Análisis de estructuras periódicas EBG en guía de onda para aplicaciones en tecnología radar

Stephan Marini⁽¹⁾, Encarnación Gimeno⁽¹⁾, Vicente E. Boria⁽²⁾, Benito Gimeno⁽³⁾

 $smarini @dfists.ua.es, \ Encarna.Gimeno @ua.es, \ vboria @dcom.upv.es, \ Benito.Gimeno @uv.es$

⁽¹⁾Dpto. de Física, Ing. de Sistemas y Teoría de la Señal,

I.U. Física Aplicada a las Ciencias y las Tecnologías, Universidad de Alicante.

⁽²⁾Dpto. de Comunicaciones, Instituto de Telecomunicaciones y Aplicaciones Multimedia,

Universidad Politécnica de Valencia.

⁽³⁾Departamento de Física Aplicada, Instituto de Ciencia de los Materiales, Universidad de Valencia.

Abstract— Due to the strongly dispersive nature of the fast waves, pulses with short profile in the time domain spread when transmitted over significant lengths of homogeneous hollow waveguides. This typically results in broadening the duration of the pulse and can be a limiting factor in cases where short pulses are required, for instance in radar applications for high resolution sensing. This problem is addressed here by manipulating the dispersion relation of the waveguides introducing periodic loads. By means of an EBG type of waveguide, here we demonstrate the reduction of the pulse spreading as it propagates along this kind of waveguide, which is associated with an increase in the group delay.

I. INTRODUCCIÓN

En una guía de onda las componentes espectrales de una señal viajan con velocidad de fase diferente [1]. Como consecuencia, en el domino del tiempo los pulsos con amplio contenido espectral sufren distorsión cuando la señal se propaga a lo largo de dichas guías, produciéndose una ampliación de la duración del pulso. Este efecto resulta ser un factor limitante en los casos en que sean necesarios pulsos de breve duración, como por ejemplo en las aplicaciones en tecnología radar de alta resolución. Recientemente, se ha demostrado cómo incluyendo inserciones metálicas en las paredes de una guía de onda rectangular, se puede obtener una estructura periódica EBG (Electronic Band Gap) con características similares, dentro de cierta banda de frecuencias, a una línea de transmisión de baja dispersión, donde las señales viajan a una velocidad de fase menor [2]. Así, debido a su comportamiento dispersivo más lineal, las estructuras peródicas EBG permiten reducir la distorsión de señales con amplio contenido espectral, además de producir bandas de frecuencia en la que ningún modo pueda propagarse.

En este estudio, utilizando como referencia un pulso gaussiano de varianza $\sigma = 200$ ps modulado por una portadora sinusoidal de 9 GHz, se ha estudiado la distorsión de la señal después de propagarse en el interior de diversas estructuras en guía de onda rectangular con diferentes geometrías y de longitud fija d = 80 cm. A modo comparativo, se ha considerado una guía periódica EBG, diseñada en [2] e incluyendo inserciones metálicas en las paredes superior e inferior (ver Fig. 1), que permite reducir la distorsión de la señal con amplio contenido espectral. Para cada una de las estructuras



Fig. 1. Diseño de la estructura periódica EBG en guía rectangular WR-90 con inserciones metálicas.

analizadas, se han medido otros parámetros como el valor de pico de la señal a la entrada y a la salida, la duración del pulso, así como la potencia y el retardo de la señal a la salida.

II. TEORÍA

En este apartado se explica brevemente la formulación teórica utilizada para analizar y obtener los parámetros de propagación de las estructuras periódicas EBG con inserciones metálicas. En [5] se pueden encontrar más detalles sobre la técnica utilizada. Para el resto de estructuras en guía rectangular estándar, el cálculo de la constante de propagación es trivial.

Como se puede ver en la Fig. 1, la estructura periódica a analizar consiste en uniones en cascada entre una guía rectangular y una guía con dos inserciones metálicas y de longitud t. La matrix de transferencia ABCD de un período p de la estructura bajo estudio se puede obtener directamente resolviendo la conexión en cascada entre las dos guías:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^{3} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{i} & \mathbf{B}_{i} \\ \mathbf{C}_{i} & \mathbf{D}_{i} \end{bmatrix}$$
(1)

donde los coeficientes de las primeras y terceras matrices $ABCD_i$ son triviales ya que corresponden a los de dos guías de ondas, mientras que los coeficientes de las segundas

y cuartas matrices están relacionadas con la representación multimodal de la misma unión planar. Recientemente se ha descrito un nuevo procedimiento rápido para caracterizar modalmente estas discontinuidades, basado en matrices de impedancias [3]. Dicha técnica, llamada ecuación integral, permite caracterizar modalmente las transiciones entre uniones planares, resolviendo el problema para modos accesibles (usados para conectar transiciones) y modos localizados (usados para describir el campo electromagnético de la unión).

