

Capítulo 2

ESTATICA DE FLUIDOS

1. Introducción. Presión en un fluido

2. Ecuación fundamental de la estática de fluidos.

Principio de Pascal

3. Fuerzas contra un dique

4. Principio de Arquímedes

1.- INTRODUCCIÓN. PRESIÓN EN UN FLUIDO

Es conveniente en Mecánica clasificar la materia en sólidos y fluidos. Un **fluido** es una sustancia que puede *fluir*, incluyendo este término a los gases y a los líquidos. Los líquidos pueden cambiar de forma pero son prácticamente incompresibles, sin embargo, los gases pueden variar tanto su forma como su volumen. Podemos definir un fluido como todo material continuo que en reposo sólo admite tensiones normales. La Estática de Fluidos es la parte de la Mecánica que estudia el equilibrio estático de los fluidos. Cuando se trata del agua se llama *Hidroestática*.

Un fluido es *ideal* o *perfecto* cuando, tanto en reposo como en movimiento, los esfuerzos interiores son únicamente presiones, y éstas son perpendiculares al elemento de superficie sobre el que actúan.

Los fluidos en los cuales -estando en movimiento- existen entre dos cualesquiera de sus partes esfuerzos tangenciales o cortantes se denominan fluidos *viscosos*. En estos fluidos existen fuerzas tangenciales de rozamiento que se describen en términos de una magnitud física denominada *viscosidad*.

Hay una diferencia en la forma como una fuerza actúa sobre un fluido y sobre un sólido. Una fuerza puede aplicarse a un solo punto de un sólido y ser resistida por él; en cambio, sólo se puede aplicar una fuerza a un fluido contenido en un depósito cerrado por intermedio de una superficie y sólo así puede

el fluido resistirla. Además, en un fluido en reposo esa fuerza está siempre dirigida perpendicularmente a la superficie, porque un fluido en reposo no puede resistir una fuerza tangencial; si se le sometiera a una fuerza tangencial las capas del fluido simplemente resabalarían una sobre la otra. Por consiguiente, es conveniente describir la fuerza que actúa sobre un fluido especificando la **presión**, que se define como el valor de la fuerza normal por unidad de área de la superficie. La presión es una magnitud física escalar. Por definición el valor de la presión p en un punto es el cociente entre el valor de la fuerza elemental dF que se ejerce sobre el elemento de superficie dS y esta superficie:

$$p = \frac{dF}{dS}$$

Las **dimensiones** de la presión son $[p] = [F][S]^{-1} = M L^{-1} T^{-2}$ y sus **unidades**:

+ Sistema CGS:	1 dina/1 cm ² = 1 baria
+ Sistema Internacional (SI):	1 N/1 m ² = 1 Pa ("Pascal")
+ Sistema técnico:	1 kp/1 m ² = 1 kp/m ²

Son múltiplos de interés:

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barias} \qquad 1 \text{ mbar ("milibar")} = 10^3 \text{ barias}$$

Otra unidad muy usada es la "**atmósfera física**", definida como la presión correspondiente a una columna de mercurio de 760 mm. Su valor en pascales es:

$$1 \text{ atmósfera física} = 101325 \text{ Pa}$$

También es frecuente el uso de la "**atmósfera técnica**", que es la presión equivalente a 1 kp/cm²:

$$1 \text{ atmósfera técnica} = 1 \text{ kp/cm}^2 = 9.80665 \times 10^4 \text{ Pa}$$

por tanto:

$$1 \text{ atmósfera física} = 1.033 \text{ atmósferas técnicas}$$

Finalmente, a la presión ejercida sobre su base por una columna de mercurio de 1 mm de altura se denomina **torr** (= 1 mm de Hg) y su abreviatura es **Torr**. Existen las equivalencias:

$$760 \text{ Torr} = 101325 \text{ Pa} = 1.01325 \text{ bar} = 1.033 \text{ kp/cm}^2$$

2.- ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA ESTÁTICA DE FLUIDOS. PRINCIPIO DE PASCAL

Una masa de fluido está en equilibrio cuando es nula la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre el mismo. Las fuerzas que actúan sobre el fluido son *fuerzas exteriores* (como el peso y las fuerzas que actúan en el contorno o superficie que limita el fluido, en el cual tiene lugar el contacto con el exterior) y *fuerzas interiores* (las fuerzas de acción y reacción debidas a las interacciones entre las partículas del fluido).

