

Matemática Discreta en las Ingenierías en Informática

Sergio Ramón Ferry
Josep Arnal García

Departamento de Ciencia de la Computación e Inteligencia Artificial
Universidad de Alicante
sramon@dccia.ua.es - arnal@dccia.ua.es

Resumen

La Matemática Discreta es una especialidad relativamente joven, que esta cobrando más fuerza a medida que van pasando los años. Tres ejes se están desarrollando fuertemente: la Teoría de los Números en especial sus aplicaciones criptográficas, la Lógica, y por supuesto la Teoría de los grafos cuyos campos de aplicación van desde los químicos hasta los electrónicos, pasando por los economistas.

Presentamos unas tablas resumiendo los créditos, contenidos y bibliografía de la asignatura.

Proponemos un breve análisis de los contenidos impartidos en la asignatura Matemática Discreta en 25 Universidades Españolas, para intentar tener una visión del panorama nacional.

1 Análisis Académico

Vienen a continuación unas tablas resumiendo los contenidos de Matemática Discreta para 25 universidades españolas.

| Universidad | Alcala de Henares | Autónoma de Barcelona | Autónoma de Madrid | Carlos III | Castilla la Mancha |
|-------------------------|-------------------|-----------------------|--------------------|------------|--------------------|
| Centro | | Belaterra y Sabadell | | | EUI Ciudad Real |
| Carrera | ITIS | 3 | II | ITIG | ITIG - ITIS |
| Créditos | | | | | |
| Teóricos | 3 | 7 | | | |
| Prácticos | 3 | 3,5 | | Segundo | |
| Total | 6 | MD+Grafos 2º - 10,5 | 7,5 | 7 | 12 - Algebra |
| Temas | | | | | |
| Teoría de Grafos | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Combinatoria | Sí | Sí | Sí | Sí | |
| Algebra de Boole | Sí | | | Sí | |
| Aritmética entera | | Sí | | | |
| Lógica | Sí | | | | Sí |
| Relaciones binarias | | | | Sí | |
| Grupos Finitos | Sí | | | Sí | |
| Conjuntos, relaciones | | | | | Sí |
| Funciones Generadoras | | Sí | Sí | | |
| Estructuras algebraicas | | | | | Sí |
| Automatas finitos | Sí | | | | |
| Bibliografía | | | | | |
| Biggs | | Sí | Sí | | |
| Grimaldi | Sí | Sí | Sí | Sí | |
| Lipschutz | Sí | | | | |

Hemos agrupado los contenidos en grandes temas, que nombraremos a veces bloques, según su frecuencia de aparición. Podíamos haber entrado

en más detalles, pero la comparación hubiera sido más difícil, por ejemplo, podíamos haber detallado los contenidos que abarca el rótulo Teoría de

Grafos, donde no siempre se da lo mismo ni con la misma profundidad.

Estos contenidos no siempre pertenecen a la asignatura Matemática Discreta, a veces parte de ellos se da en Álgebra, o en Matemática para la Computación. Es por esta razón que no siempre aparecen los créditos. En pocos casos, dos, esta

asignatura se da en segundo, pero la tendencia es concentrar las asignaturas a vocación matemática en primero, o como mucho en los dos primeros años. Esta asignatura aparece con carácter Troncal u Obligatorio para todas las carreras, en una sola universidad es optativa para la carrera de Ingeniero Técnico de Sistemas.

| Universidad | Castilla la mancha | Comillas | Complutense de Madrid | Granada | Islas Baleares | La Laguna |
|-------------------------|--------------------|----------|-----------------------|---------|----------------|-----------|
| Centro | EUP Albacete | II-ITIG | | ESI | | CSI |
| Carrera | ITIG - ITIS | | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Créditos | | | | | | |
| Teóricos | 9 | | 8 | 3 | 6 | |
| Prácticos | 3 | | 4 | 3 | 3 | |
| Total | 12 - Algebra | | 12 | 6 | Algebra-9 | 9 |
| Temas | | | | | | |
| Teoría de Grafos | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Combinatoria | | Sí | Sí | | Sí | |
| Álgebra de Boole | Sí | Sí | Sí | Sí | | |
| Aritmética entera | | | Sí | Sí | Sí | |
| Lógica | Sí | | Sí | | | |
| Relaciones binarias | | Sí | | | | Sí |
| Grupos Finitos | Sí | Sí | | | Sí | |
| Conjuntos, relaciones | Sí | | Sí | Sí | | |
| Funciones Generadoras | | | | | | |
| Estructuras algebraicas | | | Sí | | Sí | |
| Automatas finitos | | Sí | | | | |
| Bibliografía | | | | | | |
| Biggs | | | Sí | | | |
| Grimaldi | | | | Sí | | |
| Lipschutz | Sí | | | | | |

El bloque dedicado a la iniciación a la Teoría de Grafos es presente en todas las universidades que hemos analizado, excepto una. El estudio se lleva con más o menos profundidad, según el número de créditos asignado a la asignatura, y también según la repartición con los otros bloques, pero con una base común a todas.

