

APRENDIENDO SOBRE LA COMUNICACIÓN MATEMÁTICA. CARACTERÍSTICAS DE LAS ESTRUCTURAS ARGUMENTATIVAS DE ESTUDIANTES PARA PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN UN ENTORNO ON-LINE

Roig, A.I. ⁽¹⁾, **Llinares, S.** ⁽²⁾, **Penalva, M.C.** ⁽²⁾

Universidade de Lisboa ⁽¹⁾, *Universidad de Alicante* ⁽²⁾

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo analizar la estructura argumentativa en una discusión online entre estudiantes para profesores de enseñanza secundaria cuando están analizando aspectos de la comunicación matemática como un rasgo característico de la enseñanza de las matemáticas. Para realizar el análisis usamos el esquema de un argumento de Toulmin [Los usos de la argumentación, edición española, 2007] y centramos nuestra atención en cómo los estudiantes establecían la relación entre las conclusiones, los datos y cómo se usaban las garantías. Los resultados muestran tres características en las estructuras argumentativas generadas por los estudiantes para profesor cuando están aprendiendo el conocimiento relativo a la comunicación matemática.

Abstract

The main goal of this research is to analyze pre-service mathematics teachers' argumentative structure in online discussion when they are learning to notice relevant aspects of mathematical communication in mathematics teaching. We use Toulmin's [The uses of Argument, Spanish edition, 2007] argumentative scheme and specifically the relationships between claims, supports and how are used the warrants. The analysis identified three characteristics of student mathematics teachers' argumentative structure in an online debate when learning the knowledge about mathematical communication and discourse needed to teach mathematics.

Palabras clave: Aprender a enseñar, comunicación matemática, interacción on-line.

Key words. Learning to teach, mathematical communication, online interaction.

Roig, A.I., Llinares, S., Penalva, M.C. (2010). Aprendiendo sobre la comunicación matemática. Características de las estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno on-line. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T.A. Sierra, (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp. 533-543). Lleida: SEIEM.

Introducción

Una de las competencias docentes que se está considerando clave en la formación de los futuros profesores de matemáticas es la capacidad de identificar y dotar de sentido (“observar con sentido”) a aspectos relevantes en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Callejo, Llinares, Valls, 2008; Lin, 2005; Llinares & Valls, 2009-a, 2009-b; Star & Strickland, 2008). Uno de estos aspectos, con potencial para explicar el aprendizaje, es la gestión que de la comunicación en el aula hace el profesor (Lampert, 2003). Así, comprender el papel potencial del profesor en la generación de contextos comunicativos adecuados, forma parte de las competencias docentes a desarrollar en el proceso de llegar a ser profesor de matemáticas (Douek, 2005). En particular, el desarrollo de esta competencia docente se apoya en que el estudiante para profesor llegue a identificar y comprender los “patrones de interacción” en el aula de matemáticas considerados como regularidades que son interactivamente constituidas por el profesor y el estudiante. Los patrones de interacción funcionan para minimizar el riesgo de colapso y desorganización en el proceso interactivo en el aula de matemáticas. Son una consecuencia de la tendencia natural a hacer las interacciones humanas más predecibles, menos arriesgadas en su organización y evolución. Los patrones de interacción en la clase de matemáticas se ponen en juego en las situaciones sin que sean pretendidos ni reconocidos necesariamente por los participantes. Cuando los participantes constituyen una regularidad que el observador describe como un patrón de interacción, dicha regularidad está estabilizando un proceso frágil de negociación de significados.

Por otra parte, los resultados de investigaciones previas indican que aprender a “observar con sentido” diferentes aspectos del proceso de enseñanza que pueden ser relevantes para el aprendizaje de las matemáticas no es una tarea fácil para los estudiantes para profesor. Para intentar comprender este proceso de aprendizaje del estudiante para profesor, las perspectivas socioculturales subrayan la importancia de la interacción en los procesos de construcción de conocimiento (Wenger, 1998; Wells, 2002). En consonancia con estas perspectivas, las nuevas tecnologías están proporcionando a los formadores de profesores instrumentos para diseñar entornos de aprendizaje con el objetivo de potenciar los contextos interactivos durante la resolución de problemas profesionales (Koc, Y., Pecker, D., & Osmanoglu, A. 2009; Prieto & Valls, 2010).

