Curso 2008-09

SOLUCIONES

Examen de la convocatoria de julio 2009

Ingenierías Informáticas-UA

Alumno:	
Titulación: **II** ☐ **ITIG** ☐ **ITIS** ☐	
Profesor	**Calificación:**

LEE: *para poder aprobar es* ***necesario*** *que en cada parte del examen (lógica, 1, 2, 3 y 4) se obtenga al menos la cuarta parte de la puntuación de cada una de ellas.*

LÓGICA 1: CUESTIONES TIPO TEST (3 ptos)

1. Sean A, B fbf cualesquiera. La expresión "**No A es necesario para no B**" es **equivalente** a:

a)	A si no B
b)	A es suficiente para B
c)	No A a menos que no B
d)	No A sólo si B

Justificación de la respuesta:

La expresión "No A es necesario para no B" se formaliza como: $\neg B \to \neg A \Leftrightarrow A \to B$

La formalización de cada respuesta es:

- **a) A si no B: $\neg B \to A \Leftrightarrow \neg A \to B$**
- **b) A es suficiente para B: $A \to B$**
- **c) No A a menos que no B: $A \to \neg B$**
- **d) No A sólo si B: $\neg A \to B$**

Como podemos observar la respuesta correcta es la b)

2. Con el M. Conceptual: Ru(x): x es rubio; Mo(x): x es moreno. La sentencia ***"Es suficiente que todos sean morenos o todos sean rubios para que todos sean morenos o rubios"***, se **formaliza** como:

a)	$\forall x Mo(x) \vee \forall x Ru(x) \to \forall x\, [Mo(x) \vee Ru(x)]$
b)	$\forall x\, [Mo(x) \vee Ru(x)] \to \forall x\, [Mo(x) \vee Ru(x)]$
c)	$\exists x\, Mo(x) \vee \exists x Ru(x) \wedge \exists x\, [Mo(x) \vee Ru(x)]$
d)	Ninguna es la formalización correcta

Justificación de la respuesta:

La expresión *"Es suficiente que todos sean morenos o todos sean rubios para que todos sean morenos o rubios"* se formaliza como la fbf dada en la opción:

- **a) $\forall x Mo(x) \vee \forall x Ru(x) \to \forall x\, [Mo(x) \vee Ru(x)]$ ya que la información que está afectada por la partícula "es suficiente" es : "*todos sean morenos o todos sean rubios"* que es una disyunción de dos expresiones universales y que forman el antecedente del implicador cuyo consecuente está formado por la fbf "$\forall x\, [Mo(x) \vee Ru(x)]$"**

3. Con el M. Conceptual: tener sobresaliente en Lógica: **sob**; ser simpático: **si**; tener 10 en el examen **dz**; La sentencia: ***"Para tener un sobresaliente en Lógica no es suficiente ser simpático aunque sí lo es tener un 10 en el examen"*** Se formaliza con el **lenguaje proposicional** como:

a)	(¬si → sob) ∧ (dz → sob)
b)	¬si ∧ dz → sob
c)	sob → ¬si ∧ dz
d)	¬(si → sob) ∧ (dz → sob)

Justificación de la respuesta:

La sentencia: *"Para tener un sobresaliente en Lógica no es suficiente ser simpático aunque sí lo es tener un 10 en el examen*" con el marco conceptual dado se formaliza como la fbf de la opción d). La sentencia dada es una sentencia molecular que está formada por dos sentencias relacionadas mediante la partícula "aunque". Una sentencia es: "*Para tener un sobresaliente en Lógica no es suficiente ser simpático"* y la otra: "*Para tener un sobresaliente en Lógica es suficiente tener un 10 en el examen*". Cada una de ellas es un condicional cuya formalización está condicionada a la restricción de la partícula "es suficiente". La primera negada la segunda afirmada.

