

# Caracterización multifractal temporal de la sismicidad de la Cordillera Bética

J. Henares Romero<sup>1</sup>, C. López Casado<sup>1</sup>, F. Martínez López<sup>2</sup>, J.A. Peláez Montilla<sup>3</sup> y J. Delgado<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Dpto. de Física Teórica y del Cosmos, Universidad de Granada, Campus Fuentenueva s/n, 18071-Granada. neehman@hotmail.com, elcasado@ugr.es

<sup>2</sup> Dpto. de Física Aplicada, Universidad de Granada, Campus Fuentenueva s/n, 18071-Granada. franmar@ugr.es

<sup>3</sup> Dpto. de Física, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Jaén, C/ Virgen de la Cabeza 2, 23071-Jaén. japelacz@ujaen.es

<sup>4</sup> Dpto. de Ciencias de la Tierra, Universidad de Alicante, Ap. de Correos 99, 03080 Alicante. jose.delgado@ua.es

## ABSTRACT

*From the point of view of seismotectonics, the Betic Cordillera is one of the most active areas of the Iberian Peninsula with historical damaging earthquakes in 1829 and 1884 in Torrevieja (Alicante) and Arenas del Rey (Granada), respectively. In this work, a multifractal analysis of the Betic Cordillera seismicity is presented. For this purpose, we have considered the temporal variation of seismicity taking into account running temporal windows. In each of them, the fractal spectral and  $b$ -values have been evaluated. The results show that the evolution of the seismicity set presents monofractal or multifractal characteristics. From the temporal evolution of fractal dimensions and  $b$  values we found a good correlation between  $D_2$  and  $b$  Gutenberg-Richter parameter. This correlation between the fractal dimension  $D_2$  and the  $b$  parameter shows similar results to those obtained in other regions by several authors. Positive and negative correlations were found. In view of the quality of the obtained data fitting, it is interesting, in seismicity multifractal studies, to use enough number of data, although this implies to include earthquake of small magnitude. To avoid uncomplete data sets we must be use up-to-date catalogues. In spite of the short period used, the obtained results show interesting seismotectonic characteristics of the study area.*

**Key words:** seismotectonics, Betic Cordillera,  $b$  parameter, multifractal analysis, fractal spectral.

## INTRODUCCIÓN

La Cordillera Bética presenta una importante actividad sísmica. En esta zona han ocurrido algunos de los terremotos más catastróficos de la Península Ibérica (1829 en Torrevieja y 1884 en Arenas del Rey ambos con  $I = IX$ ). Esto ha llevado a la realización de numerosos estudios de sismotectónica. En este trabajo vamos a realizar un nuevo análisis, partiendo de la teoría multifractal. Con el cálculo multifractal, aplicado a la localización de terremotos se puede caracterizar mejor la sismotectónica de una región. Así, con el espectro fractal, se pueden distinguir diferencias entre conjuntos de terremotos (datos con carácter multifractal o monofractal) y darles un significado directamente sismotectónico que con datos solo sismotectónicos no era posible.

En el estudio de la relación entre el parámetro  $b$  y la dimensión  $D_2$  se han obtenido tanto ajustes negativos (Turquía: Öncel *et al.*, 1996; California: Henderson *et al.*, 1992; Japón: Hirata, 1989) como positivos (Brasil: Henderson *et al.*, 1994; Grecia: Xu y Burton, 1999). Según esto, hay cambios en las propiedades fractales dependiendo del rango de magnitudes utilizado. Cuando se trabaja con magnitudes grandes los ajustes son nega-

tivos, y cuando son magnitudes pequeñas los ajustes son positivos.

## DATOS

Se ha utilizado el catálogo sísmico del Instituto Geográfico Nacional actualizado hasta septiembre de 2002, para terremotos superficiales ( $h \leq 30$  km) de la Cordillera Bética.

Para el cálculo de  $b$  se utiliza un catálogo completo sin replicas (se considera que los terremotos con  $m_b = 3.0$  están relacionados con los que ocurren en un intervalo de 3 días y a menos de 3 km de distancia, y los terremotos con  $m_b = 6.0$  con los ocurridos en un intervalo de 125 días y a menos de 100 km). El catálogo utilizado es completo a partir de 1960 para  $m_b \geq 3.5$ , y a partir de 1980 para  $m_b \geq 3.0$  (Tabla 1). Como la región de estudio es extensa en comparación con las profundidades tomadas, se trabajará con epicentros.

Tabla 1. Conjuntos de datos utilizados.

