PROBLEMAS
CURSO 2000-2001
Hoja nº 1

Fundamentos Físicos de las Nuevas Tecnologías Informáticas
Departamento de Física, Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal
UNIVERSIDAD DE ALICANTE

Tema 1.-OPTICA GEOMETRICA

1.- Obtener la relación objeto-imagen en la aproximación paraxial:

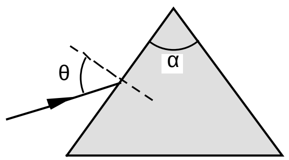
$$\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}=\frac{1}{f'}$$

siendo R el radio del espejo, $f' = f = R/2$ y z_1 y z_2, respectivamente, las posiciones del objeto y la imagen medidas sobre el eje óptico del espejo y desde el vértice del mismo. Demostrar que el aumento lateral se escribe $m = -z_2/z_1$.

2.- Delante de un espejo cóncavo de 50 cm de focal y a 25 cm de su centro se encuentra un objeto cuya altura, perpendicular al eje, es de 1 cm. Calcular la posición y el tamaño de la imagen suponiendo que los rayos incidentes corresponden a la zona paraxial. Repetir el problema considerando que el espejo es convexo.

3.- Demostrar que el ángulo de desviación δ para un prisma de índice de refracción n y ángulo de refringencia α sobre el que incide un rayo sobre una de sus caras formando un ángulo θ con la normal a dicha cara, se puede obtener mediante la ecuación $\delta = \theta - \theta' - \alpha$, siendo θ' el ángulo con que emerge el rayo de la segunda cara del prisma medido respecto a la normal a dicha cara. Obtener el valor de θ para que el ángulo de desviación sea mínimo, δ_m.

4.- Sobre una de las caras de un prisma de vidrio de índice de refracción $n = \sqrt{2}$ y cuyo ángulo de refringencia es $\alpha = 60°$, incide un rayo de luz monocromática formando un ángulo $\theta = 45°$ con la normal a dicha cara, tal y como muestra la figura. Determinar: (a) El ángulo de refracción en el interior del prisma. (b) El ángulo con que emerge el rayo del prisma medido respecto de la normal a la cara de salida. (c) La desviación δ del rayo. (d) Obtener analítica y gráficamente la marcha de un rayo que incidiera normalmente a la cara de entrada.



5.- Encontrar la relación objeto-imagen en la aproximación paraxial:

$$-\frac{n_1}{z_1}+\frac{n_2}{z_2}=\frac{n_2-n_1}{R}$$

para una superficie esférica de radio R que separa dos medios de índices de refracción n_1 y n_2, siendo z_1 y z_2, respectivamente, las posiciones del objeto y la imagen medidas sobre el eje óptico de la superficie y desde el vértice de la misma. Demostrar que el aumento lateral entre dos planos conjugados (uno imagen del otro) se escribe $m = n_1 z_2/n_2 z_1$.

6.- Ante una esfera de vidrio de radio 10 cm e índice de refracción 1.5 se coloca un pequeño objeto de 1 mm de altura, perpendicularmente al eje, a 20 cm del centro de la esfera. Considerando la zona paraxial determinar la posición y la altura de la imagen, indicando si ésta es derecha o invertida, real o virtual.

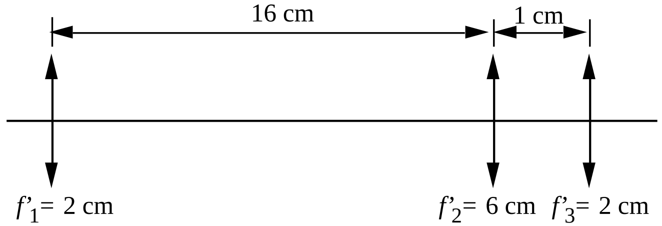
7.- Delante de una lente delgada convergente situada en aire y cuya distancia focal imagen es de 20 cm, y a 50 cm de la lente, se sitúa un objeto cuya altura, perpendicular al eje, es de 2 cm. Determinar la posición y el tamaño de la imagen en la aproximación paraxial. Repetir el problema suponiendo que la lente es divergente y que $f' = -20$ cm.

8.- A una distancia de 40 cm delante de una lente delgada en aire de distancia focal imagen $f' = 20$ cm se halla un objeto luminoso. Detrás de esta lente y a 1 m de distancia formando con ella un sistema centrado existe un espejo convexo de 60 cm de radio. (a) Construir gráficamente la imagen del objeto formado por el sistema. (b) Obtener la posición, la naturaleza de la imagen y el aumento del sistema.

9.- Una lente delgada convergente A y otra divergente B, de focales imagen 10 cm y - 5 cm, respectivamente, y con el eje principal común, están separadas entre sí 15 cm. Delante de la lente A y a 25 cm de distancia se sitúa un objeto de 3 cm de altura. (a) Construir el diagrama de formación de la imagen para esta combinación de lentes. (b) Determinar la posición, naturaleza y tamaño de la imagen que da la primera lente, así como las mismas características ofrecidas por la combinación de A y B.

10.- Dadas dos lentes delgadas sumergidas en aire y de focales $f'_1 = 50$ cm y $f'_2 = 80$ cm, respectivamente, encontrar a qué distancia debemos montarlas si se desea que para un objeto situado a 35 cm a la izquierda de la primera lente el aumento a través de todo el sistema sea de $m = -2.5$.

11.- Hallar la posición y el tamaño de un objeto de 1 cm de altura que se halla a la distancia de 2.5 cm a la izquierda de la primera lente del sistema representado en la figura.



12.- Obtener la matriz de transferencia **M** de una lente gruesa de espesor d, radios de curvatura R_1 y R_2 e índice de refracción n. Deducir de esta expresión la matriz de transferencia de una lente delgada.

