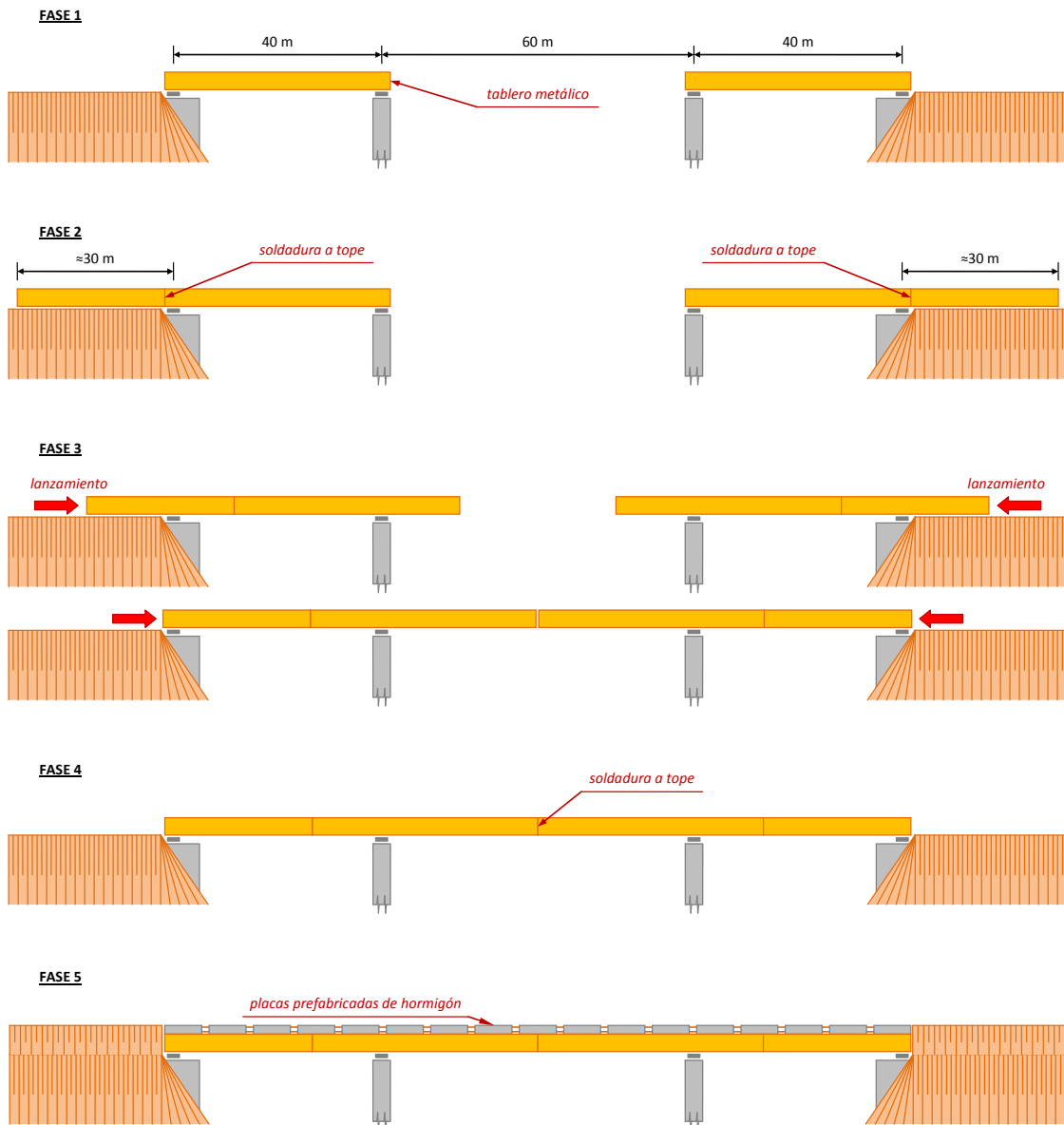


## EJERCICIO COMPLEMENTARIO 1

Los siguientes croquis describen parte del proceso constructivo de un puente mixto de 3 vanos hasta los instantes previos a la materialización de la conexión acero-hormigón.

