



Universitat d'Alacant
Universidad de Alicante

Memorias del Programa de Redes de investigación en docencia universitaria

Convocatoria
2021-22

Memòries del Programa de Xarxes de investigació en docència universitària

Convocatòria
2021-22

Satorre Cuerda, Rosana (Coordinación)
Menargues Marcilla, María Asunción; Díez Ros, Rocío; Pellín Buades, Neus (Eds.)

UA

UNIVERSITAT D'ALACANT
UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Vicerectorat de Transformació Digital
Vicerrectorado de Transformación Digital
Institut de Ciències de l'Educació
Instituto de Ciencias de la Educación

Memorias del Programa de Redes de investigación en docencia universitaria. Convocatoria 2021-22 / Memòries del Programa de Xarxes d'investigació en docència universitària. Convocatòria 2021-22

Organització: Institut de Ciències de l'Educació (Vicerectorat de Transformació Digital) de la Universitat d'Alacant/ Organización: Instituto de Ciencias de la Educación (Vicerrectorado de Transformación Digital) de la Universidad de Alicante

Edició / Edición: Rosana Satorre Cuerda (Coord.), Asunción Menargues Marcilla, Rocío Díez Ros, Neus Pellin Buades

Revisió i maquetació: ICE de la Universitat d'Alacant/ Revisión y maquetación: ICE de la Universidad de Alicante

Primera edició / Primera edición: desembre 2022

© De l'edició/ De la edición: Rosana Satorre Cuerda, Asunción Menargues Marcilla, Rocío Díez Ros & Neus Pellin Buades

© Del text: les autores i autors / Del texto: las autoras y autores

© D'aquesta edició: Universitat d'Alacant / De esta edición: Universidad de Alicante

ice@ua.es

Memorias del Programa de Redes de investigación en docencia universitaria. Convocatoria 2021-22 / Memòries del Programa de Xarxes d'investigació en docència universitària. Convocatòria 2021-22

© 2022 by Universitat d'Alacant / Universidad de Alicante is licensed under CC BY-NC-ND 4.0

ISBN: 978-84-09-45382-5

Qualsevol forma de reproducció, distribució, comunicació pública o transformació d'aquesta obra només pot ser realitzada amb l'autorització dels seus titulars, llevat de les excepcions previstes per la llei. Adreceu-vos a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necessiteu fotocopiar o escanejar algun fragment d'aquesta obra. / Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

Producció: Institut de Ciències de l'Educació (ICE) de la Universitat d'Alacant / Producción: Instituto de Ciencias de la Educación (ICE) de la Universidad de Alicante

Aquesta publicació s'ha fet seguint les directrius d'accessibilitat UNE-EN 301549:2020 / Esta publicación se ha hecho siguiendo las directrices de accesibilidad UNE-EN 301549:2020.

EDITORIAL: Les opinions i continguts dels treballs publicats en aquesta obra són de responsabilitat exclusiva de les autores i dels autors. / Las opiniones y contenidos de los trabajos publicados en esta obra son de responsabilidad exclusiva de las autoras y de los autores.

41. Uso de representaciones de la práctica (viñetas) en la formación de maestros de Educación Primaria

¹C. Fernández; ¹M. Bernabeu; ¹À. Buforn; ¹J.M. González-Forte; ¹P. Ivars; ¹S. Llinares; ²E. Montero; ¹C. Zorrilla.

Ceneida.fernandez@ua.es; Melania.bernabeu@ua.es; angela.buforn@ua.es; Juanma.gonzalez@ua.es; pere.ivars@ua.es; sllinares@ua.es; emontero@escuni.es; cristina.zorrilla@ua.es

¹Departamento de Innovación y Formación Didáctica; ²Escuni

¹Universidad de Alicante; ²Escuni. Centro Universitario de Educación.

Resumen

Usando una aproximación metodológica centrada en el diseño de experimentos de enseñanza, se diseñan entornos de aprendizaje que constan de tareas profesionales con el objetivo de desarrollar la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Posteriormente se implementan en las asignaturas de Didáctica de las Matemáticas del grado en Maestro en Educación Primaria y se analizan las respuestas dadas por los futuros maestros/as de Educación Primaria a las tareas profesionales. El análisis tiene un doble objetivo: (i) explorar cómo se desarrolla esta competencia en los programas de formación y (ii) rediseñar los entornos y tareas profesionales de acuerdo a las características que parecen favorecer su desarrollo. Durante el presente curso 2021-2022, se han diseñado tres entornos de aprendizaje: (i) un entorno de aprendizaje centrado en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el uso de la lengua para enseñar fracciones; (ii) un entorno de aprendizaje centrado en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente

las situaciones de enseñanza de la geometría y (iii) un entorno de aprendizaje centrado en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza del razonamiento proporcional.