"*Para tener un sobresaliente en Lógica no es suficiente ser simpático": ¬(si → sob)*

"*Para tener un sobresaliente en Lógica es suficiente tener un 10 en el examen*": dz → sob

4. Dada la fbf : **¬(lo v al) → ¬ma ∧ he**. Encuentra cuál de las siguientes fbfs es **equivalente** a ella.

a)	¬(lo v al) v (¬ma ∧ he)
b)	¬(¬lo ∧ ¬al) v ¬(ma v ¬he)
c)	¬ma ∧ he → ¬(lo v al)
d)	(¬lo ∧ ¬al) v ¬ma v ¬he

Justificación de la respuesta:

Buscamos la fbf equivalente a la dada haciendo transformaciones en cada opción.

- **a) ¬(lo v al) v (¬ma ∧ he) ⇔ (lo v al) → (¬ma ∧ he) aplicando interdefinición del implicador**
- **b) ¬(¬lo ∧ ¬al) v ¬(ma v ¬he) ⇔ (¬lo ∧ ¬al) → ¬(ma v ¬he) ⇔ (¬lo ∧ ¬al) → ¬ma ∧ he aplicando interdefinición del implicador y Morgan**
- **c) ¬ma ∧ he → ¬(lo v al) ⇔ lo v al → ¬(¬ma ∧ he) aplicando regla del contrapositivo.**
- **d) (¬lo ∧ ¬al) v ¬ma v ¬he ⇔ ¬((¬lo ∧ ¬al)) → ¬ma v ¬he**

5. Dada la sentencia **S1:*"Para que salgamos corriendo de la cocina no es necesario, que la abuela saque la escoba y corra tras nosotros aunque es suficiente con que se ponga a cantar".*** Si nos confirman que **S2: *"la abuela sacó la escoba y se puso a cantar"*** podemos afirmar que:

a)	La abuela no se puso a cantar pero sacó la escoba y nosotros salimos corriendo de la cocina
b)	Si la abuela corrió tras nosotros entonces no se puso a cantar
c)	La abuela no se puso a cantar pero salimos corriendo de la cocina
d)	La abuela se puso a cantar pero no salimos corriendo de la cocina

Justificación de la respuesta:

Para buscar la respuesta correcta formalizamos las sentencias dadas y cada sentencia de las opciones de respuesta, después aplicamos cualquier método de demostración, por ejemplo el del contraejemplo.

Marco conceptual en lenguaje de proposiciones
Salimos corriendo de la cocina: co
La abuela saca la escoba: es;
La abuela se pone a cantar: ca
La abuela corre tras nosotros: nos

Formalización de S1: ¬(co → es ∧ nos) ∧ (ca → co)
Formalización de S2: es ∧ ca

a) **¬ca ∧ es ∧ nos. Demostramos si esta fbf se deduce de S1 y S2.**

Si interpretamos S1 y S2 como verdaderas y la fbf a) como F, existe una interpretación contramodelo I={ca=F, es=V, nos=V, co=F} que demuestra que de S1, S2 no se deduce la fbf a).

b) **nos → ¬ca. Demostramos si esta fbf se deduce de S1 y S2.**

Si interpretamos S1 y S2 como verdaderas y la fbf b) como F, aparece contradicción en esta asignación de valores, luego no existe una interpretación contramodelo por lo que se demuestra la fbf b) se deduce de las fbf de las sentencias S1 y S2.

c) **¬ca ∧ co. Demostramos si esta fbf se deduce de S1 y S2.**

Si interpretamos S1 y S2 como verdaderas y la fbf c) como F, existe una interpretación contramodelo I={ca=V, es=V, nos=F, co=V} que demuestra que de S1, S2 no se deduce la fbf c).

d) **ca ∧ ¬co. Demostramos si esta fbf se deduce de S1 y S2.**

Si interpretamos S1 y S2 como verdaderas y la fbf d) como F, existe una interpretación contramodelo I={ca=V, es=V, nos=F, co=V} que demuestra que de S1, S2 no se deduce la fbf d).

