

TEMA-1: RAZONAR CON “LÓGICA”, CON LÓGICA FORMAL DE PRIMER ORDEN

MATEMÁTICAS-I. 2011-12

GRADO EN INGENIERÍA INFORMÁTICA.



- 1.1. Lógica y razonamientos.
- 1.2. Los razonamientos deductivos. Componentes y notación formal.
- 1.3. Razonamientos deductivos correctos y falacias.
- 1.4. El sistema formal de la Lógica de primer orden.
- 1.5. Principios lógicos: de identidad, contradicción y “tercero excluso”.
- 1.6. Lógica e informática. Apunte histórico.
- 1.7. Ejercicios resueltos.
- 1.8. Si quieres saber más... Bibliografía, enlaces web y lógica divertida.

INTERÉS

Gran parte de los problemas, incluidos los informáticos, se resuelven razonando; la lógica es la ciencia que se ocupa del estudio de los razonamientos mediante reglas y técnicas con las que determina si son válidos o no. Luego (ya estamos razonando) los problemas informáticos deben ser sometidos a los postulados de la lógica. El razonamiento lógico se emplea en matemáticas para demostrar teoremas; en computación para verificar la corrección de los programas; en las ciencias para sacar conclusiones de experimentos y en la vida cotidiana...para infinidad de situaciones. Al ser fundamental en la manipulación del conocimiento es importante tanto para incrementar la habilidad de programar (un programa es una secuencia “razonada” de pasos lógicos) como para desarrollar sistemas inteligentes.

OBJETIVOS

- Conocer e identificar los razonamientos, en particular, los deductivos, y sus componentes básicas: premisas, conclusión y proceso de inferencia.
- Conocer el sistema de la lógica de primer orden y sus dos niveles de abstracción: proposicional y predicativo.
- Revisar otros sistemas lógicos para representación de conocimiento.

Palabras clave: lógica, razonamiento deductivo, proposición, premisas, inferencia, conclusión, sistema formal lógico, lógica de proposiciones, lógica de predicados.

¡OJO! Los apuntes que se presentan del tema no son una exposición completa sobre el contenido del mismo y por eso os invitamos a que los completéis consultando libros y enlaces que proponemos al final del tema.

1.1. Lógica y razonamientos

En general, se entiende por razonar o realizar un razonamiento a la facultad humana que permite resolver problemas a partir de un conjunto de actividades mentales, que conectan unas ideas con otras, según unas reglas determinadas. Para Descartes, el razonamiento es lo que distingue a los seres humanos de los que no lo son, aunque hoy día hay ordenadores que son (casi) capaces de razonar....

Existen dos tipos importantes de razonamientos útiles, el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo, también conocidos como inferencia inductiva y deductiva, respectivamente. Un **razonamiento inductivo** es el medio por el cual, en base de unas experiencias específicas (premisas) se decide aceptar como válido un principio general (conclusión). Es decir, la verdad de la conclusión se infiere "probablemente" de la verdad de las premisas.

Ejemplo 1 Razonamiento inductivo:

"El perro es un mamífero y posee pelo".

"La vaca es un mamífero y posee pelo".

"El mono es un mamífero y posee pelo".

"El hombre es un mamífero y posee pelo".

Luego: "Todos los mamíferos poseen pelo".

Sin embargo, el **razonamiento deductivo** se caracteriza porque permite hacer afirmaciones sobre casos particulares partiendo de casos generales. Es una forma de razonamiento donde se obtiene una conclusión a partir de una o varias premisas, entendiendo éstas como la información previa conocida y la conclusión como la información que se afirma a partir de dichas premisas. La obtención de la conclusión se hace a través de un proceso deductivo llamado **deducción o inferencia**. El estudio de los razonamientos deductivos es competencia de la **lógica** y fue el filósofo griego Aristóteles (siglo IV a.C.) el cual, con el fin de reflejar el pensamiento racional, el primero en establecer los principios formales de dichos razonamientos. Son conocidos sus famosos silogismos, que son razonamientos deductivos con, exactamente, dos premisas, como el siguiente:

Ejemplo 2 Raz-1: Silogismo

"Todos los hombres son mortales" (premisa).

"Sócrates es un hombre" (premisa).

Por lo tanto, "Sócrates es mortal" (conclusión).

- **Lógica¹**

Ciencia formal que se dedica al estudio de las leyes de inferencia para demostrar la validez de los razonamientos deductivos también conocidos como inferencias deductivas. Deriva del griego λογική (logike) y significa "pensamiento, razón, conocimiento, argumento".

