Programas de cálculo científico y procesamiento de textos

Bloque 3: LaTeX

Práctica 3

Ejercicio 1. Reproduce el texto siguiente utilizando el entorno `array`, los delimitadores y el comando `\fbox{}`:

El $\boxed{\text{polinomio característico}}$ de la matriz

$$A = \left(\begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{array} \right)$$

viene dado por

$$|A - \lambda I| = \left| \begin{array}{ccc} a_{11} - \lambda & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} - \lambda \end{array} \right| .$$

Ejercicio 2. Reproduce el siguiente texto:

Sea

$$\left. \begin{array}{rcl} a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n & = & b_2 \\ & \vdots & \\ a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n & = & b_m \end{array} \right\} \tag{1}$$

Si llamamos

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \ X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \text{ y } b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix},$$

entonces (1) se transforma en $AX = b$ que se conoce como su $\boxed{\text{expresión matricial}}$.

Ejercicio 3. Reproduce el texto siguiente:

Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & \text{si } a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & \text{si } b < x \leq c \\ 1, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Ejercicio 4. Reproduce el texto siguiente:

Dados $z_i = a_i + b_i i \in \mathbb{C}$ para $i = 1, \dots, n$, se tiene

$$z = z_1 + \dots + z_n = \overbrace{\underbrace{a_1 + \dots + a_n}_{\alpha} + i \underbrace{(y_1 + \dots + y_n)}_{\beta}}^{\text{número complejo}} \tag{1}$$

Según la expresión (1), $z = \alpha + \beta i \in \mathbb{C}$.

Ejercicio 5. Reproduce el texto siguiente:

Sabemos que

$$\begin{aligned}(a+b+c+d+e)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 \\ + 2ab + 2ac + 2ad + 2ae + 2bc + 2bd + 2be + 2cd + 2ce + 2de. \quad (1)\end{aligned}$$

Por tanto, según (1), se tiene que

$$(a+b+c+d-e)^2 = a^2+b^2+c^2+d^2+e^2 \\ +2ab+2ac+2ad-2ae+2bc+2bd-2be+2cd-2ce-2de.$$

Ejercicio 6. En el preámbulo del documento, define una nueva marca `\dx` que imprima **dx** y reproduce el siguiente texto:

$$\begin{aligned}
\int \sqrt{a^2-x^2}\mathbf{dx} &= x\sqrt{a^2-x^2} - \int x\frac{-2x}{2\sqrt{a^2-x^2}}\mathbf{dx} \\
&= x\sqrt{a^2-x^2} + \int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathbf{dx} \\
&= x\sqrt{a^2-x^2} + \int \frac{x^2-a^2+a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathbf{dx} \\
&= x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\int \frac{\mathbf{dx}}{\sqrt{a^2-x^2}} - \int \frac{a^2-x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\mathbf{dx}.
\end{aligned}$$

Ejercicio 7. Observa que en el ejercicio anterior **dx** queda muy pegado a la función que se quiere integrar. Haz la modificación necesaria para incluir un espacio `\;` antes de **dx**.

Ejercicio 8. En el preámbulo del documento, define una nueva marca `\vect` que imprima **vector**. Define otra nueva marca `\RR` que, al escribir `\RR{n}`, imprima $\mathbb{R}^n$.Por último, define `\mivector` de manera que al escribir `\mivector{v}{n}` imprima $\vec{v} = (v_1, \ldots, v_n)$. Utiliza estas nuevas marcas para reproducir el siguiente texto:

Se llama **vector** de dimensión n a una n-upla n números reales (que se llaman componentes del **vector**). Así, un **vector** perteneciente a un espacio $\mathbb{R}^n$ se representa como

$$\vec{v} = (v_1, \ldots, v_n) \text{ donde } v_i \in \mathbb{R}^n.$$

Un **vector** también se puede ver desde el punto de vista de la geometría como **vector** geométrico (usando frecuentemente el espacio tridimensional $\mathbb{R}^3$ ó bidimensional $\mathbb{R}^2$).