13.- Demostrar que la matriz de transferencia relativa a dos planos conjugados de un sistema óptico centrado cualquiera en la aproximación paraxial es:

$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} m & 0 \\ \frac{1}{f'} & \gamma' \end{bmatrix}$$

siendo f' la focal, $m = y_2/y_1$ el aumento lateral y $\gamma' = \theta_2/\theta_1$ el aumento angular, para ese par de planos conjugados.

14.- Obtener la matriz de transferencia de un sistema formado por dos lentes delgadas idénticas de focal imagen $f' = 30$ cm y separadas una distancia de 20 cm. Con la ayuda de esta matriz obtener la imagen de un haz de rayos paralelos al eje de diámetro 2 cm. ¿Cuánto vale la focal del sistema?

Tema 2.-OPTICA ONDULATORIA

15.-Una onda viene representada por la ecuación $\psi(x,t) = 4$ sen $\pi(6t - 3x)$, donde 4 viene expresado en mm, t en segundos y x en cm. Calcular: (a) la diferencia de fase en un instante dado entre dos puntos distantes entre sí 7 cm, (b) la elongación, velocidad y aceleración de una partícula situada a 9 cm del origen para el instante t = 5 s.

16.-Un punto situado a 180 m de un foco lleva vibrando 4 s. La amplitud de la onda es de 3 cm, la frecuencia 800 Hz y la velocidad de propagación 500 m/s. Calcular: (a) la ecuación del movimiento ondulatorio producido por el foco, (b) el estado de vibración de un punto sabiendo que vibra desde hace 4 s.

17.-Una onda viene descrita por la función $\psi(x,t) = \exp[-ax^2 - bt^2 - 2(ab)^{1/2}xt]$, siendo a y b constantes reales. (a) ¿En qué dirección y sentido viaja la onda? (b) ¿Cuál es la velocidad de fase de la onda? (c) Hacer una representación gráfica de ψ para $t = 0$ y para $t = 3$ s suponiendo que $a = 144$ cm^{-2} y $b = 9$ s^{-2}.

18.-Un foco puntual envía ondas esféricas en un medio isótropo. Si a 20 m de la fuente la intensidad es 3×10^{-4} W/m^2, determinar la intensidad, en la misma dirección, en un punto situado a 15 m de la fuente. Hallar la potencia del foco emisor y la relación entre las amplitudes de las ondas. Se supone que no hay absorción de energía.

19.-Demostrar que la ecuación $\psi(x,y,t) = A$ sen $(x\cos\theta + y \text{ sen } \theta - vt)$ corresponde a una onda plana bidimensional de velocidad de fase v, cuya dirección de propagación forma un ángulo θ con el eje x. ¿Cuál será su longitud de onda?

20.-Considérese un movimiento ondulatorio cuya función de onda viene dada por la extresión $\psi(x,y,t) = A\cos(ax + by - \mu t)$. Calcular el período, la frecuencia y la velocidad de fase en función de los parámetros a, b y μ.

21.-Luz de color verde de longitud de onda 514 nm incide normalmente sobre una red de difracción por transmisión de 400 líneas/mm y 2 cm de tamaño. Calcular: (a) el período de la red, (b) la desviación angular del máximo de tercer orden, así como la dispersión D y el poder de resolución R para ese orden, (c) ¿puede recogerse el máximo de orden 10?

22.-Una red de difracción por transmisión tiene 100 líneas/mm, 5 cm de tamaño y se ilumina normalmente con un haz de luz monocromática de 450 nm. Calcular: (a) el período de la red, (b) el máximo orden de difracción posible, así como su dispersión D y el poder de resolución R para ese orden, (c) el ángulo de difracción del máximo de cuarto orden.

23.-Una red de difracción tiene 315 líneas/mm, y luz blanca incide normalmente sobre la red. ¿En qué longitudes de onda en el espectro visible se puede observar una difracción de quinto orden?

24.-Un punto está sometido a la acción de dos ondas idénticas que parten de dos focos situados, respectivamente, a 26 cm y 25.8 cm del punto. La frecuencia de la onda es 1000 Hz, su amplitud 5 cm y su velocidad de propagación 1200 m/s. Calcular: (a) la ecuación de la onda resultante, (b) el estado de vibración del punto en el instante en que los focos vibran desde hace 0.001 s, (c) ¿cuál debería ser la frecuencia de ambos focos para que en ese punto se produjera una interferencia total encontrándose en primer mínimo en él?

25.-En un experimento de Young de la doble rendija la distancia entre dos máximos consecutivos es 0.037 mm cuando la longitud de onda de la luz incidente es de 590 nm. Calcular la coordenada de un punto de la pantalla en el que la intensidad es igual al 75% de su máximo.

26.-En un experimento de interferencia de la doble rendija de Young la distancia entre las rendijas es de 0.5 mm, y la longitud de onda de la luz es 600 nm. si se desea que el espaciado entre las franjas en la pantalla sea de 1 mm, ¿a qué distancia del plano de las rendijas hay que situar la pantalla?

27.-Para medir la longitud de onda de una fuente coherente y monocromática se utiliza el experimento de Young de la doble rendija con una separación entre las rendijas de 0.8 mm. Sabiendo que la separación entre dos franjas brillantes consecutivas es de 0.37 mm cuando la pantalla está situada a 50 cm del plano de las rendijas, calcular la longitud de onda de la luz utilizada.

28.-En el dispositivo de Young de la doble rendija la distancia entre las rendijas es 0.5 mm, la luz empleada es monocromática de longitud de onda 600 nm y la pantalla se sitúa a 1 m del plano de las rendijas. Delante de la rendija superior se coloca una lámina de vidrio de caras paralelas de espesor 0.01 mm y cuyo índice de refracción es 1.5. Calcular el valor del desplazamiento de las franjas sobre la pantalla.

