alguna otra conexión del elemento inhibitor con peso  $w_\alpha^d$ .

Si no se tomaran más medidas, podrían repetirse respuestas ya producidas una vez se hubieran agotado todas las demás. Para evitar esta situación, puede establecerse



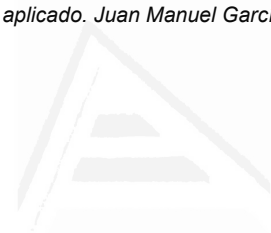
### Capítulo 3

un umbral mínimo de activación de cada elemento de procesamiento de la capa intermedia  $v_n$  que, a partir de (3.67) y (3.69), viene dado por:

$$nL^2 + w_p^d < v_n \leq nKL + w_c^d \quad (3.72)$$

De esta forma, como los elementos de procesamiento no activos contribuyen a la salida con valor 0, la no activación de ningún elemento de procesamiento viene dada porque la respuesta es la ventana vacía.

Tal cual se ha desarrollado este planteamiento de inhibición de respuesta, la MAON contesta siguiendo el criterio establecido por el dominio. El planteamiento es generalizable, sin embargo. Además, si se requiere que la respuesta no se produzca por debajo de un nivel dado distinto del propuesto, todo lo que hay que hacer es evaluar  $v_n$  convenientemente.



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **CAPITULO 4**

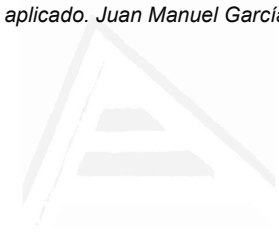
# **Algoritmos de Posicionamiento Basados en Redes Neuronales**

## 1 Introducción

El tratamiento general del problema de las semicoberturas heterogéneas formulado en la introducción de esta memoria, expresión (L12), pasa por probar el posicionamiento de las instancias de las piezas considerando todas las orientaciones y todas las traslaciones sobre la región; así como todas las combinaciones de instancias; para, a partir de ahí, seleccionar el mejor recubrimiento. Esto define un espacio de estados con explosión combinatorial y la búsqueda de la solución óptima constituye un problema NP-Completo.

Un buen referente para extracción de heurísticas que posibiliten la búsqueda de soluciones de interés de forma computable lo constituye el razonamiento que los expertos humanos utilizan ante estos problemas y que, sintéticamente, contemplan una o varias de las siguientes consideraciones:

- Estrategia voraz de posicionamiento.
- Formación de agrupaciones simples por yuxtaposición de más de una pieza a fin de obtener un conjunto global con morfología más simple que la de cada pieza individualmente. Típicamente, conjugación de dos instancias de la misma pieza giradas  $180^\circ$  entre sí de manera que se enfrenten las partes del contorno con mayor concavidad con el objetivo de conseguir una silueta básicamente convexa.
- Posicionamiento iniciado en el contorno y progresión desde un extremo hacia el otro de la región a recubrir a modo de barrido en las direcciones de los ejes de coordenadas.
- Criterio de posicionamiento basado en el parecido entre porciones de los contornos de pieza y región a fin de que la zona baldía entre ambos fragmentos de contorno constituya pérdidas asumibles.
- Posicionamiento de sucesivas instancias de pieza por traslación en la misma dirección (mientras sea posible). Tal vez esta técnica esté justificada en función de cuáles sean los contornos de las piezas y por razones de rapidez. Desde luego, para una forma cualquiera de las piezas, no parece razonable no tomar en consideración los cambios de orientación.



#### Capítulo 4

Por contra, se observa que los expertos humanos se plantean la consideración de la región completa en la toma de decisiones sólo en contadas ocasiones, las cuales vienen caracterizadas por particularidades extraordinariamente restrictivas que pueden resumirse en:

- pieza y región de dimensiones con orden de magnitud comparable,
- restricciones de calidad que permitan una poda intensiva del árbol de posicionamiento. El caso límite es la solución de un "puzzle", en que cada pieza admite posicionamiento único sobre la región.

La actitud de los expertos no sugiere indicios de que se produzca posicionamiento óptimo en el tratamiento del problema general; si bien, todo apunta a que las semicoberturas que pueden obtener podrían calificarse de cuasi-óptimas (queriendo significar que producen pérdidas cercanas a las mínimas posibles). Esta consideración hace presumible la dificultad para superarlos mediante las técnicas automáticas desarrolladas para las aplicaciones reales que se correspondan con las versiones más generales de la formulación del problema. Ello no es óbice para que en casos reales particulares como el de la industria naviera, algunos autores afirmen haber conseguido mejores resultados que los proporcionados en promedio por el posicionamiento manual [DAG,87]. Los siguientes factores, claramente diferenciales entre expertos y sistemas automáticos desarrollados hasta ahora, indican la gran potencia a que todavía pueden aspirar los sistemas automáticos:

- Los expertos, lejos de utilizar una única técnica de las referidas, como suelen hacer los sistemas automáticos, hacen uso simultáneo de varias de las técnicas. Además, el empleo de uno u otro conjunto concreto de heurísticas es decisión que toman en función de cada problema de semicoberturas a resolver individualmente.
- Consecuencia de la práctica continuada, los expertos enriquecen progresivamente el conjunto de heurísticas de las que hacen uso en un momento dado. Pero no sólo es eso; sino que llegan a desarrollar destrezas que les permiten acometer podas intensivas del árbol de posibles soluciones sin, seguramente, desechar casos próximos a la solución óptima. Entre estas habilidades que la experiencia proporciona se destacan capacidades de

### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

abstracción a dimensiones transversales de formas sumamente irregulares. Ello incluso a niveles de comportamiento que parece tener mucho de reflejo.

Hecha esta reflexión, es fácil asumir la dificultad para emular o superar de forma automatizada la labor de los expertos y sus estrategias de operación. Sin embargo, pueden extraerse algunas conclusiones que sean susceptibles de automatización:

- Empleo de estrategia voraz ante la "imposibilidad" en general de contemplar la operación globalmente.
- Consideraciones de localidad relacionadas con los contornos existentes en una zona de la región a recubrir que se selecciona como candidata a albergar una nueva instancia de pieza.
- Formación de agrupaciones.
- Criterios de progresión en el posicionamiento.

A lo largo de este capítulo se utilizará la siguiente notación de superíndice a la izquierda para denotar la resolución de la imagen, el tamaño de la ventana y características de los objetos:

- A: Alta definición y vista general del tamaño de la región.
- B: Baja definición y vista general del tamaño de la región.
- R: Alta definición y vista restringida al tamaño de la pieza más grande.
- G: Instancias de objetos obtenidas mediante giro de uno dado.
- T: Instancias de objetos obtenidas mediante traslación de uno dado.
- P: Instancias de objetos con patillas.
- H: MAON en modo umbral de intersección.
- I: MAON en modo inhibición de repetición de respuesta.

## 2 Posicionamiento basado en el modelo MAON

En la formulación del problema de las semicoberturas heterogéneas de regiones bidimensionales que se hace en la introducción de esta memoria se establece que las restricciones que deben cumplir las instancias de las piezas  $\{IPP_i^k\}$  que forman una semicobertura  $SC_p(PP^0)$  de la región  $PP^0$  son la inclusión en la región, según se define en la expresión (L5) y el no solapamiento entre instancias de piezas definido por la expresión (L7).

En el capítulo 3, destinado a la caracterización de la inclusión entre objetos, se asume que la representación de la región y de las instancias de piezas se hace mediante celdillas o cuadrículas de puntos a modo de matriz y se establece el dominio de valores que pueden tomar las celdillas (expresiones (3.54) y (3.55)) para que las situaciones relativas de inclusión y distancia entre una región  $PP^0$  y dos instancias de piezas del conjunto  $P = \{PP^1, PP^2, \dots, PP^n\}$  puedan ser evaluadas a partir de los productos escalares entre los vectores que representan a la región y los que representan a las piezas. Se ha establecido también que las MAON tienen la capacidad de proporcionar como propuesta de posicionamiento la instancia de pieza más grande de las de un conjunto  $\{IPP_i^k\}$ <sup>1, 2</sup> (utilizadas en el adiestramiento) de entre las incluidas en una región  $PP^0$  (utilizada para interrogar a la MAON) y que la incorporación de la instancia de pieza que se ha denominado pieza nula o ventana vacía  $A_v$  al conjunto de adiestramiento garantiza que sólo se obtendrán respuestas  $IPP_i^k$  que cumplan la condición de inclusión en la región  $PP^0$ .

La incorporación de capacidad de garantizar la no intersección proporciona un primer esquema básico, que se describe a continuación, para resolver el problema de las semicoberturas:

---

<sup>1</sup>El superíndice puede tomar tantos valores como piezas distintas hay:  $k=1, \dots, n$

<sup>2</sup>El subíndice puede tomar tantos valores como instancias de una pieza dada hay:  $i=1, \dots, n_k$



## Capítulo 4

**Algoritmo 1**
**Entrada**

- La región:  $PP^0$
- El conjunto de piezas:  $P = \{PP^1, PP^2, \dots, PP^n\}$

**Salida**

- Región actualizada:  $PP_j^0$
- Semicobertura actualizada:  $SC_p^j(PP^0)$

**Iniciación**

- Patrón incógnita:  $PP_i^0 = PP^0$
- Semicobertura vacía:  $SC_p^0(PP^0) = \emptyset$

**Operaciones previas**

- Formar un conjunto de pares de adiestramiento instanciando piezas mediante giro o traslación (asociar consigo o con parámetros relacionados). En el caso autoasociativo:

$$E = \{E_i \mid E_i = (IPP_i^k, IPP_i^k)\} \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k$$

- Adiestrar a una MAON caracterizada con umbral de intersección (según el apartado 4 del capítulo 3), utilizando el conjunto  $E$ :

$$\text{Adiestrar}({}^H\text{MAON}, E)$$

**Formación de la semicobertura**
**Repetir:**

- En la  $j$ -ésima iteración, interrogar a la MAON utilizando la región actualizada  $PP_j^0$  (deducidas las propuestas de posicionamiento de iteraciones anteriores). Si hubiera resultado más de una propuesta, seleccionar una de ellas,  $IPP_{ij}^k$ :

$$IPP_{ij}^k = \text{Reconocer}({}^H\text{MAON}, PP_j^0)$$

- Actualizar los datos:

$$PP_j^0 = PP_{j-1}^0 - IPP_{ij}^k \quad (\text{zona de posicionamiento disponible})$$

$$SC_p^j(PP^0) = SC_p^{j-1}(PP^0) \cup IPP_{ij}^k \quad (\text{posicionamientos hechos})$$

hasta  $(IPP_{ij}^k = A_v)$ .

### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

Teniendo en cuenta lo deducido para la respuesta que proporciona la MAON en cuanto a inclusión se refiere (apartado 3 del capítulo 3), este algoritmo:

- Garantiza la no intersección entre instancias de piezas (además de la inclusión) por el hecho de ejecutar un bucle con la región actualizada. Luego se cumplen las restricciones de la formulación general del problema en cuanto a inclusión e intersección se refiere (expresiones (L,5) y (L,7)).
- Efectúa el posicionamiento con criterio de prioridad por tamaño; primero las instancias de piezas más grandes y deja las piezas más pequeñas para ocupar los huecos finales.
- No toma en consideración los aspectos morfológicos de la región a fin de seleccionar una propuesta de posicionamiento en caso de respuesta múltiple. De esta forma, podría darse el caso de que unas cuantas propuestas de posicionamiento dispersas impidieran nuevos posicionamientos de instancias de piezas más grandes que hubieran sido posibles de haberse introducido alguna forma de compactación.
- Una pequeña precaución que no incorpora complejidad adicional puede aportar una mejora notable: Si las sucesivas instancias de una misma pieza se generan ordenadamente, por ejemplo de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo; y, durante la iteración del posicionamiento se selecciona la primera propuesta múltiple, entonces el posicionamiento progresa según el criterio de prioridad por tamaño pero complementado con un criterio secundario de posicionamiento ordenado según se lee.
- En el caso de semicoberturas homogéneas, este algoritmo vendría a coincidir con el caso de posicionamiento al azar si los patrones de adiestramiento se organizaran aleatoriamente o con un posicionamiento organizado según se lee si se toma la precaución señalada de ordenar la generación de patrones de adiestramiento.



### 3 Control de la progresión en el posicionamiento. Incorporación de patillas

Se ha establecido, en el apartado 3 del capítulo 3, la caracterización de los valores del dominio de representación de los datos de manera que el sistema responde con la pieza más grande de las que cumplen la condición de inclusión. Este hecho se va a utilizar como base de modelización de la preferencia de posicionamiento en determinada zona de la región (aumentando el tamaño de las instancias de pieza situadas en las posiciones que se quiera favorecer, antes de adiestrar a la MAON correspondiente), con lo cual se puede condicionar la secuencia en que se irá produciendo el posicionamiento de sucesivas instancias de pieza.

Por simplicidad de exposición, supóngase el caso particular de dos instancias  $IPP_i^k$  y  $IPP_j^k$  de la misma pieza  $PP^k$  (del mismo tamaño  $r_{IPP_i^k} = r_{IPP_j^k}$ ) que están incluidas en la región objeto de la semicobertura  $PP^0$  y supóngase que se tiene una región de forma aproximadamente rectangular y que se pretende posicionar progresando desde la parte más alta a la más baja.

La respuesta que proporciona la MAON es que las dos piezas son igualmente candidatas a ser posicionadas. Si se quiere que resulte candidata la instancia de pieza que ocupe una determinada posición dentro de la región, sea  $IPP_i^k$ ; lo que hay que hacer es representar a esa instancia de pieza con mayor tamaño aumentando sendas cantidades en ambas:

$$r_{IPP_i^k} + p_{IPP_i^k} > r_{IPP_j^k} + p_{IPP_j^k} \quad \forall k = 1, \dots, n; i \neq j \quad (4.1)$$

La modificación que se propone de la imagen de una instancia de pieza consistirá en añadir puntos en vertical desde la pieza hacia abajo hasta el lado inferior de la imagen. Así, las imágenes de pieza situadas más arriba tendrán mayor tamaño. Se convendrá en llamar "patillas" a estos añadidos y  $p_A$  a la cantidad de celdillas que ocupan las patillas de una pieza  $A$ <sup>3</sup>.

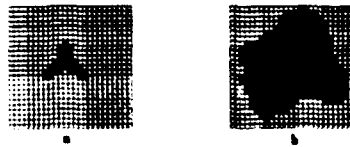
<sup>3</sup>Obsérvese que el término patilla hace alusión a la representación gráfica.

## Capítulo 4

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

La región  $PP^0$  sobre la que se van a hacer las pruebas de inclusión tiene que ser modificada con la incorporación de tantas patillas y en la misma posición relativa dentro de la imagen como patillas haya correspondientemente entre todas las imágenes de instancias de piezas. Las patillas en este caso recorren la imagen en vertical de arriba hasta abajo en toda su altura. Ello a fin de que para ninguna imagen de instancia de pieza modificada con patilla pueda ocurrir que siquiera un punto de patilla no esté contenido dentro de la imagen de la región modificada con patillas. Así, si alguna imagen tiene algún punto no dentro de la región, éste será una intersección y esa imagen será descartada por la MAON.

La adecuación de los datos se detalla a continuación acompañando un ejemplo sobre los conceptos.



Instancias de pieza (a) y de región (b)

A cada instancia de pieza se le incorpora una patilla para seleccionar la más próxima a la parte superior del contorno de la región, de entre las que estén incluidas (en este caso, las instancias de pieza se han obtenido por traslación).



Instancias de pieza con patillas

### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

A la región se le incorporan tantas patillas y en la misma posición relativa como patillas se hayan incorporado entre todas las instancias de pieza. Las patillas recorren la imagen en vertical de lado a lado.



Región con patillas

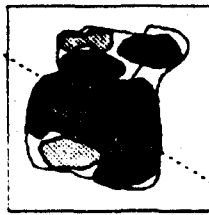
Una vez adiestrada una MAON con umbral de intersección, utilizando como patrones de entrada el de las instancias de pieza con patilla, su respuesta al ser interrogada con la región con patillas, será la o las instancias de pieza cuyas modificadas con patillas tengan cantidad de puntos máxima de entre las contenidas dentro de la región con patillas. La respuesta será múltiple cuando más de una pieza estando a la misma altura cumplan la condición de que están contenidas en la región y ninguna otra instancia de pieza contenida en la región está a mayor altura.

Volviendo al caso general, se concluye fácilmente que las patillas a añadir a las instancias de pieza deben extenderse desde la pieza, en la misma dirección y sentido contrario al que ocupe el contorno de región al que quiere aproximarse la pieza.

Para la resolución del problema de las semicoberturas, los criterios de progresión en el posicionamiento pueden modelarse vía el trazado de patillas. Casos de especial interés en el trazado de patillas son:

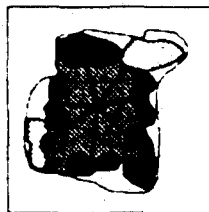
- Desde la pieza hacia abajo hasta el lado inferior de la imagen. El posicionamiento resultante será por bandas desde arriba hacia abajo. En la región puede quedar una banda inferior sin recubrir.
- En general, desde las instancias de pieza hasta una recta imaginaria. La banda de la región más próxima a la recta imaginaria puede quedar sin recubrir.

#### Capítulo 4



#### Posicionamiento por bandas

- Desde las instancias de pieza hasta un punto (a modo de radiaciones). En la región puede quedar una zona de apariencia circular sin recubrir. En particular, si el punto está aproximadamente centrado en la región, el posicionamiento seguirá un esquema de afuera hacia adentro con progresión a modo de espiral, que es el posicionamiento en frontera.



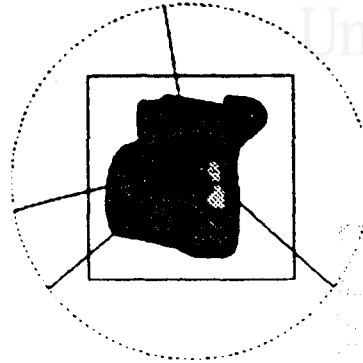
#### Posicionamiento en frontera

- Desde las instancias de pieza hacia el exterior de la imagen alejándose de un punto hasta una circunferencia mayor que la región, centrada en dicho punto. En particular, si el punto está aproximadamente centrado en la región, el posicionamiento seguirá un esquema desde el centro hacia el exterior, que es el posicionamiento por compactación. En la región puede quedar una banda exterior con apariencia de corona circular centrada en el punto de referencia. No se entrará en detalles sobre la incidencia de la forma de la imagen (circular, cuadrada, etc.) por considerar que su interés no es mayor.



### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante



### Posicionamiento por compactación

Deberá tenerse en cuenta que las patillas no sean tales que en la región cubran celdillas consecutivas porque ello afectaría a la resolución del sistema. De hecho, la anchura de la patilla es la resolución del posicionamiento; de manera que si, por ejemplo, la anchura de la patilla fuera una celdilla, el error de posicionamiento podrá ser de una celdilla.

Lo anterior se ha desarrollado para un caso sencillo en que las instancias eran de la misma pieza (aplicable a la resolución del problema de las semicoberturas homogéneas). En el caso de las semicoberturas heterogéneas, hay que considerar, además, que al haber distintos tamaños de instancias de piezas, puede darse el caso de que piezas pequeñas con patillas grandes sean en conjunto más grandes que piezas mayores con patillas más pequeñas y, por lo tanto, la pieza más pequeña podría resultar candidata preferente a ser posicionada si se verifica:

$$(r_{IPP_i^k} > r_{IPP_j^k}) \wedge (r_{IPP_i^k} + p_{IPP_i^k} < r_{IPP_j^k} + p_{IPP_j^k}) \left\{ \begin{array}{l} \forall k \neq 1 \\ i = 1, \dots, n_k \\ j = 1, \dots, n_i \end{array} \right. \quad (4.2)$$

De hecho, el criterio de posicionamiento da preferencia a la instancia que verifique que el tamaño conjunto de pieza más patilla es máximo; de entre las contenidas en la región incógnita, se entiende.

$$\max \{ r_{IPP_i^k} + p_{IPP_i^k} \} \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k \quad (4.3)$$

#### Capítulo 4

La condición para que siga teniendo validez el criterio de posicionamiento con preferencia por tamaño de las piezas impone que, de entre dos piezas de distinto tamaño, la instancia de la pieza de mayor tamaño  $r_{iPr_i}$  con la patilla más pequeña  $p_{iPr_i}$  tenga mayor tamaño que la instancia de la otra pieza  $r_{iPr_j}$  con la patilla más grande  $p_{iPr_j}$ .

$$r_{iPr_i} + p_{iPr_i} > r_{iPr_j} + p_{iPr_j} \quad (4.4)$$

En todo caso, esta restricción puede traducirse a un problema de resolución en la representación de los datos (tamaño de los objetos relativo a tamaño de las celdillas), de manera que la diferencia en cantidad de componentes entre dos piezas sea mayor que la diferencia entre los tamaños de patilla máxima y mínima.

$$r_{iPr_i} - r_{iPr_j} > p_{iPr_j} - p_{iPr_i} \quad (4.5)$$

Con estas consideraciones, el posicionamiento en el caso heterogéneo progresa con preferencia para las piezas más grandes.

Aún puede afinarse más en la restricción hasta el punto de que, conservándose el criterio de preferencia en el posicionamiento en cuanto a su efecto en el resultado final, la progresión en el posicionamiento ocurre de manera que se pueden poner piezas pequeñas en huecos dejados por otras más grandes sin necesidad de que se hayan puesto todas las grandes. Se trata de hacer que se cumpla la expresión:

$$r_{iPr_i} - r_{iPr_j} > \alpha \Delta_{iPr_i} \quad / \alpha > 1 \quad (4.6)$$

siendo  $\Delta_{iPr_i}$  la dimensión transversal de la pieza grande en la dirección de la patilla.

Para cancelar el efecto de preferencia por tamaño en el posicionamiento, hay que conseguir que todas las piezas más sus patillas en una posición dada de la imagen tengan el mismo tamaño. Para ello, si la pieza de mayor tamaño es  $r_{iPr_i}$ , cualquier otra debe tener patilla:



### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

$$P_{PP^i} = r_{PP^i} + P_{PP^i} - r_{PP^i} \quad (4.7)$$

Si lo que se quiere es que la pieza  $PP^i$  sea candidata preferente:

$$P_{PP^i} > r_{PP^i} + P_{PP^i} - r_{PP^i} \quad (4.8)$$

Se está, pues, utilizando patillas para modelizar la doble situación de:

- Controlar la progresión del posicionamiento.
- Controlar el criterio de preferencia de pieza.

La incorporación de patillas tiene como inconveniente el de la resolución, ya que, como se ha indicado, la anchura de patilla incide sobre la tolerancia en el posicionamiento.

#### 4 Posicionamiento con progresión controlada

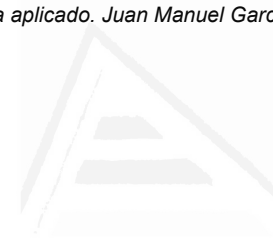
Se ha señalado que la generación ordenada de los patrones de adiestramiento puede determinar la estrategia de selección de la zona de la región en que se probará el posicionamiento en cada paso de la iteración del algoritmo 1. Aún cuando esa propuesta no tiene por qué ser desdeñable sino todo lo contrario, puede argumentarse en su contra que tiene mucho de planteamiento cerrado y que a partir de la misma, difícilmente podrán seguirse razonamientos para tratar otros aspectos del problema de las semicoberturas o para modelar criterios de posicionamiento muy elaborados como, por ejemplo, el posicionamiento en frontera propuesto por Rizo [RIZ,91].

En este apartado se hace una propuesta que considera expresamente la aproximación de las instancias de pieza al contorno de la región y que dirige la progresión en el posicionamiento basándose en información contenida en los propios datos. En cambio requiere de adecuación previa de los datos, precisamente para incorporar los elementos discriminantes (patillas) en que luego se basará el criterio de progresión en el posicionamiento.