Ejercicio 9. En el preámbulo del documento, utiliza el comando `\newtheorem` para definir el entorno `ejercicio`; define también un nuevo entorno llamado `solucion`. A continuación, utiliza dichos entornos para reproducir el texto siguiente:

Ejercicio 1 *Prueba que la derivada de la función $f(x) = \ln x$ es $f'(x) = 1/x$.*

Solución 1 *Puesto que*

$$\begin{aligned} \Delta f &= f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \\ &= \ln(x_0 + \Delta x) - \ln x_0 \\ &= \ln \frac{x_0 + \Delta x}{x_0} \\ &= \ln \left(1 + \frac{\Delta x}{x_0}\right) \end{aligned}$$

tenemos, para $k = x_0/\Delta x$, que

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \ln \left(1 + \frac{\Delta x}{x_0}\right) = \frac{1}{x_0} k \ln \left(1 + \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{x_0} \ln \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k.$$

Ahora, para cualquier $x_0 \neq 0$, si $\Delta x \to 0$, entonces $k \to \infty$ y como

$$\lim_{k \to \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = e$$

tenemos que

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{k \to \infty} \frac{1}{x_0} \ln \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k = \frac{1}{x_0} \ln e = \frac{1}{x_0}.$$

Ejercicio 2 *Calcula las integrales siguientes:*

1. $\int e^{ax} \sin bx \, \mathbf{dx}$.
2. $\int \sqrt{a^2 - x^2} \, \mathbf{dx}$.

Solución 2 *Calculemos 1. Con la ayuda de la integración doble por partes, obtenemos*

$$\begin{aligned} \int e^{ax} \sin bx \, \mathbf{dx} &= -\frac{1}{b} e^{ax} \cos bx + \frac{a}{b} \int e^{ax} \cos bx \, \mathbf{dx} \\ &= -\frac{1}{b} e^{ax} \cos bx + \frac{a}{b^2} e^{ax} \sin bx - \frac{a^2}{b} \int e^{ax} \sin bx \, \mathbf{dx}. \end{aligned}$$

Despejando ahora la integral en la expresión anterior, obtenemos:

$$\int e^{ax} \sin bx \, \mathbf{dx} = \frac{1}{a^2 + b^2} e^{ax} (a \sin bx - b \cos bx) + C.$$

Procedamos a calcular 2. Según la fórmula de integración por partes, tenemos

$$\begin{aligned}
\int \sqrt{a^2-x^2}\,\mathbf{dx} &= x\sqrt{a^2-x^2} - \int x\frac{-2x}{2\sqrt{a^2-x^2}}\,\mathbf{dx}\\
&= x\sqrt{a^2-x^2} + \int \frac{x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\,\mathbf{dx}\\
&= x\sqrt{a^2-x^2} + \int \frac{x^2-a^2+a^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\,\mathbf{dx}\\
&= x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\int \frac{\mathbf{dx}}{\sqrt{a^2-x^2}} - \int \frac{a^2-x^2}{\sqrt{a^2-x^2}}\,\mathbf{dx}.
\end{aligned}$$

De donde

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,\mathbf{dx} = x\sqrt{a^2-x^2} + a^2\arcsin\frac{x}{a} - \int \sqrt{a^2-x^2}\,\mathbf{dx}$$

y, por tanto,

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,\mathbf{dx} = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\arcsin\frac{x}{a} + C.$$

Ejercicio 10. Crea un documento LaTeX de tipo `article` cuyo título sea `Sesión 3` donde incluyas los tres primeros ejercicios de esta sesión, cada uno en una sección diferente.

Crea además una sección nueva que se llame `Conclusiones` y donde aparezca el siguiente texto: "En las secciones 1, 2 y 3 hemos practicado cómo se construyen matrices, determinantes y funciones definidas a trozos utilizando arrays y delimitadores".

Finalmente, imprime el título (sin fecha) y el índice del documento al comienzo del documento.

Ejercicio 11. Reproduce el texto siguiente:

En [1] y [2] podemos encontrar una introducción básica a la Estadística en Ciencias Sociales, rama de conocimiento que puede ser presentada por medio de herramientas gráficas (ver [3] y [4]) y puede ser ilustrada por medio del software R (ver [5]).

Referencias

[1] A. Alcalá. (1999). *Estadística para relaciones laborales.* Salamanca: Editorial Hespérides.

[2] S.J. Álvarez-Contreras. (2000). *Estadística aplicada.* Madrid: Editorial CLAG.

[3] D. Gómez, M.D. Molina, J. Mulero, M.J. Nueda y A. Pascual. (2012). Uso de herramientas gráficas para la enseñanza de estadística en ciencias sociales. *X Jornadas de Investigación Docente*, 689–698.

[4] M.D. Molina, J. Mulero, M.J. Nueda y A. Pascual. (2011). Aplicación de las nuevas metodologías docentes en la estadística para las ciencias sociales. *IX Jornadas de Investigación Docente*, 198–208, .

[5] W.N. Venables y D.M. Smith. (2013). *An introduction to R*. Recuperado en: `http://cran.r-project.org/`.