Palabras clave: representaciones de la práctica, maestros de educación primaria, enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

1. Introducción

La competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas ha sido identificada como una de las competencias docentes relevantes para la práctica de los maestros. Como consecuencia, se ha generado una importante agenda de investigación a nivel nacional e internacional para identificar características de su desarrollo en los programas de formación de maestros y contextos que lo apoyan (Brown et al., 2020; Dindyal et al., 2021; Fernández y Choy, 2020; Fernández et al., 2018).

Sherin (2007) caracteriza la competencia docente mirar profesionalmente como dos sub-procesos: a) la atención selectiva a las situaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y b) el razonamiento basado en el conocimiento que permite dar sentido a lo que se atiende. Por tanto, la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas implica el ser capaz de usar el conocimiento (de matemáticas y de didáctica de las matemáticas) para interpretar las situaciones y tomar decisiones para la instrucción.

El grupo GIDIMAT-UA del Departamento de Innovación y Formación Didáctica de la Universidad de Alicante (del que los integrantes de esta Red forman parte) está aportando a esta agenda de investigación descriptores del grado de desarrollo de la competencia mirar profesionalmente e información sobre las características que deben tener los entornos de aprendizaje y las tareas profesionales que forman estos entornos.

Estudios previos sugieren que una de las características que puede favorecer el desarrollo de esta competencia es el uso de representaciones de la práctica, también llamadas viñetas, en los programas de formación inicial y desarrollo profesional (Buchbinder y Kuntze, 2018; Fernández et al., 2018). Las representaciones de la práctica proporcionan contextos reales para analizar e

interpretar un aspecto o varios de una situación de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Estas representaciones de la práctica pueden ser respuestas de alumnos/as a problemas con distintos grados de comprensión, la interacción entre un profesor/a y su alumnado durante la resolución de problemas, problemas de un libro de texto, etc. La potencialidad de las representaciones de la práctica es que ofrecen oportunidades para relacionar ideas teóricas sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con la práctica (Korthagen y Kessels, 1999). Las representaciones de la práctica pueden tener diferentes formatos: video, respuestas / interacciones escritas o animaciones o cómics.

En este contexto, y usando una aproximación centrada en el diseño de experimentos de enseñanza, se diseñan entornos de aprendizaje con el objetivo de desarrollar la competencia docente “mirar profesionalmente” las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Estos entornos de aprendizaje están formados por tareas profesionales que constan de: (i) representaciones de la práctica de enseñar matemáticas, (ii) información teórica procedente de los dominios de conocimiento que apoyan la práctica, y (iii) cuestiones-guía para focalizar la atención de los estudiantes para maestro sobre los aspectos de la práctica objeto de aprendizaje del estudiante para maestro. Estas preguntas guía definen diferentes procesos cognitivos que deben desarrollar los estudiantes para maestro (como por ejemplo, identificar e interpretar aspectos relevantes de las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, decidir cómo continuar la enseñanza, anticipar respuestas de estudiantes)

Posteriormente se implementan y analizan, con un doble objetivo: (i) explorar cómo se desarrolla esta competencia en los programas de formación y (ii) rediseñar los entornos y tareas profesionales de acuerdo con las características que parecen favorecer su desarrollo.

1.1 Objetivos

Los objetivos propuestos en nuestra red para el curso 2021-2022 han sido los siguientes: (i) Diseñar entornos de aprendizaje para el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente la enseñanza de las matemáticas en los futuros maestros/maestras de Educación Primaria. (ii) Implementar estos entornos de aprendizaje en asignaturas de Didáctica de la Matemática del Grado en Maestro en Educación Primaria. (iii) Revisar la metodología y los materiales diseñados en los entornos de aprendizaje, analizando el desarrollo de la competencia docente de los estudiantes para maestro en su participación

en los entornos de aprendizaje.

En particular, durante el curso académico 2021-2022, finalmente se han diseñado tres entornos de aprendizaje:

- Entorno 1: Entorno de aprendizaje centrado en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente el uso de la lengua para enseñar fracciones.
- Entorno 2: Entorno de aprendizaje centrado en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de la geometría: foco en anticipar respuestas de estudiantes.
- Entorno 3: Entorno de aprendizaje centrado en el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza del razonamiento proporcional: foco en analizar libros de texto y anticipar respuestas de estudiantes.