29.-Dada la relación de dispersión $\omega = ak^2$, donde a es una constante, obtener la velocidad de fase y la velocidad de grupo.

30.-La relación existente entre la frecuencia angular, ω, y el número de onda, k, de las ondas electromagnéticas en la ionosfera es del tipo:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + c^2k^2}$$

donde ω_0 es una constante y c es la velocidad de la luz en el vacío. Calcular la velocidad de fase y la velocidad de grupo de las ondas electromagnéticas.

31.-Una ecuación aproximada muy utilizada para describir el índice de refracción de un medio transparente en la región visible es la ecuación de Cauchy (ver apartado 1.4.3):

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

donde A y B son constante y λ es la longitud de onda. Calcular la velocidad de grupo en función de A y B para esos medios.

Tema 3.-OPTICA DE FOURIER

32.-Si la transformada de Fourier de $f(x)$ es $F(\nu)$, expresar la transformada de Fourier de $f(ax)$ en función de $F(\nu)$, siendo a una constante real arbitraria.

33.-Sea $f(x)$ una función dos veces derivable y sea $F(\nu)$ la transformada de Fourier de $f(x)$. Obtener la transformada de Fourier de $f''(x) = d^2f(x)/dx^2$, en función de $F(\nu)$.

34.-Obtener la transformada de Fourier unidimensional de la función:

$$f(x) = U(x)\cos^2(4\pi x/x_0)$$

donde $U(x) = 1$ para $-x_0 \leq x \leq x_0$, y $U(x) = 0$ en el resto.

35.-Las amplitudes complejas de una onda monocromática de longitud de onda λ en los planos $z = 0$ y $z = d$ son $f(x,y)$ y $g(x',y')$, respectivamente. Suponiendo que $d = 10^4\lambda$,utilizar el análisis armónico para determinar $g(x',y')$ en los siguientes casos: (a) $f(x,y) = 1$, (b) $f(x,y) = \exp[(-j\ \pi/\lambda)(x + y)]$, (c) $f(x,y) = \cos(\pi x/2\lambda)$, (d) $f(x,y) = \cos^2(\pi y/2\lambda)$.

36.-Una transparencia de transmitancia $t(x,y) = \exp[-j2\pi\varphi(x)]$ es iluminada con una onda plana uniforme de longitud de onda $\lambda = 1$ µm. La luz transmitida es focalizada for una lente convergente de focal $f' = 100$ cm situada inmediatamente detrán de la transparencia. Obtener la función $\varphi(x)$ para que un rayo que incida sobre la transparencia en un punto $x > 0$ sea deflectado y focalizado en un punto $x' = \ln x$ del plano focal de la lente. Considerar que $x,\ x' << f'$. Si se quitara la lente, ¿cuál debería ser la función $\varphi(x)$ para que el sistema hiciera la misma función? (Este sistema puede utilizarse para llevar a cabo una transformación de coordenadas logarítmica utilizada en algunos sistemas de interconexión óptica).

37.-Un scanner situado en el plano xy tiene una función de transmitancia:

$$f(x,y) = \exp\left\{j\frac{2\pi}{4\lambda f'}\left[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^4\right]\right\}$$

donde $\lambda = 488$ nm, $f' = 1.4$ m, $x_0 = 0.5$ cm e $y_0 = 0.8$ cm. Si el scanner es iluminado con un haz muy estrecho de luz monocromática de longitud de onda 488 nm que incide perpendicularmente en puntos del scanner en la forma:

$$x(t) = x_0 \operatorname{sen} 2\pi\nu t \qquad y(t) = y_0 \cos 2\pi\nu t$$

donde t es el tiempo y $\nu = 84$ Hz, encontrar los ángulos de deflexión θ_x y θ_y en función del tiempo, así como la posición del punto imagen sobre una pantalla paralela al plano del scanner y situado a una distancia de 1.4 m de éste.

38.-Una lente se utiliza para llevar a cabo la transformada de Fourier de una función bidimensional con frecuencias espaciales entre 20 y 200 líneas/mm. Si la longitud de onda de la luz es $\lambda = 488$ nm, ¿cuál debería ser la focal de la lente de modo que las frecuencias espaciales más alta y la más baja estén separadas en el plano de Fourier una distancia de 9 cm?

39.-Una rendija de 0.64 mm de anchura se ilumina con luz monocromática de longitud de onda 633 nm. Se forma el diagrama de difracción sobre una pantalla alejada 94 cm. Calcular la intensidad máxima a una distancia angular de 2.8 minutos de arco desde el centro del diagrama de difracción, como una fracción de la intensidad del máximo central.

40.-Una rendija de anchura 187 µm se ilumina con un haz paralelo de luz monocromática de longitud de onda 694 nm. Si se sitúa una pantalla de observación a una distancia de 105 cm de la rendija, calcular: (a) la anchura de la franja central brillante y de los máximos secundarios del diagrama de difracción, (b) la distancia entre el primer y octavo mínimos, (c) el poder de resolución para esa longitud de onda.

41.-Una onda plana monocromática de longitud de onda 694 nm incide perpendicularmente sobre una pantalla opaca que tiene una abertura rectangular. Se observa el diagrama de difracción en el plano focal de una lente convergente de 185 cm de focal situada directamente detrás de la abertura, obteniéndose que las dimensiones en las direcciones de los ejes x e y del rectángulo formado por las líneas oscuras que rodean al máximo central son 9.5 mm y 3.8 mm, respectivamente. Calcular los lados de la abertura rectangular.