- **Lógica formal de primer orden**

Parte de la lógica que se dedica al estudio de la validez de los razonamientos deductivos desde el punto de vista de su análisis formal mediante la construcción de un sistema formado por lenguajes formales, sistemas deductivos y semánticas formales. Estas construcciones deductivas no sólo capturan las características esenciales de las inferencias válidas en los lenguajes naturales sino que al ser estructuras formales y susceptibles de análisis matemático permiten realizar demostraciones rigurosas sobre ellas. El sistema de la lógica formal se desentiende del contenido empírico del razonamiento en estudio y sólo considera su forma o estructura en base a la cual hace la demostración de la validez del mismo. Para ello, primero formaliza la información de las premisas mediante expresiones llamadas fórmulas lógicas, y después aplica un conjunto de reglas de inferencia con las que se prueba si es posible, o no, obtener la conclusión. Determinar si la conclusión es una implicación lógica de las premisas equivale a estudiar la validez del razonamiento.

¡OJO! Es más importante la estructura de un razonamiento que el contenido ontológico de sus sentencias.

¹ Deaño ([1]).

Ejemplo 3 Raz-2

"Todos los insectos son artrópodos" (premisa).

"Todos los dípteros son insectos" (premisa).

Por tanto, "todos los dípteros son artrópodos" (conclusión).

El razonamiento Raz-2 tiene la siguiente estructura:

- Todo A es B.
 - Todo C es A.
- ⇒ Por lo tanto, todo C es B.

A partir de dicha estructura la lógica demuestra la validez del argumento, ya que el que los dípteros sean artrópodos, o no, es una cuestión empírica para el zoólogo pero no para el lógico.

El fundador de la lógica formal fue Aristóteles, y dicha materia se fue perfeccionando a lo largo del siglo XIX y XX, gracias a un potente formalismo matemático de la mano de Jorge Boole, Gottlob Frege, Beltrán Russell, y otros.

Más...

"La distinción entre el razonamiento correcto e incorrecto es el principal problema que aborda la lógica".
Irving Copi

"La lógica es la ciencia del pensamiento correcto".
Raymond McCall

"La lógica es la ciencia del orden".
Josiah Royce

"Todo lo que puedo decir de la lógica es que es lógica".
Oliver Wendel Holmes



"La LÓGICA es la forma correcta de llegar a la respuesta equivocada, pero sintiéndote contento contigo mismo".

Curiosidad sobre razonamientos deductivos e inductivos...

"Sir Arthur Conan Doyle, creador de Sherlock Holmes, hace que su personaje literario defina su propio estilo de razonamiento como "deductivo", cuando Holmes destaca no por su capacidad de deducción sino de inducción. En efecto, en la mayor parte de sus aventuras, Holmes resuelve los misterios procediendo desde observaciones particulares hacia conclusiones más generales, propio de razonar de manera inductiva".

Razonamiento deductivo	Razonamiento inductivo
Basado en el proceso de inferencia conocido como deducción, obtiene desde un conjunto de premisas, a través de pasos bien establecidos y firmes, la conclusión.	Basados en repetidas observaciones particulares (empíricas) infiere verdades más generales por medio de generalizaciones estadísticas y analogías.
La inferencia deductiva válida garantiza que de la verdad de las premisas se sigue la verdad de la conclusión. Dicha conclusión no aporta nuevo conocimiento sino que éste es extraído del contenido en las premisas. Por ello, aunque se añada información adicional a las premisas no se modificará la deducción.	La inferencia inductiva válida garantiza la verdad de la conclusión a partir de la verdad de las premisas sólo en un cierto grado porque la conclusión aporta más información de la que está contenida en las premisas. La información adicional puede jugar un papel determinante para juzgar el grado de validez de una inferencia inductiva.
Juegan un papel importante en disciplinas como: las matemáticas, la filosofía, y actualmente en problemas de computación para el desarrollo de sistemas inteligentes y verificación de programas.	Juegan un papel importante en disciplinas con mayor contenido empírico, como la física, la química, la biología, etc.

1.2. Los razonamientos deductivos. Componentes y notación formal

Un razonamiento deductivo (diremos sólo razonamiento o argumento) comporta una relación de implicación o consecuencia lógica que se establece entre las premisas y la conclusión, fundamental en demostraciones matemáticas. Si se demuestra que de considerar las premisas verdaderas se infiere la verdad de la conclusión se tiene un razonamiento correcto o formalmente válido, sino es así, diremos que el razonamiento no es válido.

Tanto las premisas como la conclusión son sentencias del lenguaje natural que declaran conocimiento de cualquier ámbito del saber y que en lógica se conocen como: **proposiciones**.

Por razonamiento entenderemos a un mecanismo deductivo o de inferencia formado por:

- Un conjunto de proposiciones iniciales, llamadas premisas, que declaran información sobre el problema que se debe resolver.
- Reglas de inferencia que nos permiten obtener conocimiento a partir de otro conocido.
- Una proposición llamada conclusión del razonamiento que da respuesta al problema y que indica que el proceso ha terminado.

