

# Bases de Datos 1

Dpto. Lenguajes y Sistemas Informáticos



## La Perspectiva Lógica del Modelo Relacional (adicional)

T6.2006-07



Dpto. Lenguajes y Sistemas Informáticos

Universidad de Alicante

# Objetivos de este tema:

- Obtener una visión de una BD desde una perspectiva lógica, donde a través de FBFs se podrá:
  - expresar restricciones de integridad,
  - interrogar a la base de datos.

Introducción ▶

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# ¿qué necesito para usar **Cálculo Relacional**?

- unas **reglas** para escribir estas expresiones
- una **sintaxis** para comunicarnos con ese módulo de consultas imaginario
- definir los **criterios** por los que se obtendrán valores de cierto o falso

Introducción ▶

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# ¿qué pretendemos aprender aquí?

- que una base de datos puede verse como una interpretación y no simplemente como un conjunto de relaciones

Introducción ▶

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Lenguaje de Primer Orden (LPO)

- un conjunto preciso de símbolos
- unas reglas precisas para combinarlos en expresiones sintácticamente correctas llamadas fórmulas lógicas
  - son las “frases” de este lenguaje que se forman de acuerdo a unas normas sintáctica

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Lenguaje de Primer Orden (LPO)

- un conjunto preciso de símbolos
- unas reglas precisas para combinarlos en expresiones sintácticamente correctas llamadas fórmulas lógicas

la interpretación del LPO proporciona el valor de verdad de la fórmula

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# pensemos en el lenguaje natural español

- los símbolos son las palabras:
  - verbos:** comer, beber, saltar, jugar, ...
  - nombres:** Paco, coche, moto, manzana, agua, ...
  - adjetivos:** fría, rápido, verde, ...
  - determinantes:** el, la, un, una, ...

- las reglas son del estilo:

**ORACION** = SN + SV

**SN** = DET + NOMBRE + ADJ

**SN** = DET + NOMBRE

**SN** = NOMBRE

**SV** = V + SN



Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# pensemos en el lenguaje natural español

- ello me permite crear frases como:

*Paco come una manzana verde*  
*el coche salta un Paco*  
*coche come el Paco verde*  
*un agua juega la manzana*

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional





pensemos en el lenguaje natural español

*un agua juega la manzana*

- estas frases son correctas sintácticamente aunque algunas no tienen mucho sentido semántico
- ¿quién determina su sentido semántico?
  - el diccionario (que es la interpretación de este lenguaje)

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



Un Lenguaje de Primer Orden (LPO), formalmente, se define como:

un lenguaje de primer orden,  $L$ , viene definido por un par  $(A, F)$ , donde:

$A$  es un alfabeto de símbolos.

$F$  el conjunto de todas las expresiones sintácticamente correctas (*fórmulas bien formadas*) que se pueden construir utilizando los símbolos de  $A$ .



Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Alfabeto A contiene:

Variables:  $x, y, z, \dots$

Constantes:  $a, b, c, \dots$

Símbolos de función:  $f, g, h, \dots$

notación:  $f( \cdot ), g( \cdot, \cdot )$

(el  $n^\circ$  de puntos representa el  $n^\circ$  de args. de la función)

Símbolos de predicado:  $P, Q, R, \dots$

notación:  $P( \cdot ), Q( \cdot, \cdot )$

(el  $n^\circ$  de puntos representa el  $n^\circ$  de args. del predicado)

Símbolos de comparación:  $=, <, >, \leq, \geq, \langle \rangle$

Símbolos de puntuación:  $'(, ')', ', '$

Conectivas lógicas:  $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$

Cuantificadores:  $\exists$  (existencial),  $\forall$  (universal)

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# ¿cómo se construye una fórmula?

- hay que definir qué es una fórmula sintácticamente correcta
- para ello definiremos:
  - término
  - fórmula atómica
  - fórmula bien formada
    - en los apuntes y bibliografía recomendada

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplos

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



$$\forall x P(x) \rightarrow Q(x)$$

$$x \forall P(x) \rightarrow Q(x)$$

$$\forall x \rightarrow Q(x)$$

$$\forall (x P(x) \rightarrow (x))$$

es una FBF

no es una FBF

no es un FBF

no es una FBF

# Ya sabemos escribir con un LPO

- pero no hemos hablado de "resultados"
- no sabemos lo que "decimos"

## ¿Cómo *interpretamos* lo escrito?

- definiendo la interpretación:
  - dar valor a los símbolos
- conociendo la mecánica de evaluación de las fórmulas

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Interpretación

- Objetivo: asignar un significado preciso a cada símbolo del alfabeto  $A$  para definir el valor de verdad de cualquier fórmula  $F$  construida con ellos.
  - Constantes: objetos del universo de discurso.
  - Predicados: propiedades de los objetos.
  - FBFs: enunciados o sentencias sobre el universo.



Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# la nueva visión

DEPARTAMENTOS (código: carácter(20),  
nombre: carácter(20))

CP: código

PROFESOR (dni: carácter(20), nombre:  
carácter(20), dpto: carácter(20))

CP: dni

C.Ajena:dpto → DEPARTAMENTOS

Introducción

Cálculo de  
Predicados de  
Primer Orden

Una BD  
como una  
interpretación  
de un LPO

Fórmulas  
seguras

Cálculo  
relacional





# la nueva visión

- definición de dominios = Universo del discurso
- valores posibles almacenables = constantes
- relaciones = predicados
- Ocurrencia del esquema de BD (valores almacenados en un instante dado) = interpretación



Introducción

Cálculo de  
Predicados de  
Primer Orden

Una BD  
como una  
interpretación  
de un LPO ▶

Fórmulas  
seguras

Cálculo  
relacional



# la nueva visión

- Una base de datos relacional puede “verse” como una interpretación de un LPO, porque
  - El esquema de BD induce un LPO
  - El estado de la BD representa una interpretación
- Es “automático”
  - Una BDR tiene dos aproximaciones alternativas: como modelo relacional y desde el CPPO
    - *unos piensan en una BDR como tablas y otros como predicados*



Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO ▶

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



O...

- ¿Porqué puedo interrogar a una BDR con fórmulas lógicas?

- Una BDR es automáticamente trasladable a términos de CPPO
  - El LPO lo da el propio esquema de BD
  - La interpretación la define el estado de la BD
- Una base de datos así formalizada, puede interrogarse con naturalidad mediante fórmulas bien formadas.



Introducción

Cálculo de  
Predicados de  
Primer Orden

Una BD  
como una  
interpretación  
de un LPO

Fórmulas  
seguras

Cálculo  
relacional



# Formalización de la interpretación

- 2 pasos:

1. Definir el lenguaje a partir del esquema de BD.

**C: constantes.**

**P: predicados.**

2. Definir la interpretación a partir de la extensión de la BD.

**D: dominio de la interpretación.**

**K: asignación de valores a las constantes.**

**E: asignación de extensiones a los predicados.**

Introducción

Cálculo de  
Predicados de  
Primer Orden

Una BD  
como una  
interpretación  
de un LPO ▶

Fórmulas  
seguras

Cálculo  
relacional



# Ejemplo

– Esquema de la base de datos:

**CONDUCTOR**(número:cadena(2),  
añoNac:enteroPequeño)

**VEHÍCULO**(matrícula:cadena(9),  
marca:cadena(30),  
añoFab:enteroPequeño)

**CONDUCE**(conductor:cadena(2),  
vehículo:cadena(9))

Introducción

Cálculo de  
Predicados de  
Primer Orden

Una BD  
como una  
interpretación  
de un LPO ▶

Fórmulas  
seguras

Cálculo  
relacional



# Ejemplo

- Extensiones de las relaciones:

Ext(CONDUCTOR)

número	añoNac
C1	1950
C2	1950
C3	1972
C4	1970

Ext(VEHÍCULO)

matrícula	marca	añoFab
A-0000-A	SEAT	1980
A-1111-BM	SEAT	1990
A-2222-CB	VW	1994
A-3333-CN	AUDI	1995

Ext(CONDUCE)

conductor	vehículo
C1	A-0000-A
C2	A-0000-A
C1	A-2222-CB
C4	A-3333-CN



Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO ▶

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplo

- Símbolos de constante

- Esquema de la base de datos:

CONDUCTOR(número: **cadena(2)**, añoNac: **enteroPequeño**)

VEHÍCULO(matrícula: **cadena(9)**, marca: **cadena(30)**, añoFab: **enteroPequeño**)