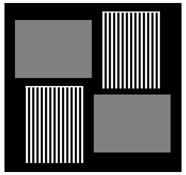
42.-Una lente de 2 cm de diámetro tiene una focal de 40 cm y se ilumina con un haz paralelo de luz monocromática de longitud de onda 590 nm. Calcular el radio del disco central del diagrama de difracción observado en el plano focal de la lente. Determinar el poder de resolución de la lente para esa longitud de onda.

43.-Rayos paralelos de luz verde de mercurio, cuya longitud de onda es 560 nm, pasan a través de una rendija de 0.4 mm de anchura, situada delante de una lente convergente de 40 cm de focal imagen. ¿Cuál es la distancia entre el máximo central y el primer mínimo sobre una pantalla colocada en el plano focal de la lente?

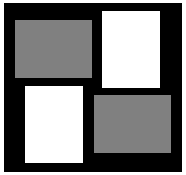
44.-La quinta franja brillante de un diagrama de difracción de una rendija de 0.6 mm de anchura está situada a 1.6 mm del tercer mínimo, medida sobre una pantalla colocada a 1.14 m de la rendija. suponiendo que incide sobre la rendija luz monocromática, calcular la longitud de onda de la luz incidente.

45.-Hacer un esquema aproximado del diagrama de difracción de Fraunhofer que aparecería en el plano focal de una lente de un sistema 4-f, si la transparencia de la figura (a) se utilizara como objeto. ¿Cómo habría que filtrar este diagrama para obtener como imagen final la figura (b)?

(a)



(b)



Tema 4.-HOLOGRAFIA

46.-Considerar un holograma registrado con una onda de referencia que es una onda esférica centrada en el punto (0,0,-d) y determinar el diagrama de interferencia almacenado así como las características de la onda reconstruida cuando la onda objeto es: (a) una onda plana que se propaga en una dirección que forma un ángulo θ_x con el eje z; (b) una onda esférica centrada en el punto (-x_o,0,-d). Aproximar las ondas esféricas por ondas parabólicas.

47.-Un holograma se registra con luz proveniente de un láser de He-Ne (λ_0 = 633 nm) mediante la interferencia de dos ondas planas de modo que la normal a la placa holográfica corresponde a la bisectriz del ángulo formado por las dos ondas. Bajo estas condiciones obtener el mínimo ángulo que deben formar las ondas objeto y referencia para que la frecuencia espacial en el holograma no supere las 200 líneas/mm.

48.-Un holograma de volumen por reflexión se registra mediante la interferencia de dos ondas planas, que inciden normalmente a la placa holográfica con la misma dirección, pero cada una de ellas sobre una cara de la placa. Si el holograma se registra con luz de longitud de onda 500 nm, determinar: (a) el espaciado de las franjas de interferencia en el medio de registro, (b) la longitud de onda que sería reflejada si se reconstruye el holograma con luz blanca que forma un ángulo de 5° respecto a la normal a la placa. Suponer que el índice del medio es n = 1.

49.-Considerar un holograma de volumen por reflexión que se registra mediante la interferencia de dos ondas planas, las cuales inciden normalmente sobre una emulsión fotográfica con la misma dirección, pero cada una de ellas sobre una cara de la placa. Si el holograma se registra con luz azul de longitud de onda 488 nm y el procesado del medio de registro da lugar a una disminución del espesor de la emulsión del 15%, determinar: (a) el espaciado de las franjas de interferencia (período de la red) en el medio de registro antes y después del procesado, (b) la longitud de onda que sería reflejada si se reconstruyera el holograma con luz blanca incidiendo normalmente al holograma. Suponer, por sencillez, que el índice del medio es n = 1.

50.-Para una lente holográfica obtener, en la aproximación de onda parabólica, (a) las ecuaciones que relacionan las coordenadas de los centros de curvatura de las ondas de reconstrucción e imagen, así como el aumento m; (b) expresar estas ecuaciones en función de la focal f' de la lente.

51.-Una lente holográfica se registra de modo que las ondas objeto y referencia son ondas esféricas centradas sobre el eje z, es decir, $x_r = x_o = y_r = y_o = 0$. Si se reconstruye con una onda esférica, obtener, en este caso particular y en la aproximación de onda parabólica, (a) las ecuaciones que relacionan las coordenadas de los centros de curvatura de las ondas de reconstrucción e imagen, así como el aumento m; (b) expresar estas ecuaciones en función de la focal f' de la lente; (c) suponer que el holograma se registra con luz de longitud de onda 600 nm (anaranjado) y se reconstruye con una onda que emerge del mismo punto que la onda de referencia pero de luz de longitud de onda 500 nm (verde), y obtener la posición de la imagen reconstruida en función de la posición de la fuente puntual objeto.

52.-Una lente holográfica se registra con luz ultravioleta de longitud de onda 337 nm y se reconstruye con luz de un láser de He-Ne de longitud de onda 633 nm. Si las ondas de referencia y de reconstrucción son dos ondas planas que inciden de la misma manera sobre la lente, obtener el aumento producido por la lente sobre el objeto original.

Tema 5.-OPTICA ELECTROMAGNETICA

53.-Describir completamente el estado de polarización de cada una de las ondas:

(a) $\mathbf{E}(x,t) = [4\cos(\omega t - kx)]\mathbf{u}_y + [4\cos(\omega t - kx + \pi)]\mathbf{u}_z$

(b) $\mathbf{E}(x,t) = [4\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)]\mathbf{u}_y - [2\cos(\omega t - kx + \pi/4)]\mathbf{u}_z$

(c) $\mathbf{E}(x,t) = [8\cos(\omega t - kx + \pi/6)]\mathbf{u}_y - [6\,\mathrm{sen}(\omega t - kx)]\mathbf{u}_z$

54.-Un polarizador y un analizador se encuentran orientados de tal manera que la intensidad de la luz transmitida por ellos es máxima. (a) ¿Qué fracción de esta intensidad es transmitida cuando uno de ellos gira un ángulo de 15°? (b) ¿Qué ángulo habrá que girar uno de ellos para observar la extinción completa?