Usaremos como notación formal de un razonamiento la expresión:

$$P_1, P_2, \dots, P_n \Rightarrow Q, \text{ siendo } n \text{ un entero positivo.}$$

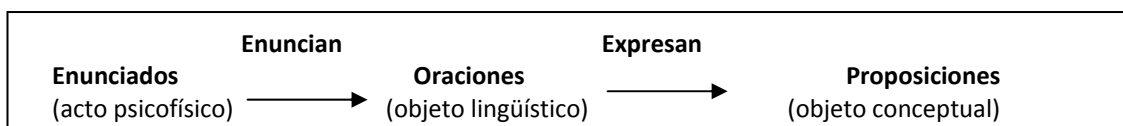
Donde P_i , ($i = 1, 2, \dots, n$) son las premisas y Q la conclusión. El símbolo " \Rightarrow ", llamado deductor, representa el proceso por el que la conclusión se obtiene de las premisas.

• Proposición

Una proposición es una sentencia declarativa del lenguaje natural que, en lógica de primer orden, puede ser verdadera o falsa. Expresa un hecho que declara o bien una propiedad de un individuo o una relación entre varios individuos. Se conoce también como proposición atómica o simple.

Para que haya una proposición tiene que haber un verbo en la oración. Un sustantivo no es una proposición. Por ejemplo, "Existe un número primo par mayor que dos" es una proposición. No son proposiciones las sentencias como: "¿A qué hora llega el tren?"; "¡que te calles!" y "la función $f(x)=\cos x$ es conmutativa".

¡OJO!



Ejemplo 4

- Proposiciones de acción:
 - Llueve.
 - Hace frío.
- Proposiciones que atribuyen propiedades a sujetos determinados:
 - Juan es informático.
 - Pepe es estudioso.
- Proposiciones de relación entre sujetos:
 - Juan es amigo de Pepe.
 - Zaragoza está a medio camino entre Madrid y Barcelona.

- **Proposición molecular**

Es una proposición formada por proposiciones atómicas unidas por conexiones (operadores) lógicas ("no", "y", "si...entonces", "o") o afectadas por cuantificadores (universal, existencial).

Los nexos de conexión del lenguaje natural dan lugar a diversas proposiciones moleculares. Varias proposiciones pueden estar conectadas por partículas de conjunción como: "y", "pero", "sin embargo", "aunque",..., como por ejemplo: "María es inteligente y guapa"; por la partícula de disyunción "o", como por ejemplo: "María está estudiando o viendo la tele"; una proposición molecular también puede tener una estructura condicional, que es el caso de las que están formadas por la expresión: "si...entonces...", o formas equivalentes. En estas proposiciones, se conoce como proposición antecedente la que va detrás de la partícula "si" y como consecuente la proposición que va detrás de la partícula "entonces", como ejemplo tenemos: "Si María estudia entonces aprobará el examen", donde "María estudia" es la proposición antecedente y "María aprobará el examen" el consecuente del condicional. Por último son muy usadas en matemáticas las proposiciones denominadas "bicondicionales" que aparecen ligadas por la expresión "...si y sólo si..." o "...es equivalente a...", por ejemplo: "María aprueba el examen si y sólo si estudia". En estas proposiciones se establecen dos condicionales de sentido inverso y se dice que el antecedente es condición necesaria y suficiente del consecuente y viceversa. Además cualquier proposición puede estar afectada por una partícula de negación como: "no", "es falso", "no es cierto",....

Ejemplo 5 "Si María ha terminado de estudiar entonces puede ir al cine".

Proposición molecular formada por las proposiciones atómicas: "María ha terminado de estudiar" y "María puede salir al cine", unidas por el nexo de conexión: "y".

La verdad o falsedad de las proposiciones moleculares está determinada por la verdad o falsedad de las proposiciones atómicas que la componen y las conectivas que las unen.

- **Premisas**

Una **premisa** es cada una de las proposiciones de un razonamiento que expresan o comunican conocimiento existente o aceptado. En cualquier razonamiento las premisas se consideran proposiciones ciertas independientemente del contenido de información que declaren. Ej: "Los elefantes vuelan los martes", es una proposición atómica que puede ser verdadera o falsa, pero si aparece como premisa en un razonamiento se considera verdadera (a la lógica no le interesa el contenido de las sentencias). Los razonamientos pueden tener una, dos (silogismos) o más premisas. En ocasiones, para alcanzar la conclusión en un razonamiento es necesario utilizar premisas subsidiarias, esto es, suponer como verdaderas más premisas de las que el razonamiento contempla. Cualquier premisa puede ser a su vez conclusión del razonamiento donde aparece o de otro donde no aparezca como premisa.