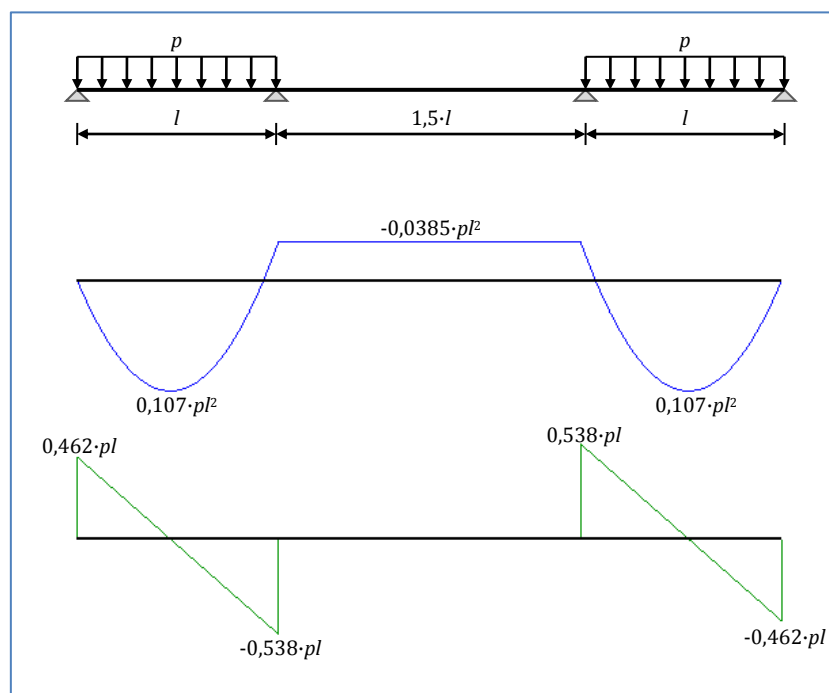
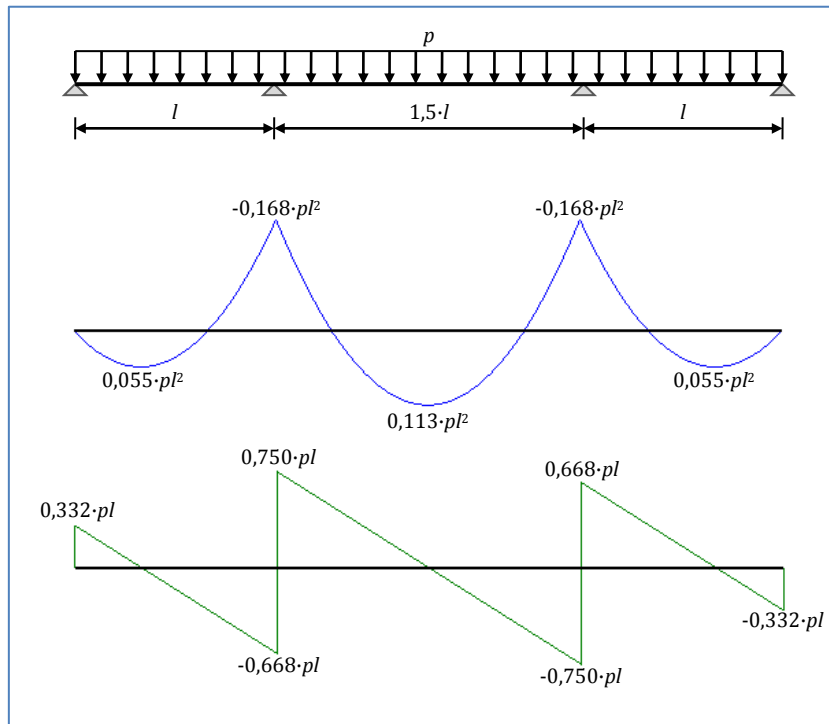


El peso propio total del tablero metálico es de 15 kN/m. Durante las fases 1 a 3 se considerará la presencia de una sobrecarga de uso por construcción de valor 8 kN/m, que puede ocupar la posición más desfavorable. En las fases 4 y 5 no se considerará sobrecarga de construcción de ningún tipo. En la fase 5 el peso de la losa de hormigón resuelta mediante placas prefabricadas se estimará en 59 kN/m. Con posterioridad a esta fase 5, la estructura mixta se materializará hormigonando los espacios que quedan entre las placas prefabricadas y los huecos para la conexión entre dichas placas de hormigón y el tablero metálico, lo que no es objeto de estudio en este ejercicio.