Para su aplicación, el método de la ecuación integral necesita el espectro modal de cada una de las guías que forman las transiciones, así como las integrales de acoplo entre los modos de las dos guías que constituyen la discontinuidad. En el caso de guías rectangulares, dicha información modal se obtiene fácilmente de forma analítica. Sin embargo, cuando una guía tiene una sección transversal arbitraria, como en el caso bajo análisis, esta información se puede obtener de forma eficiente y precisa utilizando el método BI-RME (Boundary Integral-Resonant Mode Expansion) [4].

Una vez calculada la matriz de impedancia generalizada que caracteriza la unión planar bajo estudio, los coeficientes de la correspondiente matriz de transferencia *ABCD* se obtienen como:

$$\mathbf{A} = \mathbf{Z}_{11} \cdot \mathbf{Z}_{21}^{-1} \tag{2}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{Z}_{11} \cdot \mathbf{Z}_{21}^{-1} \cdot \mathbf{Z}_{22} - \mathbf{Z}_{12}$$
(3)

$$\mathbf{C} = \mathbf{Z_{21}}^{-1} \tag{4}$$

$$\mathbf{D} = \mathbf{Z_{21}}^{-1} \cdot \mathbf{Z_{22}}.$$
 (5)

En una estructura periódica de periodo p, cada componente F(z) de campo electromagnético cumple el teorema de Floquet [6]:

$$F(z+p) = e^{-\gamma p} F(z) \qquad \forall z \qquad (6)$$

donde γ es la constante de propagación de los modos de Floquet que se propagan en una estructura periódica de longitud infinita. Imponiendo la condición de Floquet a la celda de longitud p, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{V_1} \\ \mathbf{I_1} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \mathbf{V_2} \\ -\mathbf{I_2} \end{pmatrix} = e^{\gamma p} \begin{pmatrix} \mathbf{V_2} \\ -\mathbf{I_2} \end{pmatrix}.$$
(7)

La segunda parte de (7) puede escribirse en la forma canónica

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{\Lambda} \cdot \mathbf{I} \cdot \mathbf{x} \tag{8}$$

donde I es la matriz identidad. Las soluciones (Λ y x) de este problema estándar de autovalores se refieren, a las constantes de propagación y a las distribuciones de campo electromagnético transversal en la estructura periódica, respectivamente, y pueden ser determinadas utilizando algoritmos bien conocidos.

A cada frecuencia, la parte real e imaginaria de la constante de propagación, i.e., $\gamma = \alpha + j\beta$, correspondiente a un modo de Floquet, está directamente relacionada con un elemento del vector Λ_i por medio de la relación

$$\alpha_i = \frac{\ln |\Lambda_i|}{p} \qquad \qquad \beta_i = \frac{\angle \Lambda_i}{p}. \tag{9}$$

En (8), el número de autovalores Λ es igual al orden de la matriz M; estos autovalores son, en general, números complejos que aparecen en parejas y se refieren a la propagación en el sentido positivo o en el negativo del mismo modo. Las bandas permitidas y prohibidas se caracterizan, respectivamente, por la condición de la existencia, o no, de la propagación de un modo de Floquet dentro de la banda de frecuencias considerada. Evidentemente, se producen bandas de paso cuando el modo de Floquet se propaga, y el correspondiente autovalor tiene modulo unitario y fase distinta de 0 o $\pm \pi$ radianes. En conclusión, las soluciones del problema y los puntos resultantes del diagrama de dispersión se obtienen resolviendo (8) para cada frecuencia.

Por último, se quiere evidenciar que el esfuerzo computacional para encontrar el diagrama de dispersión de las estructuras periódicas analizadas, en relación con la totalidad del procedimiento descrito anteriormente, es más bien bajo. Por un lado, el problema de autovalores representado en (8) puede resolverse rápidamente, ya que la dimensión de la matriz M (relacionada con el número de modos accesibles elegido) suele ser pequeño. Por el otro lado, el cálculo de los modos de las guías de onda de sección arbitraria es independiente de la frecuencia, por lo que se realiza sólo una vez y fuera del bucle de frecuencia.



Fig. 2. Representación espectral de un pulso gaussiano de varianza 200 ps modulado a 9 GHz empleado como señal de entrada en este estudio.

