# Tema 9.- MOVIMIENTO ONDULATORIO (*RESUMEN)*

**• Movimiento ondulatorio. Generalidades**

Una onda viajera es una perturbación que se propaga de una posición a otra. En las *ondas longitudinales* la dirección en la cual varía la magnitud que define la perturbación coincide con la dirección de propagación de la onda. Mientras que en las *ondas transversales* la dirección de variación de la magnitud que define la perturbación es perpendicular a la dirección de propagación de la onda.

**• Ondas unidimensionales. Ecuación de onda**

Una onda está descrita por una función $\psi$ que representa una propiedad de la onda y recibe el nombre de *función de onda*:

$$\psi = f(x,t)$$

Si la perturbación se propaga con una velocidad constante en el medio, $v$ (*velocidad de fase)*, la forma más general de una *onda unidimensional* que se propaga hacia $+x$ es:

$$\psi(x,\, t) = f(x - vt)$$

Si la onda viaja hacia $-x$:

$$\psi(x,\, t) = f(x + vt)$$

La ecuación diferencial de onda en una dimensión que describe el movimiento ondulatorio que se propaga con una velocidad $v$ sin distorsión a lo largo del eje $x$ se escribe:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$$

Esta ecuación de onda es una ecuación diferencial lineal, lo que significa que las ondas que satisfagan esta ecuación obedecen el principio de superposición.

**• Ondas armónicas**

Una onda armónica se puede expresar como:

$$\psi(x,t) = A\, \mathrm{sen}k\,(x - vt)$$

que es una onda periódica tanto en el espacio como en el tiempo. El período espacial o *longitud de onda* $\lambda$ es el intervalo espacial de modo que $\psi(x,t) = \psi(x + \lambda, t)$. Se cumple:

$$k = 2\pi/\lambda$$

El *período temporal* es el intervalo temporal $T$ de modo que:$\psi(x,t) = \psi(x, t + T)$. Se cumple:

$$T = \lambda/v$$

El inverso del período $T$ es la frecuencia $\nu = 1/T$. Se verifica la relación:

$$v = \nu\lambda.$$

Otra cantidad que se usa es la *frecuencia angular* $\omega$:

$$\omega = 2\pi/T$$

y se puede escribir:

$$v = \omega/k$$

con lo que la función de onda puede reescribirse como:

$$\psi(x,t) = A\, \mathrm{sen}(kx - \omega t)$$

Dos puntos $x_1$ y $x_2$ que en un instante $t$ tienen el mismo estado de perturbación se dice que están *en fase* si $\psi(x_1,t) = \psi(x_2,t)$, condición equivalente a:

$$x_2 - x_1 = m\lambda$$

donde $m$ es un número entero.

Dos puntos $x_1$ y $x_2$ que en un instante $t$ tienen un estado de perturbación opuesto se dice que están *en oposición de fase* si $\psi(x_1,t) = -\psi(x_2,t)$, condición equivalente a:

$$x_2 - x_1 = (2m + 1)\,\frac{\lambda}{2}$$

donde $m$ es un número entero.

Se podría haber escrito inicialmente la función de onda en la forma:

$$\psi(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$$

o bien en la forma más general:

$$\psi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varepsilon)$$

**• Representación compleja de las ondas armónicas**

Puede considerarse que la función de onda $\psi$ es la parte real de un número complejo de modo que:

$$\psi(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \varepsilon) = \mathrm{Re}\{A\exp[j(\omega t - kx + \varepsilon)]\}$$

La *función de onda compleja,* $U(x,t)$, es:

$$U(x,t) = A\exp[j(\omega t - kx + \varepsilon)]\}$$

La función de onda que tiene verdadero sentido físico es la parte real de $U(x,t)$, es decir, $\psi(x,t) = \mathrm{Re}\{U(x,t)\}$. Es posible escribir la *función de onda compleja* como:

$$U(x,t) = A\exp(j\omega t)\exp(-jkx)\exp(j\varepsilon) = U(x)\exp(j\omega t)$$

donde $U(x)$ se conoce como *amplitud compleja*:

$$U(x) = A\exp(j\varepsilon)\exp(-jkx)$$

y llamando $A$ al número complejo $A\exp(j\varepsilon)$, queda:

$$U(x) = A\exp(-jkx)$$

**• Intensidad, potencia y energía**

La *intensidad I* de una onda es el flujo de energía que atraviesa la unidad de área normal a la dirección de propagación en la unidad de tiempo, es decir, la potencia $P$ que atraviesa la unidad de área de una superficie normal $\Delta S$ a la dirección de propagación:

$$I = P/\Delta S$$

Suele definirse una intensidad media respecto al tiempo para un intervalo $\tau$ largo comparado con el período de la onda. Para una *onda plana* la intensidad es constante:

$$I \quad A^2$$

Para una *onda esférica* $I = P/4\pi r^2$, es decir, la intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia a la fuente puntual. Se cumple:

$$I \quad A^2/r^2$$

**• Velocidad de fase y velocidad de grupo**

Velocidad de fase: $v = \omega/k$

Velocidad de grupo: $v_g = \dfrac{d\omega}{dk}$

La función $\omega = \omega(k)$ se conoce como *relación de dispersión.* Como $\omega = kv$:

$$v_g = v + k\,\frac{dv}{dk}$$

Si la velocidad de fase es independiente del número de onda $k$ (medio no dispersivo) queda $dv/dk = 0$ y $v_g = v$ (en un medio no dispersivo no hay diferencia entre la velocidad de fase y la velocidad de grupo).

Augusto Beléndez Vázquez
"Fundamentos Físicos de la Ingeniería" (Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones, Especialidad: Sonido e Imagen)
Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal. Universidad de Alicante