55.-Tres polarizadores lineales están situados normales a un eje central a lo largo del cual incide un haz de luz natural de intensidad I_i. Si el primero y el último de los polarizadores están cruzados y el del medio gira con una velocidad angular ω alrededor del eje, obtener la intensidad I del haz emergente en función de ω.

56.-Un haz de luz polarizada linealmente incide sobre dos polarizadores lineales. El eje de transmisión del primer polarizador forma un ángulo θ con respecto a la dirección de polarización del haz incidente, mientras que el eje de transmisión del segundo polarizador forma un ángulo de 80° respecto a la dirección de polarización de dicho haz. Calcular el valor que debe tener al ángulo θ para que la intensidad del haz transmitido sea el 12% de la del haz incidente.

57.-El ángulo de polarización de una lámina de vidrio cuando está sumergida en agua es de 55°. Determinar el índice de refracción de la lámina y el ángulo de polarización cuando la lámina está en aire. Indice de refracción del agua n = 4/3.

58.-Un haz de luz natural incide desde el aire sobre un líquido de índice de refracción n = 1.40. Si los rayos reflejados están totalmente polarizados, calcular el ángulo de refracción del haz.

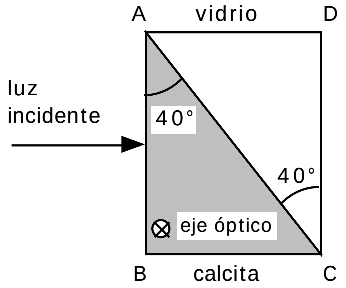
59.-Hallar el mínimo espesor, d, de una lámina planoparalela de cuarzo tallada paralelamente al eje óptico para que luz monocromática de longitud de onda λ_0 = 589 nm polarizada linealmente incidente, emerja polarizada circularmente. Para esa longitud de onda: n_O = 1.5533 y n_E = 1.5442.

60.-Un haz paralelo de luz amarilla natural incide perpendicularmente sobre una cara de un prisma de calcita cuya arista es paralela al eje óptico y cuya sección principal es un triángulo rectángulo. Si el ángulo de refringencia del prisma es α = 20°, determinar: (a) las direcciones y estados de polarización de los dos rayos a la salida del prisma, (b) los valores máximo y mínimo que debe tener el ángulo de refringencia para que uno de los dos rayos sufra reflexión total y el otro no. n_O = 1.6583 y n_E = 1.4864.

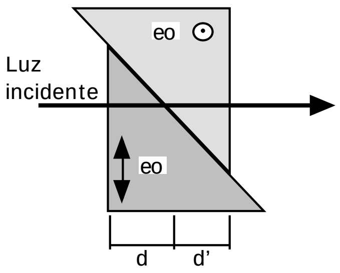
61.-En un cristal de cuarzo entra un rayo de luz monocromática de longitud de onda 589 nm con su dirección normal al eje óptico del cristal y con un ángulo de incidencia de 60°. Si los dos haces emergentes tienen una separación de 0.4 mm, calcular el espesor del cristal. n_O = 1.5442 y n_E = 1.4533.

62.-Hallar el espesor de una lámina de circonio de caras planoparalelas necesario para producir entre los rayos ordinario y extraordinario un defasaje de: (a) $\pi/2$, (b) π, y (c) 2π, para una longitud de onda de 589 nm. $n_O = 1.9682$ y $n_E = 1.9239$.

63.-Un prisma de calcita ABC (n_O = 1.6583 y n_E = 1.4864), cuya arista es paralela al eje óptico, está asociado a un prisma ACD de vidrio crown cuyo índice de refracción es n = 1.55, tal y como se indica en la figura. Se ilumina este sistema, normalmente a la cara AB, con un haz estrecho de luz natural monocromática. Calcular el ángulo que forman los rayos emergentes.



64.-Un *compensador de Babinet* consiste en dos cuñas de cuarzo que pueden deslizarse una sobre la otra. Las cuñas están cortadas de tal modo que sus ejes ópticos (eo) son perpendiculares, tal y como muestra la figura. Por consiguiente el rayo ordinario es una de las cuñas es el extraordinario en la otra. Calcular el defasaje para cualquier rayo en función de λ_0, n_O, n_E, d y d', y aplicarlo para al caso λ_0 = 633 nm, n_O = 1.5442, n_E = 1.533, d = 10 mm y d' = 5 mm.



65.-Hallar la cantidad de azúcar contenida en un tubo cilíndrico de 30 cm de longitud y 2 cm^2 de sección transversal si el plano de polarización de la luz incidente polarizada linealmente rota 39.7°, teniendo en cuanta que la rotación específica del azúcar es $\rho = 66.5\ cm^3 g^{-1} cm^{-1}$.

66.-En un dispositivo para analizar el efecto Faraday incide un haz de luz monocromática polarizada linealmente en la dirección de la generatriz de un cilindro de longitud 10 cm y fabricado con un material magnetoóptico cuya constante de Verdet es $V = 3.8 \times 10^{-4}$ minutos de arco/gauss·cm. Si al atravesar el cilindro la dirección de polarización de la luz incidente gira 4°, obtener el valor del campo magnético aplicado si se sabe que éste tiene la dirección de la luz incidente.