La incorporación de patillas hace posible, como se ha visto, ejercer control sobre la secuencia en que progresa el posicionamiento; de manera tal, que es posible modelar heurísticas en este sentido. Por ejemplo, intuitivamente se observa que, en general, el posicionamiento en frontera debe producir mejores resultados que el posicionamiento por compactación ya que el primero puede terminar dejando un residuo en la zona central de la región de tamaño del orden de magnitud de la pieza más pequeña o menor; mientras que el segundo puede crear una especie de corona circular en la zona más externa de la región con anchura del orden de magnitud de la pieza más pequeña o menor.

Restricciones adicionales pueden sugerir en casos concretos cuál puede ser el criterio de posicionamiento a seguir. Por ejemplo, el recorte de patrones sobre superficies con una de las dimensiones transversales mucho mayor que la otra aconseja posicionamiento con las patillas en la dirección de esa dimensión mayor. Se desarrolla el algoritmo, supuesto el empleo de patillas, para que el posicionamiento progrese desde arriba hacia abajo aún cuando es generalizable a otros criterios de progresión.





## Capítulo 4

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Algoritmo 2****Entrada**

- La región:  $PP^0$
- El conjunto de piezas:  $P = \{PP^1, PP^2, \dots, PP^n\}$

**Salida**

- Región actualizada:  $PP_j^0$
- Semicobertura actualizada:  $SC_j^0(PP^0)$

**Iniciación**

- Patrón incógnita:  ${}^P PP_0^0 = \text{PonerPatillas Region}(PP^0)$
- Semicobertura vacía:  $SC_P^0(PP^0) = \emptyset$

**Operaciones previas**

- Formar un conjunto de patrones instanciando piezas mediante giro o traslación:
 
$$IPP_k^k = \text{InstanciarPiezas}(PP^k) \quad \forall k = 1, \dots, n$$
- Construir patrones de entrada:
 
$${}^P IPP_i^k = \text{PonerPatillaPieza}(iIPP_i^k) \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k$$
- Formar un conjunto de pares de adiestramiento (asociar consigo o con parámetros relacionados) En el caso autoasociativo:
 
$$E = \{E_i / E_i = ({}^P IPP_i^k, IPP_i^k)\} \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k$$
- Adiestrar a una MAON caracterizada con umbral de intersección según el apartado 4 del capítulo 3, utilizando el conjunto E:
 
$$\text{adiestrar}({}^H \text{MAON}, E)$$

**Formación de la semicobertura****Repetir:**

- En la j-ésima iteración, interrogar a la MAON utilizando como patrón incógnita la región objeto de la semicobertura actualizada y con patillas  ${}^P PP_j^0$  (deducidas las propuestas de posicionamiento de iteraciones anteriores, salvo las líneas que son patillas). Si hubiera resultado más de una propuesta, seleccionar una de ellas,  $IPP_{j,j}^k$

$${}^P PP_{j,j}^k = \text{keconocer}({}^H \text{MAON}, {}^P PP_j^0)$$

- Actualizar los datos:

$$PP_j^0 = PP_{j-1}^0 - IPP_{j,j}^k \quad (\text{zona de posicionamiento disponible})$$

## Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

$${}^rPP_j^o = \text{PonerPatillas Region}(PP_j^o)$$

$$SC_p^j(PP^o) = SC_p^{j-1}(PP^o) \cup IPP_{ij}^k \quad (\text{posicionamientos hechos})$$

hasta  $(IPP_{ij}^k = A_v)$ .

Teniendo en cuenta lo deducido para la respuesta que proporciona la MAON, este algoritmo:

- Garantiza la no intersección entre instancias de piezas.
- Presenta el siguiente esquema de posicionamiento:
  - Tendencia a posicionar piezas aproximándolas al contorno de la región desde arriba hacia abajo, primero las piezas de mayor tamaño.
  - A medida que el posicionamiento progresa, las piezas más pequeñas podrán ser propuestas de posicionamiento en los huecos que quedaran en la parte de arriba al tiempo que piezas grandes fueran posibles propuestas en partes de más abajo. Ello en función de que los tamaños de piezas pequeñas más sus patillas fueran similares a los tamaños de piezas grandes con las patillas suyas.

El criterio de posicionamiento se resume, pues, en una neurística basada en formar un mosaico con las piezas más grandes y rellenar los huecos con las piezas más pequeñas.

Entre las ventajas, se destaca que es un algoritmo muy sencillo y, como corresponde a un modelo basado en operaciones con matrices, muy paralelizado en lo que se refiere a pruebas para búsqueda de la instancia de pieza a posicionar.

Se encuentran los siguientes inconvenientes:

- El número de instancias y, en consecuencia, el conjunto de adiestramiento, puede llegar a ser muy elevado, lo que repercute en que la cantidad de elementos de procesamiento de la capa intermedia sea elevada.



#### Capítulo 4

- Cada instancia de pieza se almacena en una imagen del tamaño de la región. Esto significa que la cantidad de elementos de procesamiento de la capa de entrada tendrá tamaño de la imagen de la región aún cuando el posicionamiento se hará en una zona de dicha región cuyo tamaño será del orden de magnitud del tamaño de las piezas.

Ambos inconvenientes inciden directamente en el tamaño de las matrices de pesos; es decir, en los requerimientos de capacidad de almacenamiento.

Ello sugiere que el método estará tanto más indicado cuanto menor sea la relación entre los tamaños de región y de pieza.

En cualquier caso, parece razonable plantearse algún otro método que suprima o al menos reduzca tal proliferación de instancias de pieza y los tamaños de la imágenes sobre las que operar.

## **5 El criterio de parecido entre contornos de pieza y región basado en el modelo RHI**

Hasta ahora se ha hecho referencia a posicionamiento por aproximación a contorno. Se ha propuesto que una MAON con inhibición de intersección que se adiestre con instancias de piezas modificadas con patillas, al ser interrogada utilizando una región incógnita, proporcionará como respuesta la instancia de pieza más grande. Esta característica de tamaño está relacionada en principio con el hecho de que la instancia se acople mejor a la zona más alta del fragmento del contorno de la región al que apuntan las patillas. Sin embargo, no siempre será cierta esa relación entre tamaño (incluidas las patillas) y parecido entre contornos; sino que, entre otros factores, también están involucrados la forma de la pieza y el grado de discretización para obtener las instancias de las piezas. Por eso, para referirse al algoritmo 2 anterior se ha preferido utilizar la expresión "aproximación a contorno" queriendo transmitir la idea de "acercar hasta tangencia en al menos un punto".

En este apartado se va a sentar la base para un criterio que procura encontrar un intervalo de contorno de pieza que, enfrentado a uno de región, delimite una forma de superficie mínima. A este concepto se va a hacer referencia como de "parecido entre contornos". El modelo RHI tiene algunas características que lo hacen muy indicado para abordar este problema.

En términos de patrones de adiestramiento y de reconocimiento, el problema de aproximación por parecido entre contornos se plantea como sigue:

**Dada una silueta de una región o una vista parcial de la misma que incluya parte de su contorno, se trata de encontrar una instancia de pieza tal que enfrentada al contorno de la región, entre ambos contornos quede la menor superficie posible.**

Para adiestrar a la RHI se va a utilizar un conjunto de pares de patrones formado por instancias de las piezas giradas alrededor de un punto (centroide o centro de masas), típicamente una cantidad constante. Se utilizará modo autoasociativo de adiestramiento porque al darse la circunstancia de que la RHI no necesariamente contesta con patrones de los utilizados en adiestramiento sino que cabe esperar

## Capítulo 4

respuestas con distorsión, será necesaria una etapa posterior de filtrado de la respuesta obtenida.

En reconocimiento, se utilizará la región objeto de posicionamiento como patrón incógnita. Como la respuesta será inferida a partir de las componentes relevantes, que son las que caracterizan a unos patrones de adiestramiento respecto de otros, las consideraciones de forma de la región para encontrar una pieza van a ser una función de la forma de la incógnita en las inmediaciones de las componentes relevantes. Dicha respuesta será tanto más selectiva cuanto mayor sea la cantidad de componentes relevantes. Como en este caso que se está tratando cabe esperar que haya más celdillas que pares de adiestramiento, es conveniente, a efectos de la calidad de respuesta, que la cantidad de componentes relevantes sea elevada, lo cual es función directa de la discretización en el giro.

El hecho de obtenerse las instancias de las piezas mediante giro alrededor de su centroide hace que los puntos (celdillas) en que difieren unas instancias de otras se sitúen en las irregularidades de las piezas (oquedades y, sobre todo, forma de los contornos). Dado que la RPI encuentra las componentes relevantes entre los puntos que permiten discriminar a unos patrones de otros, ocurrirá que el fragmento significativo estará constituido por puntos que se sitúan en bandas circulares alrededor del centro de giro de las piezas. Salvo en lo que respecta a posibles oquedades, los anillos concéntricos que se constituyen en lugar geométrico donde pueden encontrarse las componentes relevantes, se sitúan en la zona donde los patrones de adiestramiento presentan las singularidades de su contorno. Ello significa que la inferencia a partir de un patrón incógnita (fragmento de región) seguirá una heurística en estrecha relación con la forma del contorno del mismo.

Por otro lado, al ser el adiestramiento en modo autoasociativo, todos los sistemas de ecuaciones que se generan son compatibles necesariamente<sup>4</sup>. Luego se inferirá para todas las componentes de la salida y sólo se requiere una iteración para adiestrar.

---

<sup>4</sup>Cualquier columna de términos independientes es igual a una columna de la matriz de coeficientes.

### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

La situación es, pues, que los sistemas podrán ser:

- **Determinados** (en general, tanto más previsible cuanto mayor sea la cantidad de pares de adiestramiento). En realidad, al obtenerse los patrones por giro, sólo pueden resultar sistemas determinados en casos límite no realistas<sup>5</sup>.
- **Indeterminados**. Es fácil entender que sea así porque la cantidad de incógnitas (dimensión de los patrones de entrada) será mayor que la cantidad de ecuaciones (cantidad de patrones).

Asumiendo que el único caso realista es el de indeterminación al resolver los sistemas de ecuaciones, se trata de seleccionar adecuadamente las componentes relevantes de manera que se concentren, en la medida de lo posible, en un sector de los anillos concéntricos que son el lugar geométrico donde puede encontrarse el fragmento significativo.

Hecho así, si además se tiene la precaución de que el fragmento significativo esté en la zona donde se encuentra la parte del contorno de la región respecto del cual se quiere posicionar, la respuesta de la RHI será, efectivamente, por parecido con el contorno de esa zona.

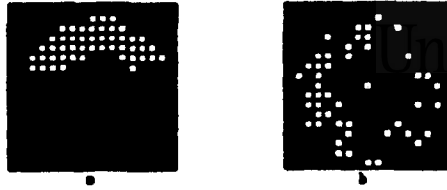


Patrones de entrada: instancias de pieza giradas 1/48 vuelta.

---

<sup>5</sup>En el caso que se está tratando, el número de incógnitas será, en general, mayor que la cantidad de ecuaciones y, consecuentemente, los sistemas resultarán indeterminados.

## Capítulo 4



Componentes relevantes distribuidas: ordenadamente (a) y aleatoriamente (b)

Podría darse el caso de que más de una instancia de pieza fuera buena candidata. Esto va a ser causa de que la RHI proporcione una respuesta que contenga información de más de un patrón. Por ello será necesaria una etapa de filtrado posterior que puede hacerse con una MAON en modo de respuesta múltiple. Los patrones de entrada para el adiestramiento de la MAON serán los mismos que se utilizaron para adiestrar a la RHI. Los patrones de salida para el adiestramiento serán los que se decida en función del formato de datos que se maneje. Para preguntar a esta MAON se utilizará la respuesta que proporcione la RHI.

## Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

## 6 Posicionamiento por aproximación sucesiva

A continuación se propone un algoritmo de posicionamiento en tres etapas: selección de zona de posicionamiento, orientación de pieza y aproximación a contorno:

## Algoritmo 3

## Entrada

- Imagen de la región en alta definición:  ${}^A PP^0$
- Imágenes de las piezas con el mismo formato:  ${}^A P = \{ {}^A PP^1, {}^A PP^2, \dots, {}^A PP^n \}$
- Dimensiones transversales máximas de todas las piezas en baja definición:  
( ${}^B PP_{i_{\max}}, {}^B PP_{j_{\max}}$ )
- Relación entre las dimensiones transversales de las piezas en alta definición y el tamaño de la ventana restringida: ( ${}^A \rho_x, {}^A \rho_y$ )

## Salida

- Región actualizada:  ${}^A PP_j$
- Semicobertura actualizada:  $SC_{A_p}^j({}^A PP^0)$

## Iniciación

- Semicobertura vacía:  $SC_{A_p}^0({}^A PP^0) = \emptyset$

## Operaciones previas

- Obtener factor de proporcionalidad  $\varphi$  entre ventanas para  ${}^A PP^0$  y  ${}^B PP^0$ :<sup>6</sup>

$$\varphi = \left( \frac{{}^A P_{i_{\max}}}{{}^B P_{i_{\max}}}, \frac{{}^A P_{j_{\max}}}{{}^B P_{j_{\max}}} \right)$$

- Representar la región en baja definición:  
 ${}^B PP^0 = \text{CambiarEscala Region}({}^A PP^0, \varphi)$ .
- Representar las piezas en el mismo formato:

<sup>6</sup>Todas las piezas, incluso las más pequeñas tienen que aparecer representadas.



## Capítulo 4



Universitat d'Alacant  
Universitat de Alicante

$${}^B P = \{ {}^B PP^1, {}^B PP^2, \dots, {}^B PP^n \} = \text{CambiarEscalaPiezas}({}^A P, \varphi)$$

- Formar un conjunto de patrones por traslación de piezas:

$${}^{TB} IPP_i^k = \text{InstanciarPiezas}({}^B PP^k) \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k$$

- Construir patrones de entrada:

$${}^{TB} E_i = \text{PonerPatillaPieza}({}^{TB} IPP_i^k) \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k$$

- Formar un conjunto de pares de adiestramiento:

$${}^{TB} E = \{ {}^{TB} E_i \quad / \quad {}^{TB} E_i = ({}^{TB} IPP_i^k, {}^{TB} IPP_i^k) \}$$

- Adiestrar a una MAON caracterizada con umbral de intersección e inhibición de repetición de respuesta utilizando el conjunto de pares de patrones  ${}^{TB} E$ :

$$\text{Adiestrar}({}^{HDB} \text{MAON}, {}^{TB} E)$$

- Incorporar patillas a la región en baja definición:

$${}^B PP^0 = \text{PonerPatillasRegion}({}^B PP^0)$$

- Representar las piezas en la ventana restringida utilizando  $({}^A \rho_x, {}^A \rho_y)$ :

$${}^R P = \{ {}^R PP^1, {}^R PP^2, \dots, {}^R PP^n \} = \text{RestringirVentana}({}^A P, ({}^A \rho_x, {}^A \rho_y))$$

- Formar un conjunto de patrones por giro de piezas:

$${}^{GR} IPP_i^k = \text{InstanciarPiezas}({}^R PP^k) \quad \forall k = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n_k$$

- Formar un conjunto de pares de adiestramiento:

$${}^{GR} E = \{ {}^{GR} E_i \quad / \quad {}^{GR} E_i = ({}^{GR} IPP_i^k, {}^{GR} IPP_i^k) \}$$

- Adiestrar a una RHI utilizando el conjunto de pares de patrones  ${}^{GR} E$ :

$$\text{Adiestrar}({}^R \text{RHI}, {}^{GR} E)$$

- Adiestrar a una MAON en modo de respuesta múltiple utilizando  ${}^{GR} E$ :

$$\text{Adiestrar}({}^{GR} \text{MAON}, {}^{GR} E)$$

<sup>7</sup>Esta MAON debería contestar con la instancia de pieza más próxima, aunque interseccione con la región, lo que se puede conseguir relajando adecuadamente el umbral. Esto es sobre todo importante si la región tiene "agujeros".

## Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## Formación de la semicobertura

## Repetir:

- En la  $j$ -ésima iteración, interrogar a  ${}^B\text{MAON}$  utilizando como patrón incógnita la región objeto de la semicobertura actualizada y con patillas  ${}^{BP}\text{PP}_j^0$  (deducidas las propuestas de posicionamiento de iteraciones anteriores, salvo las líneas que son patillas). Si hubiera resultado más de una propuesta, seleccionar una de ellas,  ${}^B\text{IPP}_{ij}^k$ :

$${}^B\text{IPP}_{ij}^k = \text{Reconocer}({}^{HB}\text{MAON}, {}^{BP}\text{PP}_j^0)$$

(Etapas de aproximación al posicionamiento)

- Tomar vista restringida de la región actualizada en alta definición de manera que ocupe la misma posición relativa que  ${}^B\text{IPP}_{ij}^k$ :

$${}^R\text{PP}_j^0 = \text{RestringirVentana}({}^A\text{PP}_j^0, (\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y))$$

- Interrogar a  ${}^R\text{RHI}$  utilizando como incógnita a  ${}^R\text{PP}_j^0$ :

$${}^{GR}\text{IPP}_{ij}^k = \text{Reconocer}({}^R\text{RHI}, {}^R\text{PP}_j^0)$$

- Interrogar a  ${}^{GR}\text{MAON}$  utilizando como incógnita a  ${}^{GR}\text{IPP}_{ij}^k$ :

$$\{ {}^{GR}\text{IPP}_{ij}^k \} = \text{Reconocer}({}^{GR}\text{MAON}, {}^{GR}\text{IPP}_{ij}^k)$$

(Etapas de selección de orientación)

- A partir de  $\{ {}^{GR}\text{IPP}_{ij}^k \}$ , obtener el siguiente conjunto de pares de patrones:

$${}^{TRP}E_j = \{ {}^{TRP}E_{ij} / {}^{TRP}E_{ij} = ({}^{TRP}\text{IPP}_{ij}^k, {}^{TR}\text{IPP}_{ij}^k) \}$$

- Utilizar  ${}^{TRP}E_j$  para adiestrar a una MAON con umbral de intersección:

$$\text{Adiestrar}({}^{HTR}\text{MAON}, {}^{TRP}E_j)$$

- Incorporar patillas a la región en vista restringida:

$${}^{RP}\text{PP}_j^0 = \text{PonerPatillasRegion}({}^R\text{PP}_j^0)$$

- Interrogar a  ${}^{TR}\text{MAON}$  utilizando  ${}^{RP}\text{PP}_j^0$ . Seleccionar propuesta,  ${}^R\text{IPP}_{ij}^k$ :

$${}^R\text{IPP}_{ij}^k = \text{Reconocer}({}^{HTR}\text{MAON}, {}^{RP}\text{PP}_j^0)$$

(Etapas de aproximación a contorno y posicionamiento definitivo)

- Actualizar los datos: <sup>8</sup>

<sup>8</sup>Considérese la posición relativa de la ventana restringida respecto de la vista general en alta definición.

## Capítulo 4

$$\begin{aligned}
 {}^A PP_j^o &= \text{Actualizar}({}^A PP_{j-1}^o, {}^B IPP_{ij}^k) \\
 {}^B PP_j^o &= \text{CambiarEscala Region}({}^A PP_j^o, \varphi) \\
 {}^{B^p} PP_j^o &= \text{PonerPatillas Region}({}^B PP_j^o) \\
 SC_{A_p}^j (PP^o) &= SC_{A_p}^{j+1} (PP^o) \cup {}^B IPP_{ij}^k \\
 \text{hasta } ({}^B IPP_{ij}^k &= A_v)
 \end{aligned}$$

Se acompaña un ejemplo:

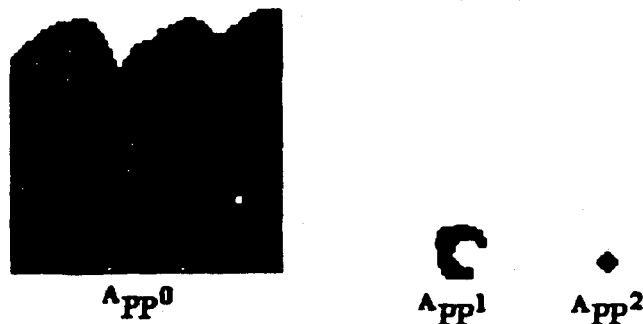
- **Primera etapa:** Se trata de seleccionar una zona de la región como candidata de posicionamiento. Su objeto es que las siguientes etapas puedan operar con una vista parcial de la región que es la que queda comprendida en una ventana restringida de la imagen completa de la región. Como es lógico, estará tanto más justificada cuanto mayor sea la relación entre las dimensiones transversales de la región y las de la pieza de dimensiones transversales mayores. De esta forma, las etapas posteriores operan sobre datos del tamaño de orden de magnitud del de las piezas; lo que establece cierta independencia del tamaño de la región.

Consecuencia de que las siguientes etapas operen en una ventana restringida es que las operaciones posteriores se basan estrictamente en consideraciones locales. En todo caso, baste decir que las decisiones basadas en la consideración global de la región están contempladas en esta primera etapa, al seleccionar la zona objeto de posicionamiento.

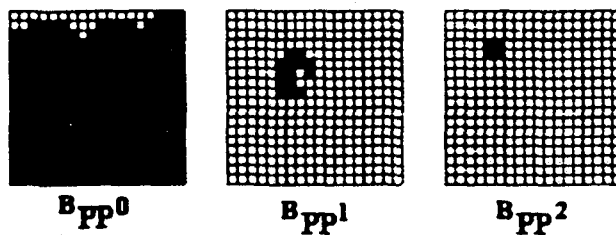
La propuesta es operar con imágenes de piezas y región en baja definición. Esta decisión encuentra su justificación en la ventaja que supone en tiempos y recursos trabajar con datos más reducidos sin afectar a los resultados, ya que se trata de una operación de aproximación. El método es utilizar una MAON con

### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

inhibición de repetición de respuesta y umbral de intersección<sup>9</sup>. Conviene probar hasta el nivel de intersección suficiente para compensar la pérdida de resolución derivada de operar en baja definición. Esta MAON se adiestrará con instancias, obtenidas por desplazamiento, de las piezas, con patillas, en baja definición. La zona de posicionamiento aproximado se obtendrá cada vez que se interroge a la MAON con la imagen de la región, con patillas, en baja definición.



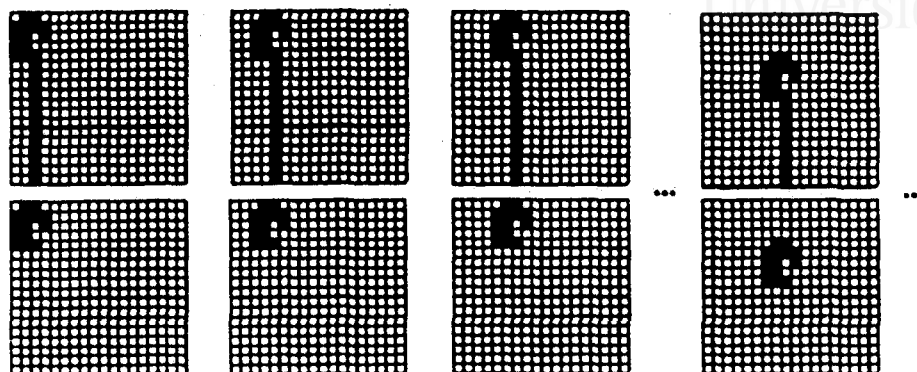
Objetos en alta definición (imagen de 70x70 puntos)



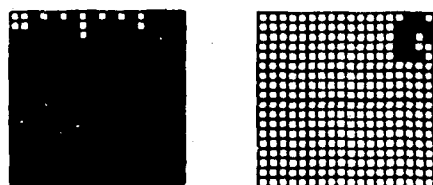
Objetos en baja definición (imagen de 18x18 puntos)

<sup>9</sup>Nótese que el umbral de intersección podría relajarse para permitir cierta tolerancia en la restricción de intersección si es que se tratara de modelar la situación que Dagli y Tatoglu refieren como tolerancia en el cortado [DAG.87].