Se ven generalmente la definición de grafos dirigidos y no dirigidos, y la noción de camino o recorrido.

Los grafos Eulerianos y Hamiltonianos aparecen en casi todos los programas así como el estudio de los árboles, que son los grafos más conocidos por los informáticos.

En muchos casos, se llega a buscar los árboles generadores (o recubridor) de mínimo peso por su fácil aplicación en la elaboración de red de

ordenadores, con los teoremas de Kruskal y Prim. La noción de componentes conexas, que necesita la noción de clase de equivalencia esta muy presente también. Algunos programas llegan a estudiar, o simplemente presentar, los problemas relacionados con los grafos planos, llegando al teorema de Kuratowski.

El problema de coloración de grafos y su famoso teorema de los cuatro colores recientemente demostrados con la ayuda del ordenador, es generalmente solamente presentado, y no tratado en extensión. Se trata, sin ninguna duda, de una parte muy interesante, pero que necesitaría mucho tiempo para que alumnos de primero puedan sacarle provecho.

Los grafos ponderados con las búsqueda del camino más corto y camino crítico, gracias a varios algoritmos aparecen frecuentemente, tratado con Bellman, Warshall o Dijkstra. No debemos olvidar que unos de los problemas np-completos, problema del cartero chino y del representante de comercio, vienen justamente de la minimización de coste en la búsqueda de camino en grafos ponderados.

A pesar de sus interesantes aplicaciones, pocos programas pueden contemplar los problemas de emparejamientos y flujos de redes. No debemos olvidar que se trata solo de una introducción a la Teoría de los Grafos, para primero de carrera. La Teoría de Grafos se suele estudiar en las carreras de Matemáticas, en cuarto, donde el enfoque es totalmente distinto. En algunas universidades, se proponen cursos de doctorado dedicados a los grafos.

| Universidad | Las Palmas de Gran Canaria | Málaga | Politécnica de Cataluña EUP Mataró | Politécnica de Cataluña Fac. Info de Barc. | Ramón Llull |
|-------------------------|----------------------------|--------|---------------------------------------|---|-------------|
| Centro | | | | | |
| Carrera | 3 | II | | 3 | |
| Créditos | | | | | |
| Teóricos | | | 0 | 3 | |
| Prácticos | | | 6 | 4,5 | |
| Total | Alg. Y MD-6 | 10,5 | 6 | 7,5 | 9 |
| Temas | | | | | |
| Teoría de Grafos | Sí | Sí | Sí | Sí | |
| Combinatoria | | Sí | Sí | Sí | Sí |
| Álgebra de Boole | | Sí | | | Sí |
| Aritmética entera | Sí | Sí | | | |
| Lógica | Sí | | | | |
| Relaciones binarias | | Sí | | | Sí |
| Grupos Finitos | Sí | | | | |
| Conjuntos, relaciones | Sí | | | | |
| Funciones Generadoras | | | Sí | Sí | |
| Estructuras algebraicas | | | | | |
| Automatas finitos | | | | | |
| Bibliografía | | | | | |
| Biggs | Sí | Sí | | Sí | |
| Grimaldi | Sí | Sí | Sí | Sí | |
| Lipschutz | | | | | |

El paso a máquinas de estados finitos es fácil y algunas universidades lo incluyen en Matemática Discreta. La amplitud y la profundidad de los contenidos dependen, como lo decíamos en introducción, esencialmente del número de créditos disponibles de 3 a 12, y de los otros bloques que los profesores deciden incluir juntos a la Teoría de Grafos.

La Teoría de Grafos, por su enlace tan evidente con la ciencia de la computación, es aceptado tanto por los profesores, y como por los alumnos, siendo una manera suave de transmitir matemática a alumnos cuyo principal interés reside en la informática.

El siguiente bloque que más aparece en esta distribución es el bloque dedicado al análisis combinatorio. Las técnicas generalmente

propuestas se centran esencialmente en los problemas de conteo, dejando los aspectos más teóricos para la asignatura de Estadísticas.

Con este mismo enfoque aparecen, en menor frecuencia hay que reconocer, una parte dedicada al uso de funciones generadoras, a menudo concluido por problemas de recurrencia.

Después, siguiendo el orden de frecuencia, suele o suelen aparecer varios temas más cercanos al Álgebra, sean Álgebra de Boole, Estructuras Algebraicas o Teoría de los Conjuntos y Grupos Finitos. A pesar de que estos temas se dan a veces en Álgebra, es muy común verles aparecer en Matemática Discreta.