Tema 6.-DISPOSITIVOS ELECTROOPTICOS

67.-Obtener el voltaje de media onda para una celda Pockels longitudinal fabricada con arsenato dihidrógeno de amonio (ADA) para la longitud de onda de 550 nm si n = 1.58 y el coeficiente eléctroóptico lineal es de 5.5 pm/V.

68.-Un cristal de Ga As cuyo índice de refracción es n = 3.6 y cuyo coeficiente electroóptico lineal es r = 1.6 pm/V se utiliza como modulador de fase electroóptico en configuración longitudinal operando con una longitud de onda en aire de 1.3 µm. La longitud del cristal es de 3 cm y su sección tiene un área de 1 cm^2. Determinar el voltaje de media onda, el tiempo de tránsito de la luz a través del cristal y la capacidad del dispositivo (la permitividad relativa del Ga As es 11.5). Si el voltaje se aplica utilizando un generador en serie con una resistencia de 50 Ω, comparar el tiempo de tránsito con el tiempo de respuesta del circuito eléctrico.

69.-Un modulador de intensidad que opera para la longitud de onda en aire λ_o = 633 nm está formado por un interferómetro de Mach-Zehnder, de manera que en la rama 1 se coloca un modulador de fase electroóptico Pockels en configuración transversal. El modulador de fase se fabrica con cristal de Ga As de longitud L = 4 cm y de espesor d = 0.5 cm, cuyo índice de refracción es n = 3.6 y cuyo coeficiente electroóptico lineal es r = 1.6 pm/V. Si la distancia entre las láminas semitransparentes L_1 y L_2 del interferómetro es de 24 cm, y entre la lámina L_1 y el espejo E_1 es de 12 cm, calcular: (a) La diferencia de fase ϕ_0 entre los haces de luz que llegan a la lámina semitransparente L_2, y el cociente entre la intensidad a la salida y a la entrada del interferómetro, $T = I_O/I_i$, cuando no se aplica ninguna diferencia de potencial en el cristal. (b) El voltaje de media onda V_π. (c) La mínima longitud que habría que modificar la distancia entre la lámina semitransparente L_1 y el espejo E_1 para que el dispositivo actuara como un modulador de intensidad analógico lineal operando en torno a T = 0.5. (d) La mínima longitud que habría que modificar la distancia entre la lámina semitransparente L_1 y el espejo E_1 para que el dispositivo actuara como un conmutador.

70.-Un modulador de intensidad óptico-integrado utiliza la configuración de Mach-Zehnder y se utiliza como un modulador de intensidad analógico lineal. Si el voltaje de media onda es V_π = 10 V, encontrar la sensibilidad del dispositivo definida mediante $\Delta T/\Delta V$.

71.-(a) Para un modulador de intensidad del tipo Mach-Zehnder que se ajusta de modo que $\phi_0 = \pi/2$, obtener la expresión de T cuando actúa en la región lineal en torno aL valor T = 0.5. (b) Demostrar que si ϕ_0 es un múltiplo entero de 2π, el modulador actúa como un conmutador cuando V varía entre 0 y V_π.

72.-Se fabrica un retardador dinámico con un cristal anisótropo de $Li\,Nb\,O_3$ de longitud L = 4 cm y espesor d = 2 cm, para el cual se sabe que los índices de refracción ordinario y extraordinario son n_O = 2.3 y n_E = 2.2, respectivamente, y los coeficientes electroópticos lineales son r_{13} = 9.6 pm/V y r_{33} = 9.6 pm/V. Incide normalmente sobre una cara del cristal luz monocromática polarizada linealmente de longitud de onda 633 nm en aire, siendo el eje óptico perpendicular a la dirección del haz incidente y formando un ángulo de 45° con el campo eléctrico de dicho haz. Calcular el voltaje de media onda así como el mínimo valor de V que hay que aplicar para que el retardador se comporte como una lámina de cuarto de onda.

73.-Un modulador de intensidad se fabrica con un retardador dinámico (sobre el que se aplica un campo eléctrico en la dirección del eje óptico) situado entre dos polarizadores cruzados colocados a 45° con respecto a los ejes del retardador. El retardador es una celda Pockels de Li Nb O_3 ($n_O = 2.3$, $n_E = 2.2$, $r_{13} = 9.6$ pm/V y $r_{33} = 30.9$ pm/V) en configuración longitudinal y con $d = L$. Si se ilumina el modulador con un haz de luz monocromática de longitud de onda 633 nm e intensidad I_i y la intensidad transmitida es I_0: (a) hacer una representación gráfica de la transmitancia $T = I_0/I_i$ en función del voltaje V aplicado. (b) ¿Cuál es el significado del voltaje que corresponde a transmisión máxima? (c) ¿Cuál es el voltaje positivo que hará $I_0 = 0$? (d) Repetir el problema suponiendo que el modulador es longitudinal y también con $d = L$.

Tema 7.-DISPOSITIVOS ACUSTOOPTICOS

74.-Sabiendo que para el Li Nb O_3 se tiene $M = 6.95 \times 10^{-15}$ m^2/W, $\rho = 4.64 \times 10^3$ kg/m^3, $v_s = 6.57$ km/s y $n = 2.2$, obtener: (a) la constante fotoelástica y (b) la amplitud Δn_0 de la onda de índice de refracción sabiendo que la onda acústica tiene una intensidad $I_s = 10$ W/cm^2.

75.-Una celda acustoóptica se fabrica con vidrio flint de índice de refracción $n = 1.95$ y en el cual la velocidad del sonido es $v_s = 3$ km/s. Calcular el ángulo de Bragg en el medio y fuera de éste (supuesta la celda rodeada por aire) para luz incidente de longitud de onda en aire de 633 nm, suponiendo que se aplica una onda acústica a la celda de frecuencia $f = 100$ MHz. ¿Cuánto vale el ángulo de Bragg si la frecuencia del sonido pasa a ser $f = 1$ GHz?