Otra forma de clasificar las fuerzas se basa en la característica geométrica de la cual dependen: **fuerzas de superficie** (actúan en los límites o contorno y vienen caracterizadas por la presión) y **fuerzas másicas o de volumen** (actúan en el seno del fluido). Las fuerzas másicas o de volumen son proporcionales a la masa o al volumen, y actúan sobre cada elemento de masa del fluido, sin necesidad de contacto físico. Son ejemplos las fuerzas gravitatorias o electromagnéticas.

Si el fluido es perfecto, las fuerzas en los límites son normales a la superficie, pues al despreciarse la viscosidad (es decir, el rozamiento) no existirán fuerzas tangenciales de rozamiento. Lo mismo ocurre en un fluido real si está en reposo.

Si un fluido está en equilibrio han de estarlo también todas las partes del mismo. Consideremos un pequeño elemento de volumen de fluido dentro de la masa del fluido. Consideraremos, por sencillez, que dicho elemento tiene la forma de un disco delgado de espesor dz y sección circular S , y que además éste se encuentra a una altura z sobre algún nivel de comparación. La masa dm de este elemento será el producto de su densidad ρ y su volumen $S \cdot dz$, es decir:

$$dm = \rho S dz$$

si el elemento de fluido está en reposo en el seno del campo gravitatorio, su peso dw será

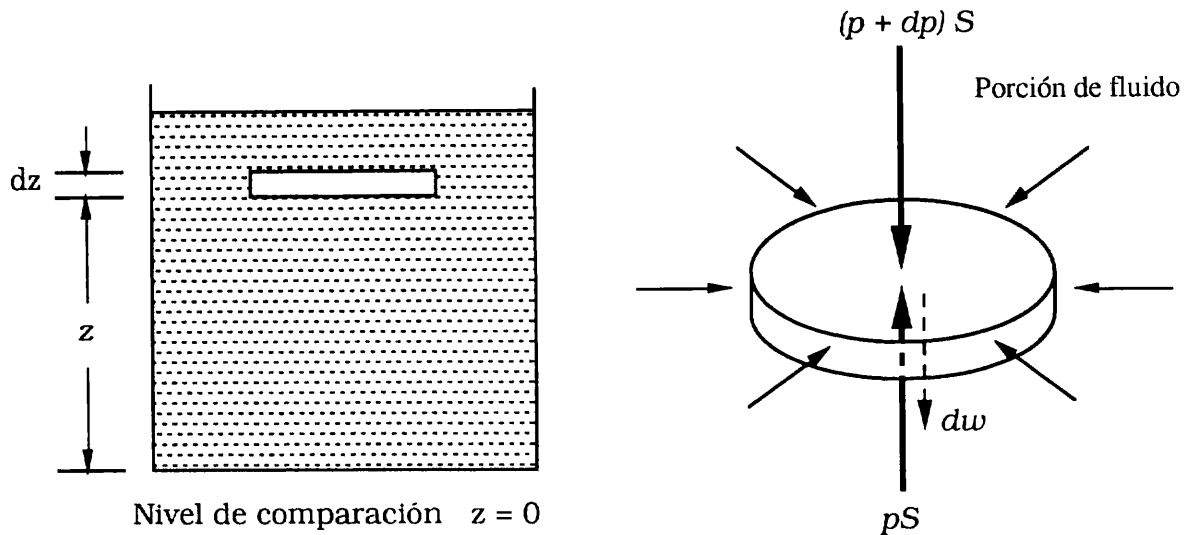
$$dw = g dm = g \rho S dz$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Las fuerzas ejercidas en el elemento por el fluido circundante son perpendiculares a su superficie en cada punto.