- **Inferencia o deducción**

Una **inferencia o deducción** es una operación lógica o proceso por el que se obtienen proposiciones a partir de otras (inicialmente son las premisas), aplicando reglas lógicas. En una inferencia se comienza aceptando las premisas y a medida que el razonamiento avanza, el número de afirmaciones disponibles para inferir aumenta. La inferencia finaliza cuando se obtiene la proposición conclusión. Los pasos de la inferencia se suelen identificar con expresiones como "luego...", o "implica que...". Decimos "A" **inferire** -o deduce- "B" si se acepta que si "A" es verdadero, entonces, necesariamente, "B" es verdadero. En nuestra tarea diaria utilizamos constantemente las inferencias, la mayor parte de las veces aplicando reglas de nuestro sentido común, más que lógicas. La lógica se ocupa de sistematizar las reglas que permiten la inferencia con objeto de obtener un cálculo riguroso y eficaz.

Ejemplo 6 de cómo se realiza una **Inferencia informal**:

línea 1- Premisa1: Todo evento tiene una causa

línea 2- Premisa2: El universo tuvo un comienzo

línea 3- Premisa3: Todo comienzo es un evento

línea 4- 1º inferencia de las líneas 2 y 3: el comienzo del universo fue un evento.

línea 5- 2º inferencia de las líneas 1 y 4 (conclusión): el comienzo del universo tuvo una causa.

- **Conclusión**

La **conclusión** es la proposición que se obtiene de las premisas dadas, en el último paso de la inferencia. Es el resultado que se quiere demostrar o bien la proposición afirmada en base a las premisas dadas y a la inferencia aplicada a ellas.

No todas las expresiones son razonamientos.

Ejemplo 7 "Luis es informático y los lunes voy al mercado, aunque los elefantes tienen cuatro patas"

No es un razonamiento, es una proposición molecular formada por varias proposiciones atómicas que no tienen ninguna relación entre ellas en el sentido de que la verdad o falsedad de cada una no tiene nada que ver con la verdad o falsedad de las demás.

Ejemplo 8 "Luis es informático, por lo que Luis ha estudiado Informática, ya que todos los informáticos han estudiado Informática"

Sí es un argumento válido ya que la verdad de la conclusión: "Luis ha estudiado Informática" se infiere de las premisas "Luis es informático" y "Todos los informáticos han estudiado Informática".

1.3. Razonamientos deductivos correctos y falacias

Dependiendo de que la conclusión se infiera de las premisas (sea consecuencia lógica de ellas) los razonamientos pueden ser correctos o válidos, o no correctos (falacias), respectivamente.

- **Razonamiento correcto**

Un razonamiento es correcto si y sólo si no es posible que sus premisas sean verdaderas y su conclusión falsa, es decir, si la conjunción de las premisas es verdadera entonces dicha conjunción debe implicar necesariamente la verdad de la conclusión.

Se habla de estructura correcta o incorrecta de los razonamientos y nunca de verdad, la verdad es una propiedad de los enunciados no de los argumentos. La validez es una propiedad de los razonamientos y no de los enunciados. Irving Copi define a la lógica como el estudio de los métodos y principios que permiten distinguir los razonamientos buenos (correctos) de los malos (incorrectos), es decir, aquellos argumentos en los que efectivamente puede concebirse una relación fuerte entre premisas y conclusión, de aquellos en los que esa relación es solo aparente

Ejemplo 9 **Raz-3.** Razonamiento correcto:

P1: "Juan y Ana son primos de María".

Q: "Juan es primo de María".

Si se acepta la verdad de P1 también se tiene que aceptar la verdad de Q.

Los siguientes razonamientos Raz-4 y Raz-5 tienen la misma estructura lógica: $A \rightarrow B$, $A \Rightarrow B$ y son correctos.

Ejemplo 10 **Raz-4.** Razonamiento correcto:

P1: "Si estudio Lógica apruebo Álgebra".

P2: "Estudio Lógica".

Q: "Apruebo Álgebra".

Ejemplo 11 **Raz-5.** Razonamiento correcto:

P1: "Si la tubería A tiene un nivel de desviación del 20% poner el nivel del agua a 40º de la superficie".

P2: "La tubería A tiene un nivel de desviación del 20%".

Q: "Hay que poner el nivel del agua a 40º de la superficie".

Ejemplo 12 Raz-6. Razonamiento correcto con premisas falsas desde el punto de vista del concepto.

P1: "Todos los peces viven en el océano" (premisa falsa conceptualmente).

P2: "Las nutrias marinas son peces" (premisa falsa conceptualmente).

Q: Luego, "las nutrias marinas viven en el océano" (conclusión verdadera conceptualmente).

En Raz-6 las premisas son falsas por su contenido ontológico y deducen una conclusión verdadera. Demostraremos que dicho razonamiento es correcto atendiendo a su estructura.