76.-Una celda de Bragg se fabrica con vidrio flint extra denso cuya figura de mérito es $M = 1.67 \times 10^{-14}$ m^2/W. Si $\lambda_o = 633$ nm, la intensidad del sonido es $I_s = 10$ W/cm^2, y la longitud de penetración de la luz a través del sonido para el ángulo de Bragg es $L/\text{sen}\ \theta_B = 1$ mm, calcular el rendimiento en difracción. Si la intensidad del sonido pasa a ser $I_s = 100$ W/cm^2, ¿cuál es el nuevo valor del rendimiento en difracción?

77.-Determinar el ángulo de Bragg y la máxima anchura de banda de los siguientes moduladores acustoópticos: (a) Material: vidrio flint extra denso ($n = 1.95$, $v_s = 3$ km/s), frecuencia del sonido: $f = 60$ MHz, luz incidente proveniente de un láser de Argón ($\lambda_o = 514$ nm en aire) de divergencia angular $\delta\theta = 2$ mrad. (b) Material: telurio ($n = 4.8$, $v_s = 2.2$ km/s), frecuencia del sonido: $f = 100$ MHz, luz incidente proveniente de un láser de He-Ne ($\lambda_o = 633$ nm en aire) y anchura del haz $D = 1.5$ mm.

78.-Un deflector acustoóptico se fabrica con cuarzo fundido ($v_s = 6$ km/s, $n = 1.46$) y se utiliza con la luz proveniente de un láser de He-Ne ($\lambda_o = 633$ nm en aire). La frecuencia del sonido barre un intervalo de 40 a 60 MHz. Suponiendo que el ángulo de Bragg es pequeño, ¿qué anchura D debería tener el haz del láser para que el número de *spots* resolubles fuera $N = 100$? ¿Cuánto vale $\Delta\theta$? ¿Qué sucede si se utiliza un material como el vidrio flint en el que la velocidad del sonido es menor ($v_s = 3.1$ km/s)

Tema 8.-FIBRAS OPTICAS Y COMUNICACIONES

79.-Determinar la apertura numérica de una fibra de salto de índice sabiendo que el núcleo tiene un índice $n_1 = 1.62$ y el revestimiento $n_2 = 1.52$. ¿Cuál es el ángulo de aceptación cuando está sumergida en aire? ¿Y si está sumergida en agua ($n = 1.33$)?

80.-Calcular el tiempo de retraso entre un rayo axial y otro que entra con el ángulo de aceptación en una fibra de salto de índice de 1 km de longitud, sumergida en aire, sabiendo que los índices de refracción del núcleo y del revestimiento son $n_1 = 1.500$ y $n_2 = 1.485$, respectivamente. ¿Cuál es la máxima frecuencia de los pulsos de entrada que no producirán solapamiento de pulsos a la salida debido a la dispersión modal?

81.-Obtener el valor mínimo del radio de curvatura a que puede curvarse una fibra óptica de salto de índice sin que se produzcan pérdidas imporantes si el radio del núcleo es $a = 50$ µm y los índices de refracción del núcleo y del revestimiento son $n_1 = 1.66$ y $n_2 = 1.52$, respectivamente.

82.-Una fibra óptica de salto de índice de diámetro 40 µm tiene índices de refracción n_1 y n_2 para el núcleo y el revestimiento, respectivamente. Sabiendo que un rayo incidente a 30° sufre un total de 8000 reflexiones por metro y que la apertura numérica de la fibra es 0.71, calcular n_1 y n_2, así como el ángulo límite en el interior de la fibra teniendo en cuanta que está sumergida en aire. Evaluar la frecuencia normalizada de la fibra, V, para una longitud de onda de 600 nm.

83.-Una fibra multimodo de salto de índice tiene un núcleo de 100 µm de diámetro, una diferencia relativa de índices $\Delta = 1\%$ y se utiliza para transmitir luz monocromática de 800 nm. Suponiendo que el índice de refracción del núcleo es $n_1 = 1.46$, calcular: (a) La frecuencia normalizada de la fibra, V. (b) El número de modos guiados. (c) La apertura numérica si la fibra está sumergida en aire.

84.-El núcleo de una fibra de índice gradual tiene un diámetro de 90 µm y un índice de refracción de perfil parabólico con un valor en el eje $n_1 = 1.46$. Si la apertura numérica de la fibra es 0.19 y la fibra opera a una longitud de onda de 1.3 µm, calcular: (a) La frecuencia normalizada de la fibra, V. (b) El número de modos guiados.

85.-Una fibra óptica de índice gradual tiene una radio de 60 µm de modo que el radio del núcleo es $a = 35$ µm. El perfil de índice de refracción de la fibra en función de la distancia al eje, r, viene dado por:

$$n(r) = \begin{cases} 1.5\sqrt{1 - 195918 r^2} & \text{si } r < a \\ 1.49982 & \text{si } r \geq a \end{cases}$$

donde r se mide en metros. (a) Hacer una reprsentación gráfica de n en función de r. (b) Calcular el parámetro de perfil, p. (c) Obtener la frecuencia normalizada, V, así como el número de modos, M, para la longitud de onda en aire $\lambda_0 = 633$ nm.

86.-Una fibra óptica de índice gradual tiene un núcleo de diámtro 68 µm e índice en el eje $n_1 = 1.5$, con un parámetro de perfil $p = 1.8$. Calcular el número de modos guiados por la fibra cuando opera con una longitud de onda de 1.3 µm.