III. RESULTADOS

Para este estudio se ha utilizado como referencia un pulso gaussiano modulado por una portadora sinusoidal de 9 GHz

$$x(t) = e^{-\frac{(t-\mu)^2}{\sigma^2}} \cdot \sin(\omega t) \tag{10}$$

donde la constante μ ha sido fijada a 1 ns por propiedades de causalidad y la varianza σ ha sido fijada a 200 ps. En Fig. 2 se puede observar la representación en frecuencia de dicho pulso obtenido mediante la Transformada rápida de Fourier (Fast Fourier Transform). Más del 99% de la totalidad de energía del pulso está contenida en el rango de frecuencias comprendido entre 7 y 11 GHz.

En Fig. 3 se compara el diagrama de dispersión para diferentes estructuras analizadas: la estructura periódica EBG, y dos estructuras en guía rectangular. En estos últimos dos

casos la constante de propagación para el modo fundamental TE_{10} se ha obtenido como $\beta(\omega) = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}$. La no linealidad de los diagramas es evidente, sobretodo en la banda de frecuencias cercanas a la frecuencia de corte de las guías. En el caso de la estructura periódica EBG, se puede observar cómo incluyendo inserciones metálicas en las paredes inferior y superior de la WR-90 (otras dimensiones: h = 3.58 mm, w = 0.1 mm, p = 4 mm, t = 2 mm), la frecuencia de corte del modo decae a 5.5 GHz. Sin embargo, debido al efecto de onda lenta típico de una estructura periódica, la dispersión es mucho más lineal en la banda de frecuencias de 7 a 11 GHz en comparación con los casos no periódicos. Como demostración, en la Fig. 3 se ha representado también el diagrama de dispersión del modo TE_{10} de una guía rectangular con la misma frecuencia de corte ($f_c = 5.5$ GHz, con a = 27.25 mm) que la estructura EBG.



Fig. 3. Diagrama de dispersión del primer modo de Floquet para la estructura periódica EBG representada en Fig. 1 (línea continua), para el modo TE_{10} de una estructura en WR-90 (a = 22.86 mm) sin inserciones (línea a trazos) y para el modo TE_{10} de una guía rectangular con a = 27.25 mm y frecuencia de corte $f_c = 5.5$ GHz (línea barra-punto). Otras dimensiones: b = 10.16 mm, h = 3.58 mm, w = 0.1 mm, p = 4 mm, t = 2 mm.

Con el fin de estimar el perfil del pulso después de propagarse a lo largo de una estructura en guía de onda, de longitud fija y constante de propagación conocida, se trabaja en el dominio de la frecuencia. Omitiendo las pérdidas, el espectro del pulso se multiplica por la función de transferencia de una línea de transmisión de longitud d = 80 cm y constante de propagación $\beta(\omega)$:

$$H(\omega) = e^{-j \cdot sign(\omega) \cdot \beta(\omega) \cdot d}.$$
 (11)

Por lo tanto, la salida se obtiene como el producto de la transformada de Fourier del pulso gaussiano $X(\omega)$ por la función de transferencia $H(\omega)$, y su representación en el dominio del tiempo se calcula aplicando la transformada inversa de Fourier (Inverse Fast Fourier Transform). Finalmente, se puede ver que la salida depende sólo de la variación de fase de la función de transferencia, es decir de la constante de propagación $\beta(\omega)$, de las estructuras analizadas, pues en las bandas de paso permitidas la función de transferencia $H(\omega)$ tiene siempre modulo unitario. En el producto $H(\omega) \cdot X(\omega)$ se ha considerado sólo la constante de propagación del primer

modo (modo fundamental) ya que el contenido espectral del pulso a frecuencias elevadas (donde se propagan los modos de orden superior) es insignificante.

A continuación, se muestran los resultados obtenidos en el dominio de tiempo para las diferentes estructuras analizadas de longitud fija d = 80 cm: una línea de transmisión ideal (modo TEM), dos estructuras en guía de onda rectangular y la EBG representada en Fig. 1. En la primera línea de la Tabla 1 se resumen las características del pulso a la salida, mientras que en la Fig. 4 se muestran las representaciones en el dominio del tiempo del pulso a la entrada y a la salida para los cuatro casos analizados. Se puede ver cómo para el caso TEM (Fig. 4 (a)), la forma del pulso a la salida es idéntica a la entrada con un retardo de 2669 ps (dispersión lineal). Este retraso se corresponde con el tiempo necesario a la luz para cubrir una longitud d en el vacío ($\beta(\omega) = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$). El máximo porcentaje de potencia dentro de una ventana de 400 ps es aproximadamente el 99% del valor de la señal inicial dentro de la misma ventana, y el valor de pico de la señal a la salida es de 0.98, valor idéntico al pico normalizado de la señal de entrada. Para el caso de una estructura en WR-90 (Fig. 4 (b)) sólo un 42% de la potencia inicial está incluida en la misma ventana de 400 ps debido al ensanchamiento, mientras el valor de pico es poco más de la mitad del valor de pico inicial. En este caso la distorsión sufrida por el pulso es evidente, produciéndose una gran ampliación de la duración del mismo.

