Estadística

T1. Distribuciones de probabilidad discretas

Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Departamento de Ciencias del Mar y Biología Aplicada

Introducción

Inferencia estadística:

Parte de la estadística que estudia grandes colectivos a partir de una pequeña parte de éstos (Población - Muestra)

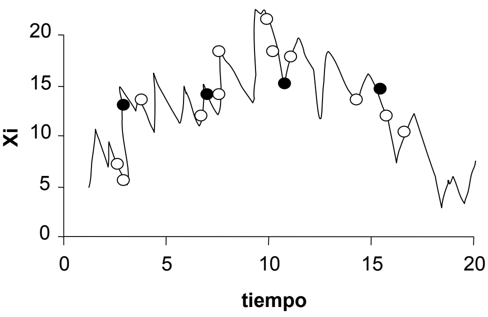
Características de la muestra
- •Representativa de la población
- •Alcanzar objetivos precisión fijados

Tipos de procedimientos:

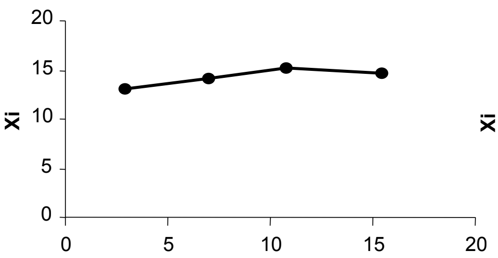
•*Inferencia paramétrica*: Se admite que la distribución de la pob. pertenece a una familia paramétrica de distribuciones

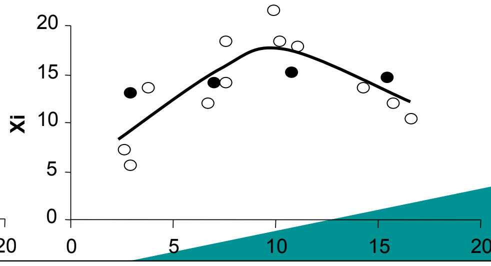
•*Inferencia no paramétrica*: No supone una distribución de prob. y las hipótesis son más generales (como simetría)

Introducción



Muestra	Población
$\bar{x}$	μ
s	σ





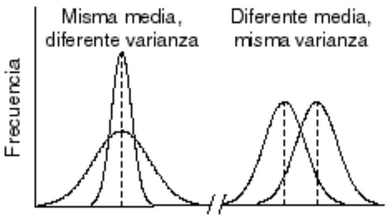
Introducción

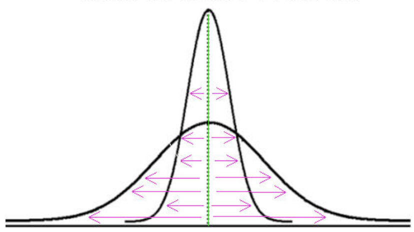
Descriptivos de una variable

Media $$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i F_i}{n}$$

Varianza $$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{x})^2 F_i}{n-1}$$

Desviación Típica $$S = \sqrt{S^2}$$





Introducción

Tipos de variables

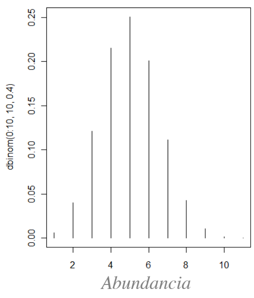
•**Variables cualitativas, categóricas o atributos**: No toman valores numéricos y describen cualidades. Ej. Clasificación en base a una cualidad. (sexo, color, etc.)

•**Variables cuantitativas discretas:** Toman valores enteros, por lo general contar el nº de veces que ocurre un suceso. (abundancias o conteos)

•**Variables cuantitativas continuas:** Toman valores en un intervalo, por lo general medir magnitudes continuas. (altura, temperatura, etc.)