6. Marco conceptual: Ana va al cine con su novio: nv; los padres aceptan al novio: ac; Javi tiene un pequeño problema: pr. La **FNC** de la sentencia **S1:** ***"Si es necesario que Ana vaya al cine con su novio Javi para que sus padres lo acepten, entonces Javi tiene un pequeño problema"*** es la fbf:

a)	(nv ∨ ac ∨ ¬pr) ∧ (¬nv ∨ ¬ac ∨ ¬pr)
b)	(nv ∧ ac) ∨ (¬nv ∧ ac) ∨ ¬pr
c)	(ac ∨ pr) ∧ (¬nv ∨ pr)
d)	(ac ∧ ¬pr) ∨ (¬nv ∧ pr)

Justificación de la respuesta:

Formalizamos la sentencia S1: (ac → nv) → pr ↔ ¬(¬ac∨nv) ∨ pr ↔ (ac ∧¬nv) ∨ pr ↔ (ac ∨ pr) ∧(¬nv ∨ pr)

Buscamos la fbf equivalente de las opciones dadas aplicando reglas de equivalencia en cada una de ellas.

a) **(nv ∨ ac ∨ ¬pr) ∧ (¬nv ∨ ¬ac ∨ ¬pr) ↔ (pr → ac ∨ nv) ∧ (nv → ¬ac ∨ ¬pr)**
b) **(nv ∧ ac) ∨ (¬nv ∧ ac) ∨ ¬pr ↔ pr → (nv ∧ ac) ∨ (¬nv ∧ ac)**
c) **(ac ∨ pr) ∧ (¬nv ∨ pr)**
d) **(ac ∧ ¬pr) ∨ (¬nv ∧ pr)**

<u>LÓGICA 2: INTERPRETACIÓN DE SENTENCIAS</u> (2 ptos)

7. La fbf **[(p ∧ (¬p → q))→q ∨ r] → [p ∧ ¬q → r]** se interpreta como:

a)	Satisfacible y Tautología
b)	Satisfacible pero no Tautología
c)	Sólo satisfacible
d)	Insatisfacible pero no contradicción

Justificación de la respuesta:

Comprobamos si la fbf es tautología ya que para la interpretación I={p=F} la fbf dada es satisfacible. Suponemos que la fbf admite una I que la hace falsa. Entonces la fbf (p ∧ (¬p → q))→q ∨ r se interpreta como V y la fbf p ∧ ¬q → r como F.

Con esto p ∧ ¬q =V; r =F ⇒ p=V; ¬q=V; f=F; Bajo esta interpretación la fbf (p ∧ (¬p → q))→q ∨ r =F, contradicción con la hipótesis inicial. Luego la fbf dada no admite una interpretación que la haga falsa, por lo que la fbf es tautología.

8. Dada la fbf**: (p ∧ q ∧ r) ∨ (p ∧ ¬q ∧ r) ∨ ¬p ∨ ¬r.** Según el **método del Cuadro** el valor semántico de dicha fórmula es el mismo que el de la fórmula:

a)	**¬r**
b)	**¬p ∨ ¬r**
c)	**(p ∧ q ∧ r) ∧ r ∧ ¬r**
d)	**(q ∧ r) ∨ (¬q ∨ ¬r) ∨ ¬r**

Justificación de la respuesta:
El valor semántico de la fbf dada es el de tautología. Aplicamos el método del Cuadro para demostrarlo.
Aplicando el paso 2) asignamos al literal ¬p=F, entonces la fbf se reduce a: (V ∧ q ∧ r) ∨ (V ∧ ¬q ∧ r) ∨ F ∨ ¬r = (q ∧ r) ∨ (¬q ∧ r) ∨ ¬r ;
Aplicando el paso 2) asignamos al literal ¬r=F, entonces la fbf (q ∧ V) ∨ (¬q ∧ V) ∨ F = q ∨ ¬q.
Esta fbf se evalúa semánticamente como tautología.
De las opciones dadas en las respuestas la única que tiene el mismo valor semántico es la fbf d):
(q ∧ r) ∨ (¬q ∨ ¬r) ∨ ¬r = (q ∧ r) ∨ ¬(q ∧ r) ∨ ¬r .