87.- El núcleo de una fibra de salto de índice tiene un diámetro de 5 µm y un índice de refracción n_1 = 1.50, y el revestimiento tiene un índice de refracción n_2 = 1.45. (a) Calcular el parámetro Δ. (b) ¿Cuál es la longitud de onda más pequeña permitida para transmisión monomodo? (c) Si se dobla el diámetro del núcleo pero se mantiene su índice de refracción y el mismo tipo de transmisión monomodo, determinar el nuevo valor del índice de refracción del revestimiento.

88.- Una fibra de índice gradual cuyo núcleo tiene un índice de refracción con perfil parabólico tiene un valor del índice en el eje n_1 = 1.51 y una diferencia relativa de índices Δ = 0.012%. suponiendo que la fibra opera con la longitud de onda de 633 nm en aire y que la frecuencia normalizada de la fibra es V = 3.5, evaluar el máximo diámetro del núcleo para transmisión monomodo.

89.- A una longitud de onda en aire λ_0 = 820 nm las pérdidas por absorción en una fibra óptica son de 0.25 dB/km, mientras que las pérdidas por scattering son de 2.25 dB/km. Si la fibra se utiliza con una longitud de onda en aire λ_0 = 600 nm y se obtiene que las pérdidas por absorción son de 2 dB/km, evaluar la atenuación total para λ_0 = 600 nm.

Tema 9.-COMPUTACIÓN ÓPTICA

90.- Representar gráficamente $I_i = I_o/T(I_o)$ frente a I_o para las siguientes funciones lineales que exhiben biestabilidad:

(a) $T(x) = [(x - 1)^2 - a^2]^{-1}$.
(b) $T(x) = (1/2) + (1/2)\cos(x + \theta)$.
(c) $T(x) = [1 + a^2\mathrm{sen}^2(x + \theta)]^{-1}$.
(d) $T(x) = \mathrm{sinc}^2(a^2 + x^2)^{1/2}$.

Seleccionar adecuadamente las constantes a y θ para generar una relación biestable. Las funciones (b), (c) y (d) corresponden a los sistema formados por un interferómetro de Mach-Zehnder, un étalon Fabry-Perot y un acoplador direccional.

91.- Un cristal que presenta el efecto Kerr óptico se coloca en una de las ramas de un interferómetro de Mach-Zehnder como muestra la Figura 10.17. Demostrar que la transmitancia en intensidad del sistema es:

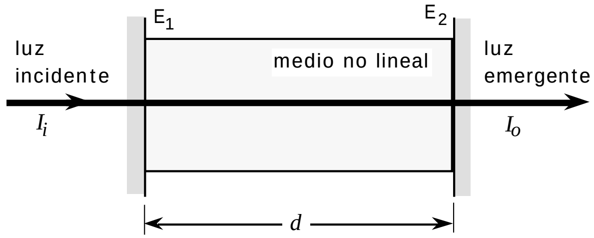
$$T(I_o) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos\left(\pi\frac{I_o}{I_\pi} + \phi\right)$$

donde I_π y ϕ son constantes. Suponiendo que ϕ = 0 representar gráficamente I_o frente a I_i y obtener una expresión para la ganancia diferencial máxima del dispositivo definida como dI_o/dI_i.

92.- Se fabrica un étalon Fabry-Perot como se ve en la Figura con un medio no lineal dispersivo en el que el índice de refracción n se controla por la intensidad de la luz interna I en vez de controlarse por la intensidad de la luz de salida I_o. Si T_o es la transmitancia del espejo de salida E_2 ($T_o = I_o/I$) y el medio exhibe efecto Kerr óptico siendo $n = n_o + n_2 I$, demostrar que la transmitancia de este étalon Fabry-Perot es:

$$T(I_o) = \frac{T_{max}}{1 + (2F/\pi)^2\mathrm{sen}^2[(2\pi d/\lambda_o)n_2 I_o/T_o + \phi]}$$

donde T_{max}, F y ϕ_o son constantes y λ_o es la longitud de onda de la luz en aire. Hacer una representación gráfica de $T(I_o)$ frente a I_o. Este dispositivo opera como un sistema autoajustable.



93.- Demostrar que la transformación de coordenadas de la forma:

$$x' = \phi_x(x,y) = 0$$

$$y' = \phi_y(x,y) = 0$$

es decir, todos los puntos (x,y) del plano de entrada se conectan con el punto $(x',y') = (0,0)$ del plano de salida (mapa de interconexión *fan-in*) puede llevarse a cabo mediante un holograma cuya función de fase es

$$\varphi(x,y) = -\frac{x^2 + y^2}{2\lambda d}$$

siendo d la distancia entre los planos de entrada y salida, y λ la longitud de onda en aire.

94.- Demostrar que la transformación de coordenadas logarítmica:

$$x' = \phi_x(x,y) = \ln x$$

$$y' = \phi_y(x,y) = \ln y$$

con $x > 0$ e $y > 0$, puede llevarse a cabo mediante un holograma con una función de fase de la forma:

$$\varphi(x,y) = \frac{1}{\lambda d}\left(x\ln x - x - \frac{1}{2}x^2 + y\ln y - y - \frac{1}{2}y^2\right)$$

95.- Diseñar un holograma para realizar un mapa de interconexión que lleva a cabo la transformación geométrica definida mediante:

$$x' = \phi_x(x,y) = \ln\sqrt{x^2 + y^2}$$

$$y' = \phi_y(x,y) = \mathrm{arc\ tg}\,\frac{y}{x}$$

que corresponde a una transformación de coordenadas polares seguida por una transformación logarítmica de la coordenada polar $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$. Obtener una expresión para la función de fase $\varphi(x,y)$ del holograma.