#### Capítulo 4



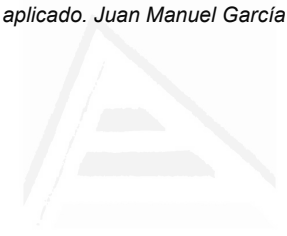
Conjunto de adiestramiento para la MAON en baja definición



Región en baja definición con patillas y propuesta de zona aproximada de posicionamiento

- **Segunda etapa:** Consiste en seleccionar, de entre todas las posibles orientaciones de todas las piezas, una o unas pocas orientaciones de una o unas pocas piezas. El criterio se basa en las características locales (forma del contorno) de la zona de la región seleccionada en la primera etapa.

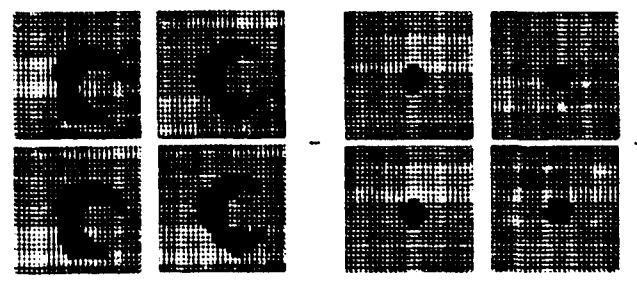
Centrada la atención en la vista parcial de la región que proporciona la ventana restringida, y tomando en consideración el contorno de esa vista parcial de la región, el objetivo de esta etapa es seleccionar, de entre las posibles, las orientaciones de aquellas piezas cuyo contorno frente al de la vista parcial de la región sea suficientemente parecido. A este fin, se utilizará una RHI adiestrada en modo autoasociativo, con instancias de las piezas obtenidas por giro, en imágenes en alta definición, del tamaño de la ventana restringida.



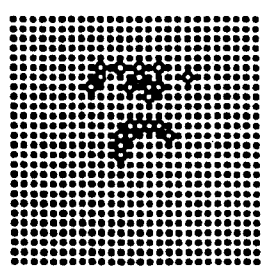
Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales

Se interrogará a la RHI con una imagen de la zona de posicionamiento aproximado, en alta definición, cuyo tamaño sea el de la vista restringida. Resultará una imagen compuesta y distorsionada, en general, obtenida por contribución de las orientaciones de las piezas mejores candidatas. Para separar las orientaciones, se utiliza una MAON en modo de respuesta múltiple, adiestrada con el mismo conjunto de pares de patrones que la RHI y se utiliza la salida de la RHI para interrogar a la MAON.



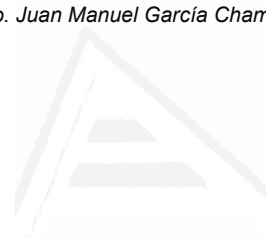
Pares de adiestramiento obtenidos por giro de las piezas en ventana restringida (imagen de 26x26 puntos)



Fragmento significativo de la RHI



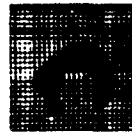
Vista de la región en la zona de posicionamiento seleccionada



#### Capítulo 4



Orientación aproximada obtenida por la RFI



Orientación filtrada con la MAON

- **Tercera etapa:** Para la selección definitiva de la instancia de pieza que se posiciona se efectúa la aproximación a contorno según una dirección establecida.

Una vez seleccionadas las orientaciones de las piezas en la etapa anterior, se ensaya con instancias trasladadas de esas piezas dentro de la ventana restringida para seleccionar definitivamente la mejor candidata utilizando un último paso de aproximación a contorno. Es como si la instancia ya orientada fuera desplazada hacia el contorno. Para el posicionamiento definitivo se utiliza una MAON con umbral de intersección. El conjunto de adiestramiento se construye a partir de las propuestas de orientación ya obtenidas, por traslación e incorporación de patillas, dentro de la ventana restringida.

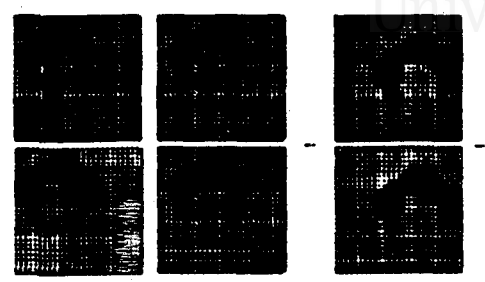
Se utiliza la vista restringida de la región en alta definición, con patillas, para interrogar a esta MAON. La respuesta será la o las instancias de piezas "mejor aproximadas"<sup>10</sup> al contorno de la región en la zona comprendida dentro de la ventana restringida.

---

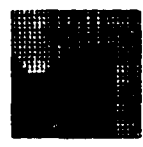
<sup>10</sup>Se entiende que en la dirección y según el criterio que imponen las patillas.



**Algoritmos de posicionamiento basados en redes neuronales**



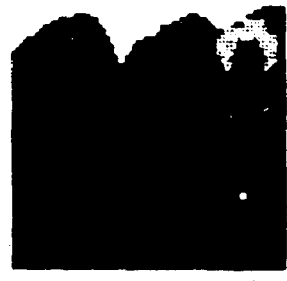
**Pares de adiestramiento para aproximación a contorno (imagen de 26x26 puntos)**



**Vista restringida de región con patillas para efectuar aproximación a contorno**

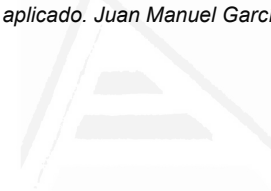


**Posición definitiva**



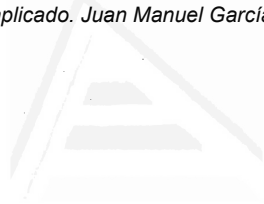
**Imagen de la región actualizada en alta definición**





#### Capítulo 4

La etapa de posicionamiento aproximado seguida de la de selección de la orientación y de la de posicionamiento definitivo forman parte de un bucle general de posicionamiento cuya iteración constituye la progresión en la colocación de piezas. La MAON que opera en la primera etapa para buscar las zonas de posicionamiento aproximado, proporcionará la ventana vacía cuando no encuentre zonas para ensayar más posicionamientos. Esta es la condición de terminación.



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **CAPITULO 5**

### **Resultados de los Experimentos**



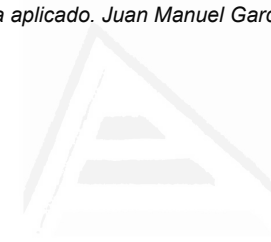
## 1 Introducción

La realización de un conjunto de experimentos para poner de relieve las prestaciones de los algoritmos plantea un análisis previo de la situación:

- Se aborda el problema de las semicoberturas a un nivel de generalización que no había sido tratado previamente. La realización de experimentos comparativos con otros métodos propuestos para otras versiones menos elaboradas del problema carece, pues, de sentido y podría conducir a conclusiones engañosas.
- Se trata de resolver un problema que incorpora aspectos morfológicos y, como tal, la parametrización para caracterizarlo incorpora elevada cantidad de variables para llegar a resultados no extrapolables a casos generales. Según se observa en otros autores, la práctica común consiste en mostrar resultados de experimentos suficientemente representativos del comportamiento de la solución.
- De cada uno de los algoritmos que se proponen pueden especificarse variantes de interés en casos concretos. Sin embargo el problema que se ha resuelto ha sido motivador para establecer una metodología que pudiera ser viable para abordar un tipo de problema que, como se expuso en la introducción de esta memoria, tiene notable interés. Si bien, para su aplicación a cualquier caso real se impone la instrumentación paralela a fin de sacar partido de las ventajas que comporta la metodología conexionista.

En este capítulo se discuten resultados del posicionamiento de patrones en condiciones generales. Se ha optado por simulación de un caso particular del algoritmo de posicionamiento por aproximación sucesiva, para lo que se ha instrumentado el siguiente prototipo:

- Algoritmo: Posicionamiento por aproximación sucesiva.
- Progresión del posicionamiento: Desde arriba hacia abajo.
- Preferencia de piezas: Prioridad por tamaño.
- Instrumentación: Simulación secuencial software.
- Soporte hardware: Procesador i80486, 50 MHz, 16 MB RAM.
- Soporte software: Lenguaje C sobre entorno Windows



## Capítulo 5

Las piezas utilizadas son algunas de ellas de formas habituales en la industria del calzado; otras constituyen referentes sencillos (círculo y cuadrado) y muchas de ellas incorporan concavidades notablemente acentuadas.

En las cabeceras de las tablas que aparecen a lo largo del capítulo se utilizan los siguientes símbolos:

- ${}^T\text{IPP}$  Cantidad de instancias de pieza en baja definición obtenidas por traslación.
- ${}^G\text{IPP}$  Cantidad de instancias de pieza obtenidas por giro.
- $(\Delta_x, \Delta_y)$  Desplazamiento, expresado en celdillas, en las direcciones de los ejes X e Y para obtener instancias de las piezas por traslación.
- $(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$  Relación entre los valores de los lados de la ventana restringida y las dimensiones transversales máximas de las piezas.

En la columna titulada "semicobertura" se expresa la cantidad de instancias colocadas de cada pieza y la relación entre superficie utilizada y la superficie de la región (en tanto por ciento).

## Resultados de los experimentos













## 2 Plan de experimentos

La naturaleza del problema que se trata sugiere que no tenga sentido en general la comparación con el caso óptimo sino, en todo caso, con las tentativas de expertos humanos. Se ha planteado el siguiente plan de experimentos:

Bloque	Semicobertura	Algoritmo	Tamaños relativos pieza / región
A	homogénea	experto humano	pieza ligeramente menor que región
B	homogénea	aproximación sucesiva	pieza ligeramente menor que región
C	homogénea	aproximación sucesiva	pieza mucho menor que región
D	heterogénea	aproximación sucesiva	varios

## Resumen de resultados:

A continuación se muestran tablas que resumen los datos de algunas de las pruebas realizadas para cada uno de los bloques en que se ha organizado el plan de experimentos:













Bloque A					
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)					
Prueba	Región	Piezas		<sup>o</sup> IPP	Semicob. piez. (%)
A-1		círculo		1	7 (58'69)
A-2		cuadrado		1	22 (72'18)
A-3		cóncavo-convexa		16	25 (59'24)
A-4		pala (calzado)		16	14 (59'33)
A-5		estrella		16	22 (50'13)
A-6		con quedades		16	7 (48'94)
















## Capítulo 5

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Bloque B										
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)										
Exp.	Región	Pieza	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
			tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	tamaño	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	
B-1		●	12x12	(2,1)	32	27x27	(1'2, 1'2)	(2,1)	4	6 (50'31)
B-2		●	18x18	(2,1)	84	31x31	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	6 (50'31)
B-3		●	12x12	(2,1)	32	31x31	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	6 (50'31)
B-4		■	24x24	(2,1)	220	15x15	(1'2, 1'2)	(2,1)	2	22 (72'18)
B-5		■	24x24	(2,1)	220	15x15	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	22 (72'18)
B-6		■	35x35	(5,5)	36	18x18	(1'5, 1'5)	(2,2)	2	19 (62'34)
B-7		⊂	35x35	(2,1)	392	25x25	(1'6, 1'6)	(2,1)	8	22 (52'13)
B-8		⊂	24x24	(2,2)	100	27x27	(1'8, 1'8)	(2,1)	16	19 (45'02)
B-9		⊂	24x24	(2,2)	100	23x23	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	20 (47'39)
B-10		↑	24x24	(2,1)	153	23x23	(1'1, 1'1)	(2,1)	8	12 (50'85)
B-11		↑	18x18	(2,1)	98	26x26	(1'3, 1'3)	(2,1)	8	12 (50'85)
B-12		↑	35x35	(2,1)	364	30x30	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	13 (55'09)
B-13		↑	18x18	(2,2)	49	30x30	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	12 (50'85)
B-14		^	24x24	(2,2)	90	29x29	(1'5, 1'5)	(2,2)	16	20 (45'57)
B-15		^	14x14	(2,1)	66	31x31	(1'6, 1'6)	(2,1)	16	20 (45'57)
B-16		^	35x35	(2,1)	378	29x29	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	22 (50'13)
B-17		⊗	12x12	(2,2)	20	33x33	(1'2, 1'2)	(2,1)	16	5 (34'96)
B-18		⊗	24x24	(2,2)	72	41x41	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	5 (34'96)

## Resultados de los experimentos

Bloque C										
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)										
Exp.	Región	Pieza	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
			tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	
C-1			30x30	(2,2)	169	31x31	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	35 (64'22)
C-2			50x50	(2,2)	529	18x18	(1'5, 1'5)	(2,1)	2	120 (86'16)
C-3			50x50	(2,2)	529	27x27	(1'8, 1'8)	(2,2)	16	102 (52'89)
C-4			38x38	(2,2)	289	34x34	(1'6, 1'6)	(2,2)	16	57 (50'02)
C-5			38x38	(2,2)	289	25x25	(1'2, 1'2)	(2,1)	16	62 (57'50)
C-6			50x50	(2,2)	529	35x35	(1'8, 1'8)	(2,1)	16	104 (51'85)

Bloque D										
Tamaño imágenes alta definición: D-1 y D-4: 3600 (60x60) D-2, D-3 y D-5: 10000 (100x100)										
	Región	Piezas	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
			tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	
D-1		 	15x15	(2,1)	164	19x19	(1'1, 1'1)	(2,1)	8x2	6+27 (63'61)
D-2		 	25x25	(2,2)	265	26x26	(1'6, 1'6)	(2,1)	8x2	28+23 (58'35)
D-3		 	25x25	(2,2)	276	19x19	(1'4, 1'4)	(2,1)	8x2	29+66 (63'46)
D-4		 	20x20	(2,1)	298	15x15	(1'1, 1'1)	(2,1)	8x2	5+14 (49'40)
D-5		 	17x17	(2,1)	226	31x31	(1'4, 1'4)	(2,1)	2x2	8+72 (71'10)



## Resultados de los experimentos

### 3 Comentarios a los resultados

#### 3.1 Resultados de las pruebas del bloque A

El posicionamiento efectuado por el experto ocurre poniendo en juego una colección de criterios que atienden a los diferentes factores que intervienen. En algunos casos se observa la predominancia de algún criterio o algún conjunto de ellos en función de las características concretas de los datos de la prueba.

En general, se observa gran pericia en prever la posibilidad de colocación en recorte donde a veces la pieza queda encajada en alguna de sus dimensiones transversales. Eso, incluso no para una pieza aislada sino hasta para acoplamiento de parejas.

- **Prueba A-1:** Se observa que el experto se basa en la forma de la región completa y posiciona por tangencia con el contorno en las zonas más singulares, con el objetivo de que la región que resta por cubrir esté lo más concentrada posible.



- **Prueba A-2:** El experto, basándose nuevamente en la forma de la región completa y de la pieza, encuentra un sencillo criterio de posicionamiento.







## Capítulo 5

- **Prueba A-3:** La forma de la pieza sugiere al experto el acoplamiento de parejas a fin de que el conjunto tenga un contorno que haga el posicionamiento más intuitivo.



- **Prueba A-4:** Se corresponde con un caso más realista que los anteriores, del que el experto se ha encontrado con diversas variantes durante sus más de 30 años de experiencia profesional. La primera colocación, lejos de pretender el mejor resto, toma en consideración matices tan sutiles como la intención de seguir posicionando por deslizamiento en un sentido dado por el contorno adyacente de la región, la forma del contorno de la región al final del sentido de esa secuencia de deslizamiento y la posibilidad de que otra secuencia de deslizamiento posterior acople piezas en los recovecos dejados por la primera tanda de colocaciones. Es especialmente llamativo que la colocación número 11, la que envuelve el defecto de la región situado en el parte derecha, es la única que tiene orientación distinta a los ejes de coordenadas o a sus bisectrices.



## Resultados de los experimentos

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

- **Prueba A-5:** Se aprecia la notable dificultad que incorpora la acentuada concavidad de la pieza, de manera que el posicionamiento acaba basándose en la forma del contorno de la región. En este caso, se ha renunciado a la formación de agrupaciones (en conjuntos de seis piezas) dada la reducida dimensión de la región relativa a tal agrupamiento. Se observa cierta tendencia a imitar posicionamientos relativos entre piezas ya experimentados.



- **Prueba A-6:** Se observa que lo extremadamente restrictivo de las formas de la pieza y de la región condicionan poderosamente la composición final.



## Resultados de los experimentos

## 3.2 Resultados de las pruebas del bloque B

Los experimentos realizados con las mismas piezas se detallan separadamente.

Pruebas B-1 ... B-3								
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	
B-1	144 (12x12)	(2,1)	32	729 (27x27)	(1'2, 1'2)	(2,1)	4	6 (50'31)
B-2	324 (18x18)	(2,1)	84	961 (31x31)	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	6 (50'31)
B-3	144 (12x12)	(2,1)	32	961 (31x31)	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	6 (50'31)



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- La cantidad de piezas colocadas es la misma en todos los casos. Se debe a que, al ser pequeña la relación de áreas entre la región y la pieza, las condiciones de contorno son demasiado restrictivas y juegan un papel decisivo en la cantidad de instancias que pueden colocarse.

## Capítulo 5

- En el caso B-1 se observa que la tercera instancia de pieza se posiciona ajustándose al criterio de arriba hacia abajo en menor medida que en los otros dos casos. Se debe a que la ventana restringida es pequeña:  $(\rho_x, \rho_y) = (1'2, 1'2)$  y no permite suficiente movilidad en el afinamiento del posicionamiento definitivo.
- En el caso B-2 se observa que la tercera pieza se posiciona más arriba que en el caso B-3. Se debe a que la resolución en baja definición (aproximación a la zona de posicionamiento) es más elevada.
- En el caso B-1 podría haberse colocado una séptima instancia de pieza en el lado derecho de la región. La escasa resolución en baja definición lo ha impedido.
- Las repeticiones de las pruebas B-1 y B-2 produce exactamente los mismos resultados.

## Resultados de los experimentos

Pruebas B-4 ... B-6								
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
	tamaño	( $\Delta_x, \Delta_y$ )	$\circ_{IPP}$	tamaño	( $\rho_x, \rho_y$ )	( $\Delta_x, \Delta_y$ )	$\circ_{IPP}$	
B-4	576 (24x24)	(2,1)	220	225 (15x15)	(1'2, 1'2)	(2,1)	2	22 (72'18)
B-5	576 (24x24)	(2,1)	220	225 (15x15)	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	22 (72'18)
B-6	1225 (35x35)	(5,5)	36	324 (18x18)	(1'5, 1'5)	(2,2)	2	19 (62'34)



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- En el caso B-6, la poda en las posibles traslaciones en baja definición provoca un empeoramiento de los resultados.
- Se observa que cuando el posicionamiento ha progresado suficientemente, tiende a desaparecer el efecto de las condiciones de contorno iniciales.
- Las repetición de las pruebas B-4 y B-5 produce exactamente los mismos resultados.

## Capítulo 5

Pruebas B-7 ... B-9								
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	( $\Delta_x, \Delta_y$ )	$n_{\text{DPP}}$	tamaño	( $^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y$ )	( $\Delta_x, \Delta_y$ )	$n_{\text{DPP}}$	piez. (%)
B-7	1225 (35x35)	(2,1)	392	625 (25x25)	(1'6, 1'6)	(2,1)	8	22 (52'13)
B-8	576 (24x24)	(2,2)	100	729 (27x27)	(1'8, 1'8)	(2,1)	16	19 (45'02)
B-9	576 (24x24)	(2,2)	100	529 (23x23)	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	20 (47'39)



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- En B-7 ocurre un emparejamiento incluso más compacto que el que utiliza el experto para resolver con la misma pieza.

## Resultados de los experimentos

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Pruebas B-10 ... B-13								
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\rho_x, \rho_y)$	$n_{PPP}$	
B-10	576 (24x24)	(2,1)	153	529 (23x23)	(1'1, 1'1)	(2,1)	8	12 (50'85)
B-11	324 (18x18)	(2,1)	98	676(26x26)	(1'3, 1'3)	(2,1)	8	12 (50'85)
B-12	1225 (35x35)	(2,1)	364	900 (30x30)	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	13 (55'09)
B-13	324 (18x18)	(2,2)	49	900 (30x30)	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	12 (50'85)



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- Se observa notable tendencia al acoplamiento entre piezas.

## Capítulo 5

Pruebas B-14 ... B-16								
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	piez. (%)
B-14	576 (24x24)	(2,2)	90	841 (29x29)	(1'5, 1'5)	(2,2)	16	20 (45'57)
B-15	196 (14x14)	(2,1)	66	961 (31x31)	(1'6, 1'6)	(2,1)	16	20 (45'57)
B-16	1225 (35x35)	(2,1)	378	841 (29x29)	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	22 (50'13)



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- La máscara de componentes relevantes muestra la organización de éstas en arco de corona circular (ver Anexo 5.2).
- En el caso B-16 se observa la mejora que lleva consigo el aumento de resolución en baja definición.



## Resultados de los experimentos

Pruebas B-17 ... B-18								
Tamaño imágenes alta definición: 4900 (70x70)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	
B-17	144 (12x12)	(2,2)	20	1089 (33x33)	(1'2, 1'2)	(2,1)	16	5 (34'96)
B-18	576 (24x24)	(2,2)	72	1681 (41x41)	(1'5, 1'5)	(2,1)	16	5 (34'96)



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- La relación de tamaños entre pieza y región condiciona poderosamente los resultados.
- El caso B-18 proporciona un resultado excelente en la cobertura del fragmento pequeño de la región.



## Capítulo 5

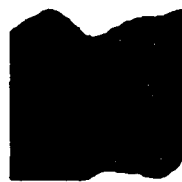
Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### 3.3 Resultados de las pruebas del bloque C

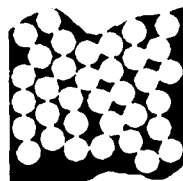
Se han efectuado con el objeto de observar la persistencia de las condiciones de contorno de la región a medida que el número de piezas colocadas es elevado (dimensiones transversales de la región aproximadamente un orden de magnitud superior a las de la pieza).

Los experimentos realizados con las mismas piezas se detallan separadamente.

Pruebas C-1								
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob. piez. (%)
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	
C-1	900 (30x30)	(2,2)	169	961 (31x31)	(1'4, 1'4)	(2,1)	2	35 (64'22)



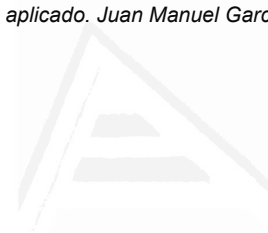
Región y pieza en alta definición



C-1

Resultado de la semicobertura

#### Comentarios:



### Resultados de los experimentos

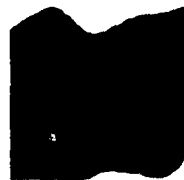
Universitat d'Alacant

Universidad de Alicante

- El aprovechamiento de la superficie ha aumentado sustancialmente respecto de las pruebas B-1 ... B-3, en que se recubría 50'31%.
- Habría sido deseable una compactación exagonal que no se ha producido. Se achaca a que los efectos del contorno persisten en todo el posicionamiento.