Variable aleatoria: Cualquier función medible que asocia a cada suceso en un experimento aleatorio un número real

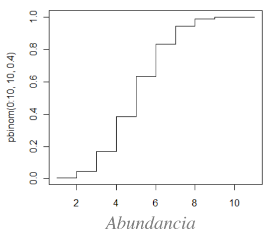
Introducción



Variables aleatorias discretas (v.a.d.):

Función de probabilidad: Asigna a cada posible valor de una variable discreta su probabilidad. Para valores *x1, x2, …, xn,…* se asocia una *p1, p2, …, pn,…* donde

$$P(X = x_i) \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^{(n/\infty)} p_i = 1$$

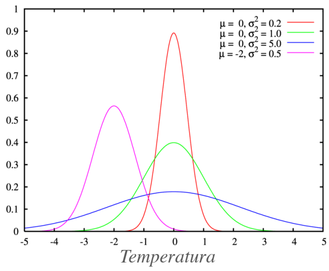


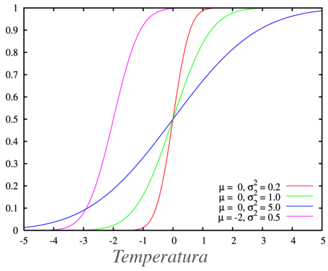
Función de distribución: *F(x)* en un valor *x* es la probabilidad de que *X* tome valores menores o iguales a *x*. Acumula toda la probabilidad entre menos infinito y el punto considerado

$$F(x) = P(X \le x)$$

Estadística :: T1. Distribuciones de probabilidad discretas

Introducción





Variables aleatorias continuas (v.a.c.):

Función de densidad: probabilidad media en entre dos valores de la variable (cuando su diferencia tiende a 0)

$$P(a < X < b) = P(a \leq X \leq b)$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Función de distribución:es la probabilidad de que *X* tome valores menores o iguales a *x*. Acumula toda la probabilidad entre menos infinito y el punto considerado

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$

Estadística :: T1. Distribuciones de probabilidad discretas

Modelos de dist. Discreta: Proceso de Bernoulli

Definición:

Experimento aleatorio que se hace una sola vez y cuyos resultados posibles son complementarios (éxito/fracaso, si/no, presencia/ausencia, etc…).

Ejemplos:

- Probabilidad de obtener cara en el lanzamiento de una moneda.
- Probabilidad de que un individuo nazca macho/ hembra.
- Probabilidad de que al caer una tostada quede el lado de la mermelada hacia arriba.

Modelos de dist. Discreta: Binomial

Definición:

Ejecutar ***n*** veces un experimento de Bernoulli.

Condiciones:

- Condiciones no varían
- Experimentos independientes (prob. no condicional)

Variables que definen al proceso:

- Cantidad de veces que se ejecuta (**n**)
- Prob. de éxito (**p**), prob. de fracaso (**q=1-p**)
- Veces que se obtiene el éxito en las veces que se ejecuta (**k**)

X≡B (n, p) $\mu = np$ $\sigma^2 = npq$

Ejemplos:

- Lanzar una moneda 3 veces y obtener 2 caras
- Probabilidad de que de las 4 crías de un mamífero 3 sean hembra.

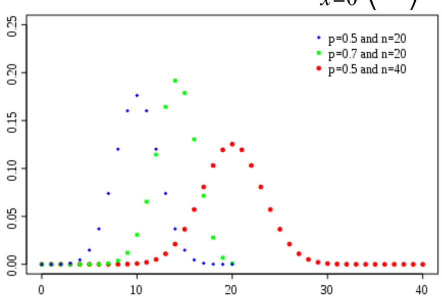
Modelos de dist. Discreta: Binomial

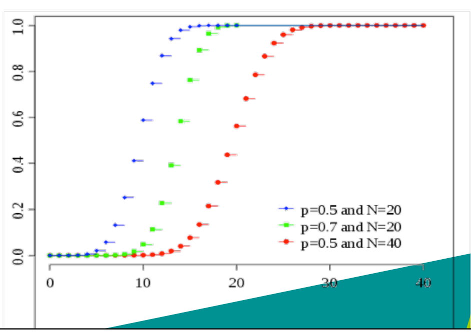
Función de Probabilidad:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \qquad donde\ 0 \le k \le n$$

Función de distribución (Tabla Binomial):

$$P(X \le k) = \sum_{x=0}^{k} \binom{n}{x} p^x q^{n-x} \qquad donde\ 0 \le k \le n$$





Modelos de dist. Discreta: Binomial

Ejemplo

De una población de cetáceos se sabe que el 60% son machos. Si se extrae un conjunto de 10 de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que en ese conjunto haya 7 hembras?