A continuación, se detalla la metodología general seguida para el diseño, implementación y análisis de los entornos de aprendizaje diseñados, y posteriormente se detalla, el contexto, método y resultados de cada uno de estos entornos de aprendizaje diseñados en este curso académico.

2. Método

Metodológicamente se sigue una aproximación basada en experimentos de enseñanza (Anderson y Shattuck, 2012; Design-based Research Collective, 2003) que articula la práctica de formar maestros y la investigación empírica sobre el aprendizaje del maestro en ciclos de diseño, implementación, análisis y rediseño.

2.1. Fase de Diseño

Se diseñan entornos de aprendizaje que constan de una o varias taras profesionales con el objetivo de favorecer el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los futuros maestros/as de Educación Primaria.

Las tareas profesionales que deben realizar los estudiantes para maestro pueden ser: seleccionar, diseñar o analizar actividades matemáticas de libros de textos o recursos online, interpretar o anticipar el pensamiento matemático de los estudiantes de Educación Primaria o gestionar la comunicación y el

discurso matemático en el aula de Educación Primaria.

Las tareas profesionales constan de representaciones de la práctica (video-clips de lecciones de matemáticas, materiales curriculares como colecciones de libros de texto, descripción de situaciones de aula en forma de casos, o respuestas de estudiantes a diferentes problemas que pueden ser presentadas de manera escrita o cómic), unas preguntas guía y de un documento teórico con información procedente de las investigaciones en Didáctica de la Matemática.

2.2. Fase de implementación

Los entornos de aprendizaje se han implementado en la asignatura Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria del Grado en Maestro en Educación Primaria durante el segundo cuatrimestre del curso 2021-2022.

2.3. Fase de análisis y rediseño

Se han analizado las respuestas proporcionadas por los futuros maestros/as de Educación Primaria a las tareas profesionales. Este análisis nos da información sobre cómo los estudiantes para maestros/as relacionan las evidencias de la práctica con las ideas teóricas lo que nos aportará evidencias del desarrollo de la competencia, e información sobre qué características parecen favorecer el desarrollo de esta. A partir del análisis, se determina el posible rediseño de las tareas profesionales y los entornos de aprendizaje diseñados, así como de la metodología utilizada.

La fase de evaluación de la experiencia nos permite, por una parte, aportar nuevos materiales docentes revisados y coherentes con los planteamientos vinculados a las nuevas metodologías integradas en el desarrollo de entornos de aprendizaje específicos, y por otra, aportar nuevo conocimiento sobre las características metodológicas desarrolladas y el proceso de aprendizaje vinculado.

3. Entorno de aprendizaje 1

Este entorno ha sido diseñado con el objetivo de desarrollar la competencia mirar profesionalmente el uso de la lengua para enseñar matemáticas, y se ha particularizado a la enseñanza de las fracciones (González-Forte et al., 2022). En este entorno, se pretende desarrollar en los maestros la capacidad de:

- Identificar vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en la lengua del docente para la enseñanza de fracciones.
- Interpretar cómo y porqué el uso de vocabulario, explicaciones y ejemplos en la lengua del docente para la enseñanza de fracciones puede ayudar a superar dificultades de los estudiantes en la comprensión de este contenido.
- Decidir o proponer vocabulario, explicaciones y ejemplos alternativos en la lengua del maestro para la enseñanza de fracciones que ayuden a progresar a los estudiantes.

3.1. Diseño

El entorno de aprendizaje consta de dos sesiones (de dos horas de duración cada una). En la Sesión 1, se presenta a los futuros maestros un documento teórico con información sobre el uso de vocabulario, explicaciones y ejemplos para la enseñanza de fracciones. Para ello, se muestran ilustraciones de usos de la lengua del maestro, en las que se contraponen un buen uso del vocabulario, explicaciones y ejemplos con un uso no tan adecuado de los mismos. Estas ilustraciones van acompañadas de preguntas reflexivas, cuyo objetivo es hacer ver a los futuros maestros la necesidad de utilizar vocabulario específico, realizar explicaciones y utilizar variedad de ejemplos. Además, cada ilustración va acompañada de una dificultad con relación al concepto de fracción que el uso de la lengua puede ayudar a superar en los estudiantes. En la Figura 1 se muestra un extracto del documento teórico sobre el uso de vocabulario.