## Capítulo 5

Pruebas C-2								
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	$(\Delta_r, \Delta_c)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\Delta_r, \Delta_c)$	$(\rho_r, \rho_c)$	$n_{IPP}$	piez. (%)
C-2	2500 (50x50)	(2,2)	529	324 (18x18)	(1'5, 1'5)	(2,1)	2	120 (86'16)



Región y pieza en alta definición



C-2

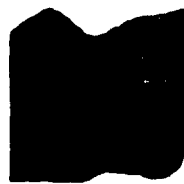
Resultado de la semicobertura

## Comentarios:

- El efecto de la parte superior del contorno se cancela a partir de determinada cantidad de piezas colocadas.
- El aprovechamiento de la superficie mejora respecto de la semicobertura de regiones más pequeñas.

## Resultados de los experimentos

Pruebas C-3								
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	( $\Delta_r, \Delta_c$ )	$n_{IPP}$	tamaño	( $\Delta_r, \Delta_c$ )	( $\Delta_r, \Delta_c$ )	$n_{IPP}$	piez. (%)
C-3	2500 (50x50)	(2,2)	529	729 (27x27)	(1'8, 1'8)	(2,2)	16	102 (52'89)



Región y pieza en alta definición



C-3

Resultado de la semicobertura

## Comentarios:

- Como ocurría en la prueba B-7, ocurren algunos emparejamientos que superan la propuesta del experto; si bien, la semicobertura en su conjunto provoca más pérdida de la que podría conseguirse por compactación.

## Capítulo 5

Pruebas C-4								
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	piez. (%)
C-4	1444 (38x38)	(2,2)	289	1156 (34x34)	(1'6, 1'6)	(2,2)	16	57 (50'02)



Región y pieza en alta definición



Resultado de la semicobertura

## Comentarios:

- Se observa tendencia del sistema a acoplar parejas de piezas enfrentando la zona cóncava de sus contornos.



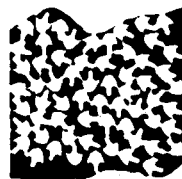
## Resultados de los experimentos

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Pruebas C-5								
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	piez. (%)
C-5	1444 (38x38)	(2,2)	289	625 (25x25)	(1'2, 1'2)	(2,1)	16	62 (57'50)



Región y pieza en alta definición



C-5

Resultado de la semicobertura

## Comentarios:

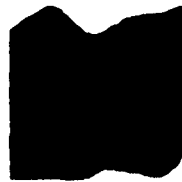
- Como en el caso anterior, se observa la formación de algunos emparejamientos.



## Capítulo 5

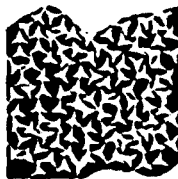
Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Pruebas C-6								
Tamaño imágenes alta definición: 22500 (150x150)								
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{\text{IPP}}$	tamaño	$(^*p_x, ^*p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{\text{IPP}}$	piez. (%)
C-6	2500 (50x50)	(2,2)	529	1225 (35x35)	(1'8, 1'8)	(2,1)	15	104 (51'85)



▲

Región y pieza en alta definición



C-6

Resultado de la semicobertura

### Comentarios:

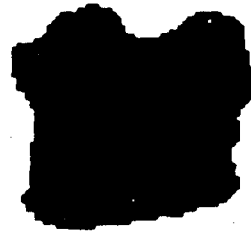
- Se observa la tendencia al aumento del aprovechamiento a medida que las condiciones de contorno inciden menos en el posicionamiento global.



## Resultados de los experimentos

## 3.5 Resultados de las pruebas del bloque D

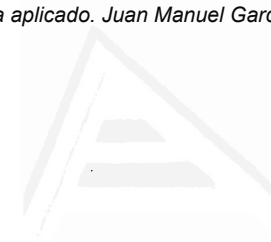
Pruebas D-1									
Tamaño imágenes alta definición: 3600 (60x60)									
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.	
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	$n_{IPP}$	piezas	(%)
D-1	225 (15x15)	(2,1)	164	361 (19x19)	(1'1, 1'1)	(2,1)	8x2	6+27	63'61



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas



## Capítulo 5

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Comentarios:

- La simulación se basa en el tamaño de la pieza grande para establecer las dimensiones de la imagen en baja definición y, en consecuencia, la discretización en la etapa de aproximación al posicionamiento. El resultado sugiere que podría obtenerse una mejora si la discretización en el posicionamiento aproximado fuera función de las dimensiones de la pieza más pequeña.
- En el anexo 5.4 se observa la tendencia a posicionamiento preferente de la pieza más grande.



## Resultados de los experimentos

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Pruebas D-2									
Tamaño imágenes alta definición: 10000 (100x100)									
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.	
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	tamaño	$(\hat{p}_x, \hat{p}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{PPP}$	piezas	(%)
D-2	625 (25x25)	(2,2)	265	676 (26x26)	(1'6, 1'6)	(2,1)	8x2	28+23	58'53



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- Se observa que la discretización en baja definición  $(\Delta_x, \Delta_y) = (2,2)$  junto con la ya baja definición establecida para la etapa de aproximación al posicionamiento dificultan el relleno de los residuos entre piezas grandes.



## Capítulo 5

Pruebas D-3									
Tamaño imágenes alta definición: 10000 (100x100)									
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.	
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	$n_{IPP}$	piezas	(%)
D-3	625 (25x25)	(2,2)	276	361 (19x19)	(1'4, 1'4)	(2,1)	8x2	29+66	63'46



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

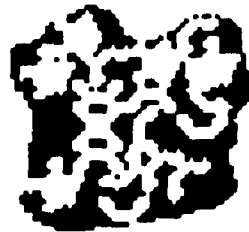
- Se repite la situación de la prueba anterior.

## Resultados de los experimentos

Pruebas D-4									
Tamaño imágenes alta definición: 3600 (60x60)									
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.	
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	$n_{IPP}$	piezas	(%)
D-4	400 (20x20)	(2,1)	298	225 (15x15)	(1'1, 1'1)	(2,1)	8x2	5+14	49'40



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- En el anexo 5.4 puede apreciarse que los primeros posicionamientos ocurren muy en concordancia con los criterios de ajuste a contorno superior de la región y posicionamiento preferente de las piezas más grandes. Sin embargo, debido a lo irregular de los contornos de las piezas, acaba resultando un resto con un contorno superior extremadamente irregular que dificulta la idoneidad de los restantes posicionamientos. Otros criterios podrían resultar más indicados para este caso particular.

## Capítulo 5

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Pruebas D-5									
Tamaño imágenes alta definición: 10000 (100x100)									
Exp.	Baja definición			Vista restringida				Semicob.	
	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	tamaño	$(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n_{IPP}$	piezas	(%)
D-4	289 (17x17)	(2,1)	226	961 (31x31)	(1'4, 1'4)	(2,1)	2x2	8+72	71'10



Región y pieza en alta definición



Resultados de las semicoberturas

## Comentarios:

- Como era previsible, en las oquedades de la pieza grande se han colocado piezas pequeñas.



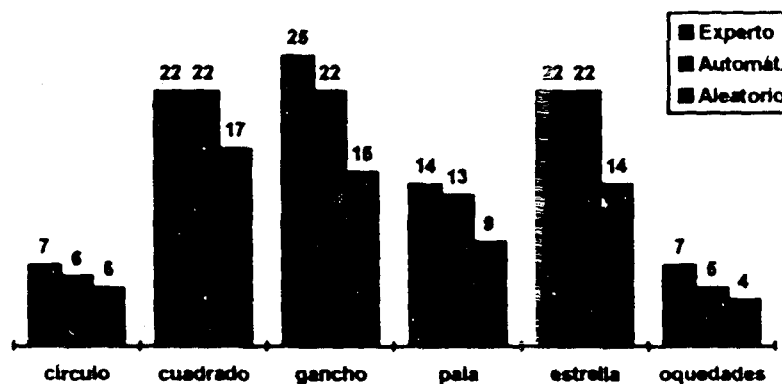
## Resultados de los experimentos

#### 4 Resultados comparativos

##### Comparación de resultados entre las pruebas de los bloques A y B:

La tabla y el gráfico representan una comparación entre la cantidad de piezas colocadas por el experto humano (bloque de pruebas A), el mejor resultado en cada caso proporcionado por el algoritmo de posicionamiento automático por aproximación sucesiva (bloque de pruebas B) y simulaciones de posicionamiento aleatorio<sup>1</sup> efectuadas con el algoritmo 1.

Comparación entre métodos						
	●	■	⊙	↑	∧	⊗
Experto	7	22	25	14	22	7
Automático	6	22	22	13	22	5
Aleatorio	5	17	15	9	14	4
Automát./Exper. (%)	85'71	100'00	88'00	92'86	100'00	71'43
Aleat./Exper. (%)	71'43	77'27	60'00	64'29	63'64	57'14



<sup>1</sup>La aleatoriedad ha consistido en seleccionar al azar una de entre todas las instancias de pieza que satisfacen las restricciones de inclusión y de no solapamiento; iterando hasta que no caben más piezas.





## Capítulo 5

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Efecto del tamaño de la ventana restringida:

La gráfica muestra los valores de semicobertura mediante posicionamiento automático referidos a la semicobertura efectuada por el experto humano para diferentes valores del tamaño de la ventana restringida respecto de las dimensiones transversales máximas de las piezas, permaneciendo constantes los demás parámetros del sistema. Las pruebas se han realizado para el caso homogéneo utilizando la región y la pieza que figuran en la tabla:

Efecto del tamaño de la ventana restringida				
Tamaño imagen alta definición: 4900 (70x70)				
				
Baja definición			Vista restringida	
tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n^{\circ}$ IPP	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$n^{\circ}$ IPP
196 (14x14)	(2,1)	66	(2,1)	16



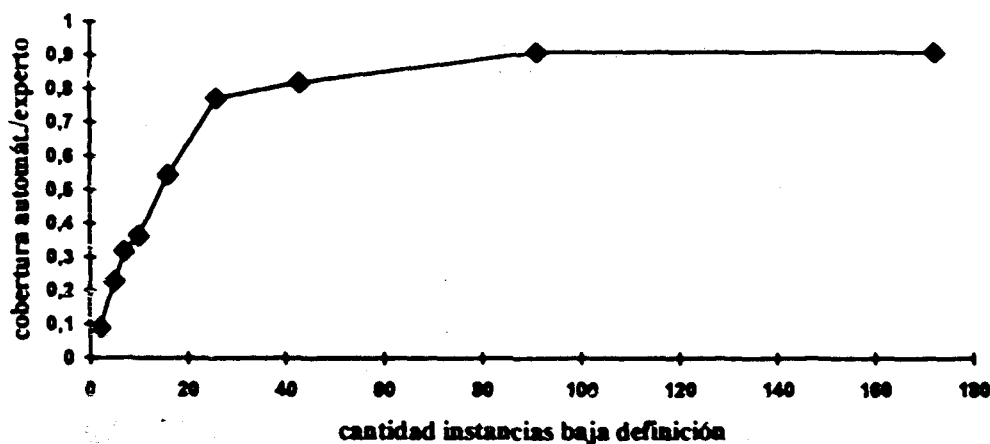


## Resultados de los experimentos

## Efecto de la cantidad de instancias de pieza en baja definición:

La gráfica muestra los valores de semicobertura mediante posicionamiento automático referidos a la semicobertura efectuada por el experto humano para diferentes valores de la cantidad de instancias de pieza obtenidas por traslación en baja definición, permaneciendo constantes los demás parámetros del sistema. Las pruebas se han realizado para el caso homogéneo utilizando la región y la pieza que figuran en la tabla:



Efecto de la cantidad de instancias en baja definición				
Tamaño imagen alta definición: 4900 (70x70)				
		▲		
Baja definición	Vista restringida			
tamaño	tamaño	$(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$^G\text{IPP}$
576 (24x24)	841 (29x29)	(1'5, 1'5)	(2.1)	16

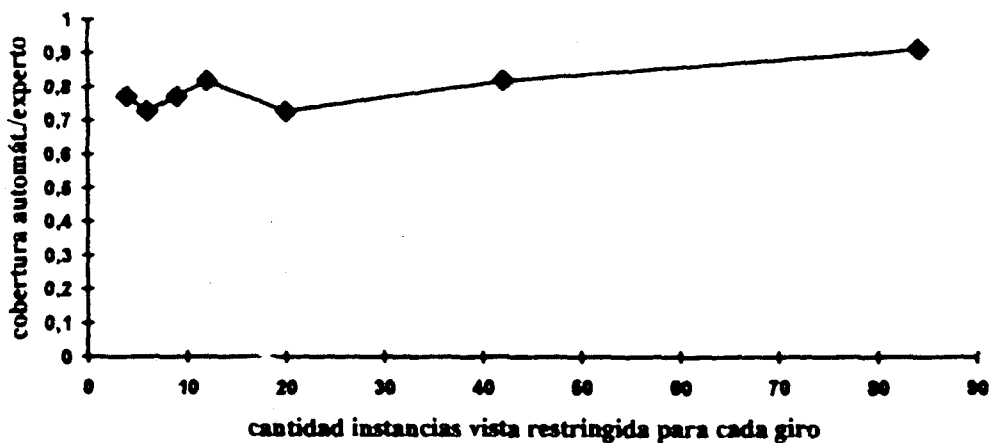


## Capítulo 5

### Efecto de la cantidad de instancias de pieza obtenidas por traslación de cada instancia girada en la ventana restringida:

La gráfica muestra los valores de semicobertura mediante posicionamiento automático referidos a la semicobertura efectuada por el experto humano para diferentes valores de la cantidad de instancias de pieza obtenidas por traslación en la ventana restringida, para cada una de las instancias giradas, permaneciendo constantes los demás parámetros del sistema. Las pruebas se han realizado para el caso homogéneo utilizando la región y la pieza que figuran en la tabla:



Efecto de la cantidad de instancias en la vista restringida				
restringida				
Tamaño imagen alta definición: 4900 (70x70)				
				
Baja definición		Vista restringida		
tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	tamaño	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$^c IPP$
576 (24x24)	(2,1)	841 (29x29)	(1'5, 1'5)	16

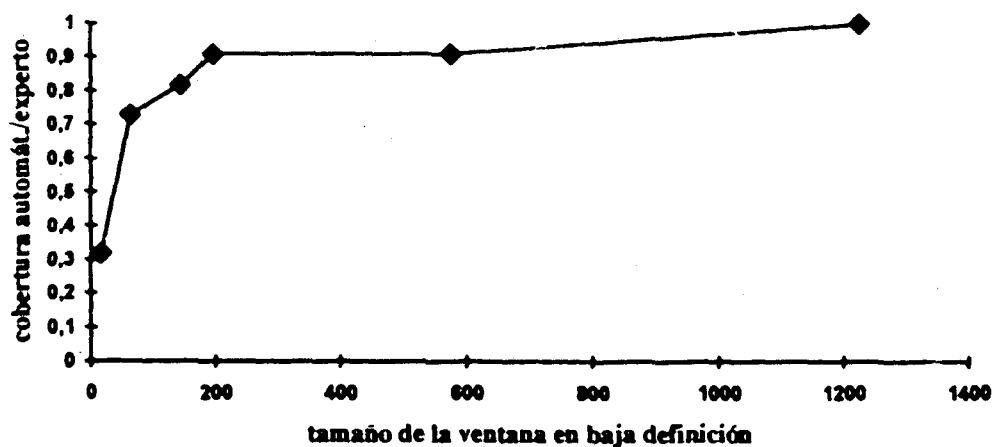


## Resultados de los experimentos

## Efecto de la resolución en baja definición:

La gráfica muestra los valores de semicobertura mediante posicionamiento automático referidos a la semicobertura efectuada por el experto humano para diferentes tamaños de la ventana en baja definición, permaneciendo constantes los demás parámetros del sistema. Las pruebas se han realizado para el caso homogéneo utilizando la región y la pieza que figuran en la tabla:

Efecto de la resolución en baja definición				
Tamaño imagen alta definición: 4900 (70x70)				
				
Baja def.	Vista restringida			
$(\Delta_x, \Delta_y)$	tamaño	$(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$G_{IPP}$
(2,1)	841 (29x29)	(1'5, 1'5)	(2,1)	16





Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **CAPITULO 6**

## **Conclusiones**

## Conclusiones

### 1 Aportaciones

La resolución del problema de las semicoberturas se viene planteando de forma gradual, abordándose progresivamente diversas aproximaciones por parte de distintos autores a lo largo del tiempo, a medida que la evolución científica y tecnológica se ha ido produciendo.

En dicho sentido, este trabajo ya hace consideración de los aspectos morfológicos de piezas y regiones de forma detallada, como planteamiento de partida para poder seguir profundizando en niveles de mayor dificultad; además de la aportación directa que supone la colocación de patrones cualesquiera, incluso con oquedades, en regiones también cualesquiera, incluso compuestas por varias partes no conexas. El modelo que aquí se ha propuesto resuelve directamente el semicubrimiento heterogéneo utilizando como metodología el modelado conexionista.

Se proponen tres algoritmos de posicionamiento y en particular se ha experimentado con uno de ellos que opera en tres etapas: una de selección de la zona donde ensayar el posicionamiento, otra de selección de la orientación adecuada de la pieza en función del contorno de la zona de ensayo y una final de posicionamiento definitivo por aproximación entre contornos. Se ha seguido un criterio de posicionamiento por bandas desde arriba hacia abajo, con preferencia de posicionamiento para las piezas de mayor tamaño. La metodología desarrollada es aplicable para modelizar otros criterios de posicionamiento y a tal respecto se introducen los conceptos y se dejan establecidos los esquemas de su instrumentación; en función de los siguientes aspectos:

- Por la secuencia de posicionamiento (en frontera, por compactación desde el centro, siguiendo cualquier preferencia impuesta externamente).
- Por la heterogeneidad de las piezas (prioridad basada en el tamaño relativo de las piezas, proporcionalidad de instancias de pieza de cada tipo, etc.).

La otra gran sugerencia que se desprende de forma inmediata de la complejidad del problema es su tratamiento con metodologías paralelas. Si bien es cierto que la instrumentación realizada ha consistido en una simulación secuencial, se trata de una modelización basada en redes neuronales, altamente paralelizable. Esa es una de las razones por las que el problema se resuelve exitosamente con esta

## Capítulo 6

metodología; además, claro está, de por el soporte metodológico que constituye el modelado conexionista.

Se ha concluido experimentalmente que el posicionamiento automático puede alcanzar valores muy próximos a los que consigue un experto humano, llegando a igualarle.

En un segundo nivel de concreción, se reseñan las siguientes aportaciones:

- 1 Desarrollo y formalización del modelo RHI de red neuronal. Se introduce el concepto de fragmento significativo de un patrón como un conjunto de componentes que contiene información suficiente para inferir su patrón asociado. El hecho de poder inferir a partir de una porción de los patrones se utiliza con fines morfológicos para orientar las instancias de pieza plana a partir de la información (forma) del contorno de la región  $\epsilon$  que quiere efectuarse el posicionamiento.
- 2 Se desarrolla y se formaliza el modelo MAON de redes neuronales. Entre sus características más destacables se pone de manifiesto la capacidad para soportar asociaciones múltiples (Anexo 2.1). La naturaleza del adiestramiento de las MAON sugiere la posibilidad de su utilización incluso en sistemas que exijan adiestramiento en tiempo de ejecución; como se desprende del coste temporal de la fase de adiestramiento (apartado 5 del capítulo 2). De esta propiedad se hace uso en el algoritmo 3 del capítulo 4 para buscar la instancia de pieza más próxima al fragmento de contorno de región; en que el adiestramiento tiene que ser en tiempo de ejecución porque los patrones se extraen una vez determinada la orientación de la pieza.
- 3 Se establece una relación entre la distancia hamming y el producto escalar de vectores sobre dominio binario en general  $\{K, L\}^n$  y se determinan los valores de los elementos del dominio para satisfacer las restricciones de inclusión de siluetas utilizando una MAON. Se trata, pues, de una generalización de la conocida relación entre producto escalar y distancia hamming para los vectores con dominio bipolar  $\{1, -1\}^n$ .

## Conclusiones

En el apartado 3 del capítulo 3 se utiliza la relación entre distancia hamming y producto escalar para, a partir de restricciones de inclusión entre siluetas de objetos, obtener la mayor de las contenidas en una dada de manera que la operación pueda realizarse simplemente comparando los productos escalares entre las representaciones mediante retículos rectangulares de las imágenes de los objetos. Se obtienen así los valores para  $K$  y  $L$  que satisfacen la especificación. En resumen, se trata de un método para modelado basado en consideraciones morfológicas de los objetos que, igualmente, puede utilizarse para otras especificaciones. En este modelado se fundamenta la utilización de las MAON para la resolución del problema de las semicoberturas.

- 4 En cuanto a la resolución del problema de las semicoberturas, el modelado que se aporta:
- Atiende al caso general heterogéneo, sin más restricciones que las de inclusión de las instancias de las piezas planas en la región y las de no intersección entre las instancias de las piezas planas.
  - Aunque se resuelve para el caso bidimensional, el modelado no incorpora ninguna imposición al respecto, por lo que es aplicable al caso  $n$ -dimensional.
  - Se introduce la técnica del modelado de patillas como mecanismo para dirigir la secuencia de posicionamiento, ya sea caracterizando zonas de la región como preferentes o para hacer que una piezas sean mejores candidatas que otras.

## Conclusiones

### 2 Líneas de investigación futuras

#### 1 Respecto del problema de las semicoberturas:

- **Modelado de restricciones adicionales**, como consideraciones de textura, color, espesor, tramas y otros parámetros de calidad superficiales. Se propone la representación de piezas y regiones en dominios discretos más extensos que el binario de forma que la propiedad discriminante pueda ser representada. Dado que tanto los modelos MAON como RHI operan en cualquier dominio, el problema se centra básicamente en definir una distancia tipo hamming generalizada a dominios discretos no binarios y establecer su relación con el producto escalar.

- **Profundización en la resolución del problema de las semicoberturas heterogéneas basadas en otros criterios de posicionamiento**. Por ejemplo, en el tratamiento de problemas donde la prioridad de posicionamiento basada en el tamaño de las piezas no sea el criterio adecuado, podría plantearse la supresión de dicha prioridad de la siguiente manera: Se trata de conseguir que instancias de pieza ampliadas con patillas tengan todas el mismo tamaño dentro de unos límites de tolerancia, lo cual puede hacerse añadiendo patillas o porciones de ellas adecuadamente. Como otro ejemplo más, el posicionamiento proporcionado de la cantidad de piezas de cada clase podría plantearse incidiendo sobre los valores de activación de los elementos de procesamiento de la capa intermedia de las MAON.

- **Tratamiento del problema que comporta el escalado de patrones**. A este respecto, puede ser conveniente utilizar modelos alternativos de representación de los datos que comporten invarianza a cambios de tamaño, como pueden ser las proyecciones en anillo o histogramas normalizados obtenidos por proyección radial de sectores circulares.

#### 2 Respecto de la modelización de redes neuronales:

- **Continuar profundizando en la dotación de adaptatividad al modelo MAON**. El trabajo preliminar ya ha sido desarrollado [TOR,93] y se encuentra que puede ser de interés para modelización de problemas de vecindad en los casos en que la posición de los objetos en los espacios de representación



## Capítulo 6

pueda evolucionar a lo largo del tiempo. Así mismo, se observa buena capacidad de generalización.