9. Dado el argumento **D: P_1, P_2 ⇒ Q.** Si el conjunto C={P_1, P_2,¬Q} es **satisfacible**, podemos interpretar el argumento D como:

a)	D es un argumento Modelo
b)	No se sabe cómo se interpreta D
c)	D es un argumento correcto
d)	D es un argumento no correcto

Justificación de la respuesta:
Sabemos que: "Un argumento es correcto si y sólo si el conjunto de fbf formado por las premisas y la negación es insatisfacible", con esto la respuesta correcta es la d) porque si el conjunto no es insatisfacible el argumento no es correcto.
Dem: Si C={P1, P2,¬Q} es satisfacible entonces P1, P2 ⇒ Q no correcto.
Llamamos "C={P1, P2,¬Q} es satisfacible":X; "P1, P2 ⇒ Q no correcto":Y
Suponemos que X=V y Y=F; y comprobamos si aparece contradicción en esta suposición.
Si Y=F ⇒
P1, P2 ⇒ Q es correcto ⇒
NO existe una interpretación I={P1=V, P2=V, Q=F}={P1=V, P2=V, ¬Q=V} ⇒
Si no existe dicha I el conjunto C no es satisfacible, luego X=F.
Hemos demostrado que Si Y=F ⇒ X=F es decir, ¬Y⇒¬X que es equivalente a X⇒Y- con esto se demuestra que la respuesta correcta es la d)

10. Si la fbf **A es contingente** y la fbf **B contradicción.** ¿Cómo se **clasifica** semánticamente la fbf 2: **A ∨ B → ¬B**?

a)	La fbf 2 es contingente y satisfacible
b)	La fbf 2 es verdadera pero no satisfacible
c)	La fbf 2 es verdadera y satisfacible
d)	La fbf 2 es tautología y satisfacible

Justificación de la respuesta:

Al ser la fbf B contradicción, la fbf ¬B es tautología. Luego la fbf $A \vee B \rightarrow \neg B$ es siempre V, tautología, ya que el consecuente es tautología. Al ser tautología podemos también afirmar que es satisfacible (fbf V para al menos una interpretación, en este caso es V para todas).

<u>LÓGICA 3: DEDUCCIÓN DE SENTENCIAS</u> (2,5 ptos)

11. Del conjunto de sentencias: ***"Javi juega al mus o al chinchón, pero no a ambos. Javi no juega al mus a menos que María también juegue. María juega al mus sólo si Javi juega"*** ¿Cuál de las siguientes sentencias podemos deducir de ellas?

a)	María no juega al mus.
b)	María si juega al mus.
c)	Si Javi juega al chinchón, María juega al mus
d)	Si María juega al mus entonces Javi juega al chinchón o al mus

Justificación de la respuesta:

Para buscar la respuesta correcta formalizamos el conjunto de sentencias dadas y cada sentencia de las opciones de respuesta, después aplicamos cualquier método de demostración, por ejemplo el del contraejemplo.
Marco conceptual:
Javi juega al mus: jm
Javi juega al chinchón: jc
María juega al mus: mm
Conjunto inicial de sentencias S: $jm \vee jc \wedge \neg(jm \wedge jc)$; $jm \rightarrow mm$; $mm \rightarrow jm$.
Interpretamos cada fbf de este conjunto como V y cada una de las fbf de las respuestas como F y comprobamos si aparece contradicción en esta suposición.
$jm \vee jc \wedge \neg(jm \wedge jc) = V$; $jm \rightarrow mm = V$; $mm \rightarrow jm = V$

a) $\neg mm=F \Rightarrow mm=V$; Demostramos si esta fbf se deduce de S.
Existe una interpretación contramodelo I={mm=V, jm=V} que demuestra que de S no se deduce la fbf a).