Figura 1. Extracto del documento teórico

NOMBRAR

Vocabulario matemáticamente relevante asociado con las fracciones

Tres situaciones que ilustran la introducción de vocabulario		
A1. Si comemos una parte de una pizza dividida en cuatro, dejamos tres partes sin comer.	B1. ¿Cuál es mayor, $\frac{2}{3}$ o $\frac{4}{5}$?	C1. Un medio es dos cuartos.
A2. Si comemos una parte de una pizza dividida en cuatro partes de igual tamaño, dejamos tres partes sin comer.	B2. Tenemos dos números: $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$. ¿Cuál de las dos fracciones es mayor?	C2. Un medio y dos cuartos son fracciones equivalentes no iguales.

A1 es un fragmento del discurso de una maestra en un aula de EP donde está introduciendo el concepto de fracción con el modelo de repartición de una pizza.

- Comparad A1 con A2.
 - o ¿En cuál se menciona que el reparto se realiza en partes de igual tamaño?
 - o ¿En cuál es más posible confundir el significado cotidiano de parte con el significado matemático de la fracción como relación parte-todo?
 - o ¿Alguno favorece el aprendizaje del significado parte-todo de las fracciones y, por tanto, la superación de la dificultad del recuadro?

Dificultad común de los alumnos de EP

Comprender que la unidad debe dividirse o repartirse en partes de igual tamaño, aunque la forma sea diferente en magnitudes continuas.

En el documento teórico también se incluyen dos diálogos ficticios entre dos maestros y dos alumnos (Maestro 1 y Estudiante 1; Maestro 2 y Estudiante 2). En el primer diálogo, el Maestro 1 utiliza vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes, que ayudan a su alumno a superar sus dificultades. En cambio, el Maestro 2 pierde numerosas oportunidades para hacer un uso matemáticamente relevante de la lengua.

En la Sesión 2, los estudiantes para maestro tienen que resolver una tarea profesional. Esta tarea está compuesta por una representación de la práctica en formato escrito. En este caso, tres diálogos maestro-alumno, en los que cada alumno mostraba un razonamiento incorrecto sobre la comparación de fracciones. Los estudiantes para maestro, organizados en grupos de cuatro personas, tienen que leer atentamente cada uno de los diálogos, fijándose en el uso de la lengua de cada maestro. Los diálogos han sido diseñados del siguiente modo: el primer maestro hace un uso correcto del vocabulario y

de las explicaciones, pero no de los ejemplos. La segunda maestra hace un uso correcto de las explicaciones y de los ejemplos, pero no del vocabulario. Por último, la tercera maestra hace un uso correcto del vocabulario y de los ejemplos, pero no de las explicaciones. Tras la lectura de cada uno de los diálogos, los estudiantes para maestro tienen que contestar las siguientes preguntas guía sobre el uso matemático de la lengua de el/la maestro/a:

- C1. Identifica vocabulario, explicaciones y ejemplos matemáticamente relevantes en el discurso del docente.
- C2. Ahora, contesta las siguientes preguntas:
 - C2.1. Con el vocabulario identificado en C1, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar el docente en su alumno/a?
 - C2.2. Con las explicaciones identificadas en C1, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar el docente en su alumno/a?
 - C2.3. Con los ejemplos identificados en C1, ¿qué dificultades de comprensión puede estar ayudando a superar el docente en su alumno/a?
- C3. Según tus respuestas a C1 y C2, ¿realizarías cambios en alguno de los tres aspectos del discurso del docente? En caso afirmativo, ¿qué intervención en el diálogo modificarías, y por qué así se podría ayudar al alumno/a a superar sus dificultades?

3.2. Implementación y análisis

El entorno de aprendizaje se implementó durante el mes de abril, y participaron 128 estudiantes para maestro de la asignatura “Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria”, del tercer curso del Grado de Maestro en Educación Primaria. En estos momentos, se están analizando las respuestas dadas por los estudiantes para maestro a la tarea profesional diseñada.

4. Entorno de aprendizaje 2

Otro aspecto de la competencia docente del/la maestro/a se relaciona con la tarea de planificar la enseñanza, para lo cual el/la maestro/a tiene que anticipar posibles respuestas de estudiantes de educación primaria (Bernabeu et al., 2021). Por tanto, este entorno de aprendizaje ha sido diseñado con el objetivo de desarrollar la capacidad de anticipar respuestas de estudiantes de

educación primaria con relación a la clasificación de figuras geométricas

La enseñanza de la geometría es difícil para los/as maestros/as porque implica desarrollar la estructuración espacial de los/as estudiantes de educación primaria e infantil. Un aspecto del proceso de la estructuración espacial en educación primaria consiste en analizar y clasificar figuras y cuerpos geométricos. Considerando los niveles de van Hiele (1986), este proceso sería pasar del nivel 2 (N2, análisis) del desarrollo del pensamiento geométrico, en el que los estudiantes razonan analíticamente sobre atributos de las figuras, a un nivel 3 (N3, clasificación) en el que se establecen relaciones entre estos para generar la idea de clase de figura (por ejemplo, clasificar una figura como ejemplo de una clase más general al identificar que comparten atributos comunes (clasificación inclusiva)).