Esta situación genera cuestiones sobre la relación entre la interacción entre los estudiantes para profesor en entornos virtuales y la construcción de conocimiento necesario para enseñar matemáticas. Como consecuencia, esta investigación tiene como objetivo analizar la estructura argumentativa en una discusión online entre estudiantes para profesores de matemáticas de enseñanza secundaria cuando están analizando aspectos de la comunicación matemática como un rasgo característico de la enseñanza de las matemáticas. En esta comunicación describimos diferentes

características de la estructura argumentativa generada. Estas características son relevantes para entender el proceso por el cual los estudiantes para profesor crean argumentos como focos alrededor de los cuales se organiza la negociación de significados sobre diferentes aspectos de la enseñanza de la matemática que es parte constitutiva de su aprendizaje como profesores.

Metodología

Participantes y contexto

Los participantes en este estudio fueron 29 estudiantes que cursaban una asignatura de Didáctica de las Matemáticas de la Licenciatura en Matemáticas. La asignatura adoptó una metodología b-learning que consiste en integrar actividades presenciales con actividades online. En este caso, el 50% de las actividades fueron realizadas presencialmente y el otro 50% fueron realizadas online. El diseño b-learning fue realizado siguiendo el modelo del aprendizaje sociocultural de Wells (2002) y ha sido evaluado y modificado durante un periodo de 5 años. De manera específica, en este entorno virtual de aprendizaje los estudiantes tienen la posibilidad de ver vídeo-clips de lecciones de matemáticas, leer documentos teóricos, participar en foros interactivos respondiendo a preguntas específicas y escribir informes síntesis en grupos en respuesta a las cuestiones planteadas en el foro. En la participación en los foros (discusiones on-line) los estudiantes tenían que apoyar sus aportaciones y sus argumentos vinculando sus inferencias a evidencias empíricas procedentes de los video-clips y a la información proporcionada en los documentos teóricos.

Esta comunicación se centra en el análisis de una de las actividades online centrada en el desarrollo de la capacidad de identificar y dotar de sentido a las características del discurso y la comunicación matemática en el aula (en particular al patrón de discusión y al patrón extractivo/focalización) (Cobb & Bauersfeld, 1995). En el patrón de discusión (discussion pattern) los estudiantes han resuelto el problema propuesto durante el trabajo en pequeños grupos. A continuación, el profesor pide que informe un estudiante. El estudiante presenta una solución al problema y la explica. El profesor contribuye a la explicación del estudiante mediante preguntas adicionales, observaciones, reformulaciones, o juicios, de manera que *una explicación o solución conjunta emerge y se toma como válida*, y el profesor finalmente pregunta a los estudiantes por otros modos de solución. Mientras que en el patrón extractivo (o de focalización), (i) el profesor propone una tarea ambigua, y los estudiantes ofrecen diferentes respuestas que el profesor evalúa previamente, (ii) Si las contribuciones de los estudiantes son demasiado divergentes, el profesor les guía hacia un argumento o una solución ya definida. En este patrón, el profesor creyendo que ayuda a los estudiantes *plantea pequeñas cuestiones y extrae dosis de conocimiento*. Esta fase corresponde a la idea socrática según la cual el profesor

extrae fragmentos de conocimiento que están asociados con pequeños pasos en el razonamiento.

En el contexto del entorno de aprendizaje on-line diseñado, los estudiantes para profesor debían identificar características de estos diferentes patrones de interacción que se podían dar en un video-clip de una clase de matemáticas de educación secundaria.

Análisis

Los datos de esta investigación son las 93 contribuciones de los estudiantes para profesor en el tercer debate on-line sobre la comunicación matemática que estuvo activo durante 2 semanas. Las contribuciones de los estudiantes se agruparon formando tres focos de atención.

- **Foco 1:** Se discute sobre las características del Patrón de Discusión
- **Foco 2:** Se discute sobre las características del Patrón de Extracción (y Focalización)
- **Foco 3:** Se contrastan las características de ambos patrones