Ejemplo 13 Raz-7. Razonamiento no correcto porque la conclusión no es consecuencia de sus premisas.

P1: "Si España es una democracia entonces sus ciudadanos tienen el derecho al voto".

P2: "Los ciudadanos de España tienen derecho al voto".

Q: Luego, "España es una democracia" (conclusión verdadera conceptualmente).

En el Raz-7, tanto las premisas como la conclusión son verdaderas conceptualmente, pero se demostrará que dicho razonamiento no es correcto porque la conclusión no se deduce de las premisas.

¡Las apariencias engañan. Cuidado con los razonamientos que parecen lo que no son! Las falacias son razonamientos que parecen correctos pero que no lo son.

- **Falacia**

Una falacia (sofisma) es un razonamiento aparentemente correcto en el que el resultado es independiente de la verdad de las premisas. Una falacia lógica es la aplicación **incorrecta** de un principio lógico válido o la aplicación de un principio inexistente (error común al razonar).

Ejemplo 14 P1: "Si estoy dormido entonces tengo los ojos cerrados",

P2: "Tengo los ojos cerrados".

¿Podemos inferir que: "estoy dormido"? **No**

Explicación: en P1 se afirma que cuando estás dormido tienes los ojos cerrados; en P2 se afirma que los ojos los tienes cerrados, pero no se especifica en qué "situación" te encuentras (despierto o dormido). Luego no se puede concluir que efectivamente estés dormido.

Las falacias más usuales suelen aparecer con el uso de sentencias condicionales de la forma "A implica B".

→ **Falacia de afirmar el consecuente (B).**

Ejemplo 15 Raz-8

P1: "Si el mayordomo es el asesino entonces tendrá el cadáver en su cuarto" (A implica B)

P2: "El mayordomo tiene el cadáver en su cuarto" (se afirma el consecuente B).

Q: Por lo tanto, "El mayordomo es el asesino" (se afirma el antecedente A). **ERROR....**

→ **Falacia de negar el antecedente (A).**

Ejemplo 16 Raz-9

P1: "Si el mayordomo es el asesino entonces tendrá el cadáver en su cuarto" (A implica B).

P2: "El mayordomo no es el asesino" (se niega el antecedente A).

Q: Por lo tanto, "El mayordomo no tendrá el cadáver en su cuarto" (se niega el consecuente B). **ERROR....**

Razonamiento deductivo correcto	Razonamiento deductivo no correcto: Falacia
$P_1, P_2, \dots, P_n \Rightarrow Q$	
Si la conjunción de las P_i ($i=1\dots n$) (todas las premisas son verdaderas) y Q son verdaderas.	Si la conjunción de las P_i ($i=1\dots n$) (todas las premisas son verdaderas) y Q es falsa.
Si la conjunción de las P_i es falsa (al menos una P_i es falsa) y Q verdadera.	
Si la conjunción de las P_i es falsa (al menos una P_i es falsa) y Q falsa.	

1.4. El sistema formal de la Lógica de Primer Orden

La principal herramienta de la lógica formal moderna para estudiar la validez de los razonamientos son los sistemas formales deductivos, que también son útiles en el diseño de circuitos de un ordenador y para verificación de programas, por ejemplo. En otras ciencias formales como las matemáticas, la informática, la teoría de la información... también se usan los sistemas formales para modelizar aspectos de la realidad mediante un determinado lenguaje formal.

El **objetivo** de un sistema formal es señalar como válidas determinadas expresiones, en general llamadas teoremas, a partir de otras expresiones iniciales, que se suponen válidas por definición, los axiomas. En el sistema formal de la lógica de primer orden las expresiones válidas no tienen que ser necesariamente teoremas, pueden ser expresiones válidas cualesquiera. Los primeros sistemas lógico-formales eran sistemas axiomáticos basados en la demostración de leyes lógicas, después se desarrollaron sistemas de deducción natural, como el de la lógica de primer orden, en los que el protagonismo se desplazó a las reglas de inferencia en el proceso deductivo.

El sistema formal de la lógica de primer orden cuenta con una etapa de simbolización en la que se construyen **fórmulas lógicas** que representan el razonamiento que se debe validar. Dicha simbolización se realiza en dos niveles de abstracción:

- **Lógica de proposiciones o lógica de predicados de orden cero.** Estudia las proposiciones y sus interpretaciones. En este nivel se supone que existen hechos o proposiciones en el mundo real que pueden ser verdaderos o falsos. Sus fórmulas contienen variables proposicionales y conectivas.
- **Lógica de predicados de primer orden.** Describe un mundo de objetos con sus propiedades y las posibles relaciones entre ellos, con lo cual podemos estudiar la estructura interna de los enunciados. Introduce los cuantificadores.

En cada nivel de abstracción se define un cálculo lógico donde se lleva a cabo el estudio de la validez de los razonamientos. Este entorno contará con un lenguaje formal y un sistema de deducción.