- Dotar a las MAON de capacidad de reconocimiento con independencia de la posición de los objetos. Se han encontrado resultados satisfactorios en las primeras pruebas que se han efectuado.
- Profundización en las heurísticas de correlación hebbiana para modelización de memorias asociativas basadas en redes neuronales artificiales. Se está estudiando memorias asociativas ortogonalizadas por extensión del modelo MAON, habiéndose obtenido como resultado un modelo general del que MAON, BAM y redes de Hopfield son casos particulares [IBA,93] [IBA,94].
- A partir de la generalización de la relación entre el producto escalar y la distancia hamming desarrollada para el caso binario, extensión a dominios módulo  $N$  a fin de introducir una definición de distancia para operar con imágenes en gris utilizando las prestaciones de paralelización que proporciona el modelo MAON.
- Planificación del movimiento de un brazo mecánico en presencia de obstáculos. Se está desarrollando un prototipo que, a grandes rasgos, utiliza una colección de trayectorias elementales de corta longitud como conjunto de adiestramiento para una MAON. Posteriormente se interroga a esta MAON con sucesivas vistas parciales de la escena a fin de que proporcione como respuesta la trayectoria a seguir en función de las características locales de la escena. La incidencia de la escena globalmente se modela sobre los valores  $K$  y  $L$  del dominio de representación. Las primera pruebas proporcionan resultados satisfactorios.
- Una RHI puede servir como módulo central de un sistema de reconocimiento de objetos parcialmente ocultos en una escena haciendo que el fragmento significativo se superponga en la imagen con la porción del objeto a reconocer. Similarmente, puede ser de utilidad en reconocimiento del habla para inferir porciones más amplias a partir de fragmentos sonoros. Téngase presente que el fragmento significativo se basa en las componentes que caracterizan a los distintos patrones utilizados en adiestramiento.

## Conclusiones

- En comunicaciones, las RHI pueden constituirse en núcleo soporte de transmisiones entre nodos de una red; de manera que el remitente tenga que enviar sólo el fragmento significativo de una información y el destinatario utilice una RHI ya adiestrada para reconstruir el patrón deseado. Además de la compresión de datos que puede conseguirse, la elección de las componentes relevantes al azar, dentro de lo posible, se constituye en un soporte criptográfico.
- Se encuentra que las RHI pueden utilizarse como soporte de bases de datos, con ocupación de espacio notablemente reducido, en que se plantee acceder por contenido utilizando atributos de búsqueda sustancialmente mayores que los atributos asociados (Anexo 1.2). Se refiere a problemas de búsqueda de códigos identificativos a partir de imágenes; por ejemplo, nombres de individuos a partir de sus huellas dactilares.
- Estudio de viabilidad de la instrumentación hardware de los modelos RHI y MAON.

Como conclusión global, se considera que esta tesis representa un avance dentro del modelado conexionista aplicado a la resolución de problemas con fuerte componente de diversificación de las posibles soluciones y en este sentido se sientan las bases para abordar la resolución de otros problemas a partir de los modelos conexionistas aportados.



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **Referencias**

## Referencias

- [ADA.69] Adamowicz, M.  
*The Optimum Two-Dimensional Allocation of Irregular Multiply-Connected Shapes with Linear, Logical and Geometric Constraints.*  
Ph. D. dissertation. Elect. Eng. Dept., New York University, 1969
- [ADA.76] Adamowicz, M. & Albano, A.  
*Nesting Two-Dimensional Shapes in Rectangular Modules.*  
Computer Aided Design, vol. 8, nº 1, pp. 27-33, Jan. 1976
- [ALB.77] Albano, A.  
*A Method to Improve Two-Dimensional Layout.*  
Computer Aided Design, vol. 9, nº 1, pp. 48-52, Jan. 1977
- [ALB.80] Albano, A. & Sapuppo, G.  
*Optimal Allocation of Two-Dimensional Shapes Using Heuristic Search Methods.*  
IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, vol. 10, nº 5, pp. 242-248, May 1980
- [AMA.90] Amaral, C., Bernardo, J. & Jorge, J.  
*Marker-Making Using Automatic Placement of Irregular Shapes for the Garment Industry*  
Computer & Graphics, vol. 14, nº 1, pp. 41-46, 1990
- [ART.67] Art.  
*Computerized Marker Making: An Approach to the Pattern Layout Problem in the Garment Industry.*  
Journal App Res Foundation, vol. 2, nº 2, 1967
- [BEA.85] Beasley, J. E.  
*An Exact Two-Dimensional Non-Guillotine Cutting Tree Search Procedure*  
Operations Research, vol. 33, nº 1, pp. 49-64, 1985
- [CAR.87a] Carpenter, G. A. & Grossberg S.  
*A Massively Parallel Architecture for a Self-Organizing Neural Pattern Recognition Machine.*  
Computer Vision, Graphics and Image Process., 37, pp. 54-115, 1987
- [CAR.87b] Carpenter, G. A. & Grossberg S.  
*ART2 Self-Organization of Stable Category Recognition Codes for Analog Input Patterns.*  
Applied Optics, 26, pp. 4919-4930, 1987

## Referencias

- [COF,93] Coffman, E. G. Jr. & Shor, P.W.  
*Packing in Two Dimensions: Asymptotic Average-Case Analysis of Algorithms.*  
Algorithmica, 9, pp. 253-277, 1993
- [CON,90] Conde Lázaro, C. & Winter Althaus, G.  
*Métodos y Algoritmos Básicos del Algebra Numérica.*  
Editorial Reverté, S.A., 1990
- [DAG,87] Dagi, C. H. & Tatoglu, M. Y.  
*An Approach to Two-Dimensional Cutting Stock Problems.*  
Intl. Journal on Production Research, vol. 25, nº 2, pp. 175-190, 1987
- [DOR,83] Dori, D. & Ben-Bassat, M.  
*Circumscribing a Convex Polygon by a Polygon of Fewer Sides with Minimal Area Addition.*  
Academic Press, Inc, 0734-189X/83, 1983
- [EDE,87] Edelsbrunner, H. & Ben-Bassat, M.  
*Algorithms in Combinatorial Geometry.*  
Springer-Verlag, 1987
- [FUK,82] Fukushima, K. & Miyake, S.  
*Neocognitron. A New Algorithm for Pattern Recognition Tolerant of Deformations and Shifts in Position.*  
Pattern Recognition, vol. 15, nº 6, pp 455-469, 1982
- [FUK,91] Fukushima, K. & Wake, N.  
*Handwritten Alphanumeric Character Recognition by the Neocognitron.*  
IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 2, nº 3, May 1991
- [FUK,92] Fukushima, K. & Wake, N.  
*Improver Neocognitron with Bend-Detecting Cells.*  
Proceedings of the UCNN, Baltimore, vol. 4, pp. 190-195, Jun. 1992
- [GAR,92a] García-Chamizo, J.M.; Crespo-Lorente, A.  
*Orthonormalized Associative Memories*  
Proceedings of the UCNN, Baltimore, vol. 1, pp. 476-481, Jun. 1992
- [GAR,92b] García Chamizo, J.M. & Crespo Lorente, A.  
*Incremental Heteroassociative Networks.*  
IFIP Congress '92, Madrid, Sept. 1992

## Referencias

- [GAR,92c] García Chamizo, J.M.; Crespo Lorente, A. & Rizo Aldeguer, R.  
*Output Pattern Recalling Aided by Themselves: Incremental Heteroassociative Networks.*  
Proceedings of the IJCNN, Beijing, Nov. 1992
- [GAR,93] García Chamizo, J.M.; Satorre Cuerda, R.  
*Estudio del Modelo RHI Generalizado a Dominios Discretos y al caso continuo.*  
Depto. T.I.C.: Report interno R.E. 578, U. Alicante, Oct. 1993
- [GIL,61] Gilmore, P. C. & Gomory, R. E.  
*A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem.*  
Operations Research, 9, pp. 849-859, 1961
- [GIL,63] Gilmore, P. C. & Gomory, R. E.  
*A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem - Part II.*  
Operations Research, 9, pp. 863-888, 1963
- [GIL,65] Gilmore, P. C. & Gomory, R. E.  
*Multistage Cutting Stock Problems of Two and More Dimensions.*  
Operations Research, 13, pp. 94-120, 1965
- [GIL,67] Gilmore, P. C. & Gomory, R. E.  
*The Theory and Computation of Knapsack Functions.*  
Operations Research, 15, pp. 1045-1075, 1967
- [GUR,68] Gurel, O.  
*Marker Layout Problem Via Graph Theory.*  
IBM New York Scientific Center, Rep. n° 320-2921, 1968
- [GUR,69] Gurel, O.  
*Circular Graph of Marker Layout.*  
IBM New York Scientific Center, Rep. n° 320-2965, 1969
- [HAI,66] Haim, M.  
*On the Optimum Two-Dimensional Allocation Problem.*  
Ph. D. dissertation. Elect. Eng. Dept., New York University, 1966
- [HEC,87] Hecht-Nielsen, R.  
*Counterpropagation Networks.*  
Appl. Opt. 26(23), pp. 4979-4984, 1987
- [HEC,88] Hecht-Nielsen, R.  
*Applications of Counterpropagation Networks.*  
Neural Networks 1, pp. 131-139, 1988

## Referencias

- [HOP,82] Hopfield, J. J.  
*Neural Networks and Physical Systems with emergent Collective Computational Abilities.*  
Proc. National Academy of Sciences 79, pp. 2554-2558, 1982
- [HOP,84] Hopfield, J. J.  
*Neurons with Graded Response Have Collective Computational Properties Like Those of Two State Neurons.*  
Proc. National Academy of Sciences 81, pp. 3088-3092, 1984
- [IBA,93] Ibarra Picó, F. & García Chamizo, J. M.  
*Memorias Asociativas Bidireccionales Ortonormalizadas.*  
Actas V Conferencia CAEPIA'93, Madrid, Nov., 1993
- [IBA,94] Ibarra Picó, F. & García Chamizo, J. M.  
*A Generalized Bidirectional Associative Memory with a Hidden Orthogonal Layer.*  
ICANN'94, Sorrento, May, 26-29, 1994. (Pendiente aceptación).
- [ISM,92] Ismail, H. S. & Hon, K. K. B.  
*New Approaches for the Nesting of Two-Dimensional Shapes for Press Tool Design.*  
Intl. Journal on Production Research, vol. 30, nº 4, pp. 825-837, 1992
- [KOH,76] Kohonen, T.  
*Associative Recall of Images.*  
Biol. Cybernetics, 22, pp. 159-168, 1976
- [KOH,88] Kohonen, T.; Mäkisara, K.; Simula, O. & Kangas, J., Editors  
*Self-Organization and Associative Memory.*  
Springer-Verlag, 2nd edition, 1988
- [KOH,91] Kohonen, T.  
*Artificial Neural Networks.*  
Elsevier Science Publishers, 1991
- [KON,81] Konopasek, M.  
*Mathematical Treatments of Some Apparel Marking and Cutting Problems.*  
U.S. Dept. of Commerce Report 99-26-90857-10, June, 1981
- [KOS,87a] Kosko, B.  
*Constructing an Associative Memory.*  
Byte, pp. 137-144, Sept. 1987

## Referencias

- [KOS,87b] Kosko, B.  
*Adaptive Bidirectional Associative Memories.*  
Applied Optics, vol. 26, nº 23, Dec. 1987
- [KOS,88] Kosko, B.  
*Bidirectional Associative Memories.*  
IEEE Trans. on Systems, Man, Cybernetics, vol. 18, nº 1, Jan. 1988
- [KOS,92] Kosko, B.  
*Neural Networks and Fuzzy Systems.*  
Prentice Hall International, Inc., 1992
- [LIP,87] Lippmann, R. P.  
*An Introduction to Computing with Neural Nets.*  
IEEE ASSP Magazine, vol. 4, nº 2, 1987
- [LON,91] Lont, J. B. & Guggenbül, W.  
*Multi-Layer Perceptron with Nonlinear Synapses.*  
Artificial Neural Networks, Elsevier Science Publishers, 1991
- [MAH,84] Mahadevan, A.  
*Optimization in Computer Aided Pattern Packing.*  
Ph. D. dissertation. North Carolina State University at Raleigh, 1984.
- [MAR,88] Martin, R. R. & Stephenson, P. C.  
*Putting Objects into Boxes.*  
Computer Aided Design, vol. 20, nº 9, pp. 506-514, Nov. 1988
- [MEA,80] Mead, C. A. & Conway, L. A.  
*Introduction to VLSI Systems.*  
Addison-Wesley Publishing Company (Reading, MA), 1980
- [PAO,89] Pao, Y.  
*Adaptive Pattern Recognition and Neural Networks.*  
Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989
- [PAR,88] Pardo Pardo, M. A.  
*La Industria Textil y de la Confección.*  
Revista Valenciana d'Estudis Autònòmics, 11/12, Maig/Des. 1988
- [POS,92] Poshyanonda, P.; Bahrami, A. & Dagli, C. H.  
*Two Dimensional Nesting Problem: Artificial Neural Network and Optimization Approach.*  
Proceedings of the ICNN, Baltimore, vol. 4, pp.572-577, Jun. 1992





Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Referencias

- [PRE,85] Preparata, F. P. & Shamos, M. I.  
*Computational Geometry. An Introduction.*  
Springer-Verlag, 1985
- [RIZ,91] Rizo Aldeguer, R.  
*Semicoberturas Homogéneas de Regiones Bidimensionales.*  
Tesis Doctoral. Servicio de Pulicaciones, U. de Alicante, 1991
- [RIZ,92] Rizo Aldeguer, R.; Crespo Lorente, A. & García Chamizo, J. M.  
*Packing of Pattens. Positioning Algorithms.*  
Intl. Symposium on Artificial Intelligence, ISAI'92, Cancún, 1992  
American Association for A. I. Press. Menlo Park, Cal., pp. 93-102
- [RIZ,93a] Rizo Aldeguer, R.; García Chamizo, J. M. & Pujol López, M. M.  
*Packing. A Compacting Positioning Algorithm.*  
Third Intl. Conference on CAD & CG, Beijing, August, 1993
- [RIZ,93b] Rizo Aldeguer, R. et al.  
*Problemas de Concurrencia en Análisis de Imagen y Redes Neuronales.*  
3ª Jornadas sobre Concurrencia 1993, Denia, Depto. Publicaciones U.P.V., Mayo 1993
- [ROS,58] Rosenblatt, F.  
*The Perceptron: A Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain.*  
Psych. Rev. 65, pp. 386-408
- [RUM,86] Rumelhart, D. E. McClelland, J. L. & the PDP Group  
*Parallel Distributed Processing.*  
The MIT Press, 1986
- [SAA,75] Saaty, T. L. & Alexander, J. M.  
*Optimization and Geometry of Numbers.*  
SIAM Review, vol. 17, nº 3, pp. 475-476, 1975
- [SMO,90] Smolensky, P.  
*Tensor Product Variable Binding and the Representation of Symbolic Structures in Connectionist Systems.*  
Artificial Intelligence 46, pp. 159-216, 1990
- [SRE,90] Sreeram V. B. A.; Mahesan, N. & Fallside, F.  
*A Theoretical Investigation into the Performance of the Hopfield Model*  
IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 1, nº 2, pp. 204-215, 1990

## Referencias

- [SWE,92] Sweeney, G. P.  
*Innovación y difusión tecnológica: El cambio en los paradigmas del desarrollo y la economía valenciana.*  
Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, IVIE, 1992
- [TAN,93] Tanemura, M.  
*On the Packing of Non-Spherical Objects in the Plane.*  
6th Intl. workshop on Stochastic Geometry, Stereology and Image Analysis, Valencia, Sept., 1993
- [TOR,93] Torregrosa, V.; García Chamizo, J.M.; Rizo, R. & Crespo Lorente, A  
*Modelo Neuronal de Memoria Asociativa Ortonormalizada Adaptativa.*  
Actas V Conferencia CAEPIA'93, Madrid, Nov., 1993
- [WAN,90a] Wang, Y.; Cruz, J. B.; & Mulligan, J. H.  
*On Multiple Training for Bidirectional Associative Memories.*  
IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 1, nº 1, March 1990
- [WAN,90b] Wang, Y.; Cruz, J. B.; & Mulligan, J. H.  
*Two Coding Strategies for Bidirectional Associative Memory.*  
IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 1, nº 3, Sept. 1990
- [WAN,92] Wang, T.; Zhuang, X.; & Xiaoliang, X.  
*Weighted Learning of Bidirectional Associative Memories by Global Minimization.*  
IEEE Trans. on Neural Networks, vol. 3, nº 6, Nov. 1992
- [WAS,89] Wasserman, P. D.  
*Neural Computing.*  
Van Nostrand Reinhold, 1989
- [WON,89] Wong, D. F. & Liu, C. L.  
*Floorplan Design of VLSI Circuits.*  
Algorithmica, 4, pp. 263-291, 1989
- [ZUR,92] Zurada, J. M.  
*Artificial Neural Systems.*  
West Publishing Company, 1992

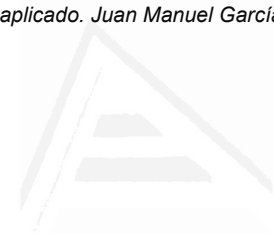


Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

## **Anexos<sup>1</sup>**

---

<sup>1</sup>Los anexos están por capítulos, organizados con notación "Anexo i.j", de manera que "i" es el número de capítulo a que corresponden y "j" es el anexo dentro de ese capítulo.



## Anexo 1.1

### Representación compacta de tablas. Estudio de costes de las RHI

Si se considera al conjunto de pares de adiestramiento como una tabla con dos atributos:

$$\begin{array}{l}
 A_1 \rightarrow B_1 \\
 A_2 \rightarrow B_2 \\
 \dots \\
 A_q \rightarrow B_q
 \end{array}
 \tag{A.1.1.1}$$

siendo  $n$  la dimensión de los vectores  $A_i$  y  $p$  la dimensión de los vectores  $B_i$ . La ocupación de espacio de dicha tabla es:

$$q(n + p) \tag{A.1.1.2}$$

Alternativamente, cabe plantearse utilizar una RHI como estructura de datos para contener la tabla. De esta forma, para crear la base de datos, lo que hay que hacer es adiestrar a la RHI con el conjunto de parejas de patrones y para consultar a la tabla, interrogar a la RHI.

#### A 1.1.1 Capacidad de almacenamiento

Aunque a nivel teórico todos los patrones  $A_i$  representables pueden ser almacenados en una RHI ya que puede llegar a haber  $n$  componentes relevantes capaces de codificar cualquier vector de esa dimensión en el dominio de representación sobre el que se opera, la compatibilidad de los sistemas de ecuaciones está de hecho estrechamente relacionada con las interdependencias lineales que puedan existir. Cabe pensar que cualquier situación general no se

## Anexo 1.1

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

ajuste a esas situaciones límite y, en la práctica, se trata de establecer una estimación de la capacidad máxima que puede esperarse tengan las RHI.

Una estimación de dicha capacidad en la práctica la proporciona el propio teorema de Rouché-Fröbenius del que se derivan las expresiones (1.5) y (1.6)

A pesar de que no puede asegurarse nada, cabe hablar de expectativas de compatibilidad:

- **Pocos patrones:  $q \leq n$**

Puede ocurrir que el mayor menor no nulo en la matriz de coeficientes sea de orden  $q$ . En ese caso, el rango de la matriz ampliada será necesariamente igual al de la matriz de coeficientes. Incluso si el rango de la matriz de coeficientes fuera menor que  $q$ , podría haber compatibilidad, que será tanto más probable cuanto menor sea  $q$  respecto de  $n$ .

- **Muchos patrones:  $q > n$**

En esta situación, la nueva columna que incorpora el vector de términos independientes podría proporcionar rango superior en la matriz ampliada respecto de la matriz de coeficientes; circunstancia que será tanto más de esperar cuanto mayor sea  $q$  respecto de  $n$ .

Todo apunta a que la capacidad de almacenamiento de las RHI vendrá en la práctica acotada por la dimensión de los patrones de entrada.

Las sucesivas iteraciones que pudieran requerirse no tendrían, en principio, repercusión negativa ya que, en pasos posteriores, la entrada de cada caso crece respecto de la iteración inicial.

Los diversos experimentos realizados a fin de establecer esta cota práctica [GAR,93], ponen de manifiesto que, efectivamente, el razonamiento es válido; con lo cual se establece que la capacidad de almacenamiento de las RHI está en la práctica acotada por la dimensión de los patrones de entrada.



## Representación compacta de tablas. Estudio de costes de las RHI

**A 1.1.2 Coste espacial**

Supuesto que en todas las iteraciones se utiliza la misma transformación, las estructuras de datos a almacenar están constituidas por:

- Las matrices de pesos:  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_b$ , cuyas dimensiones, siendo  $p'_i$  las columnas compatibles en el paso  $i$ , se expresan a continuación:

$$\begin{aligned}
 M_1 &\rightarrow n p &&= n_1 p_1 \\
 M_2 &\rightarrow (n_1 + p'_1)(p_1 - p'_1) &&= n_2 p_2 \\
 &\dots && \\
 M_b &\rightarrow (n_{b-1} + p'_{b-1})(p_{b-1} - p'_{b-1}) &&= n_b p_b
 \end{aligned} \tag{A.1.1.3}$$

- Los vectores que indican la posición de las componentes relevantes:  $v_1, v_2, v_3, \dots, v_b$ , cuya ocupación será:

$$\begin{aligned}
 v_1 &\rightarrow n &&= n_1 \\
 v_2 &\rightarrow (n_1 + p'_1) &&= n_2 \\
 &\dots && \\
 v_b &\rightarrow (n_{b-1} + p'_{b-1}) &&= n_b
 \end{aligned} \quad / p'_1 + p'_2 + \dots + p'_{b-1} \leq p \tag{A.1.1.4}$$

- Los vectores que indican cuáles son las componentes de la respuesta que adquieren valor en cada iteración (vectores de disparo):  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_b$ , cuya ocupación será:

$$\begin{aligned}
 w_1 &\rightarrow p'_1 \\
 w_2 &\rightarrow p'_2 \\
 &\dots \\
 w_b &\rightarrow p'_b
 \end{aligned} \quad / p'_1 + p'_2 + \dots + p'_b \leq p \tag{A.1.1.5}$$

Supuesto que la fijación de variables en los casos de indeterminación consiste en hacer dichas variables no necesarias iguales a cero, entonces, cabe considerar dos casos respecto de la ocupación de las matrices de pesos y de los vectores que indican la posición de las componentes relevantes,  $r_i$ ; siendo  $r_i \leq \min\{q, n_i\}$ .



## Anexo 1.1

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Según se desprende de (1.5), la cantidad de filas realmente necesarias de cada matriz de pesos:

$$q \leq n + p$$

Entonces  $q$  es una cota superior de  $r_i$ . Lo que significa que ninguna matriz de pesos necesita más de  $q$  filas (no se olvide que  $\sum p'_i \leq p$ ). Por otro lado, en cada matriz de pesos, no hace falta almacenar todas las columnas sino solamente aquellas que corresponden a sistemas compatibles; es decir,  $p'_1$  en  $M_1$ ,  $p'_2$  en  $M_2$ , ...,  $p'_i$  en  $M_i$ . Teniendo en cuenta (A.1.1.3), resulta:

$$\begin{aligned} M_1 &\rightarrow qp'_1 \\ M_2 &\rightarrow qp'_2 \\ &\dots \\ M_i &\rightarrow qp'_i \end{aligned} \quad (\text{A.1.1.6})$$

El espacio que ocupan todas las matrices estará acotado por:

$$q(p'_1 + p'_2 + \dots + p'_i) \leq qp \quad (\text{A.1.1.7})$$

Por análogo razonamiento, a partir de (A.1.1.4), resulta que  $q$  es una cota superior de las dimensiones de cada uno de los vectores que indican la posición de las componentes relevantes. En el peor caso en que resulte sólo un sistema compatible en cada iteración, se necesitará  $p$  iteraciones, con lo que una cota superior al espacio total necesario para almacenar estos vectores vendrá dada por:

$$qp \quad (\text{A.1.1.8})$$

La ocupación conjunta de matrices de pesos y vectores que indican la posición de las componentes relevantes y de vectores de disparo estará acotada por:

$$2pq + p \quad (\text{A.1.1.9})$$

$$- \quad q > n + p$$



**Representación compacta de tablas. Estudio de costes de las RHI**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Entonces  $n + p$  es una cota superior de  $r_1$ . Por el mismo razonamiento utilizado en el caso anterior, resulta que el espacio ocupado por todas las matrices estará acotado por:

$$(n + p)p \quad (\text{A.1.1.10})$$

Una cota superior de las dimensiones de cada uno de los vectores que indican la posición de las componentes relevantes es  $n + p$  y el espacio ocupado en el peor caso estará acotado por:

$$(n + p)p \quad (\text{A.1.1.11})$$

La ocupación conjunta de matrices de pesos y vectores que indican la posición de las componentes relevantes y de vectores de disparo estará acotada por:

$$2p(n + p) + p \quad (\text{A.1.1.12})$$

En cualquiera de los dos casos de (A.1.1.9) y (A.1.1.12), se verifica que la ocupación de espacio está acotada superiormente por:

$$2p \times \min\{q, n + p\} + p \quad (\text{A.1.1.13})$$

A partir de las expresiones (A.1.1.2) y (A.1.1.9) pueden establecerse las restricciones a los tamaños de los patrones para que el almacenamiento basado en RHI ocupe menos espacio que el directo de una tabla:

$$2pq + p < q(n + p) \rightarrow p < n \quad (\text{A.1.1.14})$$

El resultado es interesante por cuanto la RHI (sus matrices de pesos y los vectores de componentes relevantes y de disparo, se entiende) puede ser utilizada ventajosamente como estructura de datos para almacenamiento de tablas con búsqueda por contenido siempre que el atributo de búsqueda sea de mayor tamaño que el atributo asociado y la cantidad de pares de patrones a almacenar sea menor que el tamaño del atributo de búsqueda. En la expresión (A.1.1.9) se observa que la cota a la ocupación de espacio es constante con el tamaño de patrones de entrada. Un ejemplo típico de este uso podría ser el problema de localización de datos alfanuméricos de objetos a partir de fotografías de dichos objetos.