4.1. Diseño

El entorno de aprendizaje está compuesto por 5 sesiones de 2 horas (un total de 10 horas) y está formado por:

- Cinco tareas profesionales que están formadas por representaciones de la práctica (páginas de libros de texto, respuestas de estudiantes, diálogos maestro-estudiante) y por preguntas guía para focalizar la atención de los maestros sobre el aspecto de la situación de aula a analizar.
- Un documento teórico relativo a niveles de desarrollo del pensamiento geométrico sobre los procesos de definir y clasificar (incluyendo la especialización de las definiciones y transitividad de las relaciones de inclusión (De Villiers, 1994)).

Se incluye como ejemplo, una de las tareas profesionales que tiene como objetivo apoyar el desarrollo de la destreza de anticipar respuestas de estudiantes de educación primaria como parte de la competencia docente mirar profesionalmente situaciones de enseñanza-aprendizaje (Figura 1). En particular, sobre la relación entre la definición y las relaciones de inclusión entre figuras geométricas y entre cuerpos geométricos.

En la tarea profesional se especifica el contexto de la situación de enseñanza-aprendizaje, que en este caso es una lección de 5º de Educación Primaria sobre los tipos de cuadriláteros, el objetivo de esta lección (reconocer los atributos de los cuadriláteros para que los estudiantes de primaria pasen de un nivel 2 al 3 del desarrollo del pensamiento geométrico) y unas preguntas para

que los estudiantes para maestro anticipen posibles definiciones. Para resolver la actividad, los estudiantes para maestro disponen del documento teórico descrito anteriormente.

4.2. Implementación y análisis

El entorno de aprendizaje se implementó durante el mes de mayo, y participaron los estudiantes para maestro matriculados en la asignatura “Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria”, del tercer curso del Grado de Maestro en Educación Primaria.

A partir de las respuestas dadas por los estudiantes para maestro a esta tarea profesional se han identificado 4 perfiles de estudiantes:

- Perfil 1. Estudiantes que aportan definiciones casi-correctas y justifican el uso de la especialización de la definición y la transitividad de las relaciones inclusivas.
- Perfil 2. Estudiantes que aportan definiciones (casi) correctas, pero no justifican el uso de la especialización de la definición, ni la transitividad de las relaciones inclusivas.
- Perfil 3. Estudiantes que aportan definiciones incorrectas, pero justifican el uso de la especialización de la definición y la transitividad de las relaciones inclusivas.
- Perfil 4. Estudiantes que aportan definiciones incorrectas y no justifican el uso de la especialización de la definición, ni la transitividad de las relaciones inclusivas.

Figura 2. Tarea profesional: Anticipar respuestas de estudiantes

Una maestra de 5° de Educación Primaria ha planteado una lección sobre los diferentes tipos de cuadriláteros. Empieza la lección usando los siguientes cuadriláteros:



La lección tenía como objetivo reconocer diferentes atributos de las figuras presentadas, dar nombres a los diferentes cuadriláteros (cuadrado, rectángulo, cometa, paralelogramo, trapecio, ...) (nivel 2) y apoyar la transición al nivel 3 del desarrollo del pensamiento geométrico, estableciendo relaciones de inclusión entre las figuras. Al final de la clase se ha llegado a la siguiente clasificación, que muestra las relaciones de inclusión establecidas. Teniendo en cuenta las relaciones establecidas:



- Define cuadrilátero, cometa y cuadrado según lo haría un niño que se encuentra en el nivel 2 de desarrollo del pensamiento geométrico. Justifícalo indicando claramente las partes de la definición que te indican la característica del nivel 2 y en las que se muestra un uso no adecuado de la especialización de las definiciones y de la transitividad entre las relaciones de inclusión.
- Define cuadrilátero, cometa y cuadrado según lo haría una niña que se encuentra en el nivel 3 de desarrollo del pensamiento geométrico que refleje las relaciones de inclusión establecidas durante la clase. Justifícalo indicando claramente las partes de la definición que te indican el uso de la especialización de las definiciones y de la transitividad entre las relaciones de inclusión como características del nivel 3.