- **Lenguaje formal**
 - **Sintaxis:** comprende el alfabeto y las reglas de formación de fórmulas. Una cadena de símbolos es una fórmula bien formada del lenguaje. Un lenguaje formal se identifica por el conjunto de sus fórmulas bien formadas.
 - **Semántica:** corresponde a la relación del lenguaje con su significado. Estudia las condiciones necesarias para que un signo pueda aplicarse a un objeto. Permite definir la validez de una fórmula y de un razonamiento. Una fórmula atómica será verdadera o falsa y un razonamiento correcto o no correcto.
- **Sistemas de deducción:** permiten obtener nuevo conocimiento a partir de otro conocido mediante la aplicación de reglas válidas y por ende, demostrar la validez de los razonamientos. A dicho proceso se le conoce como demostración formal. En el contexto de la sintaxis se denomina teoría de la demostración y en el de la semántica, teoría interpretativa.
- **Metalinguaje:** Es el lenguaje que está formado por símbolos tanto matemáticos, como lógicos, como del lenguaje natural, que vamos a usar para definir el lenguaje formal. Por ejemplo, "El símbolo \forall es el cuantificador universal", en esta sentencia tenemos un símbolo lógico: \forall y lenguaje natural. Actualmente existen otros

sistemas lógicos basados en la lógica de primer orden cuyo objetivo es fundamentar el procesamiento computacional de información compleja, en ingeniería, medicina, economía,....

- **Sistemas formales de lógicas no clásicas**

Polivalente 2	Lukasiewicz ³	Cuestionan el principio de bivalencia. Lógicas finitamente polivalentes (trivalente,...) e infinitamente polivalentes.
Difusa (“fuzzy”)	Zadeh ⁴	Lógica polivalente que trata el tema de la ambigüedad, imprecisión y el carácter borroso de ciertos términos.
Probabilística	Bacchus ⁵	Aplicación de las probabilidades y el conocimiento estadístico a sistemas formales de razonamiento.
Modal 6	Lewis, Carnap ⁷ , Kripke	Incorpora matices a la valoración de verdad de los enunciados, admitiendo modalidades: necesario, posible, ...
No monótonas	McDermott ⁸ ,	La obtención de nueva información puede llevarnos a revisar y/o cambiar creencias anteriores.
Temporal	Gardies ⁹ , Allen, McDermott	Reconoce esquemas de inferencia temporales, donde una misma sentencia puede tener diferente valor de verdad en diferentes momentos.

1.5. Principios lógicos: de identidad, no contradicción y “tercero excluso”

El punto de partida de las leyes que rigen el sistema lógico se establece en ciertos principios fundamentales o verdades axiomáticas (Aristóteles):

- **Principio de identidad:** toda proposición es igual a sí misma.
- **Principio de (no) contradicción:** dos proposiciones contradictorias no pueden ser ambas verdaderas; es falso que una proposición sea verdadera y falsa. Si es verdad que “el triángulo tiene tres lados”, no puede ser verdad que “el triángulo no tiene tres lados”.
- **Principio de tercero excluido:** dos proposiciones contradictorias no pueden ambas ser falsas (parecido al de no contradicción). Una proposición solamente puede ser verdadera o falsa.

Otras consideraciones de la lógica son:

- Estudia la validez de los razonamientos según su forma. Prescinde del contenido.
- Las leyes lógicas sólo son aplicables en el campo de las ciencias exactas y abstractas, tales como las matemáticas, la mecánica, y aquellas disciplinas normativas y abstractas deductivas.
- Dadas unas premisas, no se permite considerar nuevo conocimiento no contemplado en ellas, a no ser que sea “supuestamente” cierto (este concepto se verá en el tema de deducción).
- Un razonamiento o es correcto o no lo es, no hay valor intermedio.

² N. Rescher, “Many-Valued Logic”, Nueva York, McGraw-Hill, 1969

³ J. Lukasiewicz, “O logice trójwartosciowej”, en *Ruch Filozoficzny*, 5, 1920, pág. 170-171. “Sobre la lógica trivalente”, ver. castellano J. Lukasiewicz, “Estudios de lógica y filosofía”, selección, traducción y presentación de A. Deaño, Madrid, Revista de Occidente, 1975, pág. 41-42

⁴ L. Zadeh, “Fuzzy Sets”, *Information and Control*, vol. 8, 1965, pág. 338-353

⁵ F. Bacchus, “Representing and Reasoning with Probabilistic Knowledge: A Logical Approach to Probabilities”, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1990

⁶ G. E. Hughes y M. J. Cresswell, “An Introduction to Modal Logic”, Londres, Methuen and Co. 1968. Ver. castellana : “Introducción a la lógica modal”, Madrid, Tecnos, 1973