## Anexo 1.1

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

A continuación, se muestran comparaciones numéricas entre el espacio ocupado por tablas almacenadas directamente y el ocupado por una RHI en el peor caso:

n	p	q	q(n+p)	2pq+p	RHI/tabla
10	10	3	60	70	1,16666
10	10	10	200	210	1,05000
100	10	30	3300	610	0,18484
100	10	100	11000	2010	0,18272

Si el tamaño de la salida (p) no es menor que el de la entrada (n), la ocupación de espacio no es mejor en las RHI.

n	p	q	q(n+p)	2pq+p	RHI/tabla
1000	100	1000	1100000	200100	0,18190
10000	100	1000	10100000	200100	0,01981
100000	100	1000	100100000	200100	0,00199

La relación p/n incide notablemente en la razón entre la ocupación de los dos modos de almacenamiento.

n	p	q	q(n+p)	2pq+p	RHI/tabla
10000	100	30	303000	6100	0,02013
10000	100	1000	10100000	200100	0,01981
10000	100	10000	101000000	2000100	0,01980

La cantidad de patrones almacenados (menor que el tamaño de la entrada) apenas tiene incidencia en la razón entre la ocupación de los dos modos de almacenamiento.



### Representación compacta de tablas. Estudio de costes de las RHI

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

En el caso autoasociativo en particular, al no haber iteración, sólo hay una matriz de pesos cuya ocupación es  $n^2$ ; el vector que indica la posición de las componentes relevantes ocupará  $n$  y no se necesita vector de disparo. El coste espacial resulta estar acotado, en el peor caso por la expresión:

$$n^2 + n \quad (\text{A.1.1.15})$$

#### A 1.1.3 Coste temporal

##### Fase de adiestramiento:

Se trata de resolver sistemas de ecuaciones lineales. Caso de ser posible y llegar por tanto a que no quede ninguna componente difusa en la salida, en el peor de los casos, habrá que resolver un sistema para encontrar cada componente. Luego se necesitará iterar  $p$  veces. Asumiendo coste cúbico para la resolución de los sistemas de ecuaciones [CON.90], el adiestramiento resulta en el peor caso:

$$O(pq^2(n+p)) \quad (\text{A.1.1.16})$$

En el caso autoasociativo en particular, el adiestramiento se limita a una iteración cuyo coste temporal pertenece a:

$$O(q^2n) \quad (\text{A.1.1.17})$$

##### Fase de reconocimiento:

La operación consiste en multiplicar las componentes relevantes del patrón incógnita por la primera matriz de pesos, actualizar el vector incógnita y multiplicar por la siguiente matriz de pesos y así sucesivamente. Los productos a efectuar en las sucesivas iteraciones ocupan las siguientes unidades de tiempo, considerando el producto entre escalares como operación unitaria:

## Anexo 1.1

$$\begin{aligned}
 r_1 \cdot \dim(w_1) &\rightarrow r_1 p'_1 \\
 r_2 \cdot \dim(w_2) &\rightarrow r_2 p'_2 \\
 &\dots \\
 r_n \cdot \dim(w_n) &\rightarrow r_n p'_n
 \end{aligned}
 \tag{A.1.1.18}$$

Como se viene considerando que la fijación de variables en los casos de indeterminación consiste en hacer dichas variables no necesarias iguales a cero, entonces  $r_i$  cumplirá (1.5). Cabe considerar dos casos:

$$- \quad q \leq n + p$$

Entonces  $q$  es una cota superior de  $r_i$ . Luego, a partir de (A.1.1.18) y como en (A.1.1.7), el coste temporal en el peor caso resulta:

$$O(qp) \tag{A.1.1.19}$$

$$- \quad q > n + p$$

Entonces  $n + p$  es una cota superior de  $r_i$ . Por análogo razonamiento:

$$O((n + p)p) \tag{A.1.1.20}$$

En general, el coste temporal viene determinado por la siguiente expresión:

$$O(\min\{(n + p), q\}p) \tag{A.1.1.21}$$

Para el caso de la capacidad de almacenamiento máximo en la práctica,  $q \leq n$ , es aplicable la expresión (A.1.1.19). Obsérvese que dicha cota no depende del tamaño de patrones de entrada.

En el caso autoasociativo resulta  $O(\min\{n, q\}n)$ , que puede escribirse para el almacenamiento en la práctica ( $q \leq n$ ):

$$O(qn) \tag{A.1.1.22}$$

## Anexo 1.2

### Pruebas de inferencia mediante RHI

Se ha elegido tres ejemplos para poner de manifiesto las propiedades de inferencia de las RHI: El primero con patrones de escasa dimensión de manera que cualquier desviación de los resultados satisfactorios pueda ser detectada fácilmente por simple inspección ocular. El segundo ejemplo muestra las ventajas de las RHI como almacén de información en el tratamiento de imágenes. En el último se atiende al caso relativo a asociaciones basadas en características morfológicas de objetos.

#### Ejemplo 1:

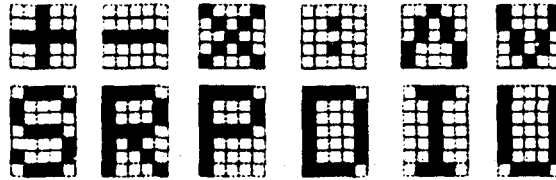
Se trata de asociar imágenes de símbolos aritméticos a imágenes de las iniciales de los nombres de las operaciones que representan. Es una prueba clásica [KOS,87b], [WAN,90b], [LON,91], que, por su escaso tamaño sólo tiene validez fenomenológica pero que por su sencillez resulta muy ilustrativa. Además, la construcción de las imágenes que se ha seguido produce fuertes interdependencias lineales tanto entre los patrones de entrada como entre los de salida. Este hecho hace que la prueba resulte dura desde el punto de vista de discriminación entre patrones.

Pares adiestr.	Patrones de entrada			Patrones de salida			Componentes relevantes	Modo de operación
	tama.	anch.	altur.	tama.	anch.	altur.		
6	25	5	5	35	5	7	ordenadas al azar	heteroasociativo

La siguiente figura muestra los pares de patrones de adiestramiento (En la fila de arriba, los patrones de entrada y, correspondientemente, en la fila de abajo cada

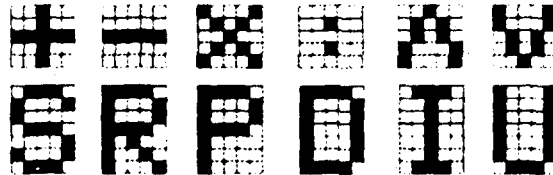
## Anexo 1.2

patrón de salida asociado). Nótese que los signos de la división y el de la resta están contenidos en el de la suma.



Patrones de adiestramiento

El reconocimiento de los patrones utilizados en el adiestramiento produce respuesta plenamente satisfactoria, tal como se ilustra en la figura siguiente.

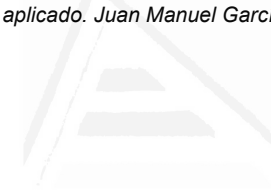


Reconocimiento de los patrones utilizados en adiestramiento

El fragmento significativo que resultó durante el adiestramiento para esta prueba informa de cuáles son las componentes de cuyo valor depende la respuesta durante el reconocimiento.

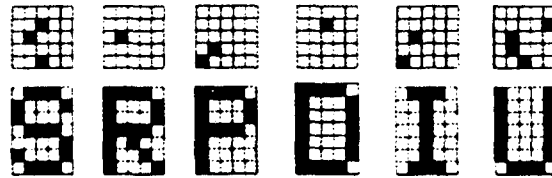


Fragmento significativo



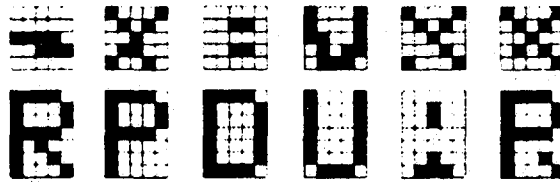
### Pruebas de inferencia mediante RHI

De aquí se sigue un inmediato intento de reconocimiento basado únicamente en las componentes de las imágenes incógnita pertenecientes al fragmento significativo.



### Reconocimiento basado en las componentes relevantes

El reconocimiento a partir de imágenes distorsionadas depende del fragmento significativo.



### Reconocimiento de imágenes distorsionadas

## Anexo 1.2

**Ejemplo 2:**

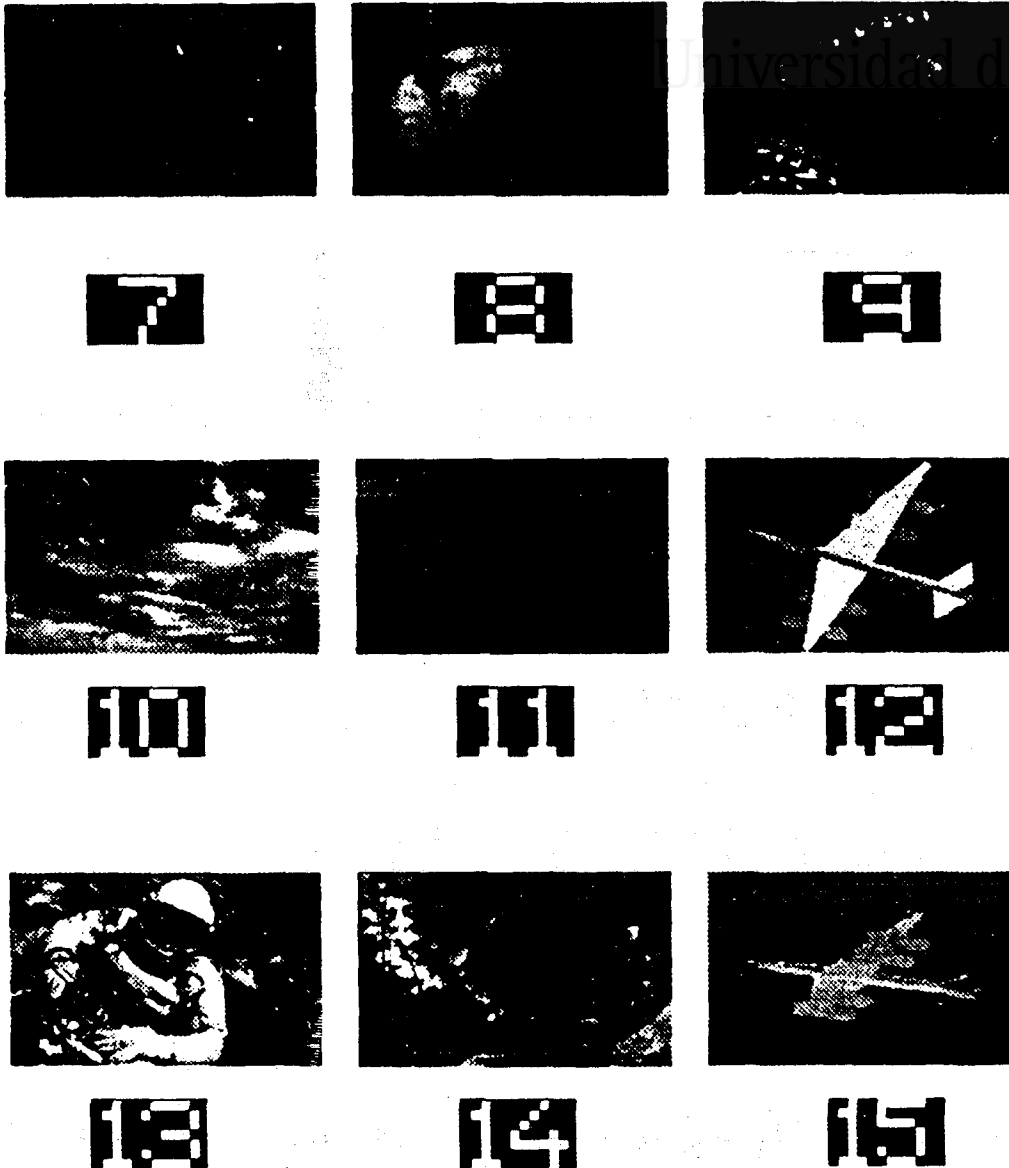
Como alternativa al almacenamiento directo en tabla, se ilustra el correspondiente a una RHI donde se ha utilizado un conjunto de patrones de adiestramiento que consiste en varias imágenes asociadas a otras de dimensiones más reducidas, de tal manera que la búsqueda se efectúe por el atributo de mayor tamaño.

Pares adiestr.	Patrones de entrada			Patrones de salida			Componentes relevantes	Modo de operación
	tama.	anch.	altur.	tama.	anch.	altur.		
15	16000	160	100	84	12	7	ordenadas según escritura	heteroasociativo

Las siguientes figuras muestran los pares de patrones utilizados en adiestramiento:



## Pruebas de inferencia mediante RHI



## Patrones de adiestramiento

El adiestramiento se completó en el primer paso y todas las componentes de la salida correspondieron a sistemas de ecuaciones compatibles, con lo que el reconocimiento tiene lugar en un único paso. Se hace notar la distancia de esta prueba respecto del peor caso, en que se hubieran requerido 84 iteraciones.

El almacenamiento directo en tabla supone una ocupación de 241.260 elementos (quince pares de 16.000 más 84 elementos cada uno), mientras que los

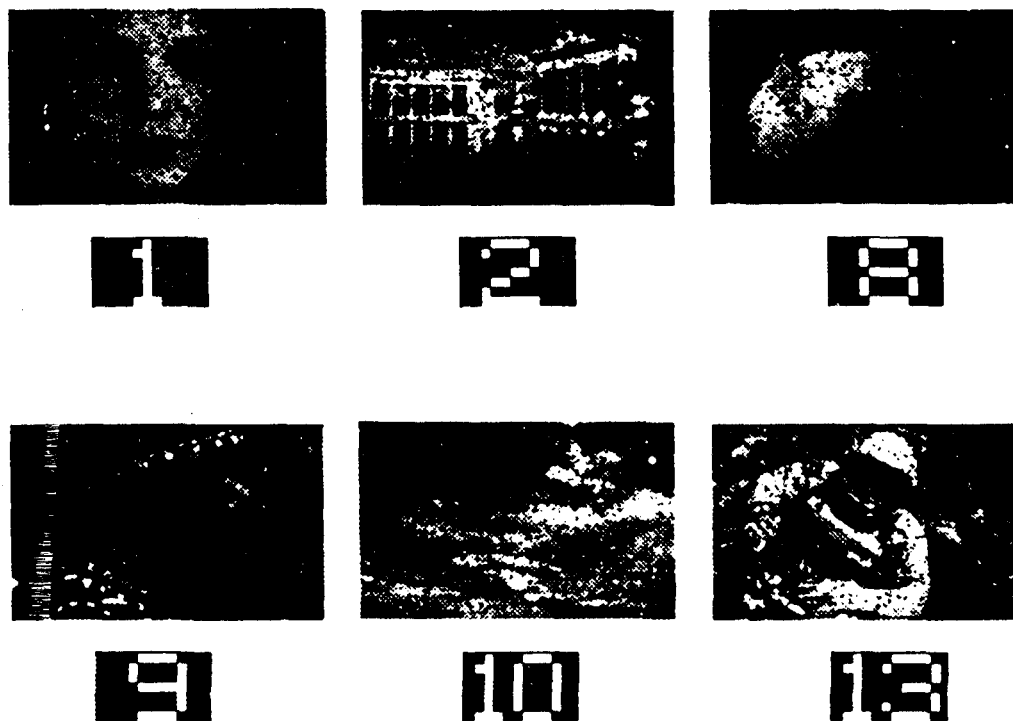


## Anexo 1.2

requerimientos de la RHI vienen determinados por la matriz de pesos (15x84 elementos) más el vector de componentes relevantes (15 elementos) más el vector de disparo (84 elementos), que en total ascienden a 1359 elementos, lo que supone un ahorro del 99,44%.

El reconocimiento de los patrones utilizados en adiestramiento produce respuesta plenamente satisfactoria en todos los casos.

Las imágenes siguientes corresponden a casos de inferencia utilizando patrones incógnita con distorsión introducida de forma aleatoria a partir de los patrones de adiestramiento.

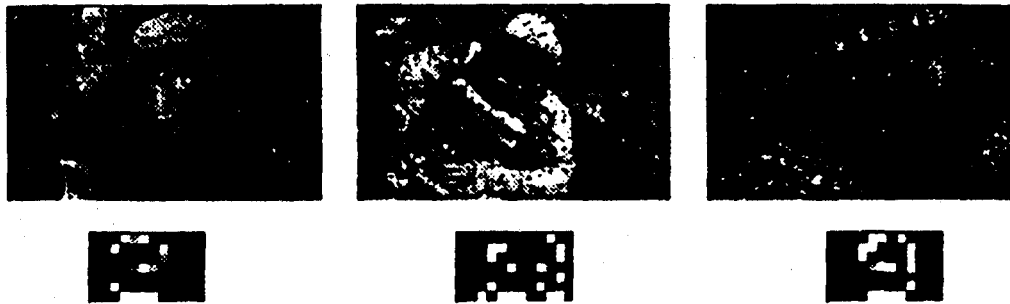


Reconocimiento de imágenes con 10% de ruido introducido aleatoriamente.

La inferencia es satisfactoria en los seis casos porque no se produjo distorsión en las componentes relevantes.

### Pruebas de inferencia mediante RHI

En las imágenes siguientes, de izquierda a derecha, los niveles de ruido aleatorio introducidos en la entrada son 10%, 10% y 25%. En estos casos, las componentes relevantes se vieron afectadas 2%, 25% y 5%, respectivamente. La respuesta obtenida en cada caso difiere de la asociada a la correspondiente imagen sin distorsión utilizada en el adiestramiento.



Reconocimiento de imágenes con varios niveles de ruido aleatorio en la entrada y respuestas respectivas.

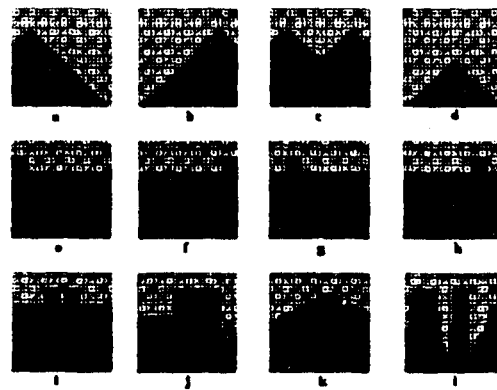
## Anexo 1.2

**Ejemplo 3:**

Para poner de manifiesto la potencia de las RHI para inferir a partir de patrones distorsionados, se ha utilizado un conjunto de patrones de adiestramiento que consiste en siluetas de objetos, varias de ellas muy parecidas (e...i); es decir, separadas por distancia hamming muy pequeña (aproximadamente un 5% del tamaño de la imagen). Incluso los patrones que más difieren entre sí, tienen el mismo valor en gran parte de los puntos del tercio superior de la imagen y en gran parte del tercio inferior.

Pares adiestr.	Patrones de entrada			Patrones de salida			Componentes relevantes	Modo de operación
	tama.	anch.	altur.	tama.	anch.	altur.		
12	625	25	25	625	25	25	ordenadas según escritura	autoasociativo

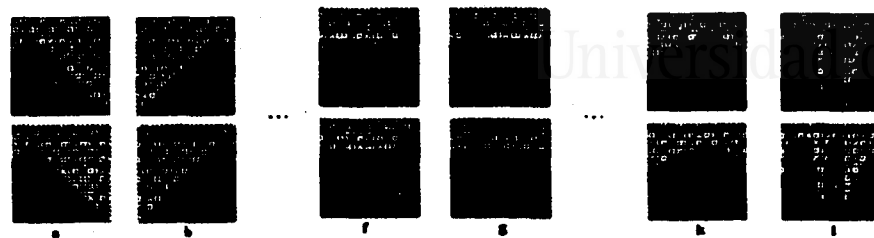
La siguiente figura muestra los patrones de adiestramiento. Cada imagen se asocia consigo misma.



Patrones de adiestramiento

Es reconocimiento de los patrones utilizados en adiestramiento es plenamente satisfactorio en todos los casos, según se observa en la figura siguiente:

### Pruebas de inferencia mediante RHI

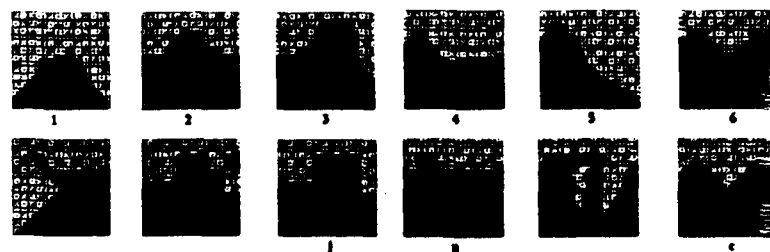


### Reconocimiento de los patrones utilizados en adiestramiento

Las componentes relevantes son de extrema trascendencia en este caso ya que los patrones de entrada tienen tamaño notablemente superior a la cantidad de patrones de adiestramiento. Nótese que con once componentes relevantes es suficiente para efectuar el reconocimiento de los doce patrones.



### Fragmento significativo



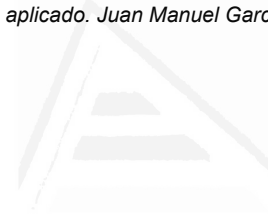
### Reconocimiento de imágenes distorsionadas

## Anexo 1.2

Ante el patrón incógnita nº 2, la respuesta tiene mucho de los patrones de adiestramiento  $f$  y  $j$ . Análogamente ocurre con los patrones incógnita nº 1 y 5; mientras que los patrones incógnita nº 3, 4 y 6 son asociados satisfactoriamente.

En este ejemplo se pone de manifiesto la trascendencia que pueden tener las componentes relevantes. En el problema de las semicoberturas en particular, la propuesta de utilización de las RHI será para discernir entre instancias giradas de pieza y, como se verá más adelante (capítulo 4), el fragmento significativo podrá escogerse de manera que contribuya notablemente a mejorar la respuesta del modelo.