La fuerza resultante horizontal es nula porque el elemento no tiene aceleración horizontal. Las fuerzas horizontales se deben sólo a la presión

del fluido y por simetría la presión debe ser la misma en todos los puntos en un plano horizontal a la altura z .

Como el fluido está en reposo, tampoco tiene aceleración en la dirección vertical, de modo que la resultante de todas las fuerzas en esta dirección debe ser nula. Las fuerzas en esta dirección vertical se deben a la presión del fluido sobre las caras del elemento y al peso de dicho elemento.



Si la presión sobre la cara inferior es p y $p + dp$ sobre la superior, la fuerza hacia arriba es pS y hacia abajo $(p + dp)S$ más el peso del elemento dw . Por consiguiente, para que el fluido esté en equilibrio se deberá cumplir:

$$(p + dp) S - p S + dw = 0$$

$$(p + dp) S - p S + g \rho S dz = 0$$

de donde:

$$dp = -g \rho dz$$

es decir:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

Esta ecuación nos dice cómo varía la presión con la altura sobre algún nivel de referencia en un fluido que se encuentra en equilibrio estático. Cuando la elevación aumenta ($dz > 0$) la presión disminuye ($dp < 0$) y viceversa. La causa de esta variación de presión es el peso por unidad de superficie de la sección transversal de las capas del fluido que está entre los puntos cuya diferencia de

presiones se mide.

Para encontrar la función $p = p(z)$ hay integrar la última ecuación diferencial y, para ello, es necesario conocer la dependencia de la densidad ρ con z , supuesta g constante. En los líquidos la densidad ρ es prácticamente constante porque son incompresibles. En este caso, es posible escribir, si p es la presión a la altura z y p_0 la presión a la altura z_0 , de la ecuación:

$$\int_{p_0}^p dp = - \int_{z_0}^z \rho g dz$$

nos queda:

$$p - p_0 = - \rho g (z - z_0)$$

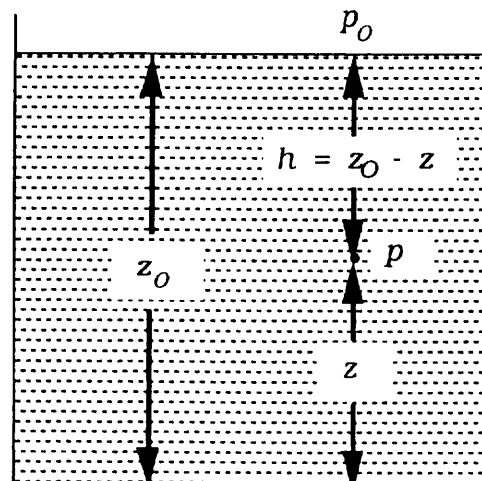
y reordenando:

$$p = p_0 + \rho g (z_0 - z)$$

Si un líquido tiene una superficie libre, éste es el nivel natural para medir las alturas y en este caso la presión p_0 sobre la superficie libre del líquido será la presión atmosférica. Llamando $h = z_0 - z$:

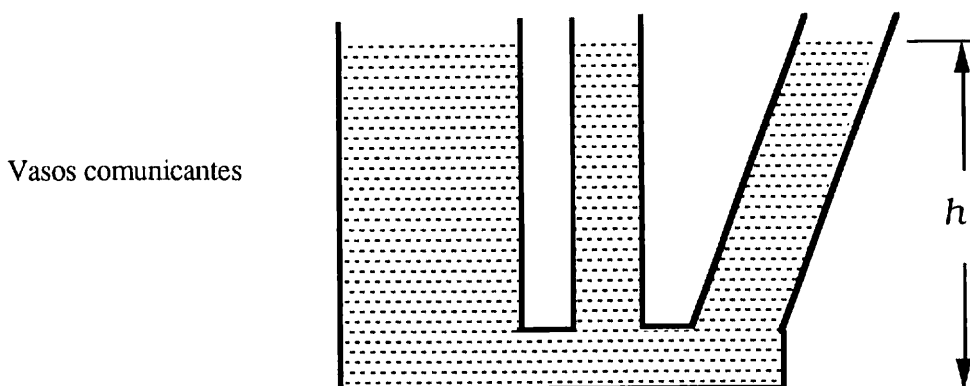
$$p = p_0 + \rho g h$$

que es la **Ecuación Fundamental de la Estática de Fluidos**. En esta ecuación h es la profundidad bajo la superficie en la cual la presión es p . Esta ecuación pone de manifiesto que la presión en el seno de un líquido es igual en todos los puntos que se encuentran a la misma profundidad.



Un líquido cuya superficie superior está abierta a la atmósfera

Esta ecuación no depende del tipo de recipiente que contenga al fluido, que alcanzará la misma altura en varios **vasos comunicantes** de distinta forma geométrica, fenómeno que constituye la conocida "paradoja hidrostática".



Cuando el fluido está en equilibrio vemos que la diferencia de presión depende de la diferencia de alturas y de la densidad. Por tanto, si se aumenta la presión en un punto del fluido, cambiará la presión en todos los puntos del fluido en el mismo valor que el incrementado. Este resultado fue enunciado por Pascal (1623-1662) y recibe el nombre de **Principio de Pascal**:

"La presión aplicada a un punto de un fluido se transmite con el mismo valor a todos los puntos del fluido y a las paredes del depósito que lo contiene".

Una de las aplicaciones inmediatas del Principio de Pascal es la **prensa hidráulica**, formada por dos cilindros intercomunicados, uno de ellos de sección pequeña s y otro de sección mayor S , llenos de líquido.

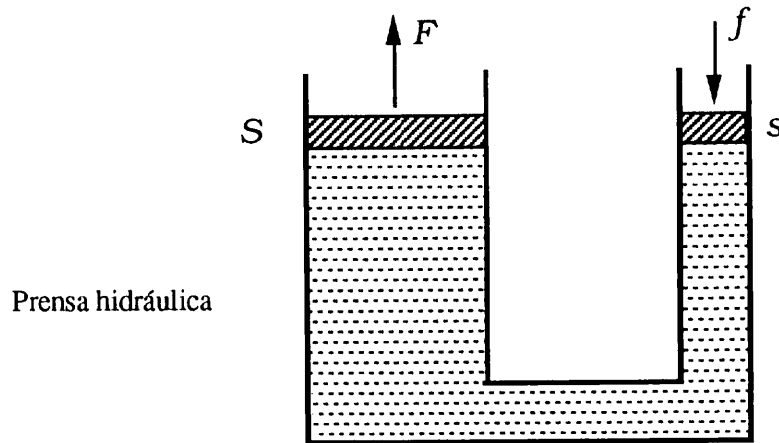
Sobre la superficie libre del líquido existen sendos pistones, estando el conjunto en equilibrio. Si sobre el pistón de menor sección hacemos actuar una fuerza f , la presión en la superficie del líquido en contacto con los pistones es:

$$p = \frac{f}{s}$$

y por tanto la fuerza F sobre el pistón de mayor sección es:

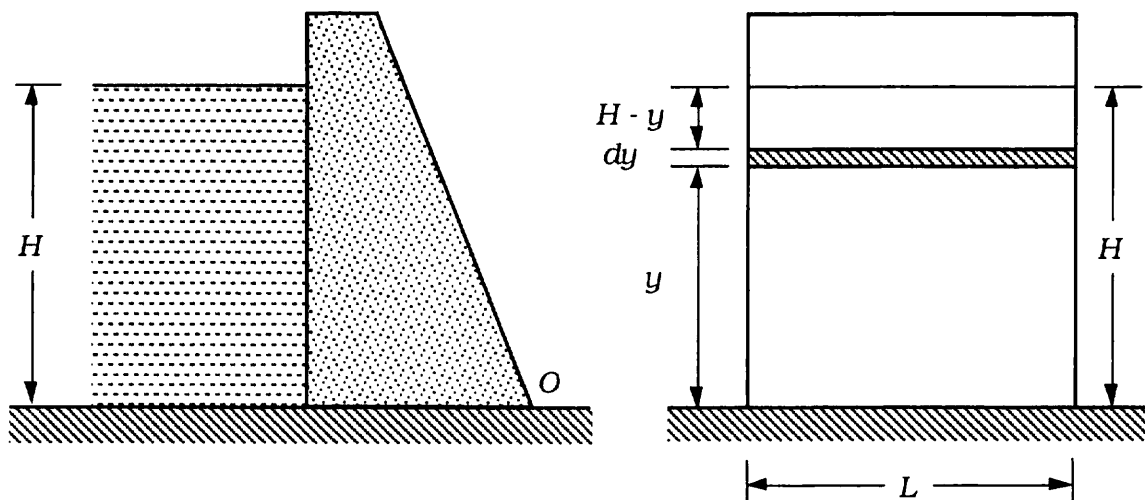
$$F = \frac{f}{s} S = \frac{S}{s} f$$

Si la relación entre las secciones S/s es grande, con la aplicación de una fuerza pequeña f obtendremos una fuerza grande F .



3.- FUERZAS CONTRA UN DIQUE

Supongamos que el agua alcanza una altura H en la pared vertical de un dique, -tal y como se muestra en la siguiente figura-, y ejerce una determinada fuerza resultante que tiende a deslizarlo a lo largo de su base, y un cierto momento que tiende a volcar el dique alrededor del punto O . En estas condiciones, estamos interesados en calcular la fuerza horizontal resultante y el momento resultante sobre el dique.



En la cara del dique que está frente a la masa de líquido consideramos una superficie infinitesimal dS de anchura dy y longitud L :

$$dS = L dy$$

situada a una altura y sobre el fondo, de modo que la presión a la altura y es:

$$p = \rho g (H - y)$$

(No es necesario tener en cuenta la presión atmosférica, puesto que actúa también contra la otra cara del dique). La fuerza dF contra el elemento de superficie dS , será:

$$dF = p dS = \rho g (H - y) L dy$$

y la fuerza total F será:

$$F = \int dF = \int_0^H \rho g L (H - y) dy = \frac{1}{2} \rho g L H^2$$

El momento dM de la fuerza dF respecto a un eje que pasa por O es:

$$dM = y dF = \rho g L y (H - y) dy$$

de manera que el momento total M respecto a O será:

$$M = \int dM = \int_0^H \rho g L y (H - y) dy = \frac{1}{6} \rho g L H^3$$

Si $\langle H \rangle$ es la altura por encima de O , a la cual la fuerza total F hubiera tenido que actuar para producir el mismo momento M , se tiene:

$$F \times \langle H \rangle = \frac{1}{2} \rho g L H^2 \times \langle H \rangle = \frac{1}{6} \rho g L H^3$$

de donde:

$$\langle H \rangle = \frac{1}{3} H$$

Por consiguiente, la línea de acción de la resultante se encuentra a $1/3$ de la altura por encima de O , o sea a $2/3$ de profundidad por debajo de la superficie libre del líquido.

4.- PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

El **Principio de Arquímedes** establece que:

"Todo cuerpo sumergido en un líquido experimenta un empuje vertical y hacia arriba E igual al peso de fluido P que desaloja".