⁷ R. Carnap, “Meaning and Necessity (A Study in Semantics and Modal Logic)”, Chicago y Londres, The University of Chicago Press, 1947, 2ª ed. ampliada 1956

⁸ D. McDermott y Jon Doyle, “Non-Monotonic Logic I”, *Artificial Intelligence*, 13, 1980, pág. 41-72

⁹ J. L. Gardies, “La logique du temps”, Paris, PUF, 1975

1.6. Lógica e informática. Apunte histórico

Desde que Aristóteles y los griegos de la época consideraran que un razonamiento era un proceso gobernado por leyes universales, hasta hoy día, la lógica, como ciencia dedicada al estudio de los mismos, ha tomado un papel relevante en muchos campos científicos, en particular en informática.

La lógica se relaciona con materias como el Álgebra, la Matemática Discreta, la Programación, las Bases de Datos, etc, y en informática se “justifica” su aparición porque sus teorías se aplican a campos como:

- **El diseño del hardware:** tanto los ordenadores digitales, es decir, los que trabajan con circuitos codificados en sistema binario, como los que lo hacen con circuitos integrados VLSI, utilizan la lógica en su diseño. La lógica de Hoare en los primeros y la lógica de orden superior en los segundos siendo su base la *lógica de predicados*.
- **Los lenguajes de programación:** la lógica se ha convertido en el pilar de la “*Programación Lógica*”. Este paradigma de programación ya justifica por sí solo la inclusión de la lógica en informática. Lenguajes funcionales como LISP, están inspirados en el cálculo lambda de Church, y los lenguajes lógicos como PROLOG¹⁰, en el *teorema de Herbrand* y en el principio de *Resolución de Robinson*, ampliamente utilizados en investigaciones de Inteligencia Artificial.
- **La demostración automática de teoremas y los sistemas de razonamiento:** la prueba de teoremas automatizada tiene como base un cálculo lógico que puede ser programado e implementado en una máquina. Wang, Prawitz..., elaboran programas para demostrar teoremas del *cálculo de predicados con identidad* creando modelos de razonamientos orientados a la máquina. J. A. Robinson, diseña “el principio de Resolución”, y su refinamiento “la hiperresolución”, son la base de la dat.
- **La lógica de programas:** para razonar acerca de los programas se puede utilizar el lenguaje de la *lógica de predicados*, con el que se expresan propiedades de los programas como la corrección y equivalencia de programas o la propiedad de tener un fin. Se cuenta con un *cálculo deductivo* para verificar y controlar los razonamientos acerca de los programas. Análisis y síntesis de un programa.
- **La especificación formal:** es una de las aplicaciones más importantes de la *lógica de predicados*, y permite describir lo que el usuario desea que un programa realice. Esta aplicación ha empezado a ser usada en el desarrollo de las partes críticas de un sistema. De esta manera, piezas de código especificadas formalmente, pueden ser verificadas, en principio, matemáticamente, incrementando la confiabilidad del sistema completo. Lenguajes de especificación formal basados en lógica: Z o VDM.
- **Inteligencia Artificial:** la lógica es el fundamento de todos los métodos de representación del conocimiento y del razonamiento, especialmente en sistemas expertos, razonamiento con incertidumbre (encadenamiento de reglas, lógica difusa, etc...), procesado del lenguaje natural, razonamiento espacial y temporal, visión artificial, robótica, lógica epistémico, etc....

Apunte histórico. La lógica formal surge como resultado de la convergencia de las líneas de pensamiento:

1. La lógica formal: Aristóteles (silogismos).

2. Lógica matemática o simbólica (XIX):

- Leibniz: resolución de problemas lógicos con razonamiento matemático.
- Boole: “álgebra booleana”, aplica a los problemas lógicos los procedimientos matemáticos. Sienta los fundamentos de la tecnología de la computación usados por las teorías de Emil Post y el matemático A. M. Turing creador de la “*Automatic Digital Machine*” que realizó cálculos mecanizados usando algoritmos.
- Frege: lenguaje completo y automático para el razonamiento.
- Russell y Whitehead: “*Principia Mathematica*” que sustenta que las matemáticas se obtienen de premisas lógicas.

3. La Lógica en la informática (XX-hoy): búsqueda heurística, deducción automática y lógicas no clásicas.

- Robinson: regla de resolución con unificación.
- Green: extracción de respuestas a problemas a partir de resolución y unificación.
- Colmerauer: lenguaje de programación lógica Prolog.

¹⁰ PROgramation en LOGique

- Años '80: la lógica es base en el desarrollo de las técnicas informáticas como:
 - Lógica de Hoare: soporte de las técnicas de verificación de programas procedurales.
 - Programación Lógica: para bases de conocimientos para sistemas expertos.
 - Lógicas no clásicas: difusa ("*Fuzzy Logic*"), temporal, modal, probabilística,...