- X = Nº de hembras en el conjunto
- n = 10
- P = 0.4

$$P(X=7)=\binom{10}{7}0.4^{7}0.6^{10-7}=0.042$$

¿Cuál es la probabilidad de que hayan 3 o menos hembras?

$$P(X\leq 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=0.382$$

Tabla Binomial

Modelos de dist. Discreta: Binomial

¿Cuál es la probabilidad de que en ese conjunto haya 7 machos o menos? **PROBLEMA CON LAS TABLAS (p hasta 0.5)**

- n = 10
- P = 0.6
- P(X≤7)

$\xrightarrow{\text{Complementario}}$

- n = 10
- P = 0.4
- P(X≥3)

$$P(X\geq 3)=1-P(X\leq 2)=1-0.1673$$

$$P(X\leq 7)=1-0.1673=0.8327$$

Estadística :: T1. Distribuciones de probabilidad discretas

Modelos de dist. Discreta: Poisson

Definición:

Probabilidad de que ocurra un número de sucesos en un <u>tiempo o espacio</u> determinado.

Variables que definen al proceso:

• Número de sucesos medio que ocurren en un determinado tiepo o espacio (λ)

X≡P (λ) $\mu = \lambda$ $\sigma^2 = \lambda$

Ejemplos:

•Número de peces observados en un transecto
•Número de aves avistadas durante una hora
•Número de bacterias observadas por campo de microscopio

Estadística :: T1. Distribuciones de probabilidad discretas

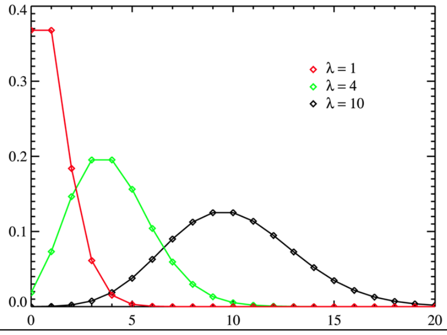
Modelos de dist. Discreta: Poisson

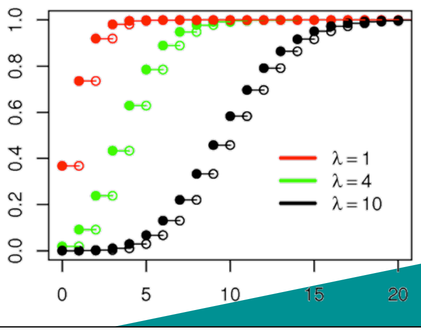
Función de Probabilidad:

$$P(X = x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \qquad donde\ x > 0$$

Función de distribución (Tabla Poisson):

$$P(X \leq k) = \sum_{x=0}^{k} e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \qquad donde\ 0 \leq x \leq k$$





Modelos de dist. Discreta: Poisson

Ejemplo

Los avistamientos de cachalotes sigue una distribución de Poisson de media 2 avistamientos en un transecto de muestreo de **1km** de recorrido tras una salida en barco. Calcula la probabilidad de:

1. No haya ningún avistamiento en el recorrido del barco:

$$P(X=0)=e^{-2}\frac{2^0}{0!}=0.135$$

2. Haya menos de cinco en el mismo recorrido:

$$P(X\leq 4)=e^{-2}\left(1+2+\frac{2^2}{2!}+\frac{2^3}{3!}+\frac{2^4}{4!}\right)=0.947$$

3. Y menos de seis si consideramos un recorrido de **5km** $\lambda^{'}=\lambda\cdot 5=10$

$$P(X\leq 5\ |\lambda^{'})=e^{-10}\left(\frac{10^0}{0!}+\frac{10^1}{1!}+\frac{10^2}{2!}+\frac{10^3}{3!}+\frac{10^4}{4!}+\frac{10^5}{5!}\right)=0.067$$

Modelos de dist. Discreta: Binomial

Comando a utilizar con R:

•dbinom(x,tamaño,prob): Función de probabilidad

•pbinom(x,tamaño,prob): F. prob. acumulada

•qbinom(prob,tamaño,prob): Quantiles

•rbinom(nobs,tamaño,prob): Números pseudoaleatorios

Modelos de dist. Discreta: Poisson

Comando a utilizar con R:

- *dpois(x,lambda):* Función de probabilidad
- *ppois(x,lambda):* F. prob. acumulada
- *qpois(prob,lambda):* Quantiles
- *rpois(nobs,lambda):* Números pseudoaleatorios