En el conjunto de aportaciones relativas a cada uno de estos focos consideramos las aportaciones en las que se podían identificar los tres componentes del esquema de un argumento según Toulmin (2007): la **conclusión** alcanzada, los **datos** (fragmento de vídeo identificado como relevante), y las **garantías** (características del patrón, identificadas en el fragmento de vídeo). Así, en estas aportaciones se presentaba argumento del tipo “se presenta una conclusión relativa a unos datos que se indican y se justifica con ciertas garantías” y se seguían de una serie de reacciones en las que se discutía sobre el argumento presentado. El proceso para realizar este análisis consistió en la discusión conjunta de una muestra de las aportaciones por parte de dos investigadores para identificar y consensuar las características de los componentes del esquema de un argumento que le luego fueron aplicadas al conjunto de participaciones al debate. Las discrepancias fueron discutidas con posterioridad hasta determinar cuando algún conjunto de aportaciones reflejaba las tres componentes del esquema de un argumento. En la sección de resultados mostramos las características de las estructuras argumentativas de los estudiantes para profesor relevantes para el aprendizaje en este contexto online.

Resultados

En esta sección describimos tres características que identificamos en los argumentos generados por los estudiantes para profesor centrados que nos permiten mostrar la relación entre la interacción, la negociación de los significados y la

construcción del conocimiento. Los protocolos usados para explicar estas características proceden de los diferentes argumentos generados en las interacciones generadas sobre el “patrón de discusión”.

Refinando garantías para apoyar un argumento

Una característica de la interacción que identificamos como un contexto de aprendizaje fueron los momentos en los que algún estudiante para profesor refina las garantías propuestas en algún momento para apoyar el argumento establecido. Por ejemplo, en el siguiente protocolo la estudiante A12 identifica algunas características del patrón de discusión en un momento determinado del vídeo. Esta estudiante vincula la evidencia proporcionada (datos procedentes del vídeo) con la conclusión y hace referencia a las diferentes características del patrón que ha identificado. Esta aportación inicial genera nuevas aportaciones que refinan las garantías proporcionadas para apoyar un argumento, mostrando un comportamiento característico de la estructura argumentativa generada.

CONCLUSIÓN

En el vídeo se pueden identificar las características del Patrón de Discusión

Una opinion diferente (CADENA 2 – FOCO 1 – UNIDAD 3 / I06 – A12)

No se si estoy en lo cierto, pero creo que el profesor durante el diálogo con los estudiantes si que emplea el patrón de discusión. Os voy a poner un ejemplo:

Profesor: Ahora, tu tienes aquí por ejemplo una especie de [hace un dibujo a la izquierda del eje] ¿Sales y nos dibujas su simétrico?

[El alumno sale a la pizarra]

Profesor: A ver, ¿cuál sería el, la figura simétrica de esa respecto al eje?

[El alumno dibuja el simétrico]

Profesor: ¿Qué opináis? Salvo medidas y tal es correcto. Rubén, ¿has seguido algún criterio? Quiero decir, tú cuando haces el dibujo simétrico lo haces, a ver... ¿te sale o has intentado seguir algún método?

DATOS

Parte del fragmento 28:00 del vídeo

GARANTÍAS

Relaciona algunas características del patrón de discusión con lo sucedido en el vídeo

Se da el patrón de discusión puesto que aunque los estudiantes no han resuelto el problema en pequeños grupos, sí que es cierto que el profesor propone la tarea y el alumno una vez que ha pensado en su solución, sale a la pizarra y la expone al resto de sus compañeros. Además, posteriormente el profesor efectúa algunas preguntas como: ‘¿Qué opináis?’ o ‘¿Has intentado seguir algún método?’, para contribuir así a la explicación del estudiante y llegar así a su objetivo que en este caso

sería el concepto de punto simétrico. Por otra parte, en este caso la solución del ejercicio es el punto de partida (en el documento aparece este punto como una característica propia del patrón de discusión). Esto le servirá al profesor, para explicar el porqué dos figuras son simétricas con respecto a un eje a partir del concepto de punto simétrico. ¿Qué opináis?

Este argumento es admitido por algunos estudiantes que, para mostrar su apoyo aportan nuevas garantías o refinan las ya dadas por A12.

Totalmente de acuerdo (CADENA 1 – FOCO 1 – UNIDAD 3 / I23 – A21)

APOYA

Refina las garantías presentadas por A12

Estoy de acuerdo con A12 en que en el ejemplo que ha propuesto se identifica un patrón de discusión. Además, para los que tengan un poco de duda, no sé si les servirá añadir que el profesor contribuye a la explicación del estudiante mediante las preguntas adicionales que ella ha comentado, que viene a ser reformulaciones del ejercicio en otra figura. Aquí os apporto la parte del protocolo del vídeo, en la que se identifica esta característica propia del patrón de discusión:

Rubén: He hecho como si pusiera un espejo en el centro e imaginándome la, la figura.