Contestar razonadamente a las siguientes cuestiones:

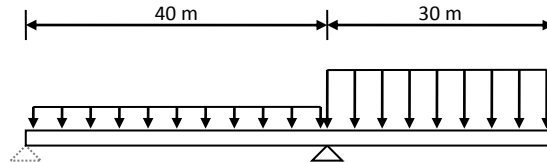
- Comprobar el Estado Límite de Equilibrio de la estructura en los instantes finales de la Fase 3. ¿Es necesario dimensionar algún elemento de retenida? De ser así, ¿para qué valor habrá que dimensionarlo?
- Dibujar de manera aproximada aunque suficientemente acotada las envolventes de esfuerzos flectores al final de la Fase 3, en la Fase 4 y en la Fase 5.

**Ayuda:** flectores y cortantes para viga continua de inercia constante y vanos desiguales



**Apartado a)**

Puesto que se trata de la comprobación del ELU de equilibrio y es sensible a pequeñas variaciones del peso propio de la estructura de una parte a otra, se van a aplicar coeficientes de mayoración diferentes a las cargas permanentes según estén en el vano o en el voladizo. Dado que se trata de un puente de cierta responsabilidad, se entiende que se dan las circunstancias para que dichos coeficientes sean 0,95 y 1,05, de acuerdo con la IAP-98 (se dispone de sistemas de control adecuados que permiten conocer el valor real del desequilibrio y adoptar las medidas correctoras necesarias para garantizar la seguridad). La sobrecarga de construcción se coloca en el voladizo y se mayor a por 1,5 por ser su efecto desfavorable:



... momentos desestabilizadores (voladizo de 30 m):

$$\gamma_G \cdot g \cdot l^2/2 + \gamma_Q \cdot Q \cdot l = 1,05 \cdot 15 \cdot \frac{30^2}{2} + 1,5 \cdot 8 \cdot \frac{30^2}{2} = 12488 \text{ mkN}$$

... momentos estabilizadores (vano de 40 m):

$$\gamma_G \cdot g \cdot l^2/2 = 0,95 \cdot 15 \cdot 40^2/2 = 11400 \text{ mkN}$$

No se puede verificar el ELU de equilibrio sin que se disponga un elemento de retenida sobre el estribo; el momento que debe desarrollar es la diferencia  $12488 - 11400 = 1088 \text{ mkN}$ . Como está situado a 40 m, la fuerza será  $1088/40 = 27,2 \text{ kN}$ .

**Apartado b)**

En la fase 1, los 40 m de tablero están simplemente apoyados y la ley de esfuerzos es parabólica, con un máximo flector producido por la carga permanente mayorada y por la sobrecarga de construcción mayorada, ya que ambas son desfavorables:

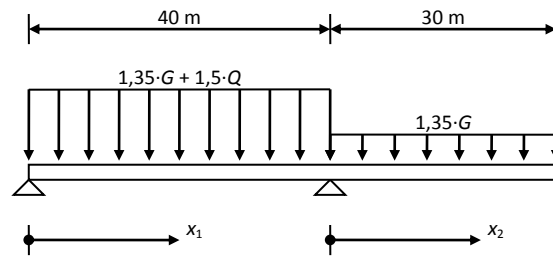
$$M_1^+ = (1,35 \cdot 15 + 1,5 \cdot 8) \cdot \frac{40^2}{8} = 6450 \text{ mkN}$$

Al soldar el tablero de 30 m en la fase 2, esa ley parabólica no se modifica.

En la fase 3, las situaciones más comprometidas son la inicial (idéntica a la fase 2) y la final. En esta última se deben considerar dos supuestos:

- Carga permanente mayorada y sobrecarga mayorada sobre el vano, que da los peores flectores de signo positivo en la fase final (en el tablero de 30 m y en parte del de 40 m) (**Combinación fase 3-1**)
- Carga permanente mayorada y sobrecarga mayorada sobre el voladizo, que da los peores flectores de signo negativo en la fase final (en el tablero de 40 m, principalmente) (**Combinación fase 3-2**)

La combinación de carga permanente mayorada más la sobrecarga mayorada aplicada tanto en el vano como en el voladizo se plantearía para obtener el peor cortante junto a la pila y la máxima reacción sobre la pila.