A modo de ejemplo, se muestra con detalle las características del perfil 1. En este perfil, los estudiantes para maestro definen las figuras geométricas de manera casi-correcta, faltando algún atributo o incluyendo algún atributo de más o excluyente en las definiciones de N3 (fallan en una o dos definiciones de las seis que tienen que aportar), y aportan la justificación pertinente al uso de la especialización de las propiedades y la transitividad de las relaciones inclusivas. Por ejemplo, la respuesta del estudiante para maestro MLC (Figura 3), en el primer apartado de la tarea (apartado a) define correctamente los tres cuadriláteros conforme lo haría un estudiante que se encuentre en N2 del pensamiento geométrico y además, justifica por qué no hay transitividad entre estos tres cuadriláteros, ni se da la especialización (porque no incluye unos dentro de otros y añade propiedades irrelevantes). En el apartado b, define casi-correctamente cometa ya que faltaría añadir que sus lados son iguales 2 a 2 consecutivos, y añade un atributo excluyente “y distintos”, no pudiendo

considerar al cuadrado como un ejemplo particular de la cometa (clase más general), por lo que no se daría la transitividad entre los tres cuadriláteros. Sin embargo, sí que sabe usar la especialización de la definición puesto que añade atributos específicos a los conceptos de las clases más generales (cometa: cuadrilátero con; cuadrado: cometa con ...) y además justifica el uso de la especialización de las definiciones (porque va añadiendo propiedades) y la transitividad de las relaciones inclusivas (Como el cometa es un ejemplo de cuadrilátero y el cuadrado es un ejemplo de cometa, el cuadrado es un ejemplo de cuadrilátero también → transitividad).

Figura 3. Transcripción de la respuesta del estudiante para maestro MLC

a)

No hay transitividad ni especialización porque no incluye unos dentro de otros y añade propiedades irrelevantes

- Cuadrilátero: polígono con 4 lados iguales, paralelos 2 a 2, de 90° .
Es de nivel 2 porque si tiene los 4 lados iguales es irrelevante decir que miden 90°
- Cometa: polígono de 4 lados, iguales 2 a 2 y distintos, con las diagonales perpendiculares.
Es de nivel 2 porque es irrelevante decir que tiene 4 lados si ya se ha dicho que es un cuadrilátero.
- Cuadrado: polígono con los lados y ángulos iguales y de 90° .
Es de nivel 2 porque es irrelevante que diga que los ángulos son de 90° si ya ha dicho que son iguales

b)

Especialización porque va añadiendo propiedades

- Cuadrilátero: polígono de 4 lados
- Cometa. Cuadrilátero con lados iguales 2 a 2 y distintos
- Cuadrado: cometa con ángulos iguales

Como el cometa es un ejemplo de cuadrilátero y el cuadrado es un ejemplo de cometa, el cuadrado es un ejemplo de cuadrilátero también → transitividad

Cabe destacar que el perfil 4 muestra a estudiantes para maestro que no han sido capaces de anticipar respuestas de estudiantes de educación primaria. Estos resultados nos sugieren que tenemos que seguir trabajando sobre esta competencia docente para preparar a los futuros maestros a ser competentes en la enseñanza de las matemáticas.

5. Entorno de aprendizaje 3

Centrándonos de nuevo en la tarea de planificar la enseñanza, este entorno de aprendizaje ha sido diseñado con el objetivo de desarrollar la capacidad de analizar y justificar qué actividades matemáticas incluir en una lección

sobre razonamiento proporcional (analizando materiales como libros de texto, recursos tecnológicos, materiales manipulativos...), anticipar respuestas de estudiantes a dichas taras y modificarlas para ayudar a los estudiantes a progresar conceptualmente.

5.1. Diseño

El entorno de aprendizaje estaba formado por 4 sesiones de 2 horas (un total de 8 horas) y constaba de:

- un documento teórico sobre la enseñanza y aprendizaje del razonamiento proporcional en educación primaria (tipos de problemas, características de los problemas, estrategias de resolución y niveles del razonamiento proporcional)
- tareas profesionales que estaban formadas por representaciones de la práctica como páginas de libros de texto, respuestas de estudiantes, diálogo maestro/a-estudiantes, y unas preguntas guía que focalizan la atención de los/as estudiantes para maestro/a.

Una de las tareas profesionales tiene como objetivo que los/as estudiantes para maestro/a analicen una página de un libro de texto para justificar una planificación de una lección sobre razonamiento proporcional (Figura 4).