Profesor: Ah, en este caso no ha habido demasiado problema. Bien. ¿Qué pasaría ahora, Alberto, si cambiamos el eje y lo ponemos ya no horizontal o vertical sino de esta forma [dibuja un eje inclinado]?, por ejemplo. Y nosotros tenemos, ahora te lo pongo más fácil, una simple L. A ver. ¿Cuál sería en este caso la figura simétrica?"

A21 intenta refinar una de las características identificadas por A12 poniendo de manifiesto que las preguntas formuladas por el profesor a las que A12 hacía referencia, sirven además para reformular la tarea propuesta. De esta forma, hace referencia a una característica más del patrón de discusión que no había sido mencionada por A12.

Esta forma de proceder indica la manera en la que los estudiantes para profesor identifican en el segmento de lección observada características de la comunicación matemática en el aula. El proceso de refinar evidencias proporcionadas (en este caso con aportes de nuevos ejemplos de una misma característica) son evidencias de la manera en la que los estudiantes para profesor están aprendiendo a identificar rasgos de los patrones de interacción en el aula de matemáticas.

Discutiendo sobre cómo se debe establecer una conclusión para que sea admitida

Otra característica de la interacción y de la manera en la que los estudiantes para profesor generaban los argumentos es la manera en la que una conclusión podía ser

admitida o no. Un ejemplo de esta característica es cuando A12 va relacionando cada parte del fragmento de vídeo con distintas características del patrón de discusión. Así, A12 tiene en cuenta que el profesor proponga una tarea, que un alumno exponga su solución al resto de la clase, que el profesor contribuya a la explicación dada por el alumno... Al mismo tiempo también señala que el trabajo en pequeños grupos, que aparece como característica del patrón en el documento teórico, no se cumple. Esto desencadena una serie de intervenciones en las que se cuestionan las garantías presentadas por A12 para establecer su conclusión.

DUDA

Duda de las garantías presentadas

Duda (CADENA 2 – FOCO 1 – UNIDAD 3 / I07 – A26)

Pues me has dejado en duda. Bueno, yo creía que para que se diera un patrón tenía que cumplir todas las condiciones, entonces al no haber primero una discusión por grupos entre los alumnos, pues he desechado que se pudiese dar el patrón que tú dices. Vale, si alguien me puede aclarar esto se lo agradecería.

A26 considera que es necesario poder reconocer todas las características del patrón de discusión para poder concluir que este patrón se da. Así, A26 cuestiona el argumento presentado por A12 argumentando en base a la suficiencia de las garantías presentadas. Este reto desencadena algunas reacciones en apoyo a la manera en que A12 establece la relación entre los datos y la conclusión.

APOYA

Apoya la forma en que A12 establece su conclusión

Mi opinión sobre este caso (CADENA 2 – FOCO 1 – UNIDAD 3 / I08 – A23)

Yo pienso que el ejemplo de A12 está bien, puesto que a mi parecer las características para identificar los patrones son siempre orientativas (no han de cumplirse estrictamente al pie de la letra). Es evidente que hay una comunicación explicativa por parte de ambas partes, una aportación de ideas para intentar comprender mejor la situación y yo creo que esa es la esencia de este patrón. El hecho de que la discusión sea colectiva es algo secundario, pero no por ello poco importante, puesto que cuanto mayor sea el grupo de personas participantes en la explicación, más enriquecidas estarán las conclusiones de la discusión.

APOYA

Apoya la forma en que A12 establece su conclusión

Respuesta (CADENA 2 – FOCO 1 – UNIDAD 3 / I09 – A15)

Yo creo también que aunque no se den todas las condiciones de un patrón u otro, lo que nos puede ayudar a diferenciar uno de otro es fijarnos en si la solución es lo que se persigue (patrón extractivo) o si es de lo que uno parte (patrón de discusión). Por tanto yo también lo veo como A12, porque aunque el problema no haya sido pensado en pequeños grupos y comentado entre ellos con anterioridad, es cierto que ellos ya han trabajado este tema y son capaces de resolverlo ellos solos y de explicarlo al resto de la clase.