b) $mm=F \Rightarrow \neg mm=V$; Demostramos si esta fbf se deduce de S.
Existe una interpretación contramodelo I={mm=F,jm=F,jc=V} que demuestra que de S no se deduce la fbf b).

c) $jc \rightarrow mm=F$. Demostramos si esta fbf se deduce de S.
Existe una interpretación contramodelo I={mm=F,jm=F,jc=V} que demuestra que de S no se deduce la fbf b).

d) $mm \rightarrow jc \vee jm=F$. Demostramos si esta fbf se deduce de S.
La interpretar esta fbf como F $\Rightarrow$ mm=V, $jc \vee jm=F \Rightarrow$ mm=V, jc =F; jm=F $\Rightarrow$ bajo esta interpretación aparece una contradicción en la fbf $mm \rightarrow jm$ del conjunto de sentencias S, ya que se interpretaba inicialmente como V y bajo esta última interpretación se interpreta como F, luego aparece una contradicción. Esto significa que no existe una interpretación contramodelo que interprete las fbf de S como V y la fbf d) como F, luego d) sí se deduce de S.

12. Usando el método de **Deducción Natural,** comprobar (en las tablas siguientes) la validez de los siguientes argumentos:

Argumento-1: $\forall x\,[A(x) \rightarrow \neg B(x,b)],\ \exists x\,[A(x) \wedge C(x)] \Rightarrow C(a) \wedge \neg B(a,b)$

Argumento-2: $\forall x\,[A(x) \rightarrow \neg B(x,b)],\ \exists x\,[A(x) \wedge C(x)] \Rightarrow \exists x\,[C(x) \wedge \neg B(x,b)]$

Donde a,b: constantes, x: variable.

Según los resultados obtenidos en la demostración, indicar cómo se interpreta cada argumento. Comentar si alguna conclusión no se deduce de las premisas. Si tienes que poner un supuesto provisional, indícalo con un corchete.

Argumento-1: $\forall x\ [A(x) \rightarrow \neg B(x,b)],\ \ \exists x\ [A(x) \wedge C(x)] \Rightarrow\ C(a) \wedge \neg B(a,b)$ **(1 pto)**

- 1	**$\forall x\ [A(x) \rightarrow \neg B(x,b)]$**	Premisa
- 2	**$\exists x\ [A(x) \wedge C(x)]$**	Premisa
3	**$A(a) \wedge C(a)$**	supuesto
4	**$A(a) \rightarrow \neg B(a,b)$**	EU, 1
5	**$A(a)$**	EC,3
6	**$\neg B(a,b)$**	MP, 4,5
7	**$C(a)$**	EC, 3
8	**$\neg B(a,b) \wedge C(a)$**	IC,6,7
9	La fbf 8 es la conclusión pedida pero no podemos incluirla en las líneas deducción porque para ello tendríamos que cerrar el supuesto de eliminación del existencial en esta fbf 8 y eso es imposible por las restricciones de dicha regla (el elemento constante usado en la apertura del supuesto para eliminar la variable afectada por el existencial no puede aparecer en la fbf que cierra dicho supuesto). Luego la fbf Q1 **no se puede deducir** de las premisas.	
10		
	Interpretación del argumento-1: **No correcto**	

Argumento-2: $\forall x\ [A(x) \rightarrow \neg B(x,b)],\ \ \exists x\ [A(x) \wedge C(x)] \Rightarrow\ \exists x\ [C(x) \wedge \neg B(x,b)]$ **(1 pto)**