$m_b$	[3.0; 3.5)	[3.5; 4.0)	[4.0; 4.5)	[4.5; 5.0)	[5.0; 5.5)
1960: $m_b \geq 3.5$		192	70	10	5
1980: $m_b \geq 3.0$	479	113	28	3	4

**METODOLOGÍA**

En este estudio hemos elegido el parámetro  $b$  y la dimensión de correlación  $D_2$  obtenida del espectro fractal. Para ello hemos analizado las variaciones temporales conjuntas de todas las dimensiones y del parámetro  $b$ . Como muestra la figura 2 la mejor correlación se obtiene entre  $D_2$  y el parámetro  $b$ . En el estudio temporal se toman ventanas de 100 terremotos, con paso de 10, para el primer conjunto, y de 300 con paso de 20 para el segundo. El parámetro  $b$  de la ley de Gutenberg-Richter ha sido evaluado mediante el método de mínimos cuadrados y el método de Utsu, tomando clases de 0,1; 0,3 y 0,5. Con estos datos se ha obtenido un valor medio del parámetro  $b$ . Generalizando la expresión utilizada en el cálculo de la dimensión de *box-counting* ( $N = C/r^D$ ), se puede obtener el espectro fractal. Sin embargo, para facilitar el cálculo de este espectro, se utiliza una generalización de la integral de correlación (Kantz y Schreiber, 1997)

$$C_q(r) = \left[ \sum_i n_i^{q-1}(r) \right]^{1/(q-1)} \quad n_i(r) = \sum_k \frac{\theta(r - |x_i - x_k|)}{N-1} \quad C_q = r^{D_q} \quad (1)$$

siendo  $\theta$  la función escalón y  $N$  el número de datos utilizados. La variable  $x$  es aquella para la cual estamos calculando el espectro fractal, en nuestro caso, la distancia entre epicentros. Los valores  $C_q$  y  $r$  cumplen una ley de potencias, con lo cual, mediante un ajuste lineal en un gráfico *log-log*, podemos calcular de forma simple la dimensión fractal  $D_q$ .

Para  $q = 0$  obtenemos la dimensión de *box-counting* o de capacidad, ésta representa como se cubre el plano, es decir, mide la irregularidad de la geometría de los epicentros. Para  $q = 1$  se tiene la dimensión de información que representa una medida del desorden o entropía de la distribución espacial de los terremotos. Por último para  $q = 2$  se obtiene la dimensión de correlación y se define como una medida del grado de agrupamiento de los terremotos. Si no hay variación de  $D_q$  con  $q$  se dice que el conjunto es homogéneo fractalmente hablando. Por el contrario, si hay variación entre los valores de  $D_q$ , de manera que  $D_0 > D_1 > D_2 \dots$ , el conjunto será multifractal (Fig. 1).

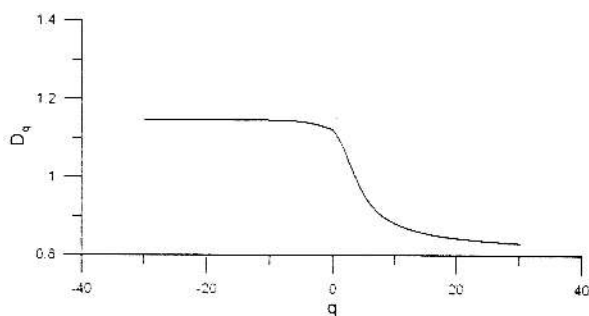


FIGURA 1: Espectro fractal. Si el conjunto de estudio es multifractal se cumple que  $D_q > D_{q'}$  si  $q' < q$ .