**Combinación fase 3-1:**

Reacción en apoyo izquierdo: 417,19 kN (hacia arriba)

Reacción en apoyo derecho: 1480,31 kN (hacia arriba)

Leyes en el vano:

$$V_d(x) = V_{izdo} - p_d \cdot x = 417,19 - 32,25 \cdot x$$

$$M_d(x) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x - \frac{p_d}{2} \cdot x^2 = 417,19 \cdot x - 16,125 \cdot x^2$$

Posición del máximo flector  $x = 12,94$  m y flector máximo positivo  $M_3^+ = \mathbf{2698,4 \text{ mkN}}$

Flector y cortante a la izquierda del apoyo derecho ( $x_1 = 40$  m):

$$V_d(x_1 = 40 \text{ m}) = -872,81 \text{ kN}$$

$$M_d(x_1 = 40 \text{ m}) = -9112,4 \text{ mkN}$$

Flector y cortante a la derecha del apoyo derecho ( $x_2 = 0$  m):

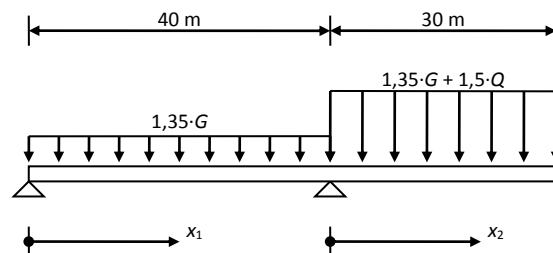
$$V_d(x_2 = 0 \text{ m}) = -872,81 + 1480,31 = 607,5 \text{ kN}$$

$$M_d(x_2 = 0 \text{ m}) = -9112,4 \text{ mkN}$$

Leyes en voladizo:

$$V_d(x) = V_{izdo} - p_d \cdot x = 607,5 - 20,25 \cdot x$$

$$M_d(x) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x - \frac{p_d}{2} \cdot x^2 = -9112,4 + 607,5 \cdot x - 10,125 \cdot x^2$$

**Combinación fase 3-2:**

Reacción en apoyo izquierdo: 42,19 kN (hacia arriba)

Reacción en apoyo derecho: 1735,31 kN (hacia arriba)

Leyes en el vano:

$$V_d(x) = V_{izdo} - p_d \cdot x = 42,19 - 20,25 \cdot x$$

$$M_d(x) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x - \frac{p_d}{2} \cdot x^2 = 42,19 \cdot x - 10,125 \cdot x^2$$

Flector y cortante a la izquierda del apoyo derecho ( $x_1 = 40$  m):

$$V_d(x_1 = 40 \text{ m}) = -767,81 \text{ kN}$$

$$M_d(x_1 = 40 \text{ m}) = -14512,4 \text{ mkN}$$

Flector y cortante a la derecha del apoyo derecho ( $x_2 = 0$  m):

$$V_d(x_2 = 0 \text{ m}) = -767,81 + 1735,31 = 967,5 \text{ kN}$$

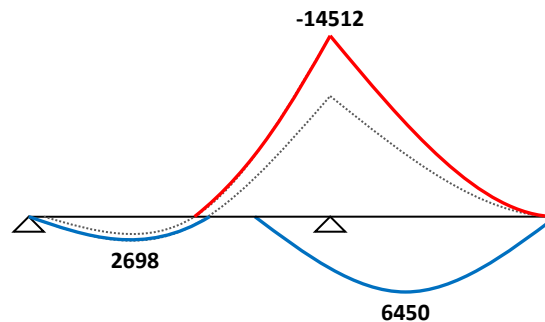
$$M_d(x_2 = 0 \text{ m}) = M_3^- = -14512,4 \text{ mkN}$$

Leyes en voladizo:

$$V_d(x) = V_{izdo} - p_d \cdot x = 967,5 - 32,25 \cdot x$$

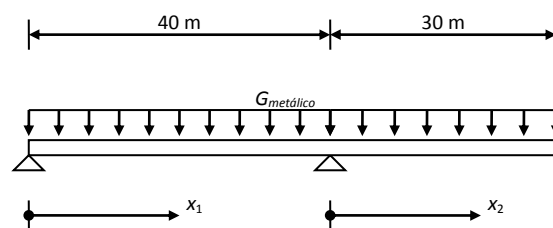
$$M_d(x) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x - \frac{p_d}{2} \cdot x^2 = -14512,4 + 967,5 \cdot x - 16,125 \cdot x^2$$

A modo de resumen, se incluye a continuación la representación aproximada de las envolventes hasta el final de la fase 3.