CONDUCE(conductor: **cadena(2)**, vehículo: **cadena(9)**)

$$C = \{ a \mid a \text{ es una cadena}(2) \} \cup \{ a \mid a \text{ es una cadena}(9) \} \cup \{ a \mid a \text{ es una cadena}(30) \} \cup \{ a \mid a \text{ es un enteroPequeño} \}$$

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplo

- Símbolos de predicado

- Esquema de la base de datos:

**CONDUCTOR** (número: cadena(2), añoNac: enteroPequeño)

**VEHÍCULO** (matrícula: cadena(9), marca: cadena(30), añoFab: enteroPequeño)

**CONDUCE** (conductor: cadena(2), vehículo: cadena(9))

$$P = \{ \text{CONDUCTOR}(\dots), \text{VEHÍCULO}(\dots), \text{CONDUCE}(\dots) \}$$

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional





# Ejemplo

- Definición de la interpretación a partir de la extensión de la base de datos
  - Dominio de la interpretación:

$$D = \{ a : a \text{ es una cadena}(2) \} \cup \{ a : a \text{ es una cadena}(9) \} \cup \{ a : a \text{ es una cadena}(30) \} \cup \{ a : a \text{ es un enteroPequeño} \}$$

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO ▶

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplo

- Definición de la interpretación a partir de la extensión de la base de datos
  - Asignación a las constantes:

$$K : C \rightarrow D$$

tal que

$$K = \{(c, d) \mid c \in C \text{ y } d \in D \text{ y } c=d\}$$

– a cada *símbolo* le asigno “su” *valor*

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplo

- Definición de la interpretación a partir de la extensión de la base de datos

- Asignación a los predicados:

$$E(\text{CONDUCTOR}) = \text{Ext}(\text{CONDUCTOR})$$

$$E(\text{VEHÍCULO}) = \text{Ext}(\text{VEHÍCULO})$$

$$E(\text{CONDUCE}) = \text{Ext}(\text{CONDUCE})$$

- estoy formalizando un estado de base de datos, “transformando” el contenido de la BD actual a términos del CPPO



Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Evaluación de fórmulas

- Precedencia de operadores

1.  $()$
2.  $=, <, >, <=, >=, <>$
3.  $\forall, \exists$
4.  $\neg$
5.  $\wedge, \vee, \rightarrow$

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplos de consultas a la base de datos

¿Qué conductores han nacido en 1950?

*F1 : CONDUCTOR( num: x, añoNac: 1950 )*

E(CONDUCTOR)	
número	añoNac
C1	1950
C2	1950

***La fórmula se debe escribir  
 { x | CONDUCTOR( num: x, añoNac: 1950 ) }  
 pero para ahorrar espacio en la presentación...***

CONDUCTOR( C1, 1950 ) = sí  
 CONDUCTOR( C2, 1950 ) = sí  
 CONDUCTOR( C3, 1950 ) = no  
 CONDUCTOR( C4, 1950 ) = no  
 ...  
 CONDUCTOR( ZZ, 1950 ) = no

- Introducción
- Cálculo de Predicados de Primer Orden
- Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplos de consultas a la base de datos

¿Qué conductores han nacido en 1950?

***F1 : CONDUCTOR( num: x, añoNac: 1950 )***

X
C1
C2

E(CONDUCTOR)	
número	añoNac
C1	1950
C2	1950
C3	1972
C4	1970

$\text{CONDUCTOR}( "", 1950 ) = \text{no}$   
 $\text{CONDUCTOR}( 00, 1950 ) = \text{no}$   
 $\text{CONDUCTOR}( 01, 1950 ) = \text{no}$

$\dots$   
 $\text{CONDUCTOR}( C1, 1950 ) = \text{sí}$   
 $\text{CONDUCTOR}( C2, 1950 ) = \text{sí}$   
 $\text{CONDUCTOR}( C3, 1950 ) = \text{no}$   
 $\text{CONDUCTOR}( C4, 1950 ) = \text{no}$

$\dots$   
 $\text{CONDUCTOR}( ZZ, 1950 ) = \text{no}$



Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplos de consultas a la base de datos

¿De qué año son los conductores no conducen ningún vehículo?