- 1	**$\forall x\ [A(x) \rightarrow \neg B(x,b)]$**	Premisa
- 2	**$\exists x\ [A(x) \wedge C(x)]$**	Premisa
3	**$A(a) \wedge C(a)$**	supuesto
4	**$A(a) \rightarrow \neg B(a,b)$**	EU, 1
5	**$A(a)$**	EC,3
6	**$\neg B(a,b)$**	MP, 4,5
7	**$C(a)$**	EC, 3
8	**$\neg B(a,b) \wedge C(a)$**	IC,6,7
9	**$\exists x\ [\neg B(x,b) \wedge C(x)]$**	IE,8
10	**$\exists x\ [\neg B(a,b) \wedge C(a)]$**	Cierre supuesto EE, 2,3-9
	Interpretación del argumento-2: **correcto**	

LÓGICA 4: EJERCICIO (2,5 ptos)

Ejercicio 1.- (1 pto) Dado el argumento:

"Todos los alumnos de Lógica son felices. Algún alumno de Lógica que es feliz estudia efusivamente. Luego, todos los alumnos de Lógica estudian efusivamente."

Contesta a las siguientes preguntas en la tabla que aparece a continuación

a) **Formaliza** el argumento en D = {personas}.

Sabemos que el estudio de la validez de un argumento puede realizarse a partir del estudio de su fórmula asociada, por eso:

b) Escribe una **Fbf asociada** al argumento formalizado en a), indicando lo pasos aplicados.

c) ¿Cómo debe ser evaluada semánticamente la fórmula obtenida en b) para que el argumento dado sea correcto?

a) FORMALIZACIÓN DEL ARGUMENTO-1:	
Marco Conceptual: **Al(x): x es alumno de lógica;** **Fe(x): x es feliz;** **Es(x): x estudia efusivamente.**	**Formalización:** **P1: $\forall x[Al(x) \rightarrow Fe(x)]$;** **P2: $\exists x[Al(x) \wedge Fe(x) \wedge Es(x)]$;** **Q: $\forall x[Al(x) \rightarrow Es(x)]$**
b) FBF asociada al argumento: **$\forall x[Al(x) \rightarrow Fe(x)] \rightarrow \{ \exists x[Al(x) \wedge Fe(x) \wedge Es(x)] \rightarrow \forall x[Al(x) \rightarrow Es(x)] \}$**	
Indica cómo has obtenido la fbf: **Por el TD aplicado al argumento dado 3 veces obtenemos la fbf del apartado anterior**	
b) Evaluación semántica de la fbf: **La fbf asociada al argumento debe ser Tautología para que el argumento sea correcto**	

Ejercicio 2.- (1,5 pto) Demuestra la validez del siguiente razonamiento con el método del **contraejemplo,** siguiendo los pasos que se indican en el ejercicio:

$$A \rightarrow \neg B, \neg A \rightarrow \neg C, \neg(D \wedge \neg B) \Rightarrow C \rightarrow \neg D$$

Para hacer la demostración del problema suponemos la existencia de una **interpretación I** llamada:

____**contramodelo**_.

Bajo esta interpretación **I** las sentencias se clasifican semánticamente (interpretan) como:

FBF (escribe cada fbf del argumento)	INTERPRETACIÓN DE CADA FBF BAJO I
$A \rightarrow \neg B$	**Verdadera**
$\neg A \rightarrow \neg C$	**Verdadera**
$\neg(D \wedge \neg B)$	**Verdadera**
$C \rightarrow \neg D$	**Falsa**

Comprueba en el siguiente recuadro, aplicando el método del **contraejemplo, la existencia, o no, de I**

Si $C \rightarrow \neg D$ =F, entonces C=V y ¬D=F (D=V);
Con estos valores las fbf de las premisas P2 y P3 hacen que A, B=V.
Esto se contradice con los valores semánticos de la fbf P1.
Luego no se establece el contraejemplo.

¿Existe la interpretación I?	**SI** **Escríbela I = { }** **NO, porque: no se puede sostener que en el razonamiento las premisas se interpreten como verdaderas y la conclusión falsa.**
Por lo tanto: **El razonamiento dado es correcto**	**SI** **porque: no existe ninguna interpretación contramodelo** **NO porque:**