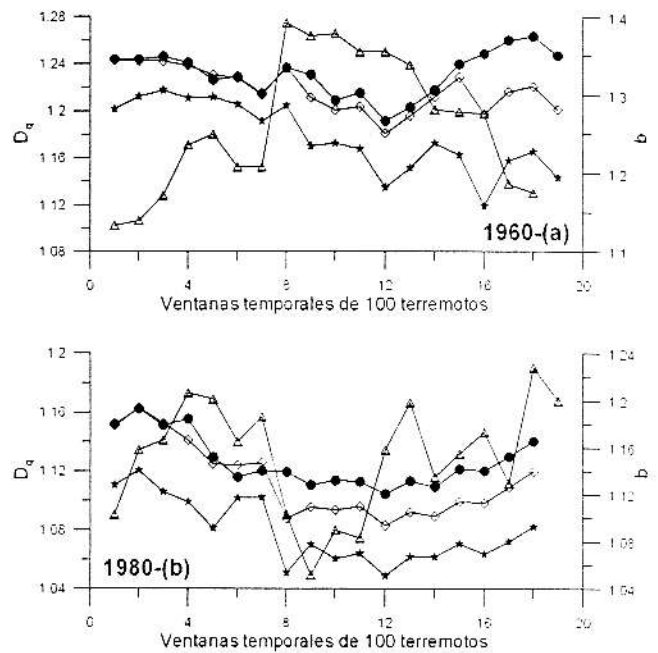


FIGURA 2. Evolución temporal de las dimensiones  $D_q$  (puntos negros),  $D_1$  (diamantes),  $D_2$  (estrellas grises) y parámetro  $b$  (círculos grises), a) para terremotos desde 1960 con  $m_b \geq 3.5$ , y b) para terremotos desde 1980 con  $m_b \geq 3.0$ .

**RESULTADOS**

Para los dos conjuntos se han tomado un total de 19 ventanas. Para cada una de ellas se ha obtenido el espectro fractal y el valor del parámetro  $b$ . En la figura 2 observamos la variación temporal de las dimensiones  $D_0$ ,  $D_1$  y  $D_2$  y del parámetro  $b$  para los dos conjuntos de datos. A partir de estos gráficos se ha elegido para este estudio la correlación entre  $D_2$  y del parámetro  $b$

En la figura 3 podemos ver los ajustes obtenidos para los gráficos  $D_2$ - $b$  para los dos catálogos. En el primer caso (1960), al considerar todos los puntos el ajuste no es del todo bueno. Sin embargo en los otros dos casos los ajustes son algo mejores y positivos ( $r = 0,23; 0,19$ ). Estos resultados son similares a otros obtenidos en Brasil (Henderson *et al.*, 1994) y Grecia (Xu y Burton, 1999). Por el contrario, para el segundo grupo (desde 1980), los tres ajustes son negativos, al igual que en Turquía (Öncel *et al.*, 1996), California (Herderson *et al.*, 1992) y Japón (Hirata, 1989).

**CONCLUSIONES**

El carácter multifractal no aparece en todos los conjuntos de datos. En los casos de carácter monofractal, en principio, no es posible discernir si éste es intrínseco a esos conjuntos o es debido a la mala calidad de los datos. Sólo al considerar terremotos recientes se aprecia el carácter multifractal: a partir de 1981 para el conjunto (1960,  $m_b \geq 3,5$ ) y a partir de 1985 para el conjunto (1980,  $m_b \geq 3,0$ ).