Figura 4. Tarea profesional: Analizar página de libro de texto, anticipar y decidir

- Contexto: Imagina que eres maestro/a de 6º de Primaria y quieres empezar el tema de proporcionalidad con el objetivo de saber que recuerdan tus alumnos del año pasado sobre este tema.
- Planifica una lección centrada en la resolución de uno de los problemas del siguiente libro de texto.
- Fuente: Editorial Anaya. Proyecto Pieza a Pieza. Autores: L. Ferrero, P. Martín, y J.M. Gómez. Matemáticas 6, 2º Trimestre, Tema magnitudes directamente proporcionales, pág. 125.

Problemas

4 Rubén quiere preparar este pastel para 20 personas. ¿Qué cantidad necesita de cada ingrediente?

Pastel de queso (para 4 personas)

- 3 huevos
- 120 g de chocolate blanco
- 120 g de queso en crema

5 Dos kilos de salmón cuestan 28 €. ¿Cuánto cuestan 5 kg? ¿Y un cuarto de kilo?

6 Cada capítulo de la serie favorita de María dura 25 minutos. Si la serie completa tiene 30 capítulos, ¿cuánto tiempo necesitará para verla entera?

7 Una impresora hace en una hora 1 200 copias.

- ¿Cuántas producirá en quince minutos? ¿Y en seis horas?
- Si llevamos impresas 2 380 páginas, ¿cuánto tiempo ha pasado?

8 En la fiesta de Halloween, Sonia necesitó 3 minutos para maquillar a cada persona. Si estuvo maquillando durante 1 hora y 21 minutos, ¿a cuánta gente pintó?

Zona razona

En el zoo, 8 leones necesitan 320 kg de carne para comer 10 días. ¿Cuánta carne necesitarán 4 leones durante 5 días para alimentarse?

Adaptamos una receta.

Queremos hacer magdalenas para venderlas en un mercadillo solidario. Con esta receta, calculamos los ingredientes necesarios para hacer tantas magdalenas como estudiantes seamos en 6.º de Primaria.

Ingredientes para 12 magdalenas

- 3 huevos
- 110 g de azúcar
- 180 g de harina de trigo
- 9 g de levadura química
- Una pizca de sal
- 100 mL de aceite de oliva
- 50 mL de leche
- Azúcar para decorar

Preparación

Batir los huevos y el azúcar. Añadir la harina, la levadura y la sal. Después, agregar el aceite y la leche, y mezclar hasta conseguir una masa homogénea. Repartir la mezcla en 12 moldes, llenándolos por la mitad y hornear durante 15 minutos a 200 °C.

- Elige uno de los siguientes problemas para empezar la lección. Justifica tu elección (indicando tipo de problemas, características, etc.)
- Anticipa tres respuestas de estudiantes que te puedes encontrar al resolver este problema
- Indica los modos de representación que puedes usar (tabla de proporcionalidad) y cómo gestionarías las diferentes respuestas durante la clase
- ¿Qué problemas pondrías a continuación para ayudar a los estudiantes a progresar en su comprensión de la idea de proporcionalidad? Justifica tu propuesta

En esta tarea se describe el *contexto*, se les presenta una página de un libro de texto con siete problemas de proporcionalidad con diferentes características, y se les propone unas preguntas guía centradas en: (i) elegir un problema del libro de texto, justificando su elección; (ii) anticipar tres posibles respuestas de estudiantes al problema elegido y cómo gestionarlas durante la clase; y (iii) modificar el problema elegido para que sus estudiantes progresen en la comprensión del razonamiento proporcional.

5.2. Implementación y análisis

El entorno de aprendizaje se implementó durante el mes de marzo, y participaron 28 estudiantes para maestro de la asignatura “Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en Educación Primaria”, del tercer curso del Grado de Maestro en Educación Primaria.

Se han analizado las respuestas de los 28 participantes a las preguntas guía. En esta memoria, se presentan los principales resultados en la pregunta de anticipar.

Tres de los 28 estudiantes para maestro nombraron las estrategias que se podrían utilizar en las situaciones, pero no mostraron las resoluciones. Otros tres dieron respuestas incoherentes o sin sentido, y 22, propusieron 3 o 4 estrategias diferentes. La Tabla 1 muestra la frecuencia de las estrategias propuestas por los 22 estudiantes para maestro a la hora de anticipar respuestas de estudiantes de primaria.