1.7. Ejercicios resueltos

Ejercicio 1 Determina cuáles de las siguientes frases son proposiciones:

- a) ¿Puedes bajar al garaje?
- b) La casa de Javier es muy bonita y soleada.
- c) Si el perro ladra entonces molestará a los vecinos.
- d) ¡Pero quédate quieto que me mareas!
- e) ¿Me puedes ayudar a salir del coche?
- f) Buenas noches
- g) $2 + 2 = 5$

Solución

- a) No es proposición pues es una sentencia interrogativa y no declarativa.
- b) Si es proposición, es una sentencia declarativa.
- c) Si es proposición, es una sentencia declarativa.
- d) No es proposición pues es sentencia imperativa y no declarativa.
- e) No es proposición pues es una sentencia interrogativa y no declarativa.
- f) No es proposición pues no es una sentencia declarativa
- g) Es proposición pues declara una operación matemática (aunque sea falsa)

Ejercicio 2 Determina cuáles de las siguientes proposiciones son atómicas y cuáles son moleculares, y para éstas indica la conectiva con la que se ha formado:

- a) Puedes bajar a la calle a pasear al perro
- b) Si vas a pasear al perro compra el periódico.
- c) No salgas esta noche aunque vayas con Ana.
- d) Salgo de paseo en las noches de luna llena.
- e) Para que salga de paseo es necesario que haga mucho frío
- f) Una persona puede entrar al cine si compra su boleto u obtiene un pase
- g) Cuatro y cuatro ocho y dos por dos veinte.

Solución

- a) Proposición atómica.
- b) Proposición molecular condicional.
- c) Proposición molecular conjunción de dos proposiciones atómicas.
- d) Proposición atómica.
- e) Proposición molecular condicional

- f) Proposición molecular condicional.
- g) Proposición molecular conjunción de dos proposiciones atómicas.

1.8. Si quieres saber más...

- Libros

"Lógica de Primer Orden". Castel M^a J. y Llorens F. DCCIA, U.A. 1999.

"Introducción a la Lógica Formal". Deaño, A. Alianza U.Textos, 1992.

"Lógica Simbólica" Garrido, M. Ed. Tecnos, S.A., 2^ªed. 1991

"Matemática Discreta y Lógica. Una perspectiva desde la C. C". Grassmann, W.K. y Tremblay. Ed. Prentice Hall, 1996.



- Enlaces web

<http://es.wikipedia.org/wiki/Razonamiento>

<http://razonamiento-logico.blogspot.com/2007/07/mtodo-deductivo-vs-mtodo-inductivo.html>

<http://www.mitecnologico.com/Main/ArgumentosValidosYNoValidos>

- Lógica divertida

Ludwing Wittgenstein, filósofo austriaco, apuntó que *"podría escribirse una obra filosófica buena y seria compuesta enteramente por chistes"*. Si se entiende el chiste se entenderá el argumento implícito. En esta sección vamos a contar chistes, historias, juegos y acertijos relacionados, de alguna manera, con la lógica, porque su enseñanza no tiene porqué ser aburrida si se saben encontrar caminos para hacerla agradable y distraída. Como dice Martin Gardner¹¹ *"la virtud está en encontrar el equilibrio entre el juego y la seriedad: el juego hará que los estudiantes se muestren interesados en la actividad y sigan hablando de ella fuera de las clases; la seriedad convertirá las clases en algo útil y provechoso"*.

1. ¿Qué es la lógica?

"- Ya sé lo que estás pensando - dijo Tweedledum -; pero no es como tú crees. ¡De ninguna manera!
- ¡Por el contrario! - continuó Tweedledee -. Si fue así, entonces podría ser; y si fuera así, sería; pero como no es, no es. ¡Eso es lógica!"

Lewis Carroll, "Alicia a través del espejo"

2. ¡Vaya lógica!

"Ruego acepten mi renuncia. No deseo pertenecer a ningún club que me acepte como miembro"

Groucho Marx, "Groucho y Yo"

3. ¡Lógica aplastante!

"Hay gente que quiere conseguir la inmortalidad mediante sus obras o las de sus descendientes. Yo quiero conseguir la inmortalidad no muriéndome"

Woody Allen

4. ¡Es lógico!

Dos amigos están en un restaurante y ambos piden pescado. El camarero les trae una fuente con dos trozos. Uno de ellos dice: "Sírvelo, por favor". El otro se sirve el trozo más grande. Tras una inquisitiva mirada, el primero le reprocha: "Si yo me hubiese servido antes, me habría puesto el trozo más pequeño". A lo que el segundo contesta: "De qué te quejas, es el que te he dejado".

¹¹ Martín Gardner, "Carnaval Matemático", Alianza Editorial (libro de bolsillo 778), 1987