En general, la respuesta que proporcionan las RHI podrá contener perturbaciones que puede ser necesario filtrar en algunas, como es el caso de su aplicación al problema de las semicoberturas. La propuesta para dicho filtrado consistirá en la utilización de una MAON adiestrada con los mismos patrones que la RHI. En dicho problema, las MAON se proponen como base del proceso de posicionamiento, como ya se ha dicho.



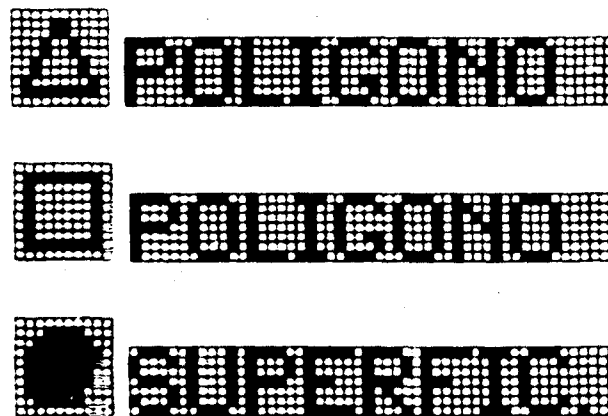
## Anexo 2.1

### Características generales de las MAON

Se muestran a continuación algunas de las características más notables del modelo MAON:

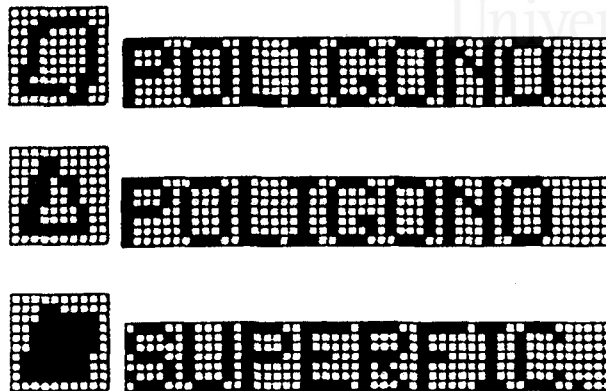
- La capacidad de está condicionada por el número de elementos de procesamiento de la capa intermedia de forma que la relación es uno a uno.
- Soporta incluso multiplicidad en las asociaciones, lo cual permite usos como relacionar patrones que pueden ser muy diferentes en su estructura. Es decir, clasificaciones por propiedades externas al algoritmo de clasificación en sí.

Por ejemplo, adiestrando a una MAON con la siguiente colección de datos:

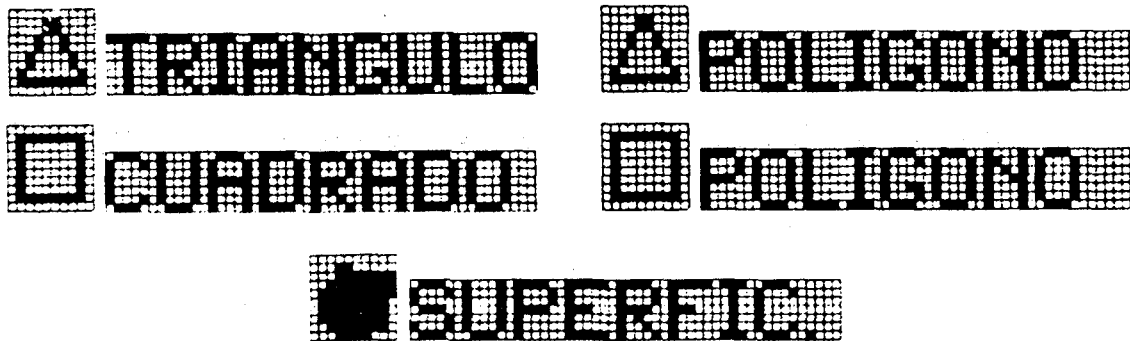


Se obtiene un clasificador que proporciona la misma respuesta satisfactoria ante patrones tan distintos como uno parecido a un cuadrado o si se le interroga con un patrón parecido a un triángulo, por ejemplo.

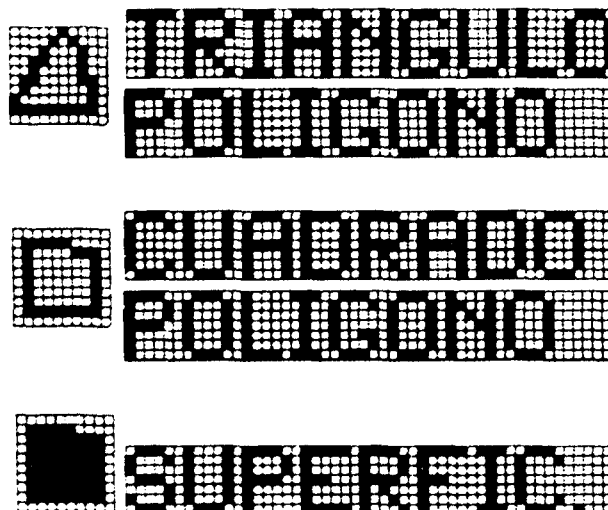
Anexo 2.1

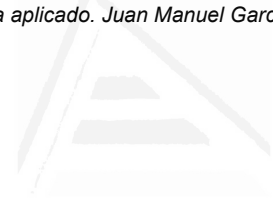


- También pueden manejarse asociaciones múltiples en ambos sentidos. Por ejemplo, adiestrando a una MAON con la siguiente colección de datos:



Se obtienen los siguientes resultados operando en modo de respuesta múltiple:





## Anexo 3.1

### Ejemplo de inclusión entre patrones mediante MAON

Se va a utilizar una MAON para resolver un problema de inclusión entre patrones. Para ello, se considera el conjunto de patrones que se muestra a continuación como patrones de adiestramiento. Estos son los patrones de entre los que se querrá encontrar al más grande que esté incluido en un nuevo patrón. Este nuevo patrón será el que se utilice como incógnita para interrogar a la MAON.

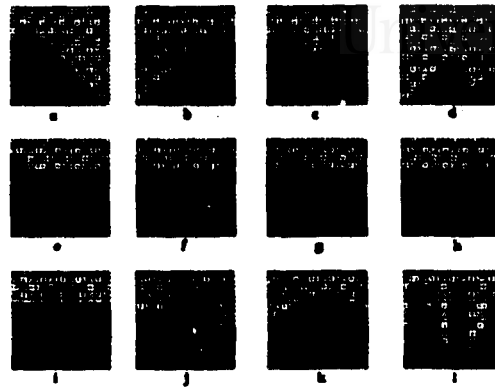
Al conjunto de adiestramiento formado por los doce patrones de la figura se ha añadido la silueta nula para inhibir la respuesta con patrones que intersecten o incluso sean exteriores.

Los puntos negros corresponden al interior de las siluetas. El dominio utilizado es  $\{1, -626\}^{625}$ , de manera que se cumple la expresión (3.54) del capítulo 3.

Pares adiestr.	Patrones			Representación de los datos	Modo de operación	Modo de respuesta
	tama.	anch.	altur.			
12	625	25	25	$\{1, -626\}^{625}$	autoasociativo	múltiple

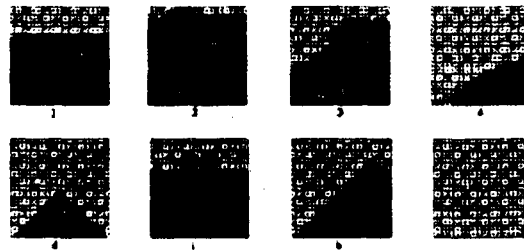


### Anexo 3.1



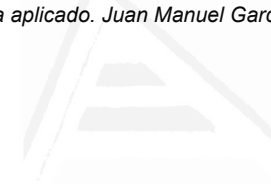
Patrones de adiestramiento.

La figura que sigue muestra varios casos de interrogación a la MAON con diferentes patrones incógnita. Al preguntar por los patrones nº 1, 2 y 3, se obtienen sendas respuestas que corresponden en cada caso al patrón más grande de los contenidos en el patrón incógnita dentro de los utilizados en el conjunto de adiestramiento. El patrón nº 4 no contiene a ninguno de los doce patrones utilizados en adiestramiento por lo cual responde con la silueta nula antes que contestar con un patrón que intersekte.



Varios casos de interrogación al sistema

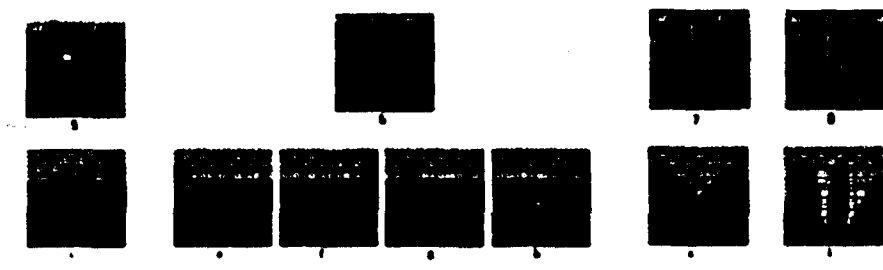
En la figura siguiente, los patrones nº 5, 6, 7 y 8 se diferencian en que, sucesivamente, se ha establecido un 'fisura' cada vez más profunda. La consecuencia es que patrones utilizados en adiestramiento que están incluidos en los primeros patrones incógnita, dejan de estarlo en los siguientes; con lo cual, la



### Ejemplo de inclusión entre patrones mediante MAON

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

respuesta cambia en cada caso. La respuesta al preguntar por el patrón nº 6 es múltiple porque los patrones e, f, g y h son del mismo tamaño y los más grandes de los contenidos en dicho patrón incógnita.



Varios casos de interrogación al sistema

## Anexo 4.1

### Estudio de costes de los algoritmos de posicionamiento

#### Coste temporal

Sea:

- La cantidad de puntos de las imágenes:  $p$
- La cantidad de piezas:  $n$
- La cantidad de instancias de la pieza  $PP^k$ :  $n_k$
- La cantidad total de instancias de piezas:  $q = \sum_{k=1}^n n_k$

#### - Operaciones previas:

Viene determinado en el peor caso por el del coste de adiestramiento de la MAON establecido por la expresión (2.26) del apartado 5 del capítulo 2 más la instanciación de piezas. Resulta:

$$O(qp) \qquad (A.4.1.1)$$

#### - Formación de la semicobertura:

En el peor caso, hay que probar todas las instancias de todas las piezas y actualizar la región; luego hay que efectuar  $q$  iteraciones; cada una con un coste de reconocimiento establecido por la expresión (2.27) del apartado 5 del capítulo 2, que es:



## Anexo 4.1

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

$$O(qp)$$

(A.4.1.2)

El coste de formación de la semicobertura en el peor caso pertenece a:

$$O(q^2p)$$

(A.4.1.3)

### Algoritmo 2: Posicionamiento con progresión controlada

Dado que este algoritmo efectúa las mismas operaciones que el anterior más la incorporación de patillas, de coste lineal en  $p$ , su coste computacional en el peor caso resulta pertenecer al mismo orden que el algoritmo 1.

### Algoritmo 3: Posicionamiento por aproximación sucesiva

Sea:

- La cantidad de puntos de las imágenes en baja definición:  $\hat{p}$
- La cantidad de puntos de las imágenes en alta definición:  $\hat{p}$
- La cantidad de puntos de la ventana restringida:  $\hat{p}$
- La cantidad de piezas:  $n$
- La cantidad de instancias de la pieza  ${}^bPP^k$  en baja definición obtenidas por traslación:  ${}^{TB}n_k$
- La cantidad total de instancias trasladadas en baja definición:  ${}^{TB}n = \sum_{k=1}^n {}^{TB}n_k$
- La cantidad de instancias giradas de la pieza  ${}^bPP^k$  en vista restringida:  ${}^{GR}n_k$
- La cantidad total de instancias giradas en vista restringida:  ${}^{GR}n = \sum_{k=1}^n {}^{GR}n_k$



### Estudio de costes de los algoritmos de posicionamiento

La cantidad de instancias de la pieza  ${}^R P P^R$  en vista restringida obtenidas por traslación:  ${}^{TR} n_k$

La cantidad de instancias de piezas en vista restringida obtenidas por traslación:

$${}^{TR} n = \sum_{k=1}^s {}^{TR} n_k$$

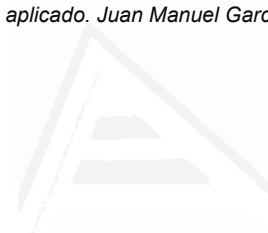
#### Operaciones previas:

Los costes en el peor caso de las operaciones de preprocesamiento pertenecen a los siguientes órdenes, respectivamente:

- Representar la región y las piezas en baja definición:  $O(n^R P)$
- Construir los patrones de adiestramiento por traslación de piezas y poner patillas:  $O({}^{TR} n^R P)$
- Adiestrar a una MAON con patrones en baja definición:  $O({}^{TR} n^R P)$
- Incorporar patillas a la región en baja definición:  $O(P)$
- Representar las piezas en la ventana restringida:  $O(n^R P)$
- Formar un conjunto de patrones por giro de piezas:  $O({}^{GR} n^R P)$
- Adiestrar a una RHI con patrones en ventana restringida:  $O({}^{GR} n^{2R} P)$
- Adiestrar a una MAON con patrones en ventana restringida:  $O({}^{GR} n^R P)$

El coste de preprocesamiento en el peor caso pertenece a:

$$O(n^R P + {}^{TR} n^R P + {}^{GR} n^{2R} P) \quad (A.4.1.4)$$



## Anexo 4.1

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

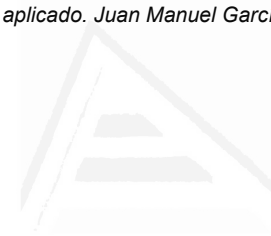
**Formación de la semicobertura:**

La cantidad máxima que iteraciones requeridas para obtener la semicobertura está acotada por  ${}^{\text{TB}}n$ . Los costes de las operaciones dentro de cada iteración son:

- Reconocer mediante una MAON en baja definición:  $O({}^{\text{TB}}n^{\text{B}}p)$
- Restringir la vista de la región:  $O({}^{\text{A}}P)$
- Reconocer mediante una RHI en ventana restringida:  $O({}^{\text{GR}}n^{\text{R}}p)$
- Reconocer mediante una MAON en ventana restringida:  $O({}^{\text{GR}}n^{\text{R}}p)$
- Construir los patrones de adiestramiento por traslación de piezas y poner patillas:  $O({}^{\text{TR}}n^{\text{R}}P)$
- Adiestrar a una MAON con patrones trasladados en ventana restringida:  $O({}^{\text{TR}}n^{\text{R}}P)$
- Incorporar patillas a la región en ventana restringida:  $O({}^{\text{R}}P)$
- Reconocer mediante una MAON en ventana restringida:  $O({}^{\text{TR}}n^{\text{R}}P)$
- Actualizar los datos:  $O({}^{\text{A}}P)$

Luego se obtiene:

$$O({}^{\text{TB}}n\{{}^{\text{TB}}n^{\text{B}}p+{}^{\text{A}}p+{}^{\text{GR}}n^{\text{R}}p+{}^{\text{TR}}n^{\text{R}}p\}) \quad (\text{A.4.1.5})$$



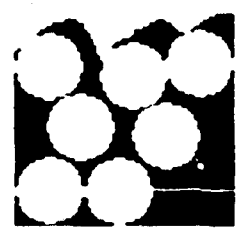
## Anexo 5.1

### Experimentos. Bloque A

Prueba A-1			
Tamaño	Anchura	Altura	$G_{IPP}$
4900	70	70	1
Semicobertura: 7 piezas (58'69%)			

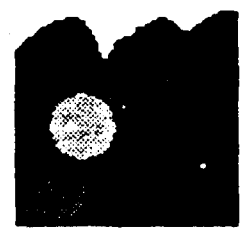
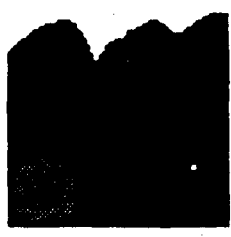


Entrada

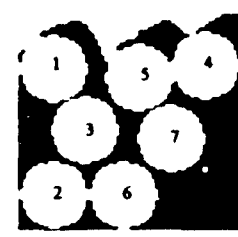


Semicobertura

#### Progresión del posicionamiento



Algunas etapas



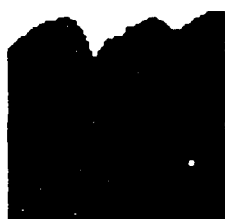
Secuencia



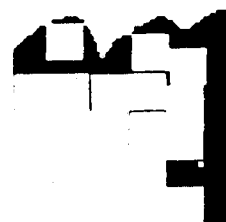
Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Anexo 5.1

Prueba A-2			
<b>Tamaño</b>	<b>Anchura</b>	<b>Altura</b>	<b>G<sup>c</sup>IPP</b>
4900	70	70	1
<b>Semicobertura: 22 piezas (72'18%)</b>			

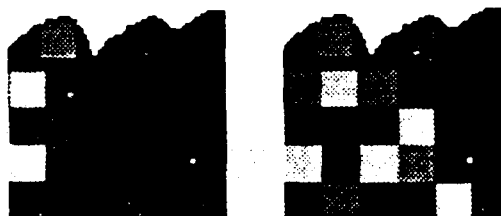


Entrada

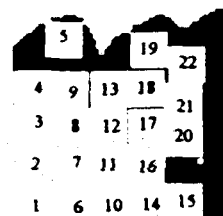


Semicobertura

Progresión del posicionamiento

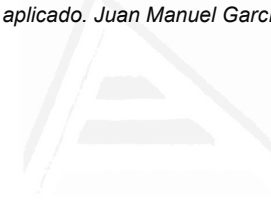


Algunas etapas



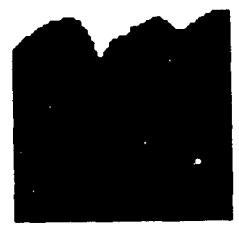
Secuencia



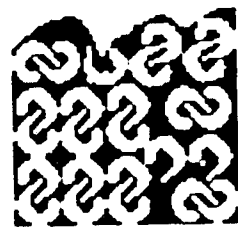


Experimentos. Bloque A

Prueba A-3			
Tamaño	Anchura	Altura	G <sub>IPP</sub>
4900	70	70	16
Semicobertura: 25 piezas (59'24%)			



Entrada



Semicobertura

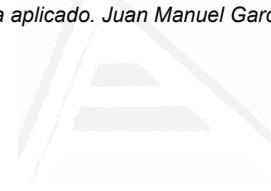
Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

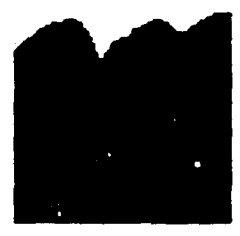


Secuencia



Anexo 5.1

Prueba A-4			
Tamaño	Anchura	Altura	G IPP
4900	70	70	16
Semicobertura: 14 piezas (59'33%)			



Entrada

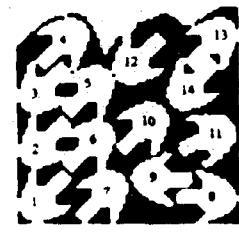


Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas



Secuencia



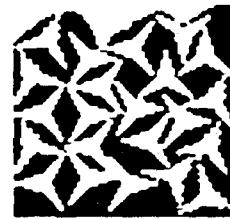
Experimentos. Bloque A

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba A-5			
Tamaño	Anchura	Altura	GIPP
4900	70	70	16
Semicobertura: 22 piezas (50'13%)			



Entrada

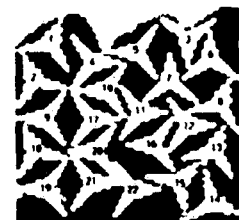


Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas



Secuencia



Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

**Anexo 5.1**

<b>Prueba A-6</b>			
<b>Tamaño</b>	<b>Anchura</b>	<b>Altura</b>	<b>G<sup>o</sup>IPP</b>
4900	70	70	1
<b>Semicobertura: 7 piezas (48'94%)</b>			



**Entrada**



**Semicobertura**

**Progresión del posicionamiento**



**Algunas etapas**



**Secuencia**

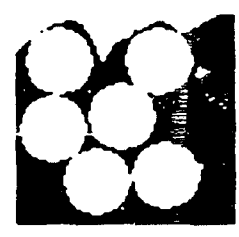


**Anexo 5.2**

**Experimentos. Bloque B**

Prueba B-1							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	144	12	12	32		(2.1)	(4.4)
Vista restringida	729	27	27	4 (g)	(1'2,1'2)	(2.1)	

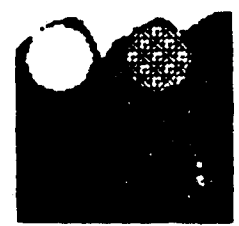
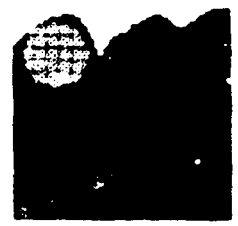
Semicobertura: 6 piezas (50'31%)



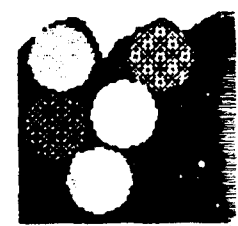
Entrada

Semicobertura

**Progresión del posicionamiento**



...



...

Algunas etapas



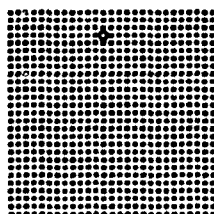
## Anexo 5.2

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Datos internos



### Región y pieza en baja definición



### Fragmento significativo para el reconocimiento mediante RHI



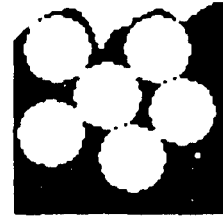
Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-2							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	324	18	18	84		(2,1)	(6,6)
Vista restringida	961	31	31	2 (g)	(1'4,1'4)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 6 piezas (50'31%)</b>							

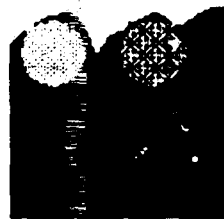
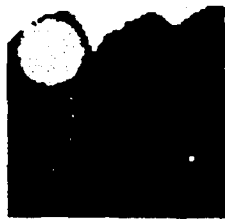


Entrada

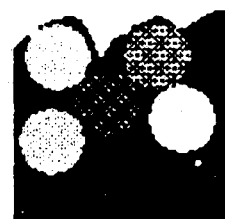


Semicobertura

Progresión del posicionamiento



...

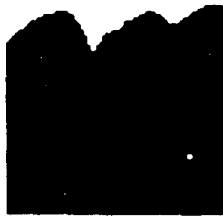


...

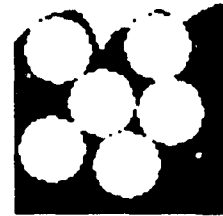
Algunas etapas

## Anexo 5.2

Prueba B-3							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	144	12	12	32		(2,1)	(4,4)
Vista restringida	961	31	31	2 (g)	(1'4,1'4)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 6 piezas (50'31%)</b>							

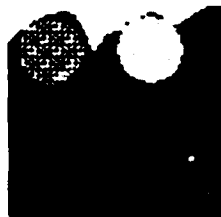
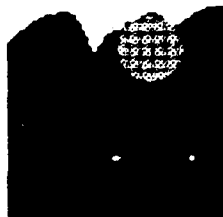


Entrada

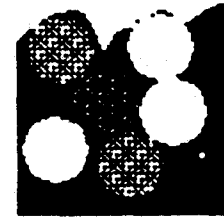


Semicobertura

## Progresión del posicionamiento



...



...