**F3:  $\exists x (\text{CONDUCTOR}(\text{num}:x, \text{año}:y) \wedge \neg \text{CONDUCE}(\text{cond}:x))$**

y
1972

número	añoNac
C1	1950
C2	1950
C3	1972
C4	1970

x = "", y=?	no $\wedge$ sí	F3 = no
x = 00, y=?	no $\wedge$ sí	F3 = no
...		
x = C1, y=0000	no $\wedge$ no	F3 = no
...		
x = C3, y=1971	no $\wedge$ sí	F3 = no
x = C3, y=1972	<b>sí <math>\wedge</math> sí</b>	<b>F3 = sí</b>
x = C3, y=1973	no $\wedge$ sí	F3 = no
...		

conductor	vehículo
C1	A-0000-A
C2	A-0000-A
C1	A-2222-CB
C4	A-3333-CN

Introducción  
 Cálculo de Predicados de Primer Orden  
 Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras  
 Cálculo relacional



# Ejemplos de restricciones de integridad

Los vehículos sólo pueden ser conducidos por conductores.

**F5:**  $\forall x (CONDUCE(núm:x) \rightarrow CONDUCTOR(cond:x))$

CIERTO

número	añoNac
C1	1950
C2	1950
C3	1972
C4	1970

conductor	vehículo
C1	A-0000-A
C2	A-0000-A
C1	A-2222-CB
C4	A-3333-CN

x = ""	no → no	F3 = sí
x = 00	no → no	F3 = sí
...		
x = C1	sí → sí	F3 = sí
x = C2	sí → sí	F3 = sí
x = C3	<b>no → sí</b>	<b>F3 = sí</b>
x = C4	sí → sí	F3 = sí
x = C5	no → no	F3 = sí
...		

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional





# Ejemplos de restricciones de integridad

Todos los conductores conducen.

**F7:**  $\forall x (CONDUCTOR(núm:x) \rightarrow CONDUCE(cond:x))$

FALSO

número	añoNac
C1	1950
C2	1950
C3	1972
C4	1970

conductor	vehículo
C1	A-0000-A
C2	A-0000-A
C1	A-2222-CB
C4	A-3333-CN

x = ""	no → no	F3 = sí
x = 00	no → no	F3 = sí
...		
x = C1	sí → sí	F3 = sí
x = C2	sí → sí	F3 = sí
x = C3	<b>sí → no</b>	<b>F3 = no</b>
x = C4	sí → sí	F3 = sí
x = C5	no → no	F3 = sí
...		

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplos de restricciones de integridad

Los vehículos sólo pueden ser conducidos por conductores.

$$F5: \forall x (CONDUCE(núm:x) \rightarrow CONDUCTOR(cond:x))$$

CIERTO

Todos los conductores de 1950 conducen.

$$F6: \forall x (CONDUCE(núm:x, año:1950) \rightarrow CONDUCE(núm:x))$$

CIERTO

Todos los conductores conducen.

$$F7: \forall x (CONDUCTOR(núm:x) \rightarrow CONDUCE(cond:x))$$

FALSO

Introducción

Cálculo de Predicados de Primer Orden

Una BD como una interpretación de un LPO

Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Definición de Modelo

Dada una interpretación **I** y un conjunto de fórmulas bien formadas **T**, se dice que

**I** es modelo de **T**

si y sólo si todas las fórmulas de **T** se evalúan a cierto en **I**.



Fórmulas seguras

Cálculo relacional



# Ejemplos de restricciones de integridad

Los vehículos sólo pueden ser conducidos por conductores.

**F5: I es modelo para  $T = \{F5, F6\}$**

**pero...**

**CIERTO**

Todos los conductores de 1950 conducen.

**F6:  $\forall x (CONDUCE(núm:x, año:1950) \rightarrow CONDUCE(núm:x))$**

**I no es modelo para  
 $T = \{F5, F6, F7\}$**

**CIERTO**

Tod

**F7:**

**la BD no es consistente**

**FALSO**

Introducción

Cálculo de  
Predicados de  
Primer Orden

Una BD  
como una  
interpretación  
de un LPO

Fórmulas  
seguras

Cálculo  
relacional



# Conclusión:

- Varias interpretaciones distintas sobre un mismo LPO pueden dar evaluaciones distintas sobre el mismo conjunto de fórmulas.
  - Las fórmulas se “escriben” a partir del LPO, pero su valor de evaluación lo define la interpretación
- Es evidente: los símbolos para escribir fórmulas son siempre los mismos, la estructura de la BD se mantiene, pero su estado cambia continuamente



Fórmulas seguras

Cálculo relacional