Estas envolventes son también válidas al final de la fase 4, porque aunque se haya ejecutado la soldadura, aún no se han añadido nuevas cargas.

De cara a obtener las leyes de esfuerzos en la fase 5, antes de calcular las que introducen las placas prefabricadas de hormigón, deben conocerse las leyes del peso propio metálico.



Reacción en apoyo izquierdo: 131,25 kN (hacia arriba)

Reacción en apoyo derecho: 918,75 kN (hacia arriba)

**Leyes en el vano de 40 m, debidas al peso del tablero metálico:**

$$V_d(x_1) = V_{izdo} - p_d \cdot x_1 = 131,25 - 15 \cdot x_1$$

$$M_d(x_1) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x_1 - \frac{p_d}{2} \cdot x_1^2 = 131,25 \cdot x_1 - 7,5 \cdot x_1^2$$

Flector y cortante a la izquierda del apoyo derecho ( $x_1 = 40$  m):

$$V_d(x_1 = 40 \text{ m}) = -468,75 \text{ kN}$$

$$M_d(x_1 = 40 \text{ m}) = -6750 \text{ mkN}$$

Flector y cortante a la derecha del apoyo derecho ( $x_2 = 0$  m):

$$V_d(x_2 = 0 \text{ m}) = -468,75 + 918,75 = 450 \text{ kN}$$

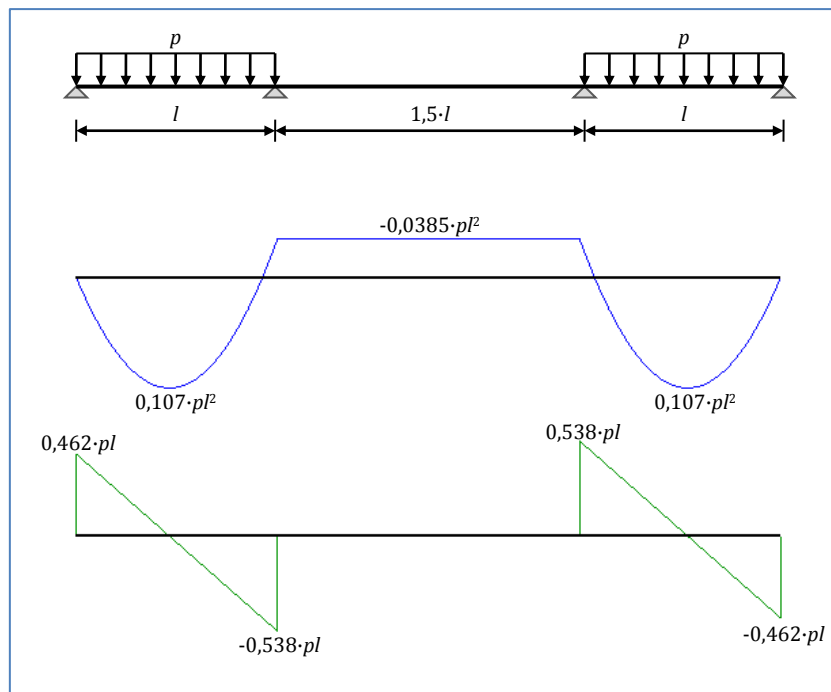
$$M_d(x_2 = 0 \text{ m}) = -6750 \text{ mkN}$$

**Leyes en el vano de 60 m, debidas al peso del tablero metálico:**

$$V_d(x_2) = V_{izdo} - p_d \cdot x_2 = 450 - 15 \cdot x_2$$

$$M_d(x_2) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x_2 - \frac{p_d}{2} \cdot x_2^2 = -6750 + 450 \cdot x_2 - 7,5 \cdot x_2^2$$

Cuando las placas prefabricadas de hormigón se comienzan a colocar sobre el tablero metálico, se va a suponer que se colocan desde los estribos hacia el vano central:



**Leyes en el vano de 40 m, debidas a las placas de hormigón en vanos extremos:**

$$V_d(x_1) = V_{izdo} - p_d \cdot x_1 = 1090,32 - 59 \cdot x_1$$

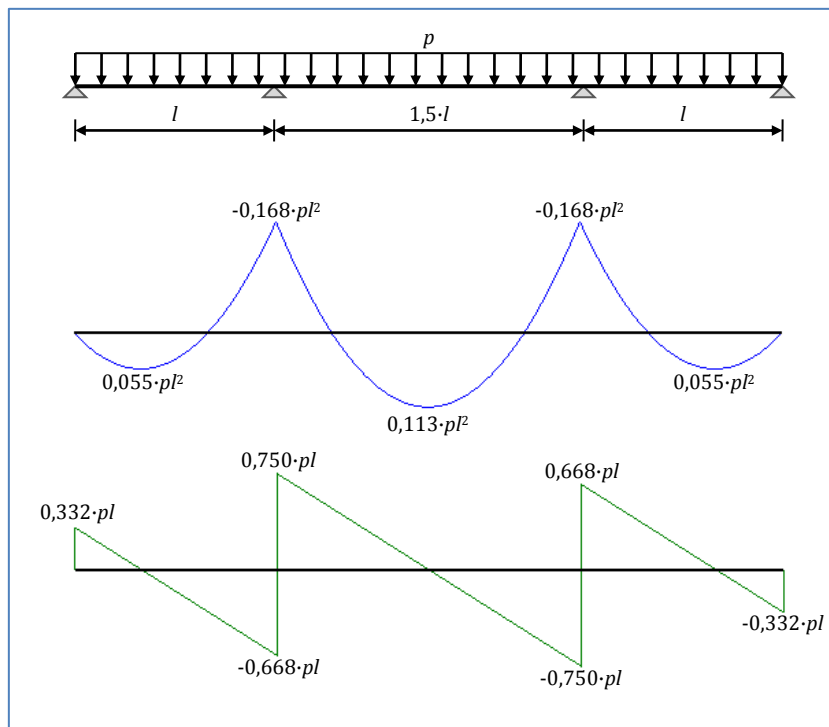
$$M_d(x_1) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x_1 - \frac{p_d}{2} \cdot x_1^2 = 1090,32 \cdot x_1 - 29,5 \cdot x_1^2$$

**Leyes en el vano de 60 m, debidas a las placas de hormigón en vanos extremos:**

$$V_d(x_2) = V_{izdo} - p_d \cdot x_2 = 0$$

$$M_d(x_2) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x_2 - \frac{p_d}{2} \cdot x_2^2 = -3634,4 \text{ mkN}$$

Una vez que se ha completado la colocación de las placas, la situación es la siguiente:



**Leyes en el vano de 40 m, debidas a las placas de hormigón completamente colocadas:**

$$V_d(x_1) = V_{izdo} - p_d \cdot x_1 = 783,52 - 59 \cdot x_1$$

$$M_d(x_1) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x_1 - \frac{p_d}{2} \cdot x_1^2 = 783,52 \cdot x_1 - 29,5 \cdot x_1^2$$

**Leyes en el vano de 60 m, debidas a las placas de hormigón completamente colocadas:**

$$V_d(x_2) = V_{izdo} - p_d \cdot x_2 = 1770 - 59 \cdot x_2$$

$$M_d(x_2) = M_{izdo} + V_{izdo} \cdot x_2 - \frac{p_d}{2} \cdot x_2^2 = -15859,2 + 1770 \cdot x_2 - 29,5 \cdot x_2^2$$

**Combinación fase 5-1:**

Esta combinación busca el peor momento de signo positivo en los vanos extremos de 40 m. Se construye con el peso del tablero metálico más las placas de hormigón sin terminar de colocar, en ambos casos mayorando por 1,35.

$$\begin{aligned} M(x_1) &= 1,35 \cdot [(131,25 \cdot x_1 - 7,5 \cdot x_1^2) + (1090,32 \cdot x_1 - 29,5 \cdot x_1^2)] = \\ &= 1649,1 \cdot x_1 - 49,95 \cdot x_1^2 \end{aligned}$$

El máximo momento flector se produce en  $x_1 = 16,51$  m y vale  $M_5^+ = 13611,3$  mkN

**Combinación fase 5-2:**

Esta combinación busca el peor momento de signo positivo en el vano de 60 m. Para posiciones en torno a  $x_2 = 30$  m el peso del tablero metálico produce flexión negativa, por lo que es favorable y no debe mayorarse. Las placas de hormigón ocupan todo el puente y su efecto es desfavorable.