Después, siguiendo el orden de frecuencia, suele o suelen aparecer varios temas más cercanos al Álgebra, sean Álgebra de Boole, Estructuras Algebraicas o Teoría de los Conjuntos y Grupos Finitos. A pesar de que estos temas se dan a veces en Álgebra, es muy común verles aparecer en Matemática Discreta.

En casi la mitad de los casos, interviene un bloque a connotación fuertemente matemática, que la magia de Internet ha vuelto de tremenda actualidad: se trata del bloque de Aritmética entera y congruencia. Desde la resolución de ecuaciones Diofántica de primer orden, se llega al teorema de Euler permitiendo justificar uno de los métodos más empleado actualmente, el código RSA, para encriptar la información que circula vía Internet.

La Lógica, cuando no tiene su propia asignatura dedicada, puede aparecer también en Matemática Discreta.

En cuanto a la bibliografía, hay una gran unanimidad con los libros de Grimaldi, especialmente en su edición del 97 y Biggs, que ofrecen la ventajas de cubrir prácticamente todos los aspectos generalmente presentados en Matemática Discreta. Su nivel, propio de los alumnos de primero, hacen de estos dos libros los más recomendados.

| Universidad | Rey Juan Carlos | Sevilla | UNED | Girona | Valencia | UPM | UPV | Vigo | Zaragoza | % |
|-------------------------|-----------------|---------|------|------------|----------|-----|-----|------|----------|-----|
| Centro | | | | Girona | | EUI | | EI | | |
| Carrera | ITIG | 3 | | ITIG, ITIS | II | | 3 | ITIS | II, ITIS | |
| Créditos | | | | | | | | | | |
| Teóricos | | | | 3 | 3 | | 3 | 4.5 | 4.5 | |
| Prácticos | | | | 3 | 1.5 | | 3 | 4.5 | 3 | |
| Total | 7,5 | 4,5 | 7 | 6 | 4,5 | 7,5 | 6 | 9 | 7,5 | |
| Temas | | | | | | | | | | |
| Teoría de Grafos | Si | | Si | Si | Si | Si | Si | Si | Si | 92% |
| Combinatoria | Si | Si | Si | Si | Si | Si | | | Si | 72% |
| Álgebra de Boole | | | | | Si | | Si | Si | | 44% |
| Aritmética entera | Si | Si | Si | | | Si | | | Si | 44% |
| Lógica | Si | | | | Si | Si | Si | Si | Si | 44% |
| Relaciones binarias | Si | | | | | Si | | Si | | 32% |
| Grupos Finitos | | | | | Si | | | Si | | 32% |
| Conjuntos, relaciones | | Si | | | | | Si | Si | | 32% |
| Funciones Generadoras | | Si | | | | | | | Si | 24% |
| Estructuras algebraicas | | | | | | | | | | 12% |
| Automatas finitos | | | | | | | Si | | | 12% |
| Bibliografía | | | | | | | | | | |
| Biggs | Si | Si | | | Si | Si | Si | | Si | 48% |
| Grimaldi | Si | Si | | Si | | Si | | | Si | 56% |
| Lipschutz | | | | | | | | | | 8% |

La Lógica, cuando no tiene su propia asignatura dedicada, puede aparecer también en Matemática Discreta.

En cuanto a la bibliografía, hay una gran unanimidad con los libros de Grimaldi [2], especialmente en su edición del 97, Biggs [1] y Lipschutz [3], que ofrecen la ventajas de cubrir prácticamente todos los aspectos generalmente presentados en Matemática Discreta. Su nivel, propio de los alumnos de primero, hacen de estos dos libros los más recomendados.

2 Problemas de Terminología

La Teoría de Grafos, que en su origen fue una rama de la Topología Algebraica, ha adquirido en los últimos años independencia y se ha convertido en una valiosa herramienta matemática para la Informática. Por dos razones principalmente, una porque nos sirve de ayuda para la representación y conocimiento de las estructuras de informática y otra porque favorece la aplicación de la

Informática a otros campos.

A propósito de la Teoría de Grafos, quisiéramos remarcar un problema, que a nuestro entender tiende a frenar su evolución, nos referimos al problema de la terminología. Las dificultades en la Teoría de Grafos comienzan con las definiciones. Primeramente, no hay acuerdo entre los distintos autores de textos sobre el tema de la denominación de cada concepto, ni aún tampoco lo hay en las notaciones. A ello se une la dificultad que se deriva de la traducción de la terminología al castellano.

Como propuesta, que esperamos constructiva, tenemos previsto elaborar un cuestionario destinado a los profesores que imparten esta asignatura en las Universidades Españolas, para intentar homogeneizar las notaciones propias de la Teoría de Grafos. Se trata de recoger el vocabulario empleado por el mundo docente, y según la frecuencia de aceptación de los términos, buscar un consenso para que la mayoría de nosotros utilicemos el mismo lenguaje. La finalidad es naturalmente de facilitar la tarea del alumno, que hoy en día, va de universidad en universidad gracias a Internet, para recoger apuntes y problemas nuevos.