Imaginemos una porción de fluido parcialmente solidificada; es decir, conservando sus propiedades pero diferenciada idealmente de él. Para que esta parte de fluido esté en equilibrio en su propio seno, se ha de verificar que la resultante de las acciones exteriores, E , (fuerzas originadas por las presiones hidrostáticas), sea igual y de sentido contrario al peso, P :

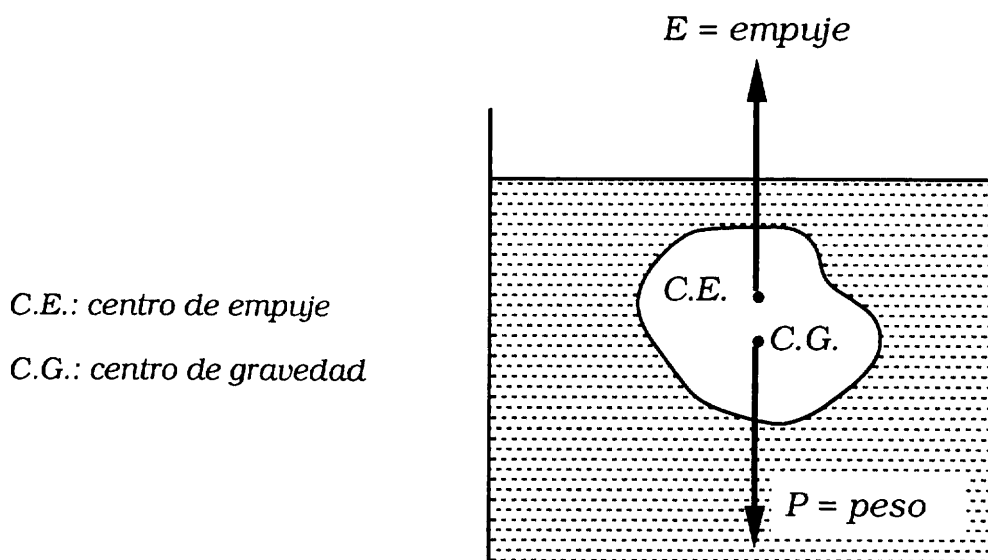
$$E = P$$

Si sustituimos esta porción de fluido por un sólido, el empuje E resultante de las acciones exteriores es el mismo y, por lo tanto, será vertical hacia arriba e igual al peso de un volumen de fluido igual al del cuerpo.

El peso de líquido desalojado por un cuerpo sumergido mide el valor del empuje, y es:

$$E = \text{volumen del cuerpo} \times \text{densidad del líquido} \times g$$

El punto donde está aplicado el peso P recibe el nombre de *centro de gravedad* y el punto donde se aplica el empuje E es el *centro de empuje*.



C.E.: centro de empuje

C.G.: centro de gravedad

Una aplicación de este principio es la medida de densidades mediante la balanza hidrostática.

BIBLIOGRAFIA

AGUILAR, J. "**Curso de Termodinámica**". Alhambra (Madrid). 1981.

CATALÁ, J. "**Física**". Saber (Valencia). 1988.

DE JUANA, J. M. "**Física General**" (tomo I). Alhambra (Madrid). 1985.

FERNÁNDEZ, J. y PUJAL, M. "**Iniciación a la Física**" (tomo I). Reverté (Barcelona). 1985.

GETTYS, W. E., KELLER, F. J. y SKOVE, M. J. "**Física clásica y moderna**". McGraw-Hill (Madrid). 1991.

IBÁÑEZ, J. A. y ORTEGA, M. R. "**Lecciones de Física: Termología**". Editan los autores (Barcelona). 1987.

MARÍN, F. "**Cerca de la Física**". Alhambra (Madrid). 1977.

RESNICK, R. y HALLIDAY, D. "**Física**" (tomo I). CECSA (México). 1984.

SEARS, F. W. "**Fundamentos de Física**" (tomo I: Mecánica, calor y sonido). Aguilar (Madrid). 1975.

SEARS, F. W. y ZEMANSKY, M. W. "**Física**". Aguilar (Madrid). 1979.

SERWAY, R. A. "**Física**". Interamericana (México). 1985.