$$\begin{aligned} M(x_2) &= 1,00 \cdot (-6750 + 450 \cdot x_2 - 7,5 \cdot x_2^2) + \\ &+ 1,35 \cdot (-15859,2 + 1770 \cdot x_2 - 29,5 \cdot x_2^2) = -28159,9 + 2839,5 \cdot x_2 - 47,325 \cdot x_2^2 \end{aligned}$$

El máximo momento flector se produce en  $x_2 = 30$  m y vale  $M_5^+ = 14432,6$  mkN

**Combinación fase 5-3:**

Esta combinación busca el peor flector sobre cualquiera de las dos secciones situadas sobre las pilas ( $x_1 = 40$  m ó  $x_2 = 0$  m) y otras posiciones próximas a izquierda o derecha. El peso del tablero metálico es claramente desfavorable y, por otro lado, el momento (negativo) es superior cuando se haya completado la colocación de placas de hormigón, por lo que habrá que mayorar las leyes correspondientes por 1,35.

- Ley de flectores es en el vano de 40 m:

$$\begin{aligned} M(x_1) &= 1,35 \cdot [(131,25 \cdot x_1 - 7,5 \cdot x_1^2) + (783,52 \cdot x_1 - 29,5 \cdot x_1^2)] = \\ &= 1234,9 \cdot x_1 - 49,95 \cdot x_1^2 \end{aligned}$$

- Ley de flectores en el vano de 60 m:

$$\begin{aligned} M(x_2) &= 1,35 \cdot [(-6750 + 450 \cdot x_2 - 7,5 \cdot x_2^2) + \\ &+ (-15859,2 + 1770 \cdot x_2 - 29,5 \cdot x_2^2)] = -30522,4 + 2997 \cdot x_2 - 49,95 \cdot x_2^2 \end{aligned}$$

El momento máximo es  $M_5^- = -30522,4$  mkN

**Combinación fase 5-4:**

Esta combinación busca el peor flector de signo negativo en la zona central del vano de 60 m. El peso propio del tablero metálico es desfavorable, como lo es también la situación en la que se ha completado la colocación de losas de hormigón sobre los vanos extremos únicamente:

$$\begin{aligned} M(x_2) &= 1,35 \cdot [(-6750 + 450 \cdot x_2 - 7,5 \cdot x_2^2) + (-3634,4)] = \\ &= -14018,9 + 607,5 \cdot x_2 - 10,125 \cdot x_2^2 \end{aligned}$$

El momento negativo en la sección central del vano de 60 m es  $M_5^- = -4906,4$  mkN

A modo de resumen, se incluyen a continuación las envolventes de las distintas fases, construidas mediante el programa MEFI desarrollado por el Dpto. de Estructuras y Construcción de la Universidad Politécnica de Cartagena.