Tabla 1. Estrategias propuestas por los estudiantes para maestro en la cuestión de anticipar

Estrategias anticipadas	Nº de estudiantes (N=22)
Enfoque escalar	16
Enfoque funcional	17
Reducción a la unidad	5
Estrategia constructiva	13
Regla de tres	9
Respuesta incorrecta (aditiva)	10

Entre las estrategias propuestas por los estudiantes para maestro, predominan la estrategia escalar y funcional (16 y 17, respectivamente). Además, 10 estudiantes para maestro han propuesto estrategias incorrectas (aditiva)

como una posible respuesta que puede dar un estudiante de primaria ante un problema proporcional. Este es un resultado importante a considerar ya que es bastante usual encontrar este tipo de estrategias en estudiantes de primaria (Van Dooren et al., 2009) y un maestro debe saber identificarlas y gestionarlas durante la lección.

6. Conclusiones

En los entornos de aprendizaje 2 y 3, los resultados están mostrando que el disponer del apoyo de un documento teórico y el uso de representaciones de la práctica, favorece a los/as estudiantes para maestro/a anticipar respuestas de estudiantes de primaria como parte de la planificación de una lección. Además, están mostrando diferentes perfiles de estudiantes para maestro en estas tareas profesionales. En estos momentos nos encontramos analizando los datos recogidos tras la implementación del entorno de aprendizaje 1.

7. Tareas desarrolladas en la red

En la tabla 2 se muestran las tareas que ha desarrollado cada uno de los participantes que conforman la Red: Uso de representaciones de la práctica (viñetas) en la formación de maestros de Educación Primaria.

Tabla 2. Participantes de la RED y tareas desarrolladas

Participante de la red	Tareas que desarrolla
Ceneida Fernández (coordinadora)	Coordinadora de la Red. Entorno de Aprendizaje 1. Diseño y análisis
Melania Bernabeu	Entornos de Aprendizaje 2 y 3. Diseño, implementación y análisis.
Àngela Buforn	Entornos de Aprendizaje 2 y 3. Diseño, implementación y análisis.
Juan Manuel González	Entorno de Aprendizaje 1. Diseño, implementación y análisis.
Pedro José Ivars	Entornos de Aprendizaje 3. Diseño y análisis.
Salvador Llinares	Entornos de Aprendizaje 2. Diseño y análisis.
Eloísa Montero	Colaboración en el diseño y análisis de los entornos.

8. Referencias bibliográficas

- Anderson, T. y Shattuck, J. (2012). Design-Based Research: A decade of progress in education research? *Educational Researcher*, 41(1), 16-25.
- Bernabeu, M., Moreno, M. y Llinares, S. (2021). Anticipating Primary School Students' Answers of Hierarchical Classifications Tasks: Features of Preservice Primary Teachers' Curricular Reasoning. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática (Online)*, 23 (6), 121-146. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6874>
- Brown, L., Fernández, C., Helliwell, T. y Llinares, S. (2020). Prospective mathematics teachers as learners in university and school contexts. From university-based activities to classroom practice. En G. M. Lloyd y O. Chapman (Eds), *International Handbook of Mathematics Teachers Education: Volume 3. Participants in Mathematics Teacher Education* (pp. 343-366). Brill NV, Leiden.
- Buchbinder, O. y Kuntze, S. (2018). Mathematics teachers engaging with representations of practice. ICME-13 Monographs. A Dynamically Evolving Field. Springer
- De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14(1), 11-18.
- Design-Based Research Collective, The (2003). Design-Based Research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Dindyal, J., Schack, E. O., Choy, B. H., & Sherin, M. G. (2021). Exploring the terrains of mathematics teacher noticing. *ZDM-Mathematics Education*, 53, 1–16.
- Fernández, C. y Choy, B. H. (2019). Theoretical lenses to develop mathematics teacher noticing. Learning, teaching, psychological, and social perspectives. En S. Llinares y O. Chapman (Eds.). *International Handbook of Mathematics Teacher Education: volume 2. Tools and Processes in Mathematics Teacher Education* (Second Edition) (pp. 337-360). Brill/

Sense.

- Fernández, C., Sánchez-Matamoros, G., Valls, J. y Callejo, M.L. (2018). Noticing students' mathematical thinking: characterization, development and contexts. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, 13, 39-61.
- González-Forte, Planas y Fernández (2022). Towards a newer notion: Noticing languages for mathematics content teaching. En C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez y N. Planas (Eds.), *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 315-322). PME.
- Korthagen, F. A. y Kessels, J. P. (1999). Linking theory and practice: Changing the pedagogy of teacher education. *Educational Researcher*, 28(4), 4-17.
- Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. En R. Goldman, R. Pea, B. Barron y S. J. Denny (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 397–410). Routledge.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Evers, M. y Verschaffel, L. (2009). Students' overuse of proportionality on missing-value problems: How numbers may change solutions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(2), 187-211.
- van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Academic Press.