Algunas etapas

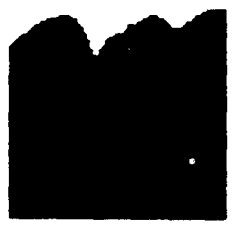




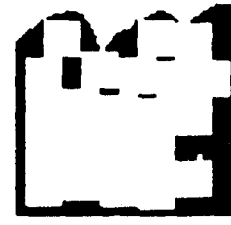
Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-4							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}\rho_x, ^{\wedge}\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	220		(2,1)	(4,4)
Vista restringida	225	15	15	2 (g)	(1'2,1'2)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 22 piezas (72'18%)</b>							

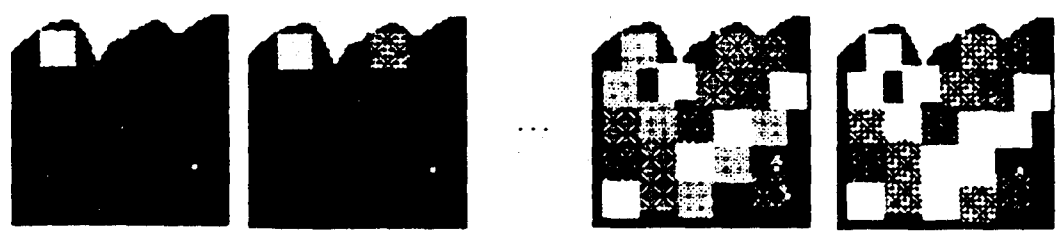


Entrada

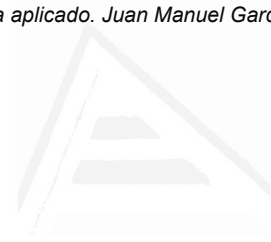


Semicobertura

Progresión del posicionamiento



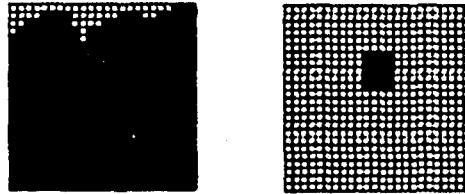
Algunas etapas



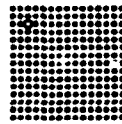
## Apexo 5.2

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

### Datos internos



Región y pieza en baja definición



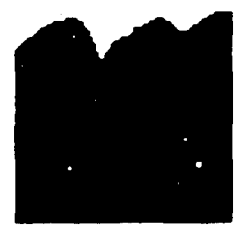
Fragmento significativo para el reconocimiento mediante RHI



Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Experimentos. Bloque B

Prueba B-5							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	220		(2,1)	(4,4)
Vista restringida	225	15	15	2 (g)	(1'4, 1'4)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 22 piezas (72'18%)</b>							

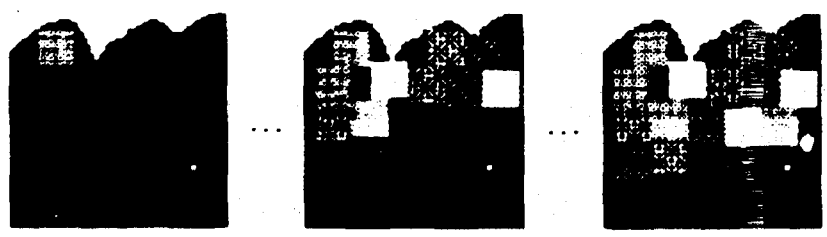


Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

ANEXO 3.2

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-6							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^A\rho_x, ^A\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^B\rho_x, ^B\rho_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	1225	35	35	36		(5,5)	(8,8)
Vista restringida	324	18	18	2 (g)	(1'5,1'5)	(2,2)	
<b>Semicobertura: 19 piezas (62'34%)</b>							



Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



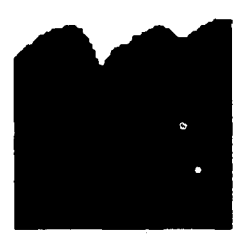
Algunas etapas



Experimentos. Bloque B

Prueba B-7							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}\rho_x, ^{\wedge}\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	1225	35	35	392		(2.1)	(8.8)
Vista restringida	625	25	25	8 (g)	(1'6.1'6)	(2.1)	

Semicobertura: 22 piezas (52'13%)

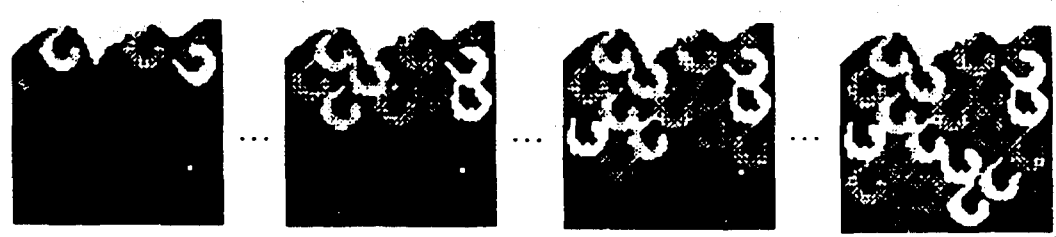


Entrada



Semicobertura

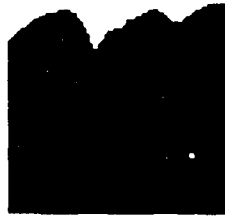
Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

## Anexo 5.2

Prueba B-8							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	100		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	729	27	27	16 (g)	(1'8,1'8)	(2,1)	
Semicobertura: 19 piezas (45'02%)							

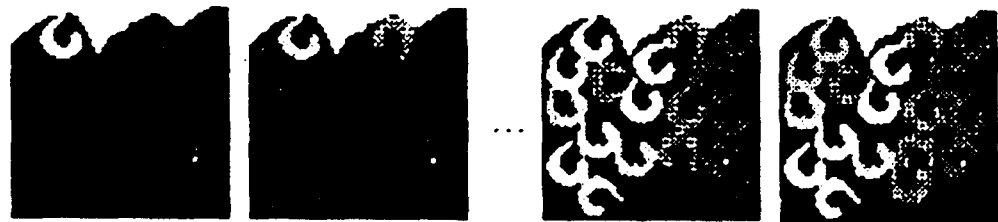


Entrada



Semicobertura

## Progresión del posicionamiento



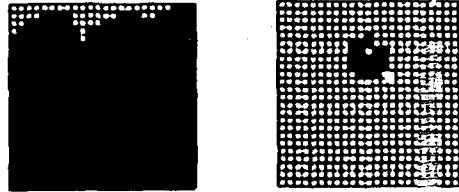
Algunas etapas



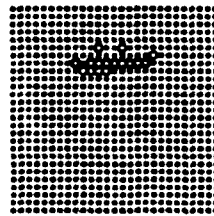
**Experimentos. Bloque B**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Datos internos**



**Región y pieza en baja definición**



**Fragmento significativo para el reconocimiento mediante RHI**

Anexo 5.2

Prueba B-9							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	100		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	529	23	23	16 (g)	(1'5,1'5)	(2,1)	
Semicobertura: 20 piezas (47'39%)							



Entrada

Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas



## Experimentos. Bloque B

Prueba B-10							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	153		(2,1)	(8,8)
Vista restringida	529	23	23	8 (g)	(1'1,1'1)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 12 piezas (50'85%)</b>							



Entrada



Semicobertura

## Progresión del posicionamiento



...



...



...

Algunas etapas

Anexo 5.2

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-11							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\hat{p}_x, \hat{p}_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	324	18	18	98		(2,1)	(6,6)
Vista restringida	676	26	26	8 (g)	(1'3,1'3)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 12 piezas (50'85%)</b>							

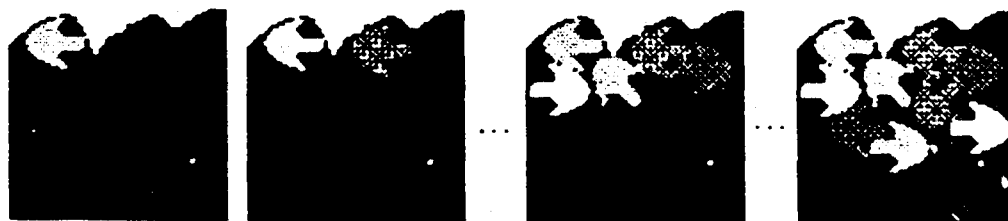


Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

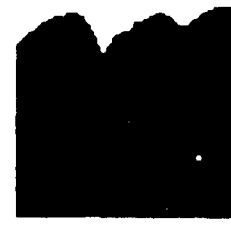


Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-12							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	1225	35	35	364		(2.1)	(10.10)
Vista restringida	900	30	30	16 (g)	(1'5, 1'5)	(2.1)	

Semicobertura: 13 piezas (55'09%)



Entrada

Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

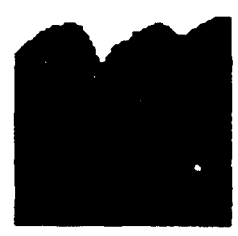


Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Anexo 5.2

Prueba B-13							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	324	18	18	49		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	900	30	30	16 (g)	(1'5, 1'5)	(2,1)	

Semicobertura: 12 piezas (50'85%)



Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



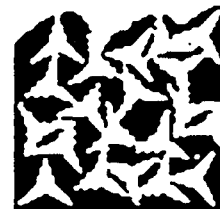
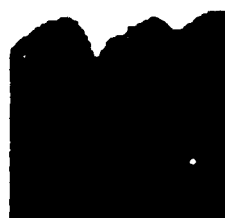
Algunas etapas

## Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Prueba B-14							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\circ}\rho, ^{\circ}\rho)$	$(\Delta, \Delta)$	$(^{\circ}P, ^{\circ}P)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	90		(2,2)	(8,8)
Vista restringida	841	29	29	16 (g)	(1'5,1'5)	(2,2)	

Semicobertura: 20 piezas (45'57%)



Entrada

Semicobertura

## Progresión del posicionamiento



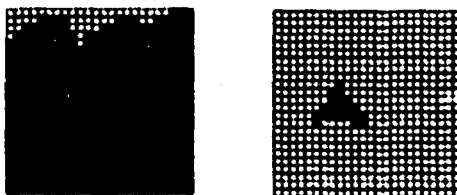
Algunas etapas



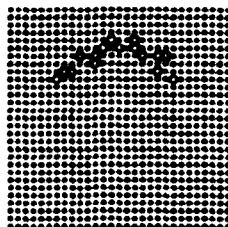
**Apexo 5.2**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Datos internos**



**Región y pieza en baja definición**



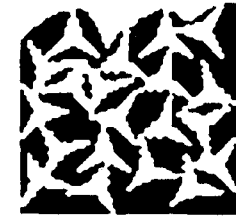
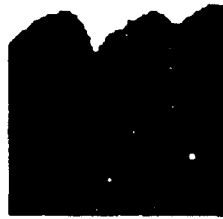
**Fragmento significativo para el reconocimiento mediante RHI**

## Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-15							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	196	14	14	66		(2.1)	(4.4)
Vista restringida	961	31	31	16 (g)	(1'6.1'6)	(2.1)	

Semicobertura: 20 piezas (45'57%)



Entrada

Semicobertura

## Progresión del posicionamiento



Algunas etapas



Anexo 5.2

Prueba B-16							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	1225	35	35	378		(2,1)	(10,10)
Vista restringida	841	29	29	16 (g)	(1'5,1'5)	(2,1)	

Semicobertura: 22 piezas (50'13%)



Entrada

Semicobertura

Progresión del posicionamiento



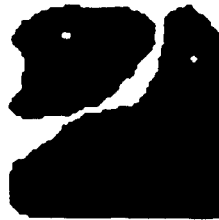
Algunas etapas



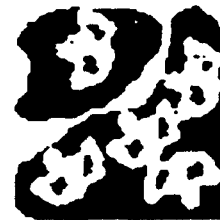
## Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba B-17							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}p_x, ^{\wedge}p_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}p_x, ^{\circ}p_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	144	12	12	20		(2,2)	(5,5)
Vista restringida	1089	33	33	16 (g)	(1,2) (2)	(2,1)	
Semicobertura: 5 piezas (34'96%)							



Entrada



Semicobertura

## Progresión del posicionamiento



Algunas etapas



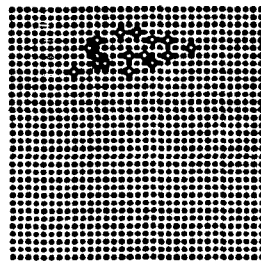
**Anexo 5.2**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Datos internos**



**Región y pieza en baja definición**



**Fragmento significativo para el reconocimiento mediante RHI**

## Experimentos. Bloque B

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

Prueba B-18							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}\rho_x, ^{\wedge}\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	4900	70	70				
Baja definición	576	24	24	72		(2,2)	(10,10)
Vista restringida	1681	41	41	16 (g)	(1'5,1'5)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 5 piezas (34'96%)</b>							

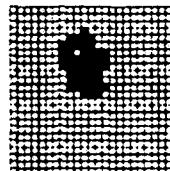


Entrada



Semicobertura

## Datos internos



Región y pieza en baja definición



Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

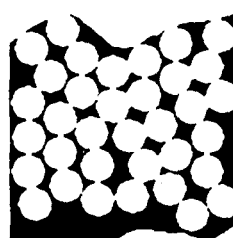
## Anexo 5.3

### Experimentos. Bloque C

Prueba C-1							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$
Alta definición	22500	150	150				
Baja definición	900	30	30	169		(2,2)	(5,5)
Vista restringida	961	31	31	2 (g)	(1'4,1'4)	(2,1)	
Semicobertura: 35 piezas (64'22%)							



Entrada

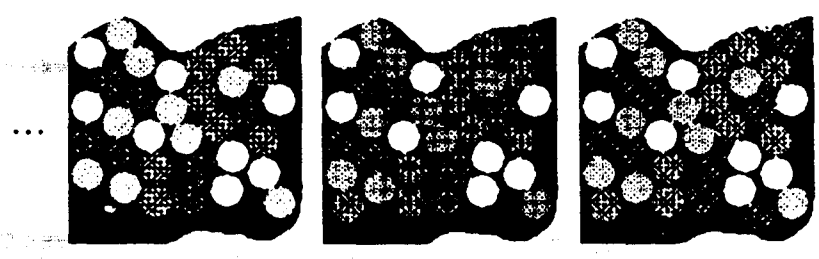


Semicobertura



**Anexo 5.3**

**Progresión del posicionamiento**



**Algunas etapas**

**Datos internos**



**Región y pieza en baja definición**



Experimentos. Bloque C

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba C-2							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^a\rho_x, ^a\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^bP_x, ^bP_y)$
Alta definición	22500	150	150				
Baja definición	2500	50	50	529		(2,2)	(4,4)
Vista restringida	324	18	18	2 (g)	(1'5,1'5)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 120 piezas (86'16%)</b>							



Entrada



Semicobertura

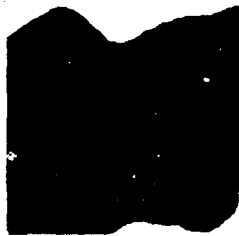
Progresión del posicionamiento



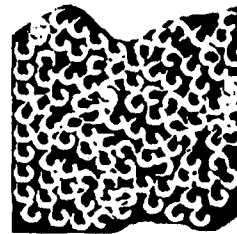
Algunas etapas

Anexo 5.3

Prueba C-3							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^A\rho_x, ^A\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^B\rho_x, ^B\rho_y)$
Alta definición	22500	150	150				
Baja definición	2500	50	50	529		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	729	27	27	16 (g)	(1'8,1'8)	(2,2)	
Semicobertura: 102 piezas (52'89%)							

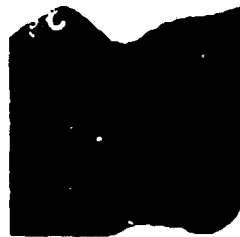


Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento

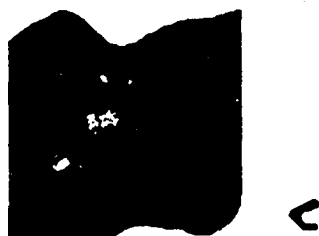


Algunas etapas

Experimentos. Bloque C

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba C-4							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\wedge}\rho_s, ^{\wedge}\rho_r)$	$(\Delta_s, \Delta_r)$	$(^{\circ}P_s, ^{\circ}P_r)$
Alta definición	22500	150	150				
Baja definición	1444	38	38	289		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	1156	34	34	16 (g)	(1'6,1'6)	(2,2)	
<b>Semicobertura: 57 piezas (50'02%)</b>							

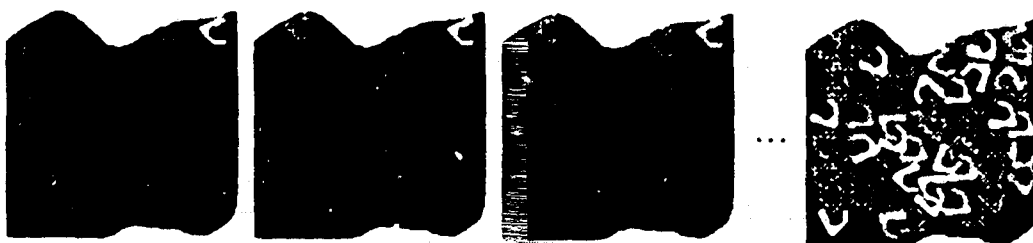


Entrada



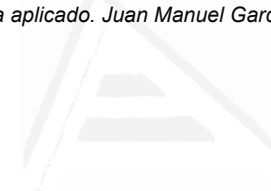
Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

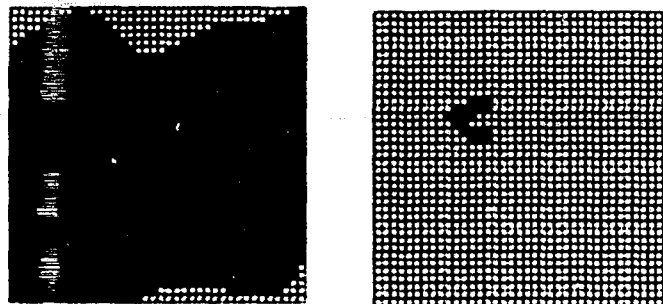




**Anexo 5.3**

Universitat d'Alacant  
Universidad de Alicante

**Datos internos**



**Región y pieza en baja definición**



Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

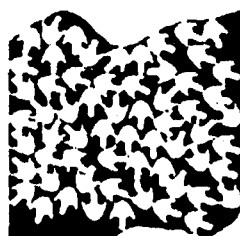
Experimentos. Bloque C

Prueba C-5							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(\hat{\rho}_x, \hat{\rho}_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\hat{p}_x, \hat{p}_y)$
Alta definición	22500	150	150				
Baja definición	1444	38	38	289		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	625	25	25	16 (g)	(1'2,1'2)	(2,1)	

Semicobertura: 62 piezas (57'50%)



Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

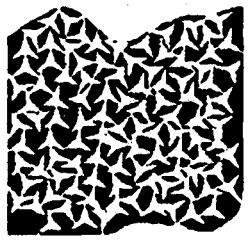
Anexo 5.3

Prueba C-6							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^A\rho_x, ^A\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^B\rho_x, ^B\rho_y)$
Alta definición	22500	150	150				
Baja definición	2500	50	50	529		(2,2)	(6,6)
Vista restringida	1225	35	35	16 (g)	(1'8,1'8)	(2,1)	

**Semicobertura: 104 piezas (51'85%)**

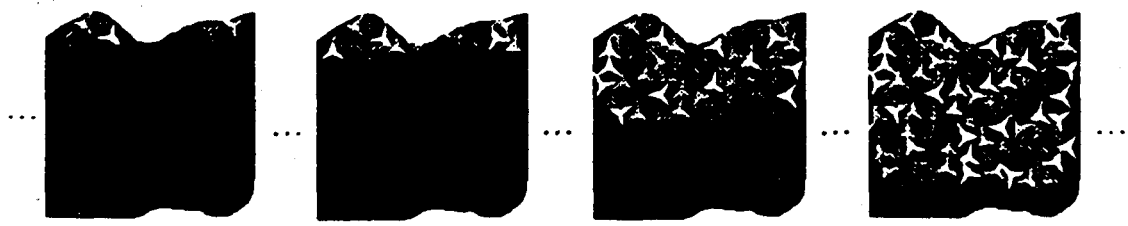


Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

## Anexo 5.4

### Experimentos. Bloque D

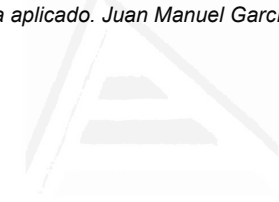
Prueba D-1							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$
Alta definición	3600	60	60				
Baja definición	225	15	15	164		(2.1)	(5.5)
Vista restringida	361	19	19	8x2 (g)	(1'1,1'1)	(2.1)	
Semicobertura: 33 (6+27) piezas (63'61%)							



Entrada



Semicobertura

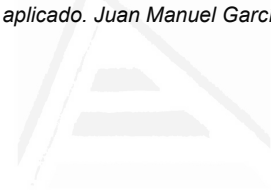


**Anexo 5.4**

**Progresión del posicionamiento**



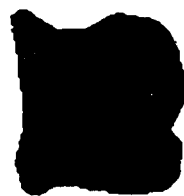
**Algunas etapas**



Experimentos. Bloque D

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba D-2							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^A\rho_x, ^A\rho_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^B\rho_x, ^B\rho_y)$
Alta definición	10000	100	100				
Baja definición	625	25	25	265		(2,2)	(4,4)
Vista restringida	676	26	26	8x2 (8)	(1'6,1'6)	(2,1)	
<b>Semicobertura: 51 (28+23) piezas (58'53%)</b>							



Entrada

Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas

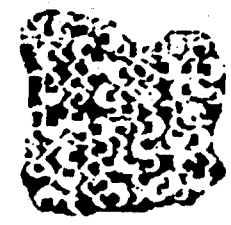


Anexo 5.4

Prueba D-3							
Ventana	Taz.	Anch.	Altur.	IPP	$(^A P_x, ^A P_y)$	$(\Delta_x, \Delta_y)$	$(^B P_x, ^B P_y)$
Alta definición	10000	100	100				
Baja definición	625	25	25	276		(2,2)	(4,4)
Vista restringida	361	19	19	8x2 (g)	(1'4,1'4)	(2,1)	
Semicobertura: 95 (29+66) piezas (63'46%)							



Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



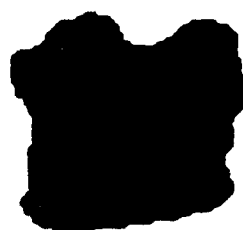
Algunas etapas

Experimentos. Bloque D

Universitat d'Alacant  
 Universidad de Alicante

Prueba D-4							
Ventana	Tam.	Anch.	Altur.	IPP	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$	$(A_x, A_y)$	$(^{\circ}P_x, ^{\circ}P_y)$
Alta definición	3600	60	60				
Baja definición	400	20	20	298		(2,1)	(5,5)
Vista restringida	225	15	15	8x2 (g)	(1'1,1'1)	(2,1)	

Semicobertura: 19 (8-14) piezas (49'49%)



Entrada



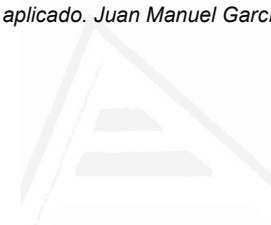
Semicobertura

Progresión del particionamiento



Algunas copias





Anexo 5.4

Fructo D-5							
Ventana	Tam.	Anch.	Altar.	BP	$(^{\circ}P_{10}, ^{\circ}P_1)$	$(A_{10}, A_1)$	$(^{\circ}P_{10}, ^{\circ}P_1)$
Alta definición	10000	100	100				
Baja definición	200	17	17	226		(2,1)	(4,6)
Vista restringida	961	31	31	2-2 (0)	(14,19)	(2,1)	

Semicobertura: 80 (8-73) píxeles (71'39%)



Entrada



Semicobertura

Progresión del posicionamiento



Algunas etapas