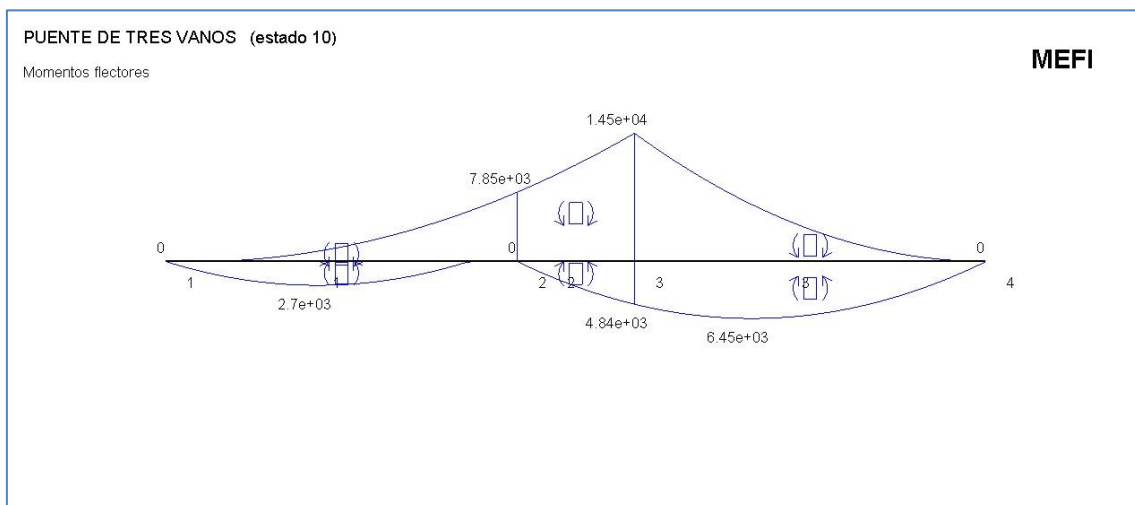


Figura 1. Envolvente de las fases 3 y 4



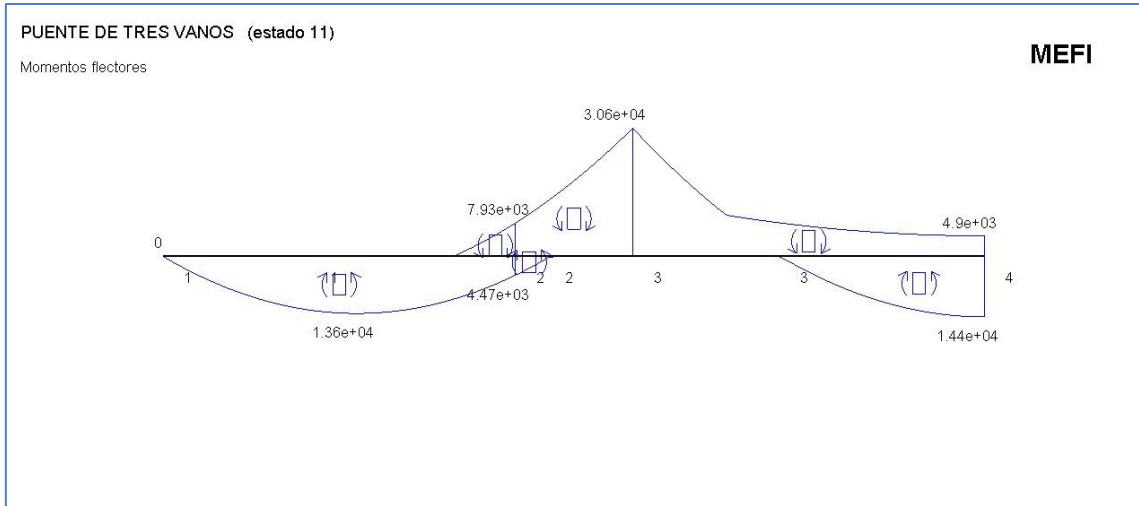


Figura 2. Envoltete de fase 5 (incompleta)

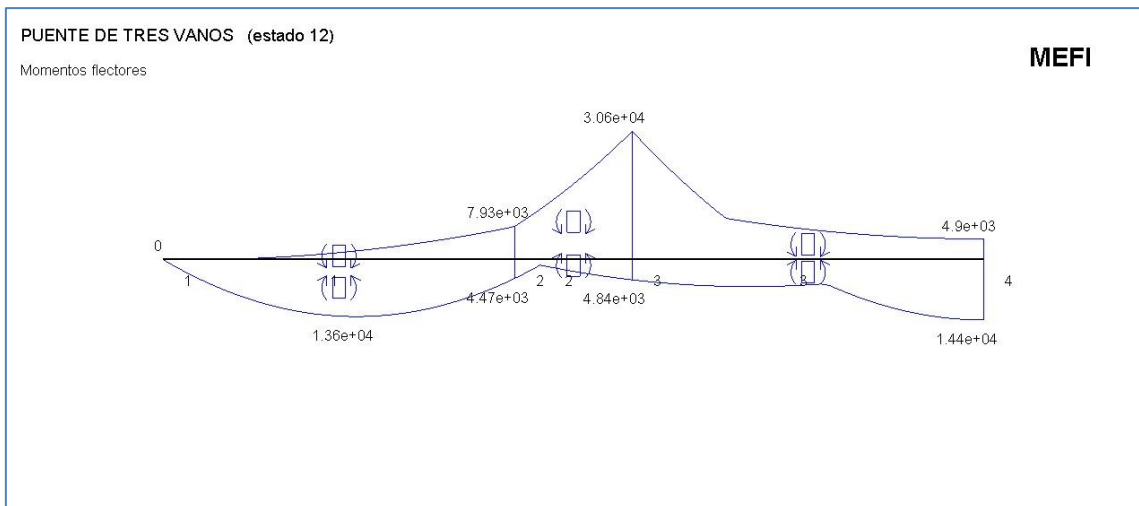


Figura 3. Envoltete de la fase 5