Podemos alegar que las Matemáticas representan un modelo de rigor, aplicable a todas las ciencias, pero puede parecer incongruente que la búsqueda de información por parte de un recién estudiante, tenga que enfrentarse a un mare magnum de términos para definir los conceptos clave del mundo de los grafos. Bien en cierto, como lo comentábamos en introducción que la traducción de los idiomas anglosajones no facilita nuestra tarea, pero por lo menos en España, podríamos intentar ponernos de acuerdo.

Citaremos a continuación unos cuantos ejemplos, para poner de manifiesto este hecho, esperando incitar los profesores de esta asignatura a reflexionar sobre este problema real.

La definición de un camino, como sucesión de arcos o aristas es una noción primordial en Matemática Discreta. Pues los caminos se encuentran en la literatura como recorrido, sendero, lazo... Además, en algunos casos, se le pide al camino la condición de tener todos sus vértices distintos, con lo cual, cuando se trata de definir un camino Euleriano en un grafo dirigido, este último deja de ser un camino según la primera definición...

Incluso antes de llegar a esta tal definición, tenemos otro dilema, los Matemáticos suelen

hablar de vértices, cuando los Informáticos prefieren el término nodo, haciendo referencia a su implementación. Como en muchos casos, no pensamos que exista un término mejor que el otro, lo que sí prevalece, sería ponernos de acuerdo para emplear el mismo lenguaje.

Que decir de la noción de grafo completo, donde aquí también las definiciones divergen. Esta noción se encuentra estrechamente relacionada con la noción de conexidad, que ofrece unanimidad en grafos no dirigidos, pero donde se pueden distinguir tres enfoques en el caso dirigido:

- Se considera que un grafo será conexo cuando su grafo no dirigido asociado lo es. La ventaja de esta solución, es de volver a una situación sin ambigüedad, visto que la conexidad esta perfectamente bien definida en el caso no dirigido. Podríamos, como lo hacen algunos autores, hablar en este caso de conexidad débil.
- La segunda manera, consiste en hablar de conectividad entre dos vértices en un grafo dirigido, si existe una sucesión de arcos que nos permiten ir de un vértice al otro, y recíprocamente, siguiendo la dirección de estos arcos. Podríamos llamar este tipo de conectividad fuerte. Este planteamiento lleva a varios problemas de terminología. Por ejemplo, si consideramos un árbol enraizado, como grafo dirigido, este árbol dejaría de ser conexo en el sentido de la conectividad fuerte... lo que es una de las dos condiciones aceptadas para definir los árboles.
- La segunda manera, consiste en hablar de conectividad entre dos vértices en un grafo dirigido, si existe una sucesión de arcos que nos permiten ir de un vértice al otro, y recíprocamente, siguiendo la dirección de estos arcos. Podríamos llamar este tipo de conectividad fuerte. Este planteamiento lleva a varios problemas de terminología. Por ejemplo, si consideramos un árbol enraizado, como grafo dirigido, este árbol dejaría de ser conexo en el sentido de la conectividad fuerte... lo que es una de las dos condiciones aceptadas para definir los árboles.

Podríamos multiplicar los ejemplos con los grafos bipartidos, o bipartitos... el árbol generador, pero también recubridor... y un largo etc. La única

finalidad de este apartado es de llegar a la conclusión que no existe relación de orden entre los métodos propuestos. Con lo cual, lo creemos debe imponerse en el sentido común, y el dialogo entre los docentes de esta asignatura.

Podríamos multiplicar los ejemplos con los grafos bipartidos, o bipartitos... el árbol generador, o ...recubridor y un largo etc. La única finalidad de este apartado es de llegar a la conclusión que no existe relación de orden entre los métodos propuestos. Con lo cual, lo creemos debe imponerse en el sentido común, y el dialogo entre los docentes de esta asignatura.

Conclusión

La Matemática Discreta representa probablemente la forma más elegante de transmitir conceptos y razonamientos matemáticos a alumnos de las Ingenierías en Informática, sin crear un rechazo de

estos alumnos, cuyo interés no se centra precisamente en las asignaturas de matemáticas. A menudo, éstas son consideradas como un trámite u obstáculo que hay que superar como sea. Procuraremos entonces convencer al alumno que los conceptos que se exponen son una pieza clave que les ayudará a comprender mejor los razonamientos y desarrollos específicos que encontrará durante sus estudios.

Bibliografía

- [1] Norman L. Biggs (1994), Matemática Discreta, Vicens Vives
- [2] Ralph P. Grimaldi (1997), Matemáticas Discreta y Combinatoria, Addison Wesley Iberoamericana
- [3] Seymour Lipschutz (1990), Matemática Discreta McGraw-Hill