En ambos casos los estudiantes consideran que las garantías presentadas por A12 son legítimas. A23 considera que las características para identificar los patrones son orientativas y por tanto, no es necesario que se cumplan todas. A15, va un poco más allá, y apunta que existe una característica del patrón que es determinante para su identificación: el hecho de que la discusión se produzca a partir de la solución de una tarea. De esta forma, A15 se centra en las características que según el documento teóricos distinguen a ambos patrones (discusión y extracción) más que en las características del propio patrón de discusión.

Esta forma de proceder fue característica de algunas interacciones centradas en las condiciones que se debían cumplir para que una conclusión fuera aceptada. Este contexto obligaba a los estudiantes para profesor a profundizar en los significados usados y que podemos entender como espacios de negociación de significados que son constitutivos de los procesos de aprendizaje.

Poniendo en duda la conclusión

En algunas ocasiones, los estudiantes pusieron en duda la conclusión presentada por algún otro compañero. En estos casos no hay un reto a las garantías sino a la conclusión presentada, de forma que se considera que a partir de los mismos datos se puede extraer una conclusión diferente. Por ejemplo, ante la aportación de A12 descrita anteriormente, su compañero A33 admite que asumir flexibilidad en cuanto a la suficiencia de las garantías implica que los datos puedan interpretarse desde las características del patrón de extracción y por tanto se pueda llegar a una conclusión diferente.

DUDA

Plantea las limitaciones de los argumentos presentados por A12

Vale, pero. (CADENA 2 – FOCO 1 – UNIDA D 3 / I60 – A33)

Estoy de acuerdo contigo, puede verse como patrón de discusión si no somos estrictos y no tenemos en cuenta lo de la resolución en grupos. Pero también creo que ese fragmento podría interpretarse como una muestra de la 2ª fase del patrón de extracción: "(ii) Si las contribuciones de los estudiantes son demasiado divergentes, el profesor les guía hacia un argumento...". El profesor utiliza sus preguntas para guiar al alumno hacia un argumento, hacia "cómo ha hecho el dibujo". Le pregunta qué criterio ha seguido para representar la figura simétrica, que en definitiva, es lo que le llevará al concepto de eje de simetría y punto simétrico (misma distancia al eje, etc.). Además, creo que no hay que ser estrictos en la ubicación de un fragmento dentro de un patrón u otro, es decir, igual que la comunicación dialógica y univocal se iban intercalando en el discurso, también aquí creo que los patrones se intercalan y en algunos casos incluso se superponen, creándose fragmentos mixtos que, desde distintos puntos de vista, se podrían ubicar tanto en uno como en el otro.

Este reto a la conclusión presentada por A12, lleva a A33 a proponer que es posible llegar a dos conclusiones diferentes sobre un mismo fragmento de vídeo. De esta forma, puede dar pie a una discusión sobre la posibilidad de que los dos patrones puedan intercalarse.

Discusión

Aprender a identificar aspectos de la comunicación matemática en el aula que pueden llegar a ser relevantes para el aprendizaje de las matemáticas es un aspecto importante del proceso de aprender el conocimiento necesario para ser profesor de matemáticas (Lampert, 2003). En esta investigación hemos asumido una perspectiva sociocultural del aprendizaje de los estudiantes para profesor que subraya el papel de los contextos colaborativos en el proceso de construcción del conocimiento. Desde los resultados obtenidos podemos considerar relevantes dos aspectos en relación con el proceso de aprendizaje que hemos analizado. El primero de estos aspectos está relacionado con la forma en la que se dio la interacción en este contexto online, es decir a la estructura argumentativa generada, como consecuencia de intentar resolver un problema profesional (el análisis de la enseñanza de las matemáticas). El segundo está relacionado con contenido que se pretendía que se aprendiera, es decir, características de la comunicación matemática que pueden ser pertinentes para el aprendizaje de las matemáticas, y el desarrollo de la competencia docente de “observar con sentido” la enseñanza de las matemáticas.