Para propósitos de comparación, también se ha estudiado el perfil del pulso a la salida de una guía de onda rectangular con frecuencia de corte 5.5 GHz (a = 27.25 mm), ya que a esta frecuencia empieza a propagarse el primer modo de la estructura EBG. Como se puede ver en Fig. 4 (c) el pulso a la salida sufre menos distorsión que en el caso anterior, aunque sólo un 69.8% de la potencia inicial se encuentra en la misma ventana de 400 ps. El retardo de grupo (3326 ps) también se reduce en comparación al caso anterior ya que en este caso la estructura presenta en la misma banda de frecuencias (7 - 11 GHz) un comportamiento más lineal. Finalmente en Fig. 4 (d) se muestra el resultado para la estructura periódica EBG. El valor de pico es ahora el 85% del valor de pico de la señal de entrada, mientras que casi el 86% de la potencia total se concentra en una misma ventana de 400 ps. Debido a su comportamiento más lineal en frecuencia y a una velocidad de grupo reducida, el pulso aparece en el otro extremo de la estructura EBG con un retraso de 653 ps con respecto al caso de una guía WR-90, y de 1037 ps con respecto al tercer caso. A pesar de este mayor retardo, teniendo en cuenta escenarios reales, como por ejemplo las aplicaciones en tecnología radar, este valor de retardo más alto no comportaría una potencial desventaja, ya que típicamente la tasa de repetición de los pulsos es del orden del kilohercios.

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha demostrado la posible aplicación de estructuras periódicas EBG formadas por guías rectangulares con inserciones metálicas para su uso en aplicaciones en tecnología radar. Utilizando este tipo de guías se obtienen características

CARACTERÍSTICAS DEL PULSO GAUSSIANO DESPUÉS DE PROPAGARSE POR LOS DIFERENTES EJEMPLOS ANALIZADOS.

Modo	Valor de pico (IN)	Valor de pico (OUT)	Potencia en 400 ps	Retardo en ps
TEM (Caso no dispersivo)	0.98	0.98	99%	2669
TE_{10} (WR-90)	0.98	0.52	42.2%	3710
$TE_{10} \ (f_c = 5.5 \text{ GHz})$	0.98	0.70	69.8%	3326
EBG	0.98	0.85	86%	4363





Fig. 4. Representación temporal del pulso gaussiano a la entrada (línea a trazos) y a la salida (línea continua) después de propagarse por diferentes estructuras de longitud d = 80 cm: (a) línea ideal (modo TEM), (b) WR-90 (modo TE_{10}), (c) guía rectangular de $f_c = 5.5$ GHz (modo TE_{10}), (d) estructura periódica EBG.

similares, dentro de una banda de frecuencias, a una línea de transmisión de baja dispersión. Se ha demostrado cómo con una estructura periódica EBG se obtiene una reducción de casi el 44% de la duración del pulso y un aumento de casi 18% en el retardo de grupo respecto al caso de una guía rectangular estándar.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto TEC 2007/67630-C03-01 del Ministerio de Ciencia e Innovación y por la subvención JC2009-00221 del programa "José Castillejo" para jóvenes doctores.

REFERENCES

[1] D. Pozar, Microwave Engineering, John Wiley, 2005.

- [2] G. Goussetis, A. Feresidis, and P. Kosmas, "Efficient analysis, design, and filter applications of EBG waveguide with periodic resonant loads" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 54, no. 11, pp. 3885–3892, Nov. 2006.
- [3] G. Gerini, M. Guglielmi, and G. Lastoria, "Efficient integral equation formulations for admittance or impedance representation of planar waveguide junctions" IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., vol. 3, pp. 1747-1750, June 1998.
- [4] S. Cogollos, S. Marini, V. E. Boria, P. Soto, A. Vidal, H. Esteban, J. V. Morro, and B. Gimeno, "Efficient modal analysis of arbitrarily shaped waveguides composed of linear, circular and elliptical arcs using the BI-RME method" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 51, no. 12, pp. 2378–390, Dec. 2003.
- [5] S. Marini, A. Coves, V. E. Boria, and B. Gimeno, "Efficient modal analysis of periodic structures loaded with arbitrarily shaped waveguides" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 58, no. 3, pp. 529–536, Mar. 2010.
- [6] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, New York: McGraw-Hill, 1960.

TABLE I