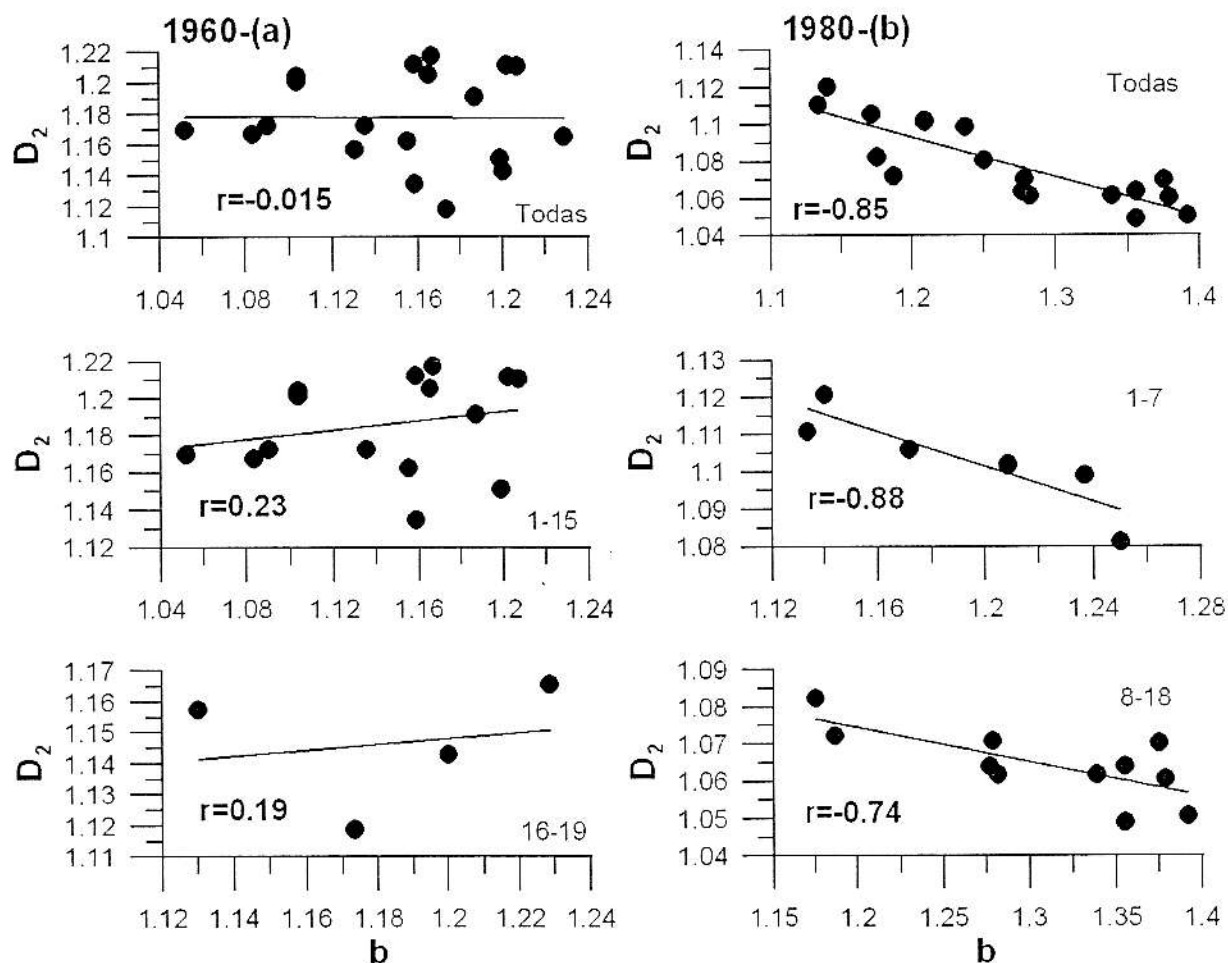


FIGURA 3: Gráfico  $D_2$ - $b$  y su ajuste (coeficiente), a) para terremotos desde 1960 con  $m_b \geq 3,5$  considerando todas las ventanas temporales, las 15 primeras y las 4 restantes, b) para terremotos desde 1980 con  $m_b \geq 3,0$  considerando todas las ventanas temporales, las 7 primeras y las 11 restantes.

Era de esperar una pendiente negativa en la gráfica  $D_2$ - $b$ , debido a que trabajamos con sismicidad moderada. Esto solamente se consigue para el segundo conjunto (1980;  $m_b \geq 3,0$ ), donde las ventanas temporales tienen más terremotos (hasta 300). No ocurre así para el primer conjunto donde la pendiente de la recta de ajuste es positiva (Fig. 3a). Además, las gráficas de la figura 3b presentan mejores ajustes que las de la figura 3a, por lo tanto, es conveniente utilizar ventanas temporales mayores.

En las gráficas de la figura 3b vemos que cuando  $b$  disminuye  $D_2$  aumenta. Así, un parámetro  $b$  pequeño implica un mayor porcentaje de terremotos grandes, por tanto, tendremos una mayor intensidad de esfuerzos en las fallas, es decir, producción de terremotos grandes, asociado a su vez a un aumento de los agrupamientos (clusters) de los epicentros, dado por el aumento de  $D_2$ . Esto ocurre tanto para datos monofractales, como para datos multifractales. Sería conveniente estudiar en un futuro lo que esto puede significar para uno y otro conjunto de datos y a que se debe esta evolución de conjunto monofractal a multifractal.

## REFERENCIAS

- Henderson, J.R., Main, I.G., Meredith, P.G. y Sammonds, P.R. (1992): The evolution of seismicity at Parkfield, California: Observation, experiment and a fracture mechanical interpretation. *Journal of Structural Geology*, 14: 905-914.
- Henderson, J.R., Main, I.G., Takaya, M. y Pearce, P.R. (1994): Seismicity in north-eastern Brazil. Fractal clustering and the evolution of the  $b$  value. *Geophysical Journal International*, 116: 217-226.
- Hirata, T. (1989): A correlation between the  $b$  value and the fractal dimension of earthquakes. *Journal of Geophysical Research*, 94: 7507-7514.
- Kantz, H. y Schreiber, T. (1997): *Nonlinear time series analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, 386 p.
- Öncel, A.O., Main, I., Alptekin, Ö. y Cowie, P. (1996): Temporal Variations in the fractal properties of seismicity in the north Anatolian fault zone between 31° E and 41° E. *Pure and Applied Geophysics*, 147: 147-159.
- Xu, Y. y Burton, P.W. (1999): Spatial fractal evolutions and hierarchies for microearthquakes in central Greece. *Pure and Applied Geophysics*, 154: 73-99.