En relación con el primer punto, con el foco analítico adoptado hemos podido identificar tres características de las estructuras argumentativas generadas por los estudiantes para profesor cuando analizaban segmentos de enseñanza de las matemáticas. Este foco analítico nos ha permitido mostrar que aprender características de la comunicación matemática en una lección de matemáticas no es un proceso fácil. Las tres características de las estructuras argumentativas identificadas muestran la forma que adopta el proceso a través del cual los estudiantes generan focos de atención y los procesos de negociación de significados (Wenger, 1998) que configuran el aprendizaje. En primer lugar, el proceso a través del cual los estudiantes se veían obligados a refinar las garantías propuestas para apoyar sus argumentos (lo que Toulmin denomina cualificadores modales de los argumentos). En segundo lugar, el proceso por el cual los estudiantes discutían sobre cómo se debe establecer una conclusión para que sea admitida. Finalmente, cuando se ponía en duda la conclusión presentada por algún compañero. Estas tres características de las estructuras argumentativas indican cómo se articula la relación entre la construcción de los argumentos, la interacción en los debates online y la construcción del conocimiento necesario para enseñar matemáticas.

Una última reflexión tiene que ver con el desarrollo de la capacidad de “observar con sentido” (el contenido del aprendizaje pretendido). Los resultados indican que los estudiantes fueron capaces de establecer conexiones entre las características

del patrón de discusión y del patrón extractivo/focalización (Cobb & Bauersfeld, 1995) en diferentes momentos del extracto de la lección que ellos habían visto. La discusión sobre cómo debían ser consideradas las características de estas modalidades de la comunicación matemática en el aula indican que en cierta medida los estudiantes estaban aprendiendo estos aspectos del conocimiento necesario para enseñar. Sin embargo, no tenemos constancia de la consolidación de este aprendizaje debido a las características de la asignatura (de manera global el diseño fueron quince semanas de intervención), pero podemos asumir que este conocimiento cuya construcción se ha iniciado en estos entornos es todavía inestable ya que las investigaciones sobre el aprendizaje del profesor indican que la consolidación de este conocimiento es un proceso a largo plazo (Sowder, 2007).

Reconocimientos

Esta investigación ha recibido el apoyo del proyecto del Plan Nacional de Investigación I+D del Ministerio de Educación y Ciencia, Dirección General de Investigación, España, no EDU2008-04583/EDUC

Referencias

- Callejo, M. L., Llinares, S., & Valls, J. (2008). Using video-case and on-line discussion to learn to “notice” mathematics teaching. En O. Figueras & A. Sepúlveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, and the XX North American Chapter* (Vol. 2, pp. 233-240). Morelia, Michoacán, México: PME.
- Cobb, P. & Bauersfeld, H. (eds.) (1995). *The emergence of Mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Douek, N. (2005). Communication in the Mathematics classroom. Argumentation and Development of Mathematical Knowledge. En A. Chronaki & I.M. Christiansen (Eds.), *Challenging perspectives on mathematics classroom communication* (pp.145-172). IAG: Greenwich, Co.
- Koc, Y., Pecker, D., & Osmanoglu, A. (2009). Supporting teacher professional development through online video case study discussions: An assemblage of preservice and inservice teachers and the case teacher. *Teaching and Teacher Education*, 25, 1158-1168.
- Lampert, M. (2003). Communication and language. En J. Kilpatrick; W. Gary, & D. Schifter (Eds), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp.237-249).NCTM: Reston, VA.

- Lin, P. J. (2005). Using research-based video-cases to help pre-service primary teachers conceptualize a contemporary view of mathematics teaching. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 3, 351–377.
- Llinares, S. & Olivero, F. (2008). Virtual Communities and networks of prospective mathematics teachers: Technologies, interactions and new forms of discourse. En K. Krainer & T. Wood (Eds.), *The International handbook of mathematics education. Vol. 3. Participants in mathematics teacher education* (pp. 155-179). Rotterdam/Taipei: Sense Publishers.
- Llinares, S. & Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instruction Science*, 37, 247–271.
- Llinares, S. & Valls, J. (2010). Prospective primary mathematics teachers' learning from online discussions in a virtual video-based environment. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 177-196 (DOI 10.1007/s10857-009-9133-0).
- Morris, A. (2006). Assessing pre-service teachers' skills for analyzing teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 471-505.
- Prieto, J.L. & Valls, J. (2010). El aprendizaje de estudiantes para maestro de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva. Negociación e instrumentalización. *Educación matemática*, 22(1)
- Star, J. R. & Strickland, S. K. (2008). Learning to observe: Using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107–125.
- Toulmin, S. (2007). *Los usos de la argumentación*. Barcelona: Ediciones Península.
- Wells, G. (2002). *Dialogic inquiry. Towards a sociocultural practice and theory of education* (second edition). Cambridge: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice. Learning, meaning, and identity*